

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Дипломна робота магістра

з теми:

**«Про існування обмежених розв'язків еволюційних рівнянь у
нескінченновимірних просторах»**

Виконала студентка II курсу
Мб1-М17 групи
Спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)
Хараба Вікторія Іванівна

Керівник: **Теплінський Ю.В.**,
доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач кафедри
математики

Рецензент: **Авдеюк П.І.**,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри математики

м. Кам'янець-Подільський – 2018 р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	2
РОЗДІЛ I. ОБМЕЖЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЗЛІЧЕННИХ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ.....	6
1.1. Функція Гріна. Існування сім'ї обмежених на осі розв'язків.....	6
1.2. Існування обмеженого інваріантного многовиду.....	22
1.3. Теорема про збіжну послідовність інваріантних многовидів.....	29
РОЗДІЛ II. ОБМЕЖЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЗЛІЧЕННИХ СИСТЕМ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ.....	33
2.1. Достатні умови існування інваріантного многовиду.....	33
2.2. Про існування інваріантних многовидів нелінійних систем.....	43
ВИСНОВОК.....	52
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	53

ВСТУП

Відомо, що дослідження поведінки та продовження розв'язків різних еволюційних рівнянь привертає увагу багатьох дослідників. При цьому, зокрема, у цих дослідженнях важливе місце посідає задача відшукування умов існування обмежених розв'язків (на усій числовій прямій, півосі, поведінка розв'язків на нескінченності).

Актуальність теми. Ця проблема стосується також диференціальних та різницевих рівнянь, визначених у різноманітних просторах. Виявляється, що вказані рівняння у цьому плані поведуть себе не однаково, тому потребують специфічних методів дослідження. Однак, для розв'язування таких задач можна застосувати відомий метод побудови і дослідження інваріантних торів, який тепер називають методом функції Гріна-Самойленка задачі про інваріантний тор лінійного розширення динамічної системи на торі, запропонований А. М. Самойленком у 1970 році для періодичних відносно кутової змінної диференціальних систем [2]. Так, для відшукування сім'ї обмежених на всій осі розв'язків рівняння достатньо побудувати його обмежений інтегральний многовид, вкритий інтегральними кривими обмежених розв'язків.

Основу теорії інваріантних многовидів було закладено М. М. Боголюбовим і М. М. Криловим [3]. Роботи Ю. О. Митропольського, О. Б. Ликової [4,5] та їх послідовників розвинули одержані результати, що привело до створення методу інтегральних многовидів нелінійної механіки. Стосовно злічених систем звичайних диференціальних та різницевих рівнянь багато результатів у цій галузі одержано в роботах А. М. Самойленка, Ю. В. Теплінського, В. Л. Кулика [6-9].

Метою роботи є дослідження існування обмежених розв'язків еволюційних рівнянь у нескінченновимірних просторах.

Об'єктом дослідження є обмежені розв'язки злічених систем диференціальних рівнянь та обмежені розв'язки злічених систем різницевих рівнянь.

Предметом дослідження є проблеми теорії еволюційних рівнянь, що стосуються диференціальних та різницевих рівнянь, визначених у різноманітних просторах.

Задачами дослідження є

- З'ясування питань існування сім'ї обмежених на осі розв'язків.
- З'ясування питань існування обмеженого інваріантного многовиду.
- Встановлення теореми про збіжну послідовність інваріантних многовидів.
- Встановлення достатніх умов існування інваріантного многовиду.
- З'ясування питань про існування інваріантних многовидів нелінійних систем.

Практичне значення отриманих результатів. Дипломна робота має теоретичний характер. Її результати, а також запропоновані методи та прийоми можуть бути використані для подальшого розвитку теорії еволюційних рівнянь у банахових просторах.

Апробація результатів роботи. Результати роботи доповідались на звітній науковій конференції студентів і магістрантів фізико-математичного факультету Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка.

Структура роботи. Ця дипломна робота складається з вступу, двох розділів, змісту та списку використаної літератури. Обсяг роботи становить 52 сторінки комп'ютерного набору.

У першому розділі досліджено задачу існування обмежених на всій осі розв'язків злічених систем диференціальних рівнянь, у другому – аналогічну задачу для злічених систем різницевих рівнянь різних типів, які називають тепер відповідно диференціальними та різницевиими рівняннями у банахових просторах обмежених числових послідовностей.

ВИСНОВОК

У цій дипломній роботі метод функції Гріна-Самойленка побудови інваріантних торів лінійних розширень динамічних систем на m - вимірних торах застосовано до побудови обмежених інваріантних многовидів лінійних та нелінійних систем диференціальних та різницевих рівнянь, визначених у нескінченновимірних банахових просторах обмежених числових послідовностей (злічених систем), що дозволяє виділити сім'ї обмежених на всій числовій осі розв'язків таких систем, оскільки інтегральні криві цих розв'язків належать вказаним многовидам.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Персидский К.П.* Бесконечные системы дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в нелинейных пространствах. – Алма-Ата: Наука, 1976. – 247 с.
2. *Самойленко А.М.* К теории возмущения инвариантных многообразий динамических систем // Тр. V Междунар. конф. по нелинейным колебаниям. – Т.1: Аналитические методы. – Киев: ИМ АН УССР, 1970. – С. 495-499.
3. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* Введение в нелинейную механику. – Киев: Изд-во АН УССР, 1937. – 363 с.
4. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Метод интегральных многообразий в нелинейной механике // Труды Международного симпозиума по нелинейным колебаниям. Т.1: Аналитические методы. – Киев: ИМ АН УССР, 1963. – С. 93-154.
5. *Митропольский Ю.А., Лыкова О.Б.* Интегральные многообразия в нелинейной механике. – М.: Наука, 1973. – 512 с.
6. *Самойленко А.М., Теплинский Ю.В.* Счетные системы дифференциальных уравнений. – Киев: Ин-т матем. НАН Украины, 1993, 308 с.
7. *Самойленко А.М., Теплінський Ю.В.* Елементи математичної теорії еволюційних рівнянь у бананових просторах. – Киев: Ин-т матем. НАН Украины, 2008, 495 с.
8. *Самойленко А.М.* Элементы математической теории многочастотных колебаний. – М.: Наука, 1987. – 302 с.
9. *Митропольский Ю.А., Самойленко А.М., Кулик В.Л.* Исследования дихотомии линейных систем дифференциальных уравнений с помощью функций Ляпунова. – Киев: Наук. думка, 1990. – 272 с.