

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка



ЗБІРНИК
МАТЕРІАЛІВ НАУКОВИХ
ДОСЛІДЖЕНЬ
СТУДЕНТІВ ТА МАГІСТРАНТІВ
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка

Фізико-математичні науки

Випуск 12

Кам'янець-Подільський
2015

УДК 378(477ю43):51+53(082)
ББК 74.58+22

Свідоцтво про державну реєстрацію
друкованого засобу масової інформації:
Серія KB № 14705- 3676 ПР від 12. 12. 2008 р.

Друкується згідно з ухвалою вченої ради Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (протокол № 7 від 25 червня 2015 р.).

Збірник матеріалів наукових досліджень студентів та магістрантів Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. – Випуск 12. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2015. – 212 с.

Рецензенти:

Криськов Ц.А. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри фізики;

Корець М.С. – доктор педагогічних наук, професор, директор Інженерно-педагогічного інституту Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова.

Редакційна колегія:

Атаманчук П.С. – доктор педагогічних наук, професор, академік АНВО України, завідувач кафедри методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі;

Конет І.М. – доктор фізико-математичних наук, професор, академік АНВШ України, проректор з наукової роботи, відповідальний редактор;

Мендерецький В.В. – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі;

Теплінський Ю.В. – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математики;

Федорчук В.А. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інформатики;

Щирба В.С. – кандидат фізико-математичних наук, професор кафедри інформатики, декан фізико-математичного факультету.

Відповідальний секретар – Ніколаєв О.М., кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі, заступник декана фізико-математичного факультету з наукової роботи та інформатизації навчального процесу.

©Автори матеріалів, 2015.

ЗМІСТ

Антіпова С.В. Методика вивчення тригонометричних функцій в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні	6
Бернацький М.М. Реалізація теоретичного і емпіричного навчання фізики в школі	10
Бугера І.О. Демонстраційний експеримент на уроках фізики	14
Бугера О.І. Моделювання процесів в газах методом молекулярної динаміки	18
Бурлак К.С. Наближення класів $L_1^{\bar{\psi}}$ сумами Валле-Пуссена, близькими до сум Фур'є, в метриці L	21
Валентюк А.В. Найкраще наближення та поперечники класів згорток деяких лінійних комбінацій періодичних функцій	26
Варик Н.В. Найкраще наближення лінійної комбінації класів функцій, що аналітично продовжуються в смугу	30
Вдовичинський Д.М. Аналіз особливостей кешування даних в інформаційних системах	35
Гаврушко Д.В. Узагальнені оптимізаційні крайові задачі та методи їх розв'язування в функціональних просторах	38
Громик В.А. Побудова апроксимаційних математичних моделей динамічних об'єктів з розподіленими параметрами у формі дробово-раціональних передатних функцій	41
Гросуляк В.В. Засоби фізики у формуванні готовності старшокласників до вибору професії фізико-технічного профілю	45
Доротюк В.М. Базовий набір програмних блоків імітаційного моделювання для реалізації елементарних ланок	48
Закордонець О.І. Відновлення сигналів спотворених динамічним об'єктом на основі його інтегральної моделі	51
Ількович І.В. Цілеспрямоване формування уявлень про наукову картину світу в навчанні фізики старшокласників	55
Ільчишин С.С. Розробка програмних засобів для числової реалізації інтегральних рядів Вольтерри	58
Качур А.В. Розробка програмних засобів ідентифікації моделей динамічних систем на основі статистичних методів	62
Кіріка А.С. Наближення інтегралів Пуасона сумами Валле-Пуссена ...	66
Копань В.А. Впровадження компетентнісного підходу при вивченні молекулярної фізики в умовах профільного навчання	71
Котуцький В.М. Методика вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння та нерівності» в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні змісту освіти	73

Кравчук Ю.О. Розробка автоматизованих засобів тестування програмних модулів розв'язування інтегральних рівнянь	77
Кульбабка Н.П. Цілі функції та їх застосування в аналітичній теорії чисел	80
Кушнір Г.В. Засвоєння учнями навчального матеріалу з фізики в основній школі (тема "Магнітне поле")	83
Лехіцький П.З. Непрямі методи розв'язування крайових оптимізаційних задач	86
Мазур І.С. Сумісне наближення диференційовних по Степанцю функцій сумами Фейєра в інтегральній метриці	89
Маковецький Р.В. Використання мікроконтролерів у вимірювальних приладах	95
Маковська А.В. Методика вивчення теми «Степенева функція» в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні	98
Максимчук А.О. Основні характеристики безпроводових мобільних мереж стандартів 3G і 4G	101
Мариніна Н.І. Метод комплексного інтегрування в теорії дзета-функції Рімана	105
Марценківська О.Ю. Критерії екстремального елемента для різних форм задачі найкращого зваженого одночасного рівномірного наближення сім'ї неперервних на компактні функцій	108
Нацюк Л.В. Розвиток предметної компетентності студентів з методики навчання фізики у процесі навчальної практики	113
Онофрійчук С.Р. Методичні аспекти використання інформаційних технологій для контролю знань з фізики	116
Пара В.В. Сучасні системи відеомонтажу та автоматизація роботи з відеофрагментами	120
Просандєєв О.Є. Формування основних життєвих компетентностей учнів при навчанні фізики	124
Райхель А.В. Розробка методів та засобів інтерпретації експериментальних залежностей	127
Рубаняк Л.А. Світоглядне виховання учнів при вивченні розділу "Будова речовини"	131
Савицький М.Г. Побудова інтегральних макромоделей нелінійних динамічних об'єктів на основі їх структурного аналізу	134
Савіцька І.П. Цілепокладання в навчанні учнів розв'язуванню задач з фізики різних типів	138
Салецька Р.І. Організація уроків з використанням технічних засобів навчання та інформаційних технологій в освіті	141
Сікора Г.В. Формування допитливості як засіб результативного навчання учнів з фізики	144

Сікора Г.В., Панчишина О.В. Презентації MS POWER POINT як важливий засіб активізації навчання учнів з фізики	149
Слободянюк Ю.М. Міжпредметні зв'язки у навчанні фізики як засіб розвитку творчих здібностей учнів основної школи	154
Сурікова Л.І. Досліди та засоби інформаційних технологій для постановки практикуму з методики навчання фізики	157
Ткачук І.В. Вплив домішок Sb на спектри пропускання плівок PbTe в інфрачервоному діапазоні довжин хвиль	162
Ткачук І.В., Левицький І.М., Жук П.А. Використання ігрових методів та саморобних приладів під час проведення уроків з фізики ...	165
Торчук К. В. Знаходження нетривіальних нулів дзета-функції згідно формули Рімана–Зігеля	169
Футорська О.М. Чебишовська у розумінні зважених відстаней точка системи обмежених замкнених множин, які неперервно змінюються ...	173
Хомюк Н.С. Методика вивчення теми «Паралельність прямих і площин в просторі» в курсі геометрії 10 класу на профільному рівні змісту освіти	179
Цехмійстер В.А. Комплексний підхід до використання навчального фізичного експерименту для активізації пізнавальної діяльності студентів	183
Циканюк Б. І., Циканюк Н. І. Спектри комбінаційного розсіювання світла в PbTe (Sb)	187
Чорнописька Н.С. Методика вивчення перпендикулярності прямих і площин у просторі в курсі геометрії 10 класу на профільному рівні змісту освіти	190
Швець А.П. Задача Колмогорова-Нікольського на класах $C_{\beta,=}^{\psi}$ та $L_{\beta,1}^{\psi}$ для деякого лінійного методу	194
Шинкарук Н.С. Найкраще зважене рівномірне наближення неперервного компактнозначного відображення множиною неперервних однозначних відображень	193
Шолом В.Л. Нерівність типу Лебега для лінійних комбінацій згортки з ядрами Пуассона	201
Шостацький А.І. Особливості організації та проведення лабораторної роботи з фізики у 7 класі на тему: «вивчення законів відбивання за допомогою плоского дзеркала»	204
Яковчук Є.О. Особливості написання S-function у пакеті Matlab мовою програмування С	206
Яроменко В.М. Формування компетентного учня шляхом систематизації навчальної діяльності	210

Антіпова С.В., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Сморжевський Ю.Л.**, кандидат педагогічних наук, доцент

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ В КУРСІ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ 10 КЛАСУ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ

У статті показано місце тригонометричних функцій в курсі алгебри та початків аналізу, розглянуто методику вивчення даної теми на профільному рівні навчання, яка допоможе вчителям математики успішно здійснювати рівневі вивчення цієї теми в курсі алгебри та початків аналізу.

Ключові слова: профільний рівень навчання, тригонометричні функції, програма навчання, рівневі навчання.

Сучасні освітні пріоритети передбачають особистісну орієнтацію системи освіти, оновлення змісту навчання відповідно до розвитку суспільства та потреб життя. Тригонометричний матеріал в курсі математики необхідно розглядати як засіб розвитку загальної культури особистості, збагачення її уявлень про прикладні застосування математики, підготовки до впровадження освіти та професійної діяльності. Методична система вивчення тригонометричних функцій в сучасній школі потребує оновлення в результаті переходу на нову програму навчання математики.

Проблемою розроблення даної методики займалися такі методисти як: Бевз Г.П., Бевз В.Г., Слєпкань З.І., Запісова О.М., Карпик В.В., Усик О.М., Онікієнко Т.Д., Семенко О.М., Сторгай В.А., Журавська Н.М., та інші.

Вивчення математики на профільному рівні передбачається передусім у тих випадках, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами і забезпечує їх ефективне засвоєння. Крім того, за цією програмою здійснюється математична підготовка старшокласників, які не визначилися щодо напрямку спеціалізації [4].

Тригонометричні функції – важлива складова змісту шкільної математичної освіти, яка сприяє забезпеченню прикладної спрямованості навчання математики, розвитку практичних навичок та вмінь, збагаченню наукового світогляду учнів. Аналіз методичної літератури з тригонометрії показав, що ця проблема досліджується багатьма науковцями, які відмічають типові труднощі при вивченні учнями тригонометричних величин, невміння застосовувати відомості з тригонометрії до розв'язування прикладних задач [5].

Об'єктом дослідження є процес навчання алгебри і початків аналізу в 10 класі.

Предметом дослідження є розробка методики вивчення теми «Тригонометричні функції» в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні.

Мета дослідження полягає в тому, щоб розробити методику вивчення тригонометричних функцій в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні.

Гіпотеза: впровадження такої методики забезпечить ефективний процес засвоєння учнями матеріалу з теми «Тригонометричні функції», а також сприятиме розвитку стійкого інтересу при вивченні даного матеріалу.

Для розв'язання проблеми дослідження, перевірки достовірності гіпотези та досягнення мети реалізуються такі *завдання*:

- дослідження вже наявної науково-методичної літератури з цієї теми;
- проведення логіко-дидактичного аналізу викладу цієї теми в сучасних навчальних підручниках;
- узагальнення і систематизація отриманих відомостей;
- експериментальна перевірка ефективності використання розробленої методики.

Тригонометричні функції вивчаються в 10 класі на профільному рівні у розділі «Тригонометричні функції» за підручниками [2] та [3]. На вивчення теми «Тригонометричні функції» відводиться 30 годин та 2 тематичні контрольні роботи [4]. При написанні статті ми користувалися підручником [2].

Більш висока якість засвоєння навчального матеріалу в курсі алгебри і початків аналізу на профільному рівні навчання може бути досягнута за умови його диференційованого вивчення, що передбачає рівневу навчально-пізнавальну діяльність учнів, яка спрямована на якісне оволодіння теми «Тригонометричні функції». Диференційоване вивчення математики, зокрема тригонометричних функцій, на профільному рівні навчання має здійснюватися як за рахунок диференціації змісту навчального матеріалу та вимог до його засвоєння, так і шляхом диференціації методів та прийомів засвоєння нових знань, пропонованих систем задач, форм і методів контролю [5].

Для полегшеного усвідомлення і кращого засвоєння учнями знань з даної теми ми пропонуємо проводити вивчення нового матеріалу з використання наших вказівок і зауважень. Наприклад, перед формулюванням властивостей тригонометричних функцій доцільно учням запропонувати наступну схему дослідження:

– розглянути проміжок виду $[\alpha; \alpha+T]$, тобто довільний проміжок завдовжки в період T (найчастіше обирають проміжок $[0; T]$ або проміжок $[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}]$);

– дослідити властивості функції на вибраному проміжку;

– побудувати графік функції на цьому проміжку;

– здійснити паралельне перенесення отриманої фігури на вектори з координатами $(nT; 0)$, $n \in Z$.

Учні повинні навчитися виконувати перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки; встановлювати відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі; формулювати означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кута і числового аргументу; властивості тригонометричних функцій; розпізнавати і будувати графіки тригонометричних функцій і на них ілюструвати властивості функцій; обчислювати значення тригонометричних виразів; перетворювати нескладні тригонометричні вирази; застосовувати тригонометричні функції до опису реальних процесів, зокрема гармонічних коливань.

Важливе значення процесу вивчення тригонометричних функцій в школі полягає в тому, щоб:

– домогтися глибокого і міцного засвоєння учнями теоретичних знань: тригонометричних понять, тверджень про їхні властивості;

– сформувати навички й уміння застосування теоретичних знань на практиці і оволодіння способами творчої діяльності;

– досягти глибокого усвідомлення учнями світоглядних і морально-етичних ідей.

Після вивчення кожної з тем, ми розробили різнорівневі завдання (початкового, середнього, достатнього та високого рівнів), оскільки поняття функціональної залежності досить часто учні засвоюють формально, через те, що вивчення його не підкріплюється необхідними навичками розв'язування достатньої кількості задач і вправ, це також допоможе закріпити новий матеріал і дасть можливість повторити попередній матеріал. Наведемо приклади таких завдань:

Початковий рівень

1. Виразити величину кута 300° у радіанах .

а) $\frac{5\pi}{6}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{5\pi}{3}$; г) $\frac{\pi}{3}$.

2. Кутом якої чверті є кут 190° .

а) I чверті; б) II чверті; в) III чверті; г) IV чверті.

3. Вказати найменший додатний період функції $y=3tg(5x + \frac{\pi}{4})$.

- а) π ; б) $\frac{\pi}{5}$; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $\frac{\pi}{4}$.

Середній рівень

1. 1) Початкова точка $P_0(1; 0)$ одиничного кола при повороті навколо центра кола $O(0; 0)$ на кут α відображається у точку $P_\alpha(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$.

Виконати рисунок, взявши за одиничний відрізок 4 клітинки, і записати:

- а) $\sin \alpha$; б) $\cos \alpha$; в) $\operatorname{tg} \alpha$; г) $\operatorname{ctg} \alpha$.

2) Побудувати графік функції $y = \cos x$ на проміжку $[-2\pi; 2\pi]$ і позначити на осі абсцис точки, в яких значення косинуса дорівнює $-\frac{1}{2}$.

2. Знайти область визначення функції:

- а) $y = \sqrt{5x-1}$; б) $y = -5\cos x$; г) $y = 10\operatorname{tg} x$.

3. Знайти область значень функції: а) $y = 12\sin x$; б) $y = 14 + \cos x$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = 4\cos x$ і записати її властивості.

2) Знайти область значень функції $y = 12\sin x + 3$.

2. Знайти область визначення функції $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{4}$.

3. Знайти період функції: а) $y = \cos 6x$; в) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{4}$.

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = 3\sin 2x$ і записати її властивості.

2) Знайти період функції $y = 7\operatorname{ctg} \frac{x}{4} + 3$.

2. Дослідити на парність функцію $y = \frac{\cos x + \operatorname{ctg} x}{|x|}$.

3. Побудувати графік функції $y = |\operatorname{ctg} x|$.

Експериментальна перевірка свідчить про ефективність розробленої методики.

Список використаних джерел:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики / Г.П. Бевз – К.:Генеза, 1989. – 368 с.
2. Мерзляк А.Г. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: проф. рівень/ А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2010. – 352 с.
3. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: проф. рівень / Нелін Є. П. —Х. : Гімназія, 2010. — 416 с.

4. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. 10-11 класи. Математика. Рівень стандарту. Академічний рівень. Профільний рівень. - К. :Поліграфкнига, 2010. – 96 с.

5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики / Слєпкань З.І. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.

The article shows the location of trigonometric functions in the course of algebra and principles of analysis, the technique of study of the topic at the profile level training that will help teachers be successful in math level study this topic in algebra course and the test.

Key words: *profile level training, trigonometric functions, program of study, level of study.*

УДК 373.5.016:53

Бернацький М.М. студент 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Панчук О.П.** кандидат педагогічних наук, доцент

РЕАЛІЗАЦІЯ ТЕОРЕТИЧНОГО І ЕМПІРИЧНОГО НАВЧАННЯ ФІЗИКИ В ШКОЛІ

У статті розкрито основні теоретичні та емпіричні рівні пізнання фізичних явищ. Проаналізовано основні методи навчання фізики та обґрунтовано загальнодидактичні цілі навчання.

Ключові слова: *навчання фізиці, цілі навчання, методи навчання, пізнання, світогляд.*

Результати навчання залежать як від правильного визначення цілей і змісту освіти, так і від способів досягнення цілей, інакше кажучи, методів. Навчально-виховний процес - процес двосторонній, що поєднує навчальну діяльність вчителя і навчальну діяльність школяра. Тому метод навчання «являє собою систему цілеспрямованих дій вчителя, які організовують пізнавальну та практичну діяльність учня, що забезпечує засвоєння їм змісту освіти і тим самим досягнення цілей навчання».

Навчання фізики як і будь-якому предмету має такі загальнодидактичні цілі: освітні, виховні і розвитку учнів. Освітні цілі навчання фізиці полягають у наступному:

- дати учням знання основ фізики на сучасному рівні у певній системі: *основні поняття, закони, теорії*;
- сформувати в учнів сучасну природничо-наукову картину світу;
- оволодіння учнями методами наукового дослідження;
- ознайомлення з науковими основами сучасних технологій.

Цілі навчання в основному визначають значущість того чи іншого матеріалу, структуру курсу фізики і стиль мислення, який формується в

учнів. Відомо, що пізнання може відбуватись на емпіричному або теоретичному рівнях, які можна зобразити такою схемою [1].

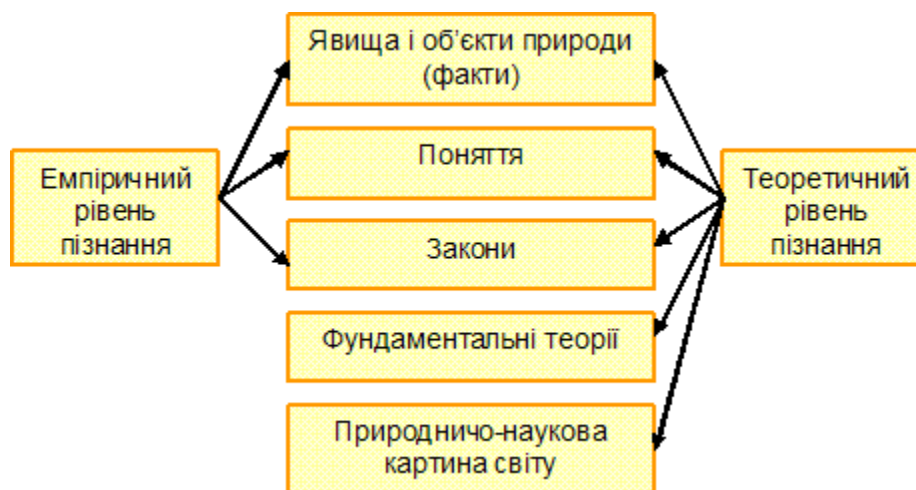


Рис. 1. Емпіричний та теоретичний рівні пізнання

Цілі формування світогляду і розвитку учнів вимагають формування у них теоретичного стилю мислення, який може бути сформований лише на теоретичному рівні пізнання. З цією метою уже на першому ступені навчання фізики вводять ідею дискретності речовини та елементів молекулярно-кінетичної та електронної теорій, які утворюють ті стержні, навколо яких ґрунтується навчальний матеріал. Основу систематичного курсу фізики становлять фундаментальні фізичні теорії. Це відповідає тому факту, що фізика уже давно стала теоретичною наукою завдяки як широкому колу об'єктів, які є предметом її дослідження, так і характеру і універсальності законів, що нею відкриваються [2].

Пізнання природи проходить у чотири етапи, які становлять цикл пізнання і мають відобразитися в навчальному процесі:

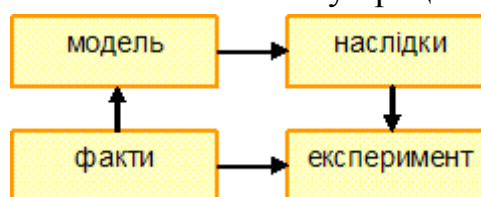


Рис. 2. Етапи процесу пізнання природи

Інтерес учнів до вивчення фізики є діалектичним явищем: з одного боку - він формується в процесі вивчення фізики; з другого - вивчення фізики неможливе без стійкого інтересу.

При формуванні інтересу потрібно врахувати мотивацію навчання. Мотиви - це спонукаючі причини дій. Вони можуть бути різними, але провідне місце серед них займають соціальні.

Останнім часом інтерес до вивчення фізики відчутно зменшився. Дослідження показують, що причини цього явища криються і в змісті навчання, і в якості підручників, і в соціальних відносинах.

Для виправлення положення потрібно стимулювати: використання наочності; проведення фізичного експерименту; підвищення науковості викладання; створення проблемних ситуацій; організацію самостійної роботи; використання завдань творчого характеру; читання науково-популярної літератури.

У цілому, потрібно перенести центр тяжіння на активні методи навчання, позитивні емоції з врахуванням вікових та індивідуальних особливостей.

У дидактиці і приватних методиках існують різні класифікації методів навчання, що залежать від того, який суттєва ознака покладено в основу класифікації. Найбільш прийнятою в даний час в дидактиці є класифікація методів за характером пізнавальної діяльності, яку організовує вчитель і здійснюють учні в навчальному процесі, запропонована І.Я. Лернером [1]. При цьому виділяється п'ять методів навчання:

- 1) пояснювально-ілюстративний;
- 2) репродуктивний;
- 3) проблемний виклад;
- 4) евристичний;
- 5) дослідницький.

Підхід до поділу методів може бути обґрунтований і інакше. Методи визначаються залежно від способів засвоєння видів змісту освіти. Для засвоєння знань необхідно організувати усвідомлене сприйняття інформації, для засвоєння способів діяльності потрібно організоване репродукування дій і т.д [1].

Пояснювально-ілюстративний метод навчання (або інформаційно-рецептивний, як його іноді називають) полягає в тому, що вчитель передає учням готову інформацію за допомогою різних засобів навчання, а учні сприймають, усвідомлюють і фіксують у пам'яті цю інформацію. Роль вчителя полягає в організації сприйняття інформації або ж способів діяльності (наприклад, за рішенням завдань).

Пояснювально-ілюстративний метод - один з найбільш економних способів передачі знань. Ефективність його перевірена багатовіковою практикою роботи освітніх установ; цей метод завоював собі міцне місце в школах усіх країн і на всіх щаблях навчання.

Репродуктивний метод навчання використовується для формування умінь і навичок школярів і сприяє відтворенню знань і їх застосування за

зразком або в кілька змінених, але впізнаваних ситуаціях. Учитель за допомогою системи завдань організовує діяльність школярів за неодноразового відтворення повідомлених ним знань або показаних способів діяльності. Сама назва методу характеризує діяльність тільки учня, але за описом методу видно, що він припускає організаційну, спонукають діяльність вчителя.

Суть *методу проблемного викладу* навчального матеріалу полягає в тому, що вчитель не тільки організовує передачу інформації, але й знайомить учнів з процесом пошуку вирішення тієї чи іншої проблеми, показує рух думки від одного етапу пізнання до іншого, ілюструє логіку цього руху, що виникають протиріччя. Інакше кажучи, вчитель ставить проблему, сам її вирішує, тобто показує зразки наукового пізнання, а учні контролюють переконливість і логіку цього процесу, засвоюють етапи вирішення проблем.

У курсі фізики середньої школи міститься багато прикладів навчальної інформації, яку доцільно викладати, використовуючи метод проблемного викладу. Наприклад, розповідь про розвиток поглядів на природу світла являє собою ілюстрацію руху знання від однієї точки зору до іншої, їй протилежної (від ньютонівських корпускул закінчення світла до хвильовому руху світла по Гюйгенсу), і далі, через нове протиріччя, повернення до корпускула-квантам і народження ідеї корпускулярно-хвильового дуалізму.

Евристичний (або частково-пошуковий) метод - це метод, при якому вчитель організує участь школярів у виконанні окремих кроків пошуку вирішення проблеми. Роль вчителя полягає в конструюванні завдання, розбитті його на окремі етапи, визначенні тих етапів, які виконують школярі самостійно, тобто вчитель тим чи іншим способом організовує самостійну пізнавальну діяльність учнів. В одних випадках школярів вчать бачити проблеми, в інших - будувати доказ, в третіх - робити висновки з викладених або продемонстрованих фактів, по-четверте - висловлювати гіпотези, у п'ятих - складати план перевірки висловленого припущення і т.д. Інакше кажучи, організується поелементне засвоєння досвіду творчої діяльності, оволодіння окремими етапами вирішення проблемних завдань.

Сутність *дослідницького методу* полягає в організації вчителем пошукової, творчої діяльності учнів для вирішення нових проблем і проблемних завдань. Призначення даного методу - повноцінне засвоєння школярами досвіду творчої діяльності.

Список використаних джерел:

1. Методика навчання фізики у старшій школі: навч. посібник / В. Ф. Савченко, М. П. Бойко, М. М. Дідович ; [та ін.] ; за ред.: В. Ф. Савченко . – Київ : Академія, 2011 . – 294 с. : рис., табл. – (Альма-матер) . - Бібліогр.: с.292-294 .

2. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в основній школі: підручник для студентів вищих навчальних закладів / [Атаманчук П.С., Ляшенко О.І., Мендерецький В.В., Ніколаєв О.М.]. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. – 292 с.

In gender solved the basic theoretical and empirical level of knowledge of physical phenomena. The basic methods of teaching physics and reasonably zahalnodydaktychni learning objectives.

Key words: teaching physics, learning objectives, teaching methods, knowledge, outlook.

УДК 53(07) +372.853

Бугера І.О., студентка 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Атаманчук П.С.**, доктор педагогічних наук, професор

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ НА УРОКАХ ФІЗИКИ

Аналізуються можливості використання фізичних експериментів і відповідного побутового обладнання для активізації навчальної діяльності школярів.

Ключові слова: фізичний експеримент, демонстрація, науковий експеримент.

Фізика — наука експериментальна. Оскільки між фізикою-наукою і фізикою-навчальним предметом існує тісний зв'язок, процес навчання фізики полягає в послідовному формуванні нових для учнів фізичних понять і теорій на основі небагатьох фундаментальних положень, що опираються на дослід. У ході цього процесу знаходить відображення індуктивний характер встановлення основних фізичних закономірностей на базі експерименту і дедуктивний характер виведення наслідків із встановлених таким чином закономірностей з використанням доступного для учнів математичного апарату.

Використання експерименту в навчальному процесі з фізики дозволяє [3]:

– показати явища, що вивчаються, в педагогічно трансформованому вигляді і тим самим створити необхідну експериментальну базу для їх вивчення;

– проілюструвати встановлені в науці закони і закономірності в доступному для учнів вигляді і зробити їх зміст зрозумілим для учнів;

– підвищити наочність викладання;

- ознайомити учнів з експериментальним методом дослідження фізичних явищ;
- показати застосування фізичних явищ, що вивчаються, в техніці, технологіях та побуті;
- посилити інтерес учнів до вивчення фізики;
- формувати політехнічні та дослідно-експериментаторські навички.

Свій вагомий внесок у розвиток цього напрямку вивчення фізики внесли такі провідні науковці: І.Г. Антипін, П.С. Атаманчук, М.М. Бондаровський, А.А. Давиденко, П.О. Знаменський, Є.В. Коршак, О.І. Ляшенко, А.А. Марголіс, В.В. Мендерецький, Б.Ю. Миргородський, В.Ф. Савченко, В.Д. Сиротюк, М.М. Шахмаєв та ін.

Низка досліджень П.С. Атаманчука, О.І.Ляшенка, В.В. Мендерецького, А.М. Куха присвячена питанням теоретико-методологічного обґрунтування та практичного втілення дидактичної системи управління експериментальною діяльністю учнів у навчанні фізиці, розв'язанню проблеми взаємозв'язку теоретичного та емпіричного в навчанні фізики [1].

Навчальний експеримент безпосередньо зв'язаний з науковим фізичним експериментом, під яким розуміють систему цілеспрямованого вивчення природи шляхом чітко спланованого відтворення фізичних явищ в лабораторних умовах з подальшим аналізом і узагальненням одержаних за допомогою приладів експериментальних даних. Від спостереження експеримент відрізняється активним втручанням у хід фізичних явищ за допомогою експериментальних засобів.

Науковий експеримент є основою навчального фізичного експерименту, якому він дає експериментальні засоби, методи дослідження і фактологічний матеріал. Але повної тотожності між ними немає. Головна відмінність полягає в тому, що науковий експеримент ставиться з метою дослідження природи і одержання нових знань про неї, а навчальний експеримент покликаний довести ці знання до учнів.

Структура навчального фізичного експерименту, відображаючи, в цілому структуру наукового експерименту, включає новий елемент навчального характеру, зв'язаний з діяльністю вчителя, який виступає в ролі кваліфікованого керівника навчального фізичного експерименту. Він може впливати або безпосередньо на засоби дослідження, або на учнів, які керуватимуть засобами дослідження [2].

У зв'язку з вищевикладеним навчальний експеримент поділяється на два види: *демонстраційний і лабораторний*.

Лабораторний експеримент зручно класифікувати за організаційними ознаками, які найповніше відображають характер діяльності вчителя і учнів.

Демонстраційний експеримент як метод навчання належить до ілюстративних методів. Головна дійова особа в демонстраційному експерименті - вчитель, який не лише організовує навчальну роботу, але і проводить демонстрацію дослідів. Демонстраційний експеримент має суттєвий недолік - учні не працюють з приладами (хоча деякі з них можуть залучатись до підготовки демонстрацій). Перелік обов'язкових демонстрацій з кожної теми шкільного курсу фізики є в програмі. Деякі з них можуть бути відтворені в шкільних умовах з достатньою достовірністю, інші ж вимагають складного і дорогого обладнання, а тому можуть бути показані лише засобами кіно, телебачення, чи промодельовані за допомогою комп'ютерної техніки.

Постановка цих дослідів повинна бути максимально чіткою, а пояснення - продуманим і відображати не лише фізичну суть експерименту, а й його місце в системі фізичної науки.

З педагогічної точки зору демонстрація дослідів є необхідною при розв'язанні низки специфічних задач, а саме [5]:

1. *Для ілюстрації пояснень учителя.* Практика свідчить, що ефективність засвоєння навчального матеріалу значно підвищується, якщо пояснення вчителя супроводжується демонстрацією дослідів.

2. *Для ілюстрації застосування вивчених фізичних явищ та теорій в техніці, технологіях та побуті.* Демонстрація таких дослідів є необхідною не лише для ілюстрації зв'язків фізики з технікою, а й для підготовки учнів до життя в умовах сучасного технізованого суспільства.

3. *Для збудження та активізації пізнавального інтересу до фізичних явищ та теорій.* Ефективний демонстраційний експеримент може бути своєрідним поштовхом до активної пізнавальної діяльності учнів, особливо, якщо він носить проблемний характер.

4. *Для перевірки припущень, висунутих учнями в ході обговорення навчальних проблем.*

Оскільки сучасна методика фізики пропонує велику кількість демонстрацій з кожної теми шкільного курсу фізики, перед вчителем завжди виникає проблема відбору дослідів при підготовці до кожного конкретного уроку. За наявності кількох варіантів дослідів слід відібрати ті, які:

- найповніше відповідають темі та дидактичним цілям уроку;
- найефективніше вписуються в логічну структуру уроку;
- найбільш виразно ілюструють явище чи фізичну теорію;
- можуть бути відтворені на найпростішому обладнанні (але без втрати ефективності).

Інші методичні вимоги до організації демонстраційного експерименту такі [2]:

1. Учні необхідно готувати до сприйняття дослідів. Ідея досліду, його хід і одержані результати повинні бути зрозумілими учням. З цією метою вчитель повинен пояснити схему установки, всі її складові, звернути увагу на вимірювальні прилади, або на ті елементи, на яких виявляється спостережуваний ефект.

2. При можливості досліди потрібно ставити в кількох варіантах (особливо, якщо це сприяє більш глибокому засвоєнню навчального матеріалу).

3. Кількість демонстрацій на уроці не повинна бути надто великою. Демонстраційний експеримент повинен сприяти вивченню навчального матеріалу і не відволікати від головного на уроці.

4. Якщо дозволяє обладнання, демонстраційні досліди слід проводити зі встановленням кількісних співвідношень (числа повинні бути заздалегідь підібраними і зручними для оперування ними!).

5. Демонстраційну установку слід збирати перед учнями в процесі викладання навчального матеріалу. Лише за умови використання дуже складного обладнання, установка може бути зібрана заздалегідь (з цієї причини не слід захоплюватись використанням готових стендів).

6. Установка повинна бути максимально надійною, а техніка демонстрування відпрацьованою.

7. У випадку відмови установки, слід відшукати і швидко ліквідувати несправність, а дослід повторити, досягнувши позитивного результату. Якщо це зробити за даних обставин неможливо, необхідно пояснити учням причину відмови і обов'язково відтворити демонстрацію на наступному уроці.

8. Не слід підміняти демонстраційний експеримент, доступний для шкільних умов, показом відповідних кінофрагментів чи комп'ютерним моделюванням.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Методичні основи організації і проведення навчального фізичного експерименту: Навч. посіб. / П.С. Атаманчук, О.І. Ляшенко, В.В. Мендерецький, А.М. Кух. – Кам'янець-Подільський: ПП Буйницький О.А., 2006. – 216 с.: іл., табл.

2. Анциферов Л.И. Практикум по методике и технике школьного физического эксперимента / Л.И. Анциферов, И.М. Пищиков - М: Просвещение, 1984. – с. 5-18.

3. Бугаев А.И. Методика преподавания физики. Теоретические основы / А.И. Бугаев - М.: Просвещение, 1981. – с. 154-171.

4. Коршак Є.В. Миргородський Б.Ю. Методика і техніка шкільного фізичного експерименту / Є.В. Коршак - К.: Рад. школа, 1981. – с. 5-10.

5. Методика преподавания физики в 6-7 классах. Ч.1 / Под ред. В.П. Орехова и А.В. Усовой - М.: Просвещение, 1976. – с. 304-315.

The article analysed possibilities of the use of experiments from physics and proper domestic equipment for activation of educational activity of schoolboys.

Key words: *physical experiment, demonstration, scientific experiment.*

УДК 004.942

Бугера О.І., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Беркешук М.В.**, кандидат фізико-математичних наук

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В ГАЗАХ МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ДИНАМІКИ

Розглядається запропонована модель реального газу для вивчення динаміки руху молекул та визначення температури фазового переходу. Проаналізована робота програми, що проводить розрахунки за даною моделлю, перевірено відповідність отриманих значень до теоретичних для азоту.

Ключові слова: *комп'ютерне моделювання, фазовий перехід, потенціал Леннарда-Джонса.*

Актуальність теми. Завдяки здатності комп'ютерів працювати з великими обсягами інформації, і, що не менш важливо, великій швидкості її опрацювання, комп'ютери стали в моделюванні основним робочим інструментом [1]. Комп'ютерне моделювання за декілька останніх десятиліть перетворилось на потужний апарат дослідження великої кількості проблем.

Комп'ютерне моделювання дозволяє в дрібних деталях передбачити та простежити за атомарною структурою і динамікою наночастинок і наноматеріалів, досліджувати процеси хімічного каталізу на нанорівні, вивчати електронну структуру і транспортні властивості молекулярних електронних обладнань. Серед методів опису моделі молекулярного моделювання особливу роль відіграє метод молекулярної динаміки (метод, в якому тимчасова еволюція системи взаємодіючих атомів або частинок відслідковується інтегруванням їх рівнянь руху) [2].

Метою нашого наукового дослідження є розробка програми для комп'ютерного моделювання фазових переходів та перевірка відповідності отриманих при моделюванні даних, щодо температури фазового переходу, до теоретичних значень.

Будь-яке комп'ютерне моделювання опирається на побудову фізичної моделі досліджуваного об'єкту. В основу нашої моделі реального газу поставлено певні твердження:

1. Молекули мають вигляд сфери і однакову масу. З метою спрощення розрахунків нами не враховуються удари молекул об стінки, тобто розглядається частина об'єму 45^3 нм^3 в середині системи. Розрахунок кількості молекул в цьому об'ємі здійснювався за допомогою основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії.

2. Розподіл молекул за швидкостями базується на розподілі Максвелла:

$$F(v) = \frac{dN_v}{Ndv} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Швидкість молекул знаходиться відносно найбільш імовірної швидкості $v_{н.і.}$ [3]:

$$v_{н.і.} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

Молекули розділювалися за швидкостями на 7 груп. Для цього інтервал швидкостей $(0; 2,8v_{н.і.})$ розділювався на 7 однакових проміжків. Розрахунок кількості молекул в проміжку здійснювався за допомогою методу середніх прямокутників для інтегралу функції розподілу Максвелла.

3. Моделювання руху молекул здійснюється методом молекулярної динаміки. При цьому в розрахунках сил, що діють на окрему молекулу враховуються взаємодії із молекулами, що знаходяться на відстані, яка не перевищує потрійний Ван-дер-Ваальсівський радіус.

4. Взаємодія між молекулами здійснюється за рахунок сил Ван-дер-Ваальса. В їх основі, як і в основі хімічного зв'язку, лежать електричні взаємодії. Розрахувати з достатньою точністю $U(r)$ на основі квантової механіки при величезній різноманітності пар взаємодіючих молекул практично не можна. Неможливо поки й експериментально виміряти силу взаємодії на міжмолекулярних відстанях. Найбільш часто користуються формулою: $U(r) = 4\varepsilon \left(\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^6 \right)$, так званим потенціалом Леннарда-Джонса. Сталі ε і σ відповідно називаються глибиною потенціальної ями та Ван-дер-Ваальсівським радіусом [4].

Згідно з даною моделлю була розроблена програма в середовищі Visual Studio мовою програмування Visual Basic. Наша програма розраховує і записує у файл координати і швидкість кожної молекули, а також середню кінетичну енергію теплового руху молекул. Температуру фазового переходу визначаємо за стрибкоподібною зміною \bar{E}_k . Необхідні сталі для моделювання ряду газів занесені в базу програми. Їх можна вибрати у

випадаючому списку. Якщо в списку немає потрібного газу, то в програмі є можливість, для перевірки «нового» газу, додати необхідні сталі. Для цього необхідно знати сталі Ван-дер-Ваальса (глибина потенціальної ями, Ван-дер-Ваальсівський радіус) та молярну масу. Релаксація системи при кожній температурі здійснювалася протягом 100 с. При цьому процес моделювання тривав близько 1 год. Перевірка роботи програми здійснювалася шляхом моделювання поведінки азоту. З результатів, що ми отримали при моделюванні, визначили, що фазовий перехід відбувається при температурі приблизно 80К, що відрізняється від теоретичної температури (77,4К) фазового переходу на 3,25%. Це відхилення є незначним і зумовлене відхиленням моделі від реального газу.

Висновки.

1. Для створення будь-якої програми потрібно спочатку створити її фізико-математичну модель, яка дозволяє провести розрахунки із необхідною точністю.

2. На основі запропонованої моделі розроблена комп'ютерна програма, яка дозволяє розрахувати динаміку руху молекул та середню кінетичну енергію теплового руху.

3. Відповідно до отриманих даних, наша програма має незначне відхилення температури фазового переходу азоту від теоретичного значення. Дану неточність можна трактувати наближеністю моделі.

Список використаних джерел:

1. Теплицький І.О. Елементи комп'ютерного моделювання: навчальний посібник / Ілля Олександрович Теплицький. – 2-ге вид., випр. і доп. – Кривий Ріг: КДПУ, 2010. – 264 с., іл.

2. Капуста Л.В. Моделювання систем багатьох частинок методом молекулярної динаміки / Л.В. Капуста, Т.А. Глухова, Ю.В. Александрова // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – Луганськ, 2009. – № 6Е [Електронний ресурс]: – Режим доступу: <http://archive.nbuu.gov.ua/e-journals/Vsunud/2009-6E/09klvvmn.htm>.

3. Бібик В.В. Фізика твердого тіла: навч. посіб./ В.В. Бібик, Т.М. Гричановська, Л.В. Одноворець, Н.І. Шумакова. - Суми: Вид-во СумДУ, 2010.- 200 с.

4. Шумский К.П. Основы расчета вакуумной сублимационной аппаратуры / К.П. Шумский, А.И. Мялкин, И.С. Максимовская. М.: Машиностроение, 1967. – 223 с.

In the article considers the proposed model of real gas to study the dynamics motion of molecules and determining temperature of phase transition. Analyzed the program, which carries out calculations for this model, verified compliance values obtained to the theoretical for nitrogen.

Key words: computer simulation, phase transition, Lennard-Jones potential.

Бурлак К.С., студентка 5 курсу фізико-математичного факультету
 Науковий керівник: **Сорич Н. М.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

НАБЛИЖЕННЯ КЛАСІВ $L_1^{\bar{\psi}}$ СУМАМИ ВАЛЛЕ-ПУССЕНА, БЛИЗЬКИМИ ДО СУМ ФУР'Є, В МЕТРИЦІ L

Розв'язано задачу Колмогорова-Нікольського на класі $L_1^{\bar{\psi}}$ для сум Валле-Пуссена, близьких до сум Фур'є, в інтегральній метриці L , а також знайдено асимптотичну рівність для величини $E_n(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p})$

Ключові слова: суми Валле-Пуссена, асимптотична оцінка, суми Фур'є, інтегральна метрика.

Нехай L — простір 2π -періодичних сумовних функцій із нормою $\|f\|_L = \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)| dx$,

S_1^0 — одинична куля цього простору,

$S[f]$ — ряд Фур'є функції $f(x)$; $S_n(f, x)$ — його частині суми.

$V_{n,p}(f; x)$ — суми Валле-Пуссена функції $f(x)$:

$$V_{n,p}(f; x) = \frac{1}{p} \sum_{k=n-p+1}^n S_k(f; x).$$

Нехай $\psi_i(x)$ — довільні послідовності такі, що ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\psi_1(x) \cos kt + \psi_2(x) \sin kt) = \psi(t) \text{ є рядом Фур'є деякої}$$

сумовної функції. Через $L_1^{\bar{\psi}}$ позначимо множину функцій $f(x)$, для яких

$$f(x) = \frac{c_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x+t) \psi(t) dt, \text{ де } \varphi \in S_1^0, \quad (1)$$

При цьому f називають $\bar{\psi}$ -інтегралом f .

Якщо функціональна послідовність $f_n(x)$, що задана на множині E , є обмеженою по n і по x , то будемо писати, що $f_n(x) = O(1)$.

Якщо

$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n = 0$, то кажуть, що суми Валле – Пуссена близькі до сум Фур'є.

В даній роботі досліджується асимптотична при $n \rightarrow \infty$ поведінка величини наближення класів $L_1^{\bar{\psi}}$ сумами Валле-Пуссена, близькими до сум Фур'є, в інтегральній метриці, тобто величини (4).

Розглянемо такі множини послідовності $\psi(k)$. Нехай $\psi(t)$ опуклі донизу і спадні до нуля функції при $t \geq 1$, $\eta(t) = \psi^{-1}\left(\frac{1}{2}\psi(t)\right)$, $\mu(t) = \frac{t}{\eta(t)-t}$. Функцію $\mu(t)$ називають модулем піврозпаду функції $\psi(t)$. Якщо $\mu(t)$ – обмежена додатними множинами на \mathbb{R} , то будемо відносити $\psi \in \mathfrak{M}_c$; якщо $0 < \mu(t) \leq R$, то $\psi \in \mathfrak{M}_0$; якщо $\mu(t)$ монотонно зростає і необмежена зверху, то ψ віднесемо до множини \mathfrak{M}_∞ .

На основі наступних тверджень отримаємо потрібні результати.

Із відомих результатів [3] про порівняння величин

$$\mathbf{E}_n(L_1^{\bar{\psi}}, \Lambda) = \sup_{f \in L_1^{\bar{\psi}}} \|f(x) - U_n(f; \Lambda; x)\|_1 \text{ та } \mathbf{E}_n(C_\infty^{\bar{\psi}}, \Lambda) = \sup_{f \in L_1^{\bar{\psi}}} \|f(x) -$$

$$U_n(f; \Lambda; x)\|_C,$$

$$\text{де } U_n(f; \Lambda; x) = \frac{a_0 \lambda_0^{(n)}}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} x_k^{(n)} (a_k(f) \cos kx) + b_k(f) \sin kx), \quad C_\infty^{\bar{\psi}} -$$

клас функцій, що подаються у вигляді (1), причому $\varphi \in S_n^0$.

Введемо такі твердження:

Теорема 1. Якщо $\psi_1 \in \mathfrak{M}_0$, $\psi_2 \in \mathfrak{M}_c$, $p = n \cdot \alpha_n$, де $\alpha_n \cdot \ln n = O(1)$, то при $n \rightarrow \infty$ справедлива нерівність

$$\mathbf{E}_n(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p}) \leq \frac{4}{\pi^2} \bar{\psi}(n) \ln \frac{n}{p} + O(1) \bar{\psi}(n), \quad (2)$$

де $\bar{\psi}(n) = \sqrt{\psi_1^2(n) + \psi_2^2(n)}$, а $O(1)$ — величина рівномірно обмежена по n .

Щоб довести справедливість протилежної до одержаної нерівності, розглянемо ряд тверджень.

Нехай $g(t) = \text{sign} \sin t$, $f_m(t)$ – 2π -періодична функція, для якої:

$$f_m(t) = \begin{cases} \frac{m}{4}, & |t| \leq \frac{1}{m}; \\ -\frac{m}{4}, & |t - \pi| \leq \frac{1}{m}; \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Легко переконатися, що $g(t) \in S_M^0$, $f_m(t) \in S_1^0$. Нехай

$$h(t) = \int_{-\pi}^{\pi} g(t) f_m(t-x) dt.$$

Лема 1 $h(x) \in S_C^0$, причому

$$h(x) = \begin{cases} mx, & |x| \leq \frac{1}{m}; \\ 1, & x \in \left[\frac{1}{m}; \pi - \frac{1}{m}\right]; \\ m\pi - mx, & |x - \pi| \leq \frac{1}{m}; \\ -1, & x \in \left[-\pi + \frac{1}{m}; -\frac{1}{m}\right]. \end{cases}$$

Нехай $g_n(x) = \text{sign} \sin nt$,

$f_m^{(n)}$ – 2π -періодична функція, яка на проміжку $\left[-\frac{1}{m}; 2\pi - \frac{1}{m}\right]$

визначена наступним чином:

$$f_m^{(n)}(t) = \begin{cases} \frac{m}{4}, & |t| \leq \frac{1}{m}; \\ -\frac{m}{4}, & \left|t - \frac{\pi}{n}\right| \leq \frac{1}{m}; \\ 0, & \text{в усіх інших випадках.} \end{cases}, (m > n). \quad (3)$$

Як бачимо $g_n(t) \in S_M^0, f_m^{(n)}(t) \in S_1^0$ і, крім того $g_n(t) = g(nt)$.

Лема 2 Якщо $m' = nm$, то

$$h_n(x) = \int_{-\pi}^{\pi} g_n(t) f_{m'}^{(n)}(t-x) dt = h(nx),$$

де $h(x)$ означена в попередній лемі.

Нехай $g_n^*(t)$ – парна 2π -періодична функція така, що при n – парному і $t > 0$

$$g_n^*(t) = \begin{cases} \text{sign} \sin nt, & t \in \left[0; \frac{n-1}{n}\pi\right], \\ 0, & t \in \left[\frac{n-1}{n}\pi; \pi\right], \end{cases}$$

тоді

$$\int_{-\pi}^{\pi} g_n^*(t) dt = 2 \int_0^{\pi} g_n^*(t) dt = 0, g_n \in S_M^0.$$

Розглянемо властивості функції

$$h_n^*(x) = \int_{-\pi}^{\pi} g_n^*(t) f_{m'}^{(n)}(t-x) dt.$$

Лема 3 Якщо $m' = nm$, то при $x \in \left[\frac{\pi k}{n} + \frac{1}{m'}; \frac{\pi(k+1)}{n} - \frac{1}{m'}\right]$:

$$h_n^* = (-1)^k, k = \overline{2, n-2}; h_n^* = (-1)^{k+1}, k = \overline{-(n-2), -2},$$

тобто

$$h_n^*(x) = g_n^*(x).$$

Нехай $f^*(x)$ $\bar{\psi}$ -інтеграл функції $f_{m'}^{(n)}(t)$, при $m' = nm$.

Тоді

$$\mathbf{E}_n(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p}) \geq \delta_{n,p}(f^*) \quad (4)$$

Крім того

$$\delta_{n,p}(f^*) \geq \left| \int_{-\pi}^{\pi} g_n^*(x)(f^*(x) - V_{n,p}(f^*; x)) dx \right|. \quad (5)$$

Об'єднаємо (4) та (5), застосуємо теорему Фубіні і одержимо, що

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}_n(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p}) \geq \\ & \geq \frac{1}{\pi} \left| \int_{-\pi}^{\pi} (\Psi_{n,p}(t) + \Psi_{n,\infty}(t)) \int_{-\pi}^{\pi} f_{m'}^{(n)}(x-t) g_n^*(x) dx dt \right|. \end{aligned}$$

Нехай

$$h^*(t) = \int_{-\pi}^{\pi} f_{m'}^{(n)}(x-t) g_n^*(x) dx,$$

а $\bar{\psi}$ -інтеграл $h^*(t)$ позначимо через $H(t)$ тоді $H(t) \in C_{\infty}^{\bar{\psi}}$ і

$$\mathbf{E}_n(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p}) \geq |H(0) - V_{n,p}(H; 0)|. \quad (6)$$

Звідси

$$\begin{aligned} |H(0) - V_{n,p}(H; 0)| &= \left| \frac{\bar{\psi}(n)}{\pi p} \int_{\frac{a}{n} \leq |t| \leq \pi} h^*(t) \frac{\sin \frac{pt}{2} \sin \frac{(2n-p+1)t}{2}}{2 \sin^2 \frac{t}{2}} dt \right| + \\ &+ O(1)\bar{\psi}(n) = \bar{\psi}(n) |h^*(0) - V_{n,p}(h^*; 0)| + O(1)\bar{\psi}(n) = \\ &= \bar{\psi}(n) |V_{n,p}(h^*; 0)| + O(1)\bar{\psi}(n). \end{aligned} \quad (7)$$

Із роботи Ефімова О. В. [4] маємо, що при $1 \leq p \leq \left[\frac{n}{2}\right]$ справедлива рівність

$$\begin{aligned} V_{n,p}(h^*; 0) &= -\frac{1}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{k_0-1} \frac{1}{k^2} \int_0^{2\pi k} \left(h^*\left(\frac{t}{n} + \frac{\pi}{2n}\right) + h^*\left(-\frac{t}{n} - \frac{\pi}{2n}\right) \right) \cos t dt + \\ &+ O(1), \text{ де } k_0 = \left[\frac{2n-p+1}{2p} - \frac{1}{n} \right]. \end{aligned}$$

Оскільки функція $h^*(t)$ – парна, то

$$V_{n,p}(h^*; 0) = -\frac{1}{\pi^2} \sum_{k=1}^{k_0-1} \frac{1}{k^2} \int_0^{2\pi k} h^*\left(\frac{t}{n} + \frac{\pi}{2n}\right) \cos t dt + O(1). \quad (8)$$

В силу леми 3 при $t \in [0; \pi]$

$$h^*(t) = \text{sign} \sin nt + \Delta(t),$$

де $|\Delta(t)| \leq 1, \Delta(t) \neq 0$ на проміжках $\left[\frac{\pi}{kn} - \frac{1}{m'}; \frac{\pi}{kn} + \frac{1}{m'}\right]$ тому

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi k} h^* \left(\frac{t}{n} + \frac{\pi}{2n} \right) \cos t \, dt = n \int_0^{\frac{2\pi k}{n}} h^* \left(\tau + \frac{\pi}{2n} \right) \cos n\tau \, d\tau = \\
& = n \int_{\frac{\pi}{2n}}^{\frac{2\pi k}{n} + \frac{\pi}{2n}} h^*(t) \sin nt \, dt = n \int_{\frac{\pi}{2n}}^{\frac{2\pi k}{n} + \frac{\pi}{2n}} |\sin nt| \, dt + \\
& + n \int_{\frac{\pi}{2n}}^{\frac{2\pi k}{n} + \frac{\pi}{2n}} \Delta(t) \sin nt \, dt = 2k + n \int_{\frac{\pi}{2n}}^{\frac{2\pi k}{n} + \frac{\pi}{2n}} \Delta(t) \sin nt \, dt. \tag{9}
\end{aligned}$$

Оскільки

$$\left| n \int_{\frac{\pi}{2n}}^{\frac{2\pi k}{n} + \frac{\pi}{2n}} \Delta(t) \sin nt \, dt \right| \leq \frac{4\pi k}{m'},$$

то із (8) та (9) маємо, що

$$V_{n,p}(h^*; 0) = -\frac{2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{k_0-1} \frac{1}{k} + O \left(\sum_{k=1}^{k_0-1} \frac{4n}{km'} \right). \tag{10}$$

В силу довільності m' величина $\sum_{k=1}^{k_0-1} \frac{4n}{km'}$ може бути обмеженою.

Відомо, що

$$\sum_{k=p}^s \frac{1}{k} = \ln \frac{s}{p} + O(1),$$

тому

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{k_0-1} \frac{1}{k} &= \ln(k_0 - 1) + O(1) = \ln \left[\frac{2n - p + 1}{2p} - \frac{5}{4} \right] + O(1) = \\
&= \ln \frac{n}{p} + O(1). \tag{11}
\end{aligned}$$

Об'єднаємо нерівність (6), рівності (7), (10) і (11) і одержуємо:

$$\mathbf{E}_n \left(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p} \right) \geq \frac{4}{\pi^2} \bar{\psi}(n) \ln \frac{n}{p} + O(1) \bar{\psi}(n),$$

Таким чином, доведено наступну асимптотичну оцінку.

Теорема 2. Якщо $\psi_1 \in \mathfrak{M}_0$, $\psi_2 \in \mathfrak{M}_c$, $p = n \cdot \alpha_n$, де $\alpha_n \cdot \ln n = O(1)$, то при $n \rightarrow \infty$ справедлива нерівність

$$\mathbf{E}_n \left(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p} \right) \geq \frac{4}{\pi^2} \bar{\psi}(n) \ln \frac{n}{p} + O(1) \bar{\psi}(n),$$

де $\bar{\psi}(n) = \sqrt{\psi_1^2(n) + \psi_2^2(n)}$, а $O(1)$ — величина рівномірно обмежена по n .

Із теорем 1 та 2 випливає, що для величини $\mathbf{E}_n(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p})$ одержалася потрібна рівність.

Список використаних джерел:

1. Степанец А.И. Методы теории приближений. Киев: Ин-т математики НАНУ, 2002. – Т.1. – 426 с.
2. Теляковский С. А. Приближение периодических функций суммами Валле-Пуссена.// Докл. АН СССР.-1958.-121, №3.-с.426-429.
3. Степанец А.И. Приближение $\bar{\psi}$ -интегралов периодических функций суммами Фурье (небольшая гладкость). – Предпринт 97.3. – К.: Ин-т математики НАНУ, 1997. – 48 с.
4. Ефимов А.В. Приближение непрерывных периодических функций суммами Фурье. – Изв. АП СССР, сер. матем., 1959, 23, №5. – С. 737-770.

The problem of Kolmogorov-Nicholas in class $L_1^{\bar{\psi}}$ for Valle Poussin sums close to the sums of the Fourier integral metric in L , and found the asymptotic equality values $\mathbf{E}_n(L_1^{\bar{\psi}}; V_{n,p})$.

Key words: amount Valle Poussin, asymptotic estimate the amount Fourier integral metrics.

УДК 517.5

Валентюк А. В., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету Науковий керівник – **Сорич В. А.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

НАЙКРАЩЕ НАБЛИЖЕННЯ ТА ПОПЕРЕЧНИКИ КЛАСІВ ЗГОРТОК ДЕЯКИХ ЛІНІЙНИХ КОМБІНАЦІЙ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Запропоновані достатні умови належності ядер до класу N_n^ , що дало змогу, в деяких випадках, знайти точні значення величин найкращих наближень відповідних класів згорток. Показано, що знайдені оцінки знизу поперечників за Колмогоровим у багатьох випадках є точними.*

Ключові слова: класи функцій, умова Надя N_n^* , поперечник за Колмогоровим, найкраще наближення.

Нехай $f \in L$ і

$$S[f] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \quad (1)$$

її ряд Фур'є. Нехай, далі, $\psi(k)$ – деяка функція натурального аргументу і β – фіксоване дійсне число. Припустимо, що ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\psi(k)} \left[a_k \cos \left(kx + \frac{\beta\pi}{2} \right) + b_k \sin \left(kx + \frac{\beta\pi}{2} \right) \right] \quad (2)$$

є рядом Фур'є деякої функції простору L . Цю функцію називають (ψ, β) -похідною функції $f(\cdot)$.

Через $L_{\beta, p}^{\psi}$ позначимо клас 2π -періодичних функцій $f(\cdot)$, що допускають подання вигляду

$$f(\cdot) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_{\beta}(\cdot - t) \varphi(t) dt \stackrel{\text{def}}{=} \frac{a_0}{2} + (\Psi_{\beta} * \varphi)(\cdot), \quad (3)$$

де $\Psi_{\beta}(t)$ – сумовна функція з рядом Фур'є

$$S[\Psi_{\beta}(t)] = \sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) \cos \left(kt - \frac{\beta\pi}{2} \right), \quad (4)$$

$$\int_0^{2\pi} \varphi(t) dt = 0, \quad \|\varphi\|_p = \left(\int_0^{2\pi} |\varphi(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \leq 1.$$

Множини неперервних функцій $C \cap L_{\beta, p}^{\psi}$ позначимо $C_{\beta, p}^{\psi}$.

Далі будемо розглядати ядра $K(t)$ вигляду

$$K(t) = \sum_{i=1}^m \psi_i(n) \cdot K_{\psi_i, \beta_i}(t) = \sum_{i=1}^m \psi_i(n) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)} \cos \left(kt - \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2} \right), \quad (5)$$

де $\psi(k) > 0$, $\psi_i(k) > 0$, $k \in N$, $\beta, \beta_i \in R$, $i = \overline{1, m}$, $\psi_i(n)$ – зрівноважуючий множник. Якщо послідовності $\frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}$ у співвідношенні (5)

задовольняють умову

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)} < \infty \text{ при кожному } i = \overline{1, m}, \text{ то, аналогічно до досліджень,}$$

приведених в [1], можна показати, що ряд (5) є рядом Фур'є функції $K(t)$, а функція $f(t)$ із множини $L_{\beta, p}^{\psi}$ записується у вигляді згортки

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + (K * \varphi)(x).$$

N -вимірним поперечником за Колмогоровим називають величину

$$d_n(\mathfrak{R}, X) == \inf_{L_n \subset X} \sup_{x \in \mathfrak{R}} \inf_{y \in L_n} \|x - y\|_X. \quad (6)$$

У роботі досліджуються апроксимаційні властивості лінійних комбінацій

$$F(x) = \frac{a_0}{2} + \left(\sum_{i=1}^m c_i(n) \psi_i(n) K_{\psi_i, \beta_i}(t) * \varphi \right) (x).$$

Перш за все приведемо факт існування та єдиності інтерполяційних SK -сплайнів (див. [2]). Будемо вважати, що SK -сплайни породжуються ядрами вигляду (5), де

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)} < +\infty, \quad \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)} = \frac{\varphi_i(k)}{k}$$

і $\varphi_i(k)$ – спадні до нуля послідовності додатних чисел, $i = \overline{1, m}$. Тоді для довільної неперервної функції $f(\cdot)$, та для довільного набору $F = \{f(y_k)\}_{k=1}^n$, інтерполяційний SK -сплайн існує та єдиний у таких випадках:

- 1) $y = 0$ і
 - а) $n = 2q$, $(\exists i): \beta - \beta_i \neq 2p - 1$, $q \in N$, $p \in Z$;
 - б) $n = 2q - 1$, $\beta - \beta_i \in R$, $q \in N$, $i = \overline{1, m}$;
- 2) $\varphi_i(k)$ – опуклі донизу, $y = \frac{\pi}{n}$ та:
 - а) $n = 2q$, $(\exists i): \beta - \beta_i \neq 2p$, $q \in N$, $p \in Z$;
 - б) $n = 2q - 1$, $\beta - \beta_i \in R$;
- 3) $\varphi_i(k)$ – тричі монотонні та:
 - а) при $y \in \left(0, \frac{\pi}{n}\right)$, $4p \leq \beta - \beta_i \leq 4p + 1 \vee 2 + 4p \leq \beta - \beta_i \leq 3 + 4p$;
 - б) при $y \in \left(\frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}\right)$, $1 + 4p \leq \beta - \beta_i \leq 2 + 4p \vee 3 + 4p \leq \beta - \beta_i \leq 4 + 4p$, $p \in Z$, $i = \overline{1, m}$;
- 4) $\varphi_i(k)$ – тричі монотонні, $\beta - \beta_i \in Z$ і:
 - а) $n = 2q$, $q \in N$, $y \neq \begin{cases} 0, & \text{при } \beta - \beta_i = 2p - 1, \\ \frac{\pi}{n}, & \text{при } \beta - \beta_i = 2p; \end{cases}$
 - б) $n = 2q - 1$, $y \in R$, $p, q \in N$, $i = \overline{1, m}$.

Позначимо через $E_n(C_{\beta, \infty}^{\psi})$, $E_n(L_{\beta, 1}^{\psi})$ величини найкращих наближень класів $C_{\beta, \infty}^{\psi}$ і $L_{\beta, 1}^{\psi}$ в метриках просторів C і L відповідно тригонометричними многочленами $T_{n-1}(\cdot)$, степеня не вищого за $n - 1$.

Зауважимо, що всі відомі до нинішнього часу точні значення величин $E_n(C_{\beta, \infty}^{\psi})$, $E_n(L_{\beta, 1}^{\psi})$, навіть якщо лінійна комбінація $F(x)$ співпадає із самою функцією $f(x)$ ($m = 1$, $c_1(n) = \psi_1(n) = 1$, $f_{\beta_1}^{\psi_1}(t) \equiv f(t)$) були одержані для класів, породжених ядрами $K(t)$, що задовольняють умову Нікольського A_n^* [3], або навіть більш жорстку, умову Надя N_n^* [4]. Приведемо тут більш очевиднішу із них, умову Надя.

Означення. Кажуть, що сумовна 2π -періодична функція $K(t)$ задовольняє умову N_n^* , $n \in N$ ($K \in N_n^*$), якщо існують тригонометричний

поліном $T_{n-1}^*(\cdot)$ і точка $\xi \in \left[0; \frac{\pi}{n}\right)$ такі, що різниця $(K(t) - T_{n-1}^*(t))$ змінює знак у точках

$$t_k = \xi + \frac{k\pi}{n}, \quad k = 0, 1, \dots, 2n - 1 \text{ і лише в них.}$$

С. М. Нікольським [3] було показано, що включення ядра згортки $K(t) \in N_n^*$ забезпечує виконання рівностей

$$E_n(C_{\beta, \infty}^\psi) = E_n(L_{\beta, 1}^\psi) = \frac{1}{\pi} E_n(K)_L = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |K(t) - T_{n-1}^*(t)| dt. \quad (7)$$

Мають місце достатні умови, що забезпечують належність ядер вигляду

$$K(c, t) = \sum_{i=1}^m c_i(n) \psi_i(n) K_{\psi_i, \beta_i}(t),$$

див. (5), до множини N_n^* .

У випадку виконання нерівностей

$$\frac{\psi(k+1) \psi_i(k)}{\psi_i(k+1) \psi(k)} < \frac{1}{2(\sqrt{2}+1)(n+1)}, \quad k = n, n+1, \dots, \quad i = \overline{1, m}, \quad (8)$$

має місце включення $K(c, t) \in N_n^*$, для довільних $\beta \in R, \beta_i \in R, n \in N$.

Теорема 1. Нехай функція $K(c, t)$ така, що $\forall i: i = \overline{1, m}$, значення доданку суми $\sum_{i=1}^m$ в точці $t = 0$ одного знаку, та для даного $n \in N$ виконується умова (8). Тоді $K(c, t) \in N_n^*$.

При доведенні справедливості теореми 1 ми діємо на функцію $K(c, t)$ лінійним диференціальним оператором

$$\lambda_{n-1}(D) = D(D^2 + 1^2)(D^2 + 2^2) \dots (D^2 + (n-1)^2),$$

де $D = \frac{d}{dt}$ – символ диференціювання, здійснюємо відповідні перетворення та використовуємо твердження роботи [5].

Лема. Нехай

$$g(x) = \sum_{k=n}^{\infty} b_k \cos(k(x + x_k)), \quad n \geq 1 \text{ і } n|b_n| > \sqrt{2} \sum_{k=n+1}^{\infty} k|b_k|.$$

Тоді число нулів $Z(g)$ функції $g(x)$ на періоді $[0; 2\pi]$ з урахуванням кратності дорівнює $2n$.

Зауваження. На випадок кількості доданків $m = 1$ лінійної комбінації $F(x)$ результати теореми 1 отримані А. С. Сердюком.

Нарешті, можна показати, що оцінки знизу поперечників d_n класів згорток деяких лінійних комбінацій функцій високої гладкості є точними. А саме справедлива

Теорема 2. Нехай функція $K(c, t)$ така, що $\forall i: i = \overline{1, m}$, значення доданку суми $\sum_{i=1}^m$ в точці $t = 0$ одного знаку, та для даного $n \in \mathbb{N}$ виконується умова (8). Тоді справедливі рівності

$$d_{2n}(C_{\beta, \infty}^{\psi}) = d_{2n-1}(C_{\beta, \infty}^{\psi}) = d_{2n-1}(L_{\beta, 1}^{\psi}) = \|K(c, t) * \text{sign} \sin nt\|_{L_{\infty}}, \quad (9)$$

де $d_N(C_{\beta, \infty}^{\psi})$ і $d_N(L_{\beta, 1}^{\psi})$ – поперечники за Колмогоровим порядку N класів $C_{\beta, \infty}^{\psi}$ і $L_{\beta, 1}^{\psi}$ в метриках просторів C і L відповідно.

Список використаних джерел:

1. Степанец А. И. Классификация и приближение периодических функций / А. И. Степанец. – К. : Наук. думка, 1987. – 268 с.
2. Сорич В. А. Умови існування інтерполяційних SK -сплайнів деяких лінійних комбінацій / В. А. Сорич, Н. М. Сорич // П'ятнадцята міжнародна наукова конференція ім. акад. Михайла Кравчука, 15 – 17 травня, 2014 р., Київ : Матеріали конф. Т. 2. Алгебра. Геометрія. Математичний аналіз. – К. :НГУУ «КПУ». – 2014. – с. 178 – 179.
3. Никольский С. М. Приближение функций тригонометрическими полиномами в среднем / С. М. Никольский // Изв. АН СССР, сер. матем. – 1946. 10, № 3. – с. 207 – 256.
4. Nady В. Über gewisse Extremalfragen bei transformierten trigonometrischen Entwicklungen / В. Nady // Berichte Akad. d. Wiss. Leipzig. – 1938. – 90. – р. 103 – 134.
5. Хоа Нгуен Тхи Тхьеу. Оператор $D(D^2 + 1^2)(D^2 + 2^2) \dots (D^2 + n^2)$ и тригонометрическая интерполяция / Нгуен Тхи Тхьеу Хоа // Anal. Math. – 1989. – 15, № 4 – р. 291 – 306.

Proposed sufficient conditions belonging to the class of nuclear N_n^ , which made it possible, in some cases, to find the exact values of the best approximations of corresponding classes bundle. It is shown that found lower estimates for Kolmogorov widths in many cases are accurate.*

Key words: classes of functions, Nady condition N_n^* , diameter by Kolmogorov, best approximation.

УДК 517.5

Варик Н. В., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник – **Сорич В. А.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

НАЙКРАЩЕ НАБЛИЖЕННЯ ЛІНІЙНОЇ КОМБІНАЦІЇ КЛАСІВ ФУНКЦІЙ, ЩО АНАЛІТИЧНО ПРОДОВЖУЮТЬСЯ В СМУГУ

Обчислені точні значення величин найкращого наближення лінійної комбінації класів функцій, що аналітично продовжуються в смугу в метриках просторів C та L .

Ключові слова: класи періодичних функцій, згортка функцій, $\frac{2\pi}{n}$ — періодична функція, найкраще наближення класів функцій.

Нехай L_∞ — простір 2π – періодичних вимірних і істотно обмежених функцій $f(\cdot)$ із нормою $\|f\|_{L_\infty} = \|f\|_\infty = \text{ess sup}|f(x)|$; C — простір неперервних 2π – періодичних функцій $f(x)$ із нормою $\|f\|_C = \max|f(x)|$; L_1 — простір 2π – періодичних сумовних на $(0, 2\pi)$ функцій із нормою

$$\|f\|_{L_1} = \|f\|_L = \int_0^{2\pi} |f(x)| dx.$$

Через A_h позначимо клас функцій, що аналітично продовжуються в смугу. При цьому функції, що входять у множину A_h записуються у вигляді згортки:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) \psi_h(t) dt, \quad (1)$$

де $\psi_h(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos kt}{\text{ch } kh}$ — ядро, $h \in (0, \infty)$, а функції $\varphi(\cdot)$ такі, що

$\varphi \in S_M = \{\varphi: \text{ess sup}|\varphi(t)| \leq 1\}$, або ж $\varphi \in S_1 = \left\{ \varphi: \int_0^{2\pi} |\varphi(t)| dt \leq 1 \right\}$, числа

h_1, h_2, \dots, h_m, h підпорядковані умові $0 < h_i < h, i \in \overline{1, m}$.

Позначимо через $\sum_{n,m}(f; x; t_{n-1,i})$, таку суму:

$$\sum_{n,m}(f; x; t_{n-1,i}) = \sum_{i=1}^m c_i(n) \left(f^{\psi_i}(x) - t_{n-1,i}(x) \right),$$

де $t_{n-1,i}(x)$ — тригонометричні многочлени степеня не вищого за $n-1$, а $f^{\psi_i}(x) - \psi_i$ похідна функції $f(x)$, в сенсі О. І. Степанця, яка означається наступним чином.

Якщо $S[f] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx)$ — ряд Фур'є

функції $f(x)$, то $f^{\psi_i}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \text{ch } kh_i (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx)$ або (див.

напр. [1])

$$f^{\psi_i}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{ch } kh_i}{\text{ch } kh} \cos kt \right) dt.$$

У роботах [2], [3] знайдено точні значення величин найкращого наближення $E_n(A_h)_\infty, E_n(A_h)_1$, класів функцій, які допускають аналітичне продовження в смугу, відповідно в рівномірній та інтегральній метриках.

У цій статті розглядаються аналогічні задачі обчислення точних значень величин найкращого наближення лінійної комбінації класів функцій

$$E_{n,m}(A_h)_\infty = \sup_{f \in A_h} \inf_{\{t_{n-1,i}\}_{i=1,m}} \max_{x \in [0;2\pi]} \left| \sum_{i=1}^m c_i(n) (f^{\psi_i}(x) - t_{n-1,i}(x)) \right|, \quad (2)$$

$$E_{n,m}(A_h)_1 = \sup_{f \in A_h} \inf_{\{t_{n-1,i}\}_{i=1,m}} \max_{x \in [0;2\pi]} \int_0^{2\pi} \left| \sum_{i=1}^m c_i(n) (f^{\psi_i}(x) - t_{n-1,i}(x)) \right| dx, \quad (3)$$

де $t_{n-1,i}(\cdot)$, $(i = \overline{1,m})$ — тригонометричні многочлени степеня не вищого за $n - 1$.

Для розв'язання задач (2) і (3) використовуємо декілька загальних тверджень. Зокрема мають місце:

Теорема 1. Нехай $f(x)$ сумовна $\frac{2\pi}{n}$ -періодична функція. Тоді

$$\int_0^{2\pi} f(x) \sin kx dx = 0 \text{ та } \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx dx = 0, k = 1, 2, \dots, n - 1. \quad (4)$$

Якщо при цьому $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 0$, тоді функція $f(x)$ ортогональна всім

тригонометричним многочленам степеня не вищого за $n - 1$.

Теорема 2. Нехай функція $f(x)$ сумовна і тригонометричний многочлен $t_{n-1}^*(x)$ такий, що при деякому γ^* функція $(f(x) - t_{n-1}^*(x)) \text{sign} \sin n(x - \gamma^*)$ не змінює свого значення на періоді. Тоді

$$E_n(f) = \|f(x) - t_{n-1}^*(x)\|_L = \left| \int_0^{2\pi} f(x) \text{sign} \sin n(x - \gamma^*) dx \right|.$$

Теорема 3. Нехай задана система вузлів $t_k = \gamma + \frac{k\pi}{n}$. Якщо 2π -періодична функція $f(x)$ така, що $\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k f(x_k) = 0$, то існує єдиний многочлен $t_{n-1}(x)$ інтерполюючий функцію $f(x)$ у вузлах t_k , де $k = 1, \dots, 2n$.

Теорема 4. Нехай скрізь скінченна 2π -періодична функція $f \in L$ така, що функція $G(f; x) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{2n} (-1)^k f\left(x + \frac{k\pi}{n}\right)$, при деякому значенні $x = \gamma$ із проміжку $\left[0; \frac{\pi}{n}\right)$ приймає значення рівне нулю, і при цьому тригонометричний многочлен $t_{n-1}^*(x)$ інтерполює функцію $f(x)$ у вузлах

$t_k = \gamma + \frac{k\pi}{n}$ ($k = 1, 2, \dots, 2n$). Тоді, якщо на кожному із проміжків $[t_k, t_{k+1}]$ ($k = 1, 2, \dots, 2n - 1$) майже скрізь виконується нерівність $\varepsilon \cdot (-1)^k (f(x) - t_{n-1}^*(x)) \geq 0$, де число ε приймає значення ± 1 , то

$$E_n(f)_L = \inf_{t_{n-1}} \|f(x) - t_{n-1}(x)\|_L = \|f(x) - t_{n-1}^*(x)\|_L = \left| \int_0^{2\pi} f(x) \operatorname{sign} \sin n(x - \gamma) dx \right|. \quad (5)$$

Шукаючи значення величини (2), перш за все, зводимо функціонал $E_n(A_h)_\infty$ до еквівалентного подання

$$E_n(A_h)_\infty = \sup_{f \in A_h} \inf_{t_{n-1}} \left\| \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) \sum_{i=1}^m c_i(n) A_{h/h_i}(t) dt - t_{n-1}(x) \right\|_C \quad (6)$$

де $\varphi(t) = (\psi, 0)$ — похідна функції $f(x)$ (див. напр. [1]), $\|\varphi\|_\infty \leq 1$,

$$A_{h/h_i}(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} k h_i}{\operatorname{ch} k h} \cos kt. \quad (7)$$

Далі, розв'язання задачі зводиться до встановлення того факту, що ядро $\sum_{i=1}^m c_i(n) A_{h/h_i}(t)$ задовольняє так звану умову С. М. Нікольського (A_n^*) [4]:

при кожному натуральному n знайдуться тригонометричний многочлен $t_{n-1}^*(t)$ степеня не вищого за $n - 1$ та натуральне число $n_* > n$ таке, що для функції $\varphi_*(t) = \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^m c_i(n) A_{h/h_i}(t) - t_{n-1}^*(t) \right)$ майже скрізь виконується співвідношення — $\varphi_*(t) = \varphi_* \left(t + \frac{\pi}{n_*} \right)$.

Зміст умови (A_n^*) полягає в тому, що многочлен $t_{n-1}^*(\cdot)$ здійснює найкраще наближення ядра $\sum_{i=1}^m c_i(n) A_{h/h_i}(t)$ в метриці простору L .

Для функції $F(x; \bar{c}(n)) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) \sum_{i=1}^m c_i(n) A_{h/h_i}(t) dt$, де ядро

$\sum_{i=1}^m c_i(n) A_{h/h_i}(t)$ задовольняє умову (A_n^*), має місце рівність, встановлена

С. М. Нікольським:

$$\sup_{f \in A_h} \inf_{t_{n-1}} \|F(x; \bar{c}(n)) - t_{n-1}(x)\|_C = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left| \sum_{i=1}^m c_i(n) A_{h/h_i}(t) - u_{n-1}^*(t) \right| dt, \quad (8)$$

$u_{n-1}^*(t)$ — многочлен інтерполюючий ядро в точках $\frac{k\pi}{n}, k = \overline{1, 2n}$.

Виходячи із тверджень, приведених у теоремах 1-4, та умов задач (2), (3) приходимо до результатів:

Теорема 5. При виконанні умови (A_n^*) для ядра $\sum_{i=1}^m c_i(n) A_{h/h_i}(t)$, при всіх $h \in (0; \infty)$, та має місце рівність

$$E_{n,m}(A_h)_\infty = 4 \left| \sum_{i=1}^m c_i(n) \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \operatorname{ch}((2v+1)nh_i)}{(2v+1) \operatorname{ch}((2v+1)nh)} \right|. \quad (9)$$

У випадку вибору вектора $\bar{c}_i(n) = \{c_1(n), c_2(n), \dots, c_m(n)\}$ із одними лише додатними координатами, (або ж лише від'ємними) умова (A_n^*) теореми 5 виконується.

Використовуючи результати теореми 5 та двоїсті співвідношення С. М. Нікольського [4], отримуємо також:

Теорема 6. При всіх $h \in (0; \infty)$ та $n \in N$

$$E_{n,m}(A_h)_1 = 4 \sum_{i=1}^m |c_i(n)| \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(-1)^v \operatorname{ch}((2v+1)nh_i)}{(2v+1) \operatorname{ch}(2v+1)nh}. \quad (10)$$

Список використаних джерел:

1. Степанец А. И. Классификация и приближение периодических функций / А. И. Степанец. — К.: Наук. думка, 1987. — 268 с.
2. Ахиезер Н. И. О наилучшем приближении аналитических функций / Н. И. Ахиезер // Докл. АН СССР. — 1938. — 18. №4/5 — с. 241-244.
3. Крейн М. Г. К теории наилучшего приближения периодических функций / М. Г. Крейн // Докл. АН СССР. — 1938-18, №4/5 — с. 245-251.
4. Никольский С. М. Приближение функций тригонометрическими полиномами полиномами в среднем / С. М. Никольский // Изв. АН СССР, сер. матем. — 1946 — 10, №3 — с. 207 — 256.

The exact meanings of sizes of the best approaching of linear combination of classes of functions which analytically proceed in a bar in the birth-certificates of spaces of C and L are calculated.

Keywords: classes of periodic functions, faltung of functions, $\frac{2\pi}{n}$ it is a periodic function, the best approaching of classes of functions.

Вдовичинський Д.М., студент 4-го курсу фізико-технічного інституту, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

Науковий керівник: **Родіонов А.М.**, кандидат технічних наук, доцент

АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ КЕШУВАННЯ ДАНИХ В ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

У цій роботі проведено огляд основних сучасних алгоритмів роботи з кеш-пам'яттю, класифіковано стратегії заміщення у кеш-пам'яті та розглянуто вплив розміру кеш-пам'яті на ефективність кешування даних.

Ключові слова: кеш-пам'ять, алгоритми кешування.

Вступ. Сучасні інформаційні системи вимагають високого рівня швидкодії, надійності та масштабованості. Оскільки інформаційні системи часто працюють з об'ємами даних, розмір яких значно перевищує об'єм доступної оперативної пам'яті, що призводить до неможливості помістити всю інформацію у оперативну пам'ять, то велика частина інформації під час роботи буде залишатись на зовнішніх носіях, що зменшує продуктивність системи.

Технології кешування використовуються в якості універсального методу, який дозволяє прискорити обробку та представлення даних кінцевим користувачам. Ідея кешування полягає у збереженні обробленої інформації в проміжній пам'яті швидкого доступу, яка може бути актуальна в майбутньому.

При спробах доступу до елемента в першу чергу буде перевірятись кеш-пам'ять, а потім вже оперативна та основна пам'ять. Основним фактором, який впливає на ефективність будь-якої системи кешування є вибір стратегії заміщення об'єктів в кеш-пам'яті, так як саме вона визначає множину об'єктів доступних користувачу з меншими затримками, ніж затримки доступу до об'єктів, які отримуються з основної чи оперативної пам'яті. Тому реалізація більш ефективних стратегій заміщення дозволяє підвищити ефективність роботи як кеш-системи, так і усієї системи в цілому.

Існуючі стратегії кешування. На сьогоднішній день розроблена велика кількість стратегій заміщення об'єктів у кеш-пам'яті:

– LRU (Least Recently Used) – алгоритм кешування, який ґрунтується на часовій локальності(об'єкт, запит до якого був здійснений недавно, буде з великою ймовірністю використовуватись в найближчий час). В даному алгоритмі витісняються елементи, які довше за інші не використовувались. Алгоритм LRU простий в реалізації, але його можливості прогнозування

істотно обмежені. В силу своєї простоти, а також завдяки непоганим результатам по ефективності дана стратегія є самою поширеною;

- SLRU (Segmented LRU) – модифікація LRU. Кеш-пам'ять умовно поділяється на два сегменти: незахищений та захищений.

- Після першого запиту елемент додається в незахищений сегмент, а після кеш-влучення, алгоритм пересуває елемент в захищений сегмент. При цьому всередині кожного сегменту відбувається заміщення по алгоритму LRU, але видалення зазнають лише елементи з незахищеного сегменту. Коли відбувається витіснення елементу із захищеного сегменту, він додається в незахищений сегмент з максимальним значенням лічильника «віку».

- Такий підхід дозволяє раніше популярним елементам залишатись в кеш-пам'яті протягом довгого періоду, поки елементи, запит до яких здійснився лише один раз, видаляються з незахищеного сегменту пам'яті;

- MRU (Most Recently Used) – стратегія заміщення в якій витісняють елемент, до якого було здійснено останнє звернення, вона інколи є більш ефективною за LRU, наприклад у випадках циклічного сканування великих наборів даних. Ця стратегія є традиційною при управлінні кешуванням сторінок віртуальної пам'яті;

- LFU (Least Frequently Used) - алгоритм, заснований на підрахунку числа звернень до кожного елемента, при якому витісняються елементи, які використовуються рідше за інші. Для реалізації потрібно збереження частоти звертань до кешу.

- В більшості реальних систем інформаційний потік не є однорідним, тому з часом це призводить до проблеми забруднення кеш-пам'яті – популярні в найближчий час елементи, які мають великі значення кеш-рейтингу залишаються в пам'яті напротязі деякого часу після того як популярність запитів до них істотно зменшується;

- LFU-Aging – суть алгоритму в доданні інтервалів, в які відбувається зниження кількості звертань на кожен такий об'єкт, що робить їх кандидатами на заміщення.

- Для реалізації потрібно 2 параметри: A_{cache} – середня кількість запитів для усіх об'єктів у кеш-пам'яті, M_{refs} – обмеження на число звернень для одного об'єкту.

- Кожний раз коли середнє число звернень до об'єктів в кеш-пам'яті ($A_{cache}/count$), де $count$ – кількість об'єктів у кеш-пам'яті) більше за A_{cache} , то значення кожного об'єкта зменшується на M_{refs} . Якщо кількість звернень менше ніж M_{refs} , то воно обнуляється. Таким чином значення лічильників

звернень тримаються на певному рівні, а також забезпечується зменшення відносної величини значень лічильників популярних у минулому об'єктів.

Вплив розміру кеш-пам'яті на ефективність системи кешування. Проблема вибору розміру кеш-пам'яті на перший погляд має тривіальне рішення: чим більший розмір, тим більша ефективність системи кешування. Дійсно, в більшості випадків чим більший розмір кеш-пам'яті тим менша кількість кеш-промахів, і, внаслідок, більша кількість кеш-попадань, але проблема визначення оптимального розміру кеш-пам'яті містить декілька факторів:

– Проблема зменшення швидкості доступу. Збільшення розміру кеш-пам'яті приводить до того що ресурсомісткість операцій пошуку та отримання об'єктів із кешу значно збільшується, без зміни швидкості доступу до самої кеш-пам'яті;

– Проблема існування регулярних моделей доступу з числом об'єктів в циклі більшим, ніж може містити кеш-пам'ять. Особливо це впливає на алгоритми сімейства LRU. При виникненні циклічних інструкцій додатків об'єкти інформаційної системи усі одразу не поміщаються у кеш-пам'ять, в результаті чого стратегія заміщення буде постійно витісняти один з об'єктів, але цей об'єкт точно буде використаний в найближчий час.

Класифікація стратегій заміщення об'єктів у кеш-пам'яті. У таблиці представлені характеристики об'єктів, які використовуються відповідними стратегіями заміщення, для визначення актуальності об'єкта у кеш-пам'яті:

Алгоритм	Новизна елемента	Частота звертань
LRU	+	-
SLRU	+	-
MRU	+	-
LFU	-	+
LFU-Aging	+	+

Новизна елементів - характеристика об'єкту, яка використовується відповідно до стратегії заміщення у алгоритмах LRU, MRU, SLRU, у той час як LFU використовує як таку характеристику частоту звертань до елементу, а LFU-Aging об'єднує використання цих двох характеристик.

Висновок. Дослідження особливостей організації та функціонування підсистем виявило такі недоліки як не завжди об'єктивне видалення елементів із кеш-пам'яті, що збільшує кількість кеш-промахів. Одним із пріоритетних напрямків в області кешування даних інформаційних систем є

створення інтелектуальних підсистем кешування, а також розробка нових методів заміщення об'єктів в кеш-пам'яті, наприклад, на основі алгоритмів машинного навчання без учителя.

Список використаних джерел:

1. Karedla R., Love J. S., Wherry B.G. Caching Strategies to Improve Disk System Performance. – IEEE Computer, Vol.27, 1994. – pp. 38-46.
2. Arlitt M.F., Friedrich R., Jin T. Performance Evaluation of Web Proxy Cache Replacement Policies. – Internet Systems and Applications Laboratory. – October, 1999.

This work contains review of the up-to-date operational algorithms of working with a cache memory; classification of strategies for substitution in a cache memory; and examination of an influence of a cache memory volume upon effectiveness of data caching.

Key words: cache memory, caching algorithms.

УДК 517.544

Гаврушко Д.В., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Щирба В.С.**, кандидат фізико-математичних наук,
доцент, професор кафедри інформатики

УЗАГАЛЬНЕНІ ОПТИМІЗАЦІЙНІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ТА МЕТОДИ ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ В ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ПРОСТОРАХ

У статті досліджено ефективність алгоритмів та методів розв'язання оптимізаційних задач для узагальнених задач оптимального управління. Дослідження дають можливість краще зрозуміти використання швидкозбіжних методів внутрішньої точки у нескінченно вимірних функціональних просторах.

Ключові слова: задача, оптимізаційні задачі, узагальнені задачі, класична задача оптимального керування, функціональний простір.

Дослідження проектування та управління на основі різних методів аналізу та процедур класичної вищої математики і функціонально-вартісної інженерії, за допомогою яких може бути досягнута задана мета за умови мінімізації (або максимізації) певного критерію якості, становить фундаментальну задачу оптимізації. Такі математичні дослідження, як правило, виходять за межі класичного скінченновимірного математичного аналізу і проводяться методами варіаційного числення з використанням комп'ютерних технологій.

Головна задача – забезпечити правомірність використання ефективних алгоритмів розв'язування оптимізаційних задач для узагальнених задач оптимального управління, для розв'язування яких можливе використання швидкозбіжних методів внутрішньої точки у нескінченно вимірних функціональних просторах, де важливе для методів внутрішньої точки поняття логарифмічної бар'єрної функції втрачає сенс,

проте поняття центральної траєкторії та числовий метод внутрішньої точки вдається реалізувати у функціональному просторі нескінченної розмірності завдяки використанню адаптивної багаторівневої апроксимації елементів нескінченно вимірних функціональних просторів скінченно вимірними багатосітковими наближеннями із адаптивним вибором кроків вздовж центральної.

Труднощі практичного розв'язування задач оптимального керування складними системами пов'язані в першу чергу із надмірними розмірностями комп'ютерних моделей керованих процесів із розподіленими параметрами. Цілком реально, що такі складні задачі можуть і не мати оптимального розв'язку. Тому для них пропонуємо визначати узагальнені оптимізаційні розв'язки та будувати числові алгоритми для оптимізації ускладнених систем.

Задача 1. Класична задача оптимального керування формулюється як задача відшукування $u: [t_0, T] \rightarrow U \subset R^n$, яке мінімізує або максимізує функціонал $F(x) = \int_{t_0}^T h(x(t), t) dt$ на множині допустимих траєкторій $x: [t_0, T] \rightarrow R^n$ керованої системи

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t), t), \quad t \in [t_0, T]$$

при заданому початковому значенні $x(t_0)$.

Трудності практичної побудови оптимального керування пов'язані також і з тим, що задача 1 може не мати розв'язку (оптимального керування) навіть і у випадку обмежених з ліпшицевими похідними функцій $h: R^n \times R \rightarrow R$, $f: R^n \times R^n \times R \rightarrow R^n$ та з обмеженою замкненою множиною U . Наприклад, може не існувати оптимального керування у випадку не опуклої множини $\bar{f}(x, U, t) = \{f(x, u, t), u \in U\}$. Для таких випадків чисельно будується узагальнене оптимальне керування як максимізатор \bar{x}^0 функціоналу $\int_{t_0}^T h(\bar{x}(t), t) dt$ на замкненій множині \bar{X} :

$$\bar{X} = \{\bar{x}(t) \mid \frac{d\bar{x}(t)}{dt} \in \text{cof} \bar{f}(\bar{x}(t), U, t), t \in [t_0, T]\},$$

де через $\text{cof} \bar{f}(x, U, t)$ позначено замкнену опуклу оболонку множини $\bar{f}(x, U, t)$.

Важливою особливістю узагальненого розв'язку \bar{x}^0 є те, що для кожного числа $\alpha > 0$ існує вимірна вектор-функція $u^\alpha: [t_0, T] \rightarrow R^r$, для якої розв'язок x^α задачі Коші:

$$\frac{dx^\alpha}{dt} = f(x^\alpha(t), u^\alpha(t), t), t \in [t_0; T], x^\alpha(t_0) = x^0$$

задовольняє нерівність $\max_{t \in [t_0, T]} \|x^\alpha(t) - \bar{x}^0(t)\| \leq \alpha$. У цьому зв'язку послідовність $\{u^{\alpha_k}\}_{k=1}^\infty$, яка визначається збіжною послідовністю $\alpha_k > 0$, $\lim_{k \rightarrow \infty} \alpha_k = 0$, виступає узагальненим розв'язком задачі максимізації функціоналу $F(x, u)$ на траєкторіях $x: [t_0; T] \rightarrow R^n$ задачі Коші:

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), u(t), t), t \in [t_0; T], x(t_0) = x^0 \in R^n,$$

які породжуються множиною керувань $u: [t_0; T] \rightarrow \Omega \subset R^r$. Таке означення узагальненого розв'язку переноситься і на більш загальні задачі оптимізації, де разом із пошуком оптимальної вектор-функції u потрібно знайти також і оптимальні значення $t_0, x(t_0), T, x(T)$.

Задача 2. Знайти керування $u \in U$, знайти моменти часу t_0, T і знайти початковий $x(t_0)$ та кінцевий $x(T)$ стани керованої системи

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t), t),$$

які мінімізують значення функціоналу

$$F_0(x, u, t_0, T) = \int_{t_0}^T h_0(x(t), u(t), t) dt + g_0(t_0, T, x(t_0), x(T))$$

при обмеженнях:

$$F_1(x, u, t_0, T) = \int_{t_0}^T h_i(x(t), u(t), t) dt + g_i(t_0, T, x(t_0), x(T)) \leq 0, i = \overline{1, m}.$$

Узагальнена оптимізаційна задача для керованого процесу із зосередженими параметрами сформулюється як наступна задача 3.

Задача 3. Знайти на заданій допустимій множині Ω оптимальні значення $(u, x(t_0)) \in \Omega$, які мінімізують функціонал

$$J(x, u) = B^0(x(t_0), x(T), u, \int_{t_0}^T B^1(\dot{x}(t), x(t), u(t), t, \int_{t_0}^T B^2(\dot{x}(s), x(s), s, \dot{x}(t), x(t), u(t), t) ds) dt) \quad (1)$$

на розв'язку x крайової задачі

$$f(t, x, u) = f^0(x(t_0), u, \dot{x}(t), x(t), u(t), t, \int_{D(t, u, x)} f^1(x(s), u(s), s, \dot{x}(t), x(t), u(t), t) ds) = 0, t \in [t_0, T], \quad (2)$$

$$F(x, u) = F^0(x(t_0), x(T), u, \int_{t_0}^T F^1(\dot{x}(t), x(t), u(t), t, \int_{t_0}^T F^2(\dot{x}(s), x(s), u(s), s, \dot{x}(t), x(t), u(t), t, ds) dt) = 0. \quad (3)$$

Труднощі практичної реалізації непрямих методів для розв'язування узагальненої задачі 3 пов'язані із складністю необхідних умов

оптимальності для загального випадку. Ефективні для багатьох конкретних випадків непрямі методи розв'язування узагальненої задачі 3 будуються за допомогою методів розв'язуючих операторів $\tilde{B}(u, x(t_0))$ та асимптотично-розв'язуючих операторів $\bar{B}(u, x(t_0))$ для функціоналу (1) при обмеженнях (2), (3), для яких справедливі твердження 1, 2.

Твердження 1. Оптимальний розв'язок $(u^*, x^*(t_0))$ задачі 2 є мінімізатором розв'язуючого оператора $\tilde{B}(u, x(t_0))$ на допустимій множині Ω ,

$$(u^*, x^*(t_0)) = \arg \min_{(u, x(t_0)) \in \Omega} \tilde{B}(u, x(t_0)).$$

Твердження 2. Якщо $(\bar{u}, \bar{x}(t_0))$ є оптимальним розв'язком задачі 2, то $(\bar{u}, \bar{x}(t_0))$ є мінімізатором асимптотично-розв'язуючого оператора $\bar{B}(u, x(t_0))$ на допустимій множині Ω ,

$$(\bar{u}, \bar{x}(t_0)) = \arg \min_{(u, x(t_0)) \in \Omega} \bar{B}(u, x(t_0)).$$

Прискорення збіжності ітераційного алгоритму досягається з використанням ньютонівських методів продовження центральної траєкторії.

Список використаних джерел:

1. Згуровский М.З. Системный анализ (проблемы, методология, приложения) / М.З. Згуровский, Н.Д. Панкратова. – К.: "Наукова Думка", 2005. – 743 с.
2. Бейко І.В. Задачі, методи і алгоритми оптимізації: Навчальний посібник / І.В. Бейко, П.М. Зінько, О.Г. Наконечний. – Рівне: НУВГП, 2011. – 624 с.
3. Голиков А.И. Применение метода Ньютона к решению задач линейного программирования большой размерности / А.И. Голиков, Ю.Г. Евтушенко, Н. Моллаверди // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2004. Т. 44. №9. С. 1564-1573.

In the article the efficiency of algorithms and methods for solving optimization problems for generalized optimal control problems. Studies provide an opportunity to better understand the use of rapidly interior-point method in infinite-dimensional functional spaces.

Key words: task optimization problems, generalized problem, classical optimal control problem, functional space.

УДК 510.589

Громик В.А., студент 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Іванюк В.А.**, кандидат технічних наук, доцент

ПОБУДОВА АПРОКСИМАЦІЙНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ У ФОРМІ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНИХ ПЕРЕДАТНИХ ФУНКЦІЙ

Робота посвячена отриманню математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді передатних функцій. Розглядається метод на основі диференціально-різницевої моделі.

Ключові слова: математична модель, об'єкти з розподіленими параметрами, передатна функція.

Аналіз існуючих прикладних програм комп'ютерної математики показує, що з-поміж розроблених програмних засобів є багато ефективних модулів для якісного та кількісного аналізу передатних функцій об'єктів із зосередженими параметрами, але явно недостатньо таких, які забезпечують побудову та дослідження передатних функцій об'єктів з розподіленими параметрами. Тому розробка апроксимаційних математичних моделей динамічних об'єктів з розподіленими параметрами у формі дробово-раціональних передатних функцій є актуальною задачею.

Побудова передатних функцій. Розглянемо процес знаходження передатних функцій об'єктів з розподіленими параметрами на прикладі одношарової нескінченної пластини при відсутності внутрішніх джерел тепла. Рівняння в частинних похідних для процесу поширення тепла в даному об'єкті має вигляд:

$$-\lambda \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Граничними умовами задається розподіл щільності теплового потоку на поверхні тіла як функція координати і часу:

$$-\lambda \left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = q_0(\tau) = 0, \quad \lambda \left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=\delta} = q_\delta(\tau). \quad (2)$$

Розіб'ємо приймач теплового потоку на n елементарних ділянок-блоків розміром Δ . Середні температури цих блоків T_1, T_2, \dots, T_n , що віднесені до їх центрів, складають вектор стану $T(\tau) = [T_i]_{i=1}^n$. При цьому розміри граничних блоків встановимо рівними $\Delta/2$, а їх середні температури T_1, T_n віднесемо до торцевих поверхонь.

Для кожного блоку складемо рівняння теплового балансу між зміною його тепловмісту і потоками тепла від сусідніх блоків, а для двох граничних блоків – і від зовнішнього середовища.

У разі постійності теплофізичних характеристик матеріалу ($\lambda = const$, $c = const$, $\rho = const$) будується диференційно-різницева модель відповідно до рис. 1, де частинні похідні за просторовими змінними замінюються різницеvими співвідношеннями (приймаються граничні умови теплообміну 2-го роду (2)). Тоді рівняння (1) – (2) приймають вигляд:

$$\frac{\partial T_i}{\partial \tau} = bT_{i-1} - 2bT_i + bT_{i+1} \quad (i = \overline{2, n-1}), \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = 4bT_2 - 4bT_1, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T_n}{\partial \tau} = 4bT_{n-1} - 4bT_n + 2dq, \quad (5)$$

де $b = \frac{a}{\Delta^2}$, $d = \frac{1}{c\rho\Delta}$. В результаті отримано n рівнянь: $(n-2)$ рівнянь (3) та рівняння (4) і (5).

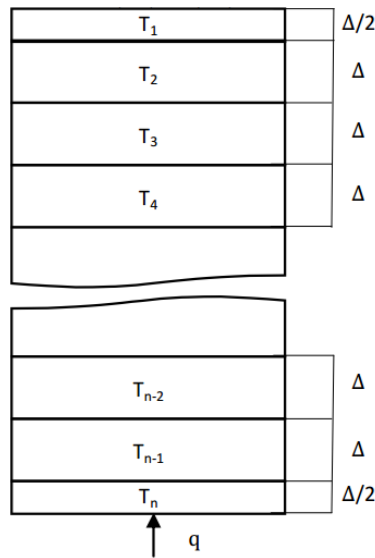


Рис. 1. Теплова схема диференціально-різницевої моделі

Математичну модель (3) – (5) подамо у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{T}(\tau) = F\mathbf{T}(\tau) + G\mathbf{U}(\tau), \quad (6)$$

де вектори стану $\mathbf{T}(\tau)$ і управління $\mathbf{U}(\tau)$, матриці обернених зв'язків F і управління G мають вигляд[1]:

$$F_{(n \times n)} = \begin{pmatrix} -2b & 2b & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ b & -2b & b & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & b & -2b & b \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 2b & -2b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}(\tau)_{(n \times 1)} = \begin{pmatrix} t_1(\tau) \\ \dots \\ t_n(\tau) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$G_{(n \times 2)} = \begin{pmatrix} 2d & 0 \\ 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 2d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}(\tau)_{(2 \times 1)} = \begin{pmatrix} q_1(\tau) \\ q_2(\tau) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

Для отримання передатних функцій перетворимо модель (6) по Лапласу до вигляду:

$$p\mathbf{T}(p) = F\mathbf{T}(p) + G\mathbf{U}(p), \quad (9)$$

і, провівши найпростіші перетворення, отримаємо

$$\mathbf{T}(p) = [pI - F]^{-1} \cdot G\mathbf{U}(p), \quad (10)$$

де $\mathbf{T}(p)$, $\mathbf{U}(p)$ — зображення по Лапласу векторів $\mathbf{T}(\tau)$, $\mathbf{U}(\tau)$ відповідно. Рівняння (8) визначає наступний вигляд матриці $W(p)$ передатних функцій:

$$W(p) = \begin{matrix} (m \times 2) \\ \\ \\ \end{matrix} [pI - F]^{-1} \cdot \begin{matrix} (n \times n) \\ \\ \\ \end{matrix} G = \begin{matrix} (n \times 2) \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{pmatrix} W_{11}(p) & \cdot & W_{12}(p) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ W_{m1}(p) & \cdot & W_{m2}(p) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

де $W_{j1}(p)$ — передатна функція по каналу впливу $q_1(\tau) \rightarrow T_j(\tau)$; $W_{j2}(p)$ то же по каналу $q_2(\tau) \rightarrow T_j(\tau)$.

Передатні функції $W_{j1}(p)$ і $W_{j2}(p)$ мають класичну форму у вигляді співвідношення поліномів від комплексного параметра p :

$$W(p) = \frac{\beta_1 p^{n-1} + \beta_2 p^{n-2} + \dots + \beta_n}{p^n + \alpha_1 p^{n-1} + \alpha_2 p^{n-2} + \dots + \alpha_n}, \quad (12)$$

в якому порядок полінома чисельника на одиницю менше порядку полінома знаменника.

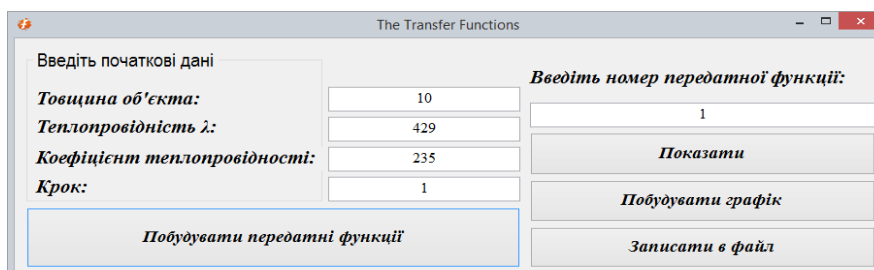


Рис.2. Інтерфейс програмного продукту

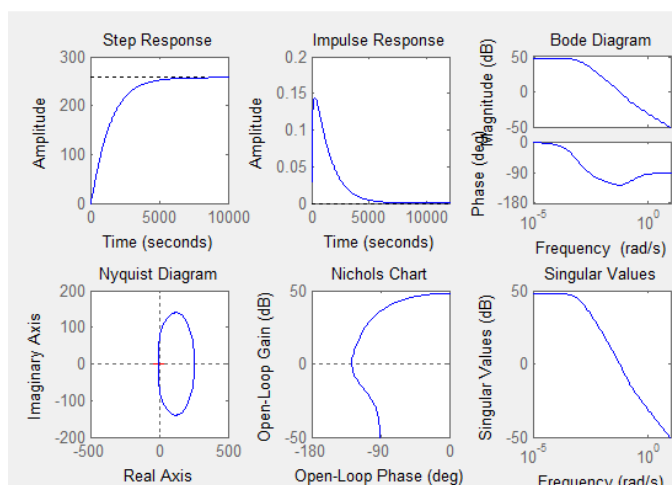


Рис. 3. Перехідні характеристики та частотні діаграми

Програмні засоби. У ході дослідження було написано програмний продукт, який зі зверненням до середовища MatLab будує передатні функції об'єктів з розподіленими параметрами. На рис. 2 зображено головне вікно програми, для побудови передатних функцій потрібно натиснути відповідну кнопку на формі. За вказаним номером можна вивести на екран передатну функцію однієї елементарної ланки, також побудувати перехідні характеристики та частотні діаграми. Для подальшої роботи можна зберегти усі передатні функції у файл.

Висновки. Побудовані програмні засоби дозволяють отримувати апроксимаційні моделі об'єктів з розподіленими параметрами для випадку задачі теплопровідності. Розглянутий метод та програмний засіб можна розширити для інших типів диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Список використаних джерел:

1. Пилипенко Н. В. Методы и приборы нестационарной теплотметрии на основе решения обратных задач теплопроводности / Н. В. Пилипенко. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2011. – 180 с.
2. Верлань А. Ф. Комп'ютерне моделювання в задачах динаміки електромеханічних систем : монографія / А. Ф. Верлань, В. А. Федорчук, В. А. Іванюк. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. – 204 с.
3. Іванюк В.А. Способы формирования передаточных функций приемника теплового потока / В. А. Іванюк Н. Л. Костьян, А. И. Махович. – Каменец-Подольский национальный университет имени Ивана Огиенко, 2013 – 9 с.

Consecrated obtain mathematical models of objects with distributed parameters as transfer functions. The method based on dyferyntsialno-difference model.

Key words: *mathematical model, objects with distributed parameters, transfer function.*

УДК 53(07) +372.853

Гросуляк В.В., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Ніколаєв О.М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ЗАСОБИ ФІЗИКИ У ФОРМУВАННІ ГОТОВНОСТІ СТАРШОКЛАСНИКІВ ДО ВИБОРУ ПРОФЕСІЇ ФІЗИКО- ТЕХНІЧНОГО ПРОФІЛЮ.

У цій статті наведені факти, які впливають на готовність старшокласників до вибору майбутньої професії. Вказано основні засоби, використанням яких вчителем дисциплін фізико-технічного профілю сприяє зацікавленню учнів до даного напрямку.

Ключові слова: вибір професії, засоби навчання, професійного самовизначення, технічні засоби навчання.

Одна з найважливіших проблем у житті людини пов'язана з вибором майбутньої професії. Вона часто стає основою побудови відносин з людьми, та, найголовніше, дає можливості актуалізувати свої здібності, само реалізуватися.

Сучасна мережа вищих навчальних закладів пропонує широкий спектр спеціальностей, до яких може долучатися молодь. Майже в кожному регіоні існують ряд навчальних закладів, що з кожним роком відкривають нові спеціальності. Однак, роблячи вибір, до якого ВНЗ вступати та яку майбутню професію обрати, абітурієнт часто робить кроки, про які в майбутньому шкодує [1].

Вибір професії є тим відрізком життєвого шляху, який залежить від багатьох факторів:

- фактор суспільного впливу на мотиви вибору професії, тобто характеристика, що вказує на значення та престиж обраної професії;

- фактор, що пов'язаний із потребами суспільства у кадрах, із характером вимог професії до особистості учня;

- фактор особливого характеру: інтереси, схильності, здатності, особистісні якості учня, рівень загальної освіти та готовності до свідомого вибору професії [2].

Важливою передумовою успішного професійного самовизначення є також є засоби навчання, що використовуються вчителем на уроках.

Успішність процесу навчання та ефективність використання в ньому різних методів навчання значною мірою залежать від матеріальних передумов.

Засоби навчання — допоміжні матеріальні засоби школи з їх специфічними дидактичними функціями.

Слово вчителя – найістотніший засіб навчання. За допомогою слова вчитель організовує засвоєння знань учнями, формування в них практичних умінь і навичок. Викладаючи новий матеріал, він спонукає учнів до роздумів над ним.

Підручник як важливий засіб навчання слугує учневі для відновлення в пам'яті, повторення та закріплення знань, здобутих на уроці фізики, виконання домашнього завдання, повторення пройденого матеріалу [3].

Інші засоби навчання виконують різноманітні функції: одні замінюють учителя як джерело знань (кінофільми, магнітофон, навчальні пристрої та ін.); другі – конкретизують, уточнюють, поглиблюють відомості, які повідомляє вчитель (картини, карти, таблиці та інший наочний матеріал);

треті – є прямими об'єктами вивчення, дослідження (машини, прилади, хімічні речовини, предмети живої природи); четверті – «посередники» між школярем і природою або виробництвом у тих випадках, коли безпосереднє вивчення останніх неможливе або утруднене (препарати, моделі, колекції, гербарії тощо); п'яті використовують переважно для озброєння учнів уміннями та навичками – навчальними і виробничими (прилади, інструменти та ін.); шості – символічні (знакові) засоби (історичні та географічні карти, графіки, діаграми тощо) [4].

Спеціальні технічні засоби навчання (ТЗН) –необхідний чинник засвоєння знань. До них належать: дидактична техніка (кіно-, діапроектори, телевізори, відеомагнітофони, електрофони), аудіовізуальні засоби; екранні посібники статичної проєкції (діафільми, діапозитиви, транспаранти, дидактичні матеріали для епіпроєкції), окремі посібники динамічної проєкції (кінофільми, кінофрагменти та ін.), фонопосібники (грамо - і магнітофонні записи), відеозаписи, радіо- і телевізійні передачі.

Комплексне використання аудіовізуальних засобів навчання на уроках фізико-технічного профілю повинно враховувати пізнавальні закономірності навчальної діяльності учнів, їх підготовленість до сприймання і засвоєння навчального змісту за допомогою цих засобів; забезпечувати органічне поєднання їх з розповіддю вчителя, іншими засобами навчання.

Необхідно ретельно продумати поєднання слова вчителя з ТЗН, можливості використання різних методичних прийомів: пояснення, установка на сприймання перед демонструванням (простеженням) окремих елементів комплексу чи комплексу загалом, бесіда за їх змістом; пояснення (бесіда) за змістом аудіовізуальних засобів; демонстрування (прослуховування) окремих частин, фрагментів або кадрів, що чергується з розповіддю (поясненням); демонстрування (прослуховування), що супроводжується поясненням (синхронним коментуванням).

Ефективному використанню засобів навчання сприяє кабінетна система навчання, що передбачає проведення занять з усіх предметів у навчальних кабінетах, обладнаних посібниками, літературою, дидактичними матеріалами, технічними засобами, а також позаурочних занять. Така система сприяє швидкому «проникненню» учнів у тему, що вивчається на уроці; створює кращі можливості для використання наочності, ТЗН та умови для цікавої організації позаурочної роботи з предмета і позакласної виховної роботи з учнями [5].

Таким чином, свідомий вибір професії – це багато в чому вибір між стратегією адаптації людини через підпорядкування середовищу, з одного

боку, і стратегією вивільнення внутрішніх ресурсів розвитку особистості, що містять здатність вирішувати проблеми і за необхідності протистояти середовищу.

Список використаної літератури:

1. Особистісний і професійний розвиток людини в нових соціально – економічних умовах // „Психолог”. - 2003 р. №44 (листопад).
2. Нечитайло И.И. Профессиональная консультация: Методические рекомендации/ Нечитайло И.И. – Одесса: ОНМЦОКИТ, 2003. – 52 с.
3. Алексюк А. М. Загальні методи навчання в школі / А. М. Алексюк. – К.: Рідна школа, 1973. – 264 с.
4. Бабанский Ю. К. Выбор методов обучения средней школе / Под ред. Ю.К. Бабанского – М.: 1981– 176с.
5. Вашенко. Г. Загальні методи навчання: підручник для педагогів / Г. Вашенко. – К., 1997. – 415 с.

In this paper the facts that affect the willingness seniors the choice of future profession. Specified fixed assets whose use teacher disciplines of physical and technical profile promotes pupils' interest to this area.

Key words: *Career choices, learning tools, professional self, technical training.*

УДК 004.94

Доротюк В.М., студент 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Іванюк В.А.**, кандидат технічних наук, доцент

БАЗОВИЙ НАБІР ПРОГРАМНИХ БЛОКІВ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЛАНОК

У статті розглядаються типові ланки динамічних об'єктів з та їх інтегральні моделі. Побудовано програмні блоки імітаційного моделювання за допомогою реалізації елементарних ланок об'єктів із зосередженими та розподіленими параметрами та на основі обчислювальних експериментів досліджено ефективність даного підходу.

Ключові слова: *динамічні моделі, типові ланки, імітаційне моделювання, об'єкти з розподіленими параметрами, оператор Вольтерри, Matlab.*

При моделюванні динамічних об'єктів, актуальними і не до кінця розв'язаними є задачі, формування елементарних ланок за допомогою яких можна було б формувати будь-яку структуру досліджуваного об'єкта та чисельної реалізації таких ланок. При розв'язанні поставлених задач необхідно враховувати те, що отримані результати у вигляді методів та алгоритмів повинні підтримувати ідеологію структурно-алгоритмічного методу моделювання та забезпечувати ефективну комп'ютерну реалізацію моделі.

Метою статті є побудова та дослідження програмних блоків

імітаційного моделювання для реалізації елементарних ланок динамічних об'єктів.

Використання структурно-алгоритмічного методу при моделюванні динамічних систем забезпечує ефективну комп'ютерну реалізацію моделі з огляду на інженерні вимоги користувача, вимоги до якості результатів, в тому числі з урахуванням будь-якої наявної додаткової апріорної інформації про об'єкт моделювання.

В міру ускладнення динаміки систем і розширення класу досліджуваних об'єктів стає очевидною необхідність подальшого розвитку та удосконалення методів математичного моделювання. Через це використання інтегральних моделей виявляється більш ефективним, в порівнянні з іншими можливими еквівалентними видами моделей.

Якщо деяку ланку, як із зосередженими, так і з розподіленими параметрами, задано передатною функцією $W(p)$, а значить виразом $Y(p)=W(p)X(p)$, де $Y(p)$ і $X(p)$ — зображення вихідного й вхідного сигналів, то, переходячи до оригіналів, одержуємо інтегральну модель.

Крім того, з огляду на те, що добуток двох функцій-зображень відповідає згортка їхніх оригіналів, одержуємо інтегральну модель (рис. 1).

$$y(t) = \int_0^t V(t-s)x(s)ds, \quad (1)$$

де $V(t)$ — вагова функція (імпульсна перехідна характеристика) об'єкта.

Базуючись на інтегральній моделі (1) розроблено програмний модуль у вигляді s-функції Simulink, що забезпечує реалізацію моделі у вигляді

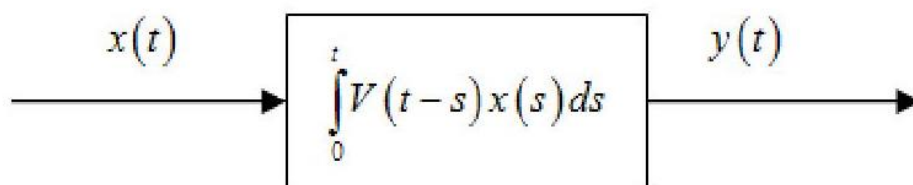


Рис. 1. Реалізація оператора Вольтерри

Досвід застосування структурно-алгоритмічного методу при створенні сучасних спеціалізованих пакетів прикладних програм свідчить про те, що для синтезу моделей певного класу об'єктів доцільно використовувати базовий набір моделей і алгоритмів. При цьому досягається максимальна формалізація процедури організації обчислювального процесу.

Базовими можуть бути алгоритми, які реалізують типові динамічні ланки (інтегруючу, диференціюючу, форсууючу, інерційну, коливальну, кратну інтегруючу, кратну інерційну і т.д.).

Блок реалізації інтегруючої ланки імітує такі процеси (рис. 2): електричний конденсатор (а), індуктивність (б), вал обертання (в), гідравлічний резервуар (г).

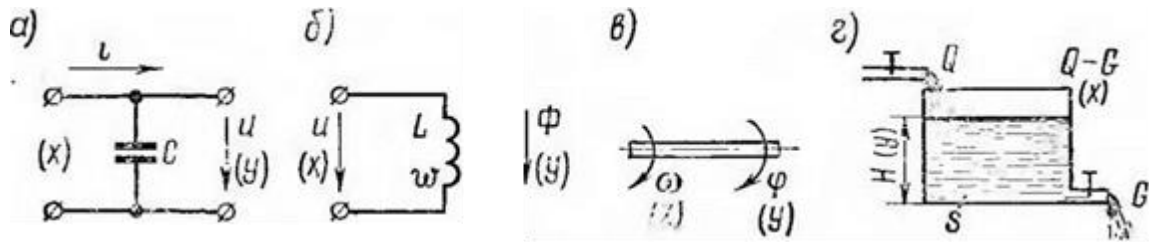


Рис. 2. Імітація інтегруючою ланкою

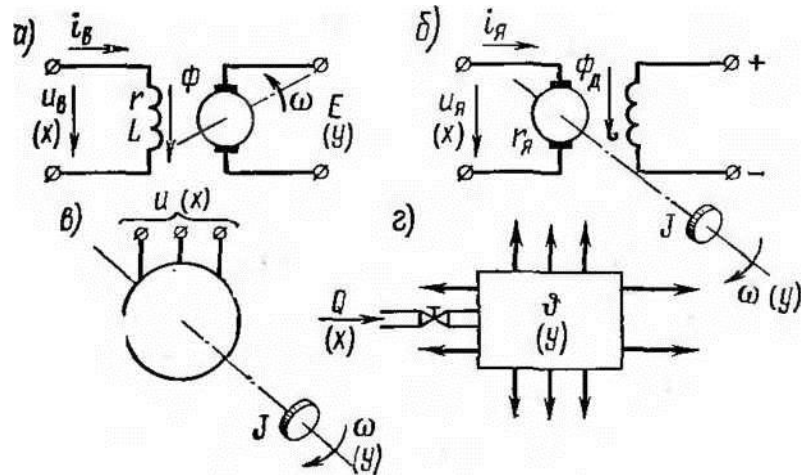


Рис. 3. Імітація інерційною ланкою

Прикладами інерційних ланок можуть служити багато об'єктів (рис. 3): генератори (а), двигуни (б і в), електричні печі (г), а також виконавчі механізми, електронні та магнітні підсилювачі, прохідні чотириполюсники, що містять індуктивності або ємності.

Прикладами коливальної ланки можуть служити пружна механічна система з істотним впливом маси, електричний коливальний контур, літальний апарат при розгляді в якості вихідної величини зміни його кута атаки і в якості вхідної – зміни величини кута керма.

При побудові елементарних блоків об'єктів з розподіленими параметрами, їх варто асоціювати з математичною або фізичною моделлю процесу, зокрема, з такими задачами математичної фізики, як: процеси теплопередачі та дифузії, що описуються рівняннями параболічного типу (нагрів тіл, дифузія речовин та ін.), гіперболічного типу (хвильові та коливальні процеси в механічних, гідро-аеродинамічних системах, електричних колах), еліптичні рівняння, що описують стаціонарні процеси того ж типу [2; 5].

Тому, для об'єктів з розподіленими параметрами можна виділити такі базові типові ірраціональні та трансцендентні ланки: напівінтегральна, напівінерційна ланка, запізнення та згасання (або напівзапізнення).

Запропонований підхід дозволяє використовувати розроблений модуль

для моделювання, об'єктів як із зосередженими, так і з розподіленими параметрами.

Висновки. Отримані інтегральні моделі типових ланок об'єктів з розподіленими параметрами дозволяють досліджувати динамічні об'єкти з потрібною точністю. Подальші дослідження в цьому напрямку повинні бути в плані розширення типових ланок та розробки методів апроксимації для зведення передатних функцій загального типу до типових ланок.

Список використаних джерел:

1. Бейтмен Г. Таблицы интегральных преобразований. Том I. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина / Г. Бейтмен, А. Эрдейи — М. : Наука, 1969. — 344 с.

2. Бутковский А. Г. Структурный метод для систем с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский // Автоматика и Телемеханика. — 1975. — № 5. — С. 5—27.

3. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — К. : Наук. думка, 1986. — 544 с.

4. Верлань А. Ф. Комп'ютерне моделювання в задачах динаміки електромеханічних систем : монографія / А. Ф. Верлань, В. А. Федорчук, В. А. Іванюк ; Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. — 204 с.

5. Теория автоматического управления : учебник для вузов /Л. С. Гольдфарб [и др.] ; ред. А. В. Нетушил. — Изд. 2-е. доп. и пере-раб. — М. : Высш. шк., 1976. — 400 с.

The article examines the typical level objects with distributed parameters and their integrated model. Powered simulation modeling program blocks by implementing elementary units of objects with distributed parameters and on the basis of numerical experiments investigated the effectiveness of this approach.

Key words: dynamic model, integral model, simulation, objects with distributed parameters, transfer function, Volterra operator, Matlab.

УДК 004.94

Закордонь О.І., студентка 6-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Іванюк В.А.**, кандидат технічних наук, доцент

ВІДНОВЛЕННЯ СИГНАЛІВ СПОТВОРЕНИХ ДИНАМІЧНИМ ОБ'ЄКТОМ НА ОСНОВІ ЙОГО ІНТЕГРАЛЬНОЇ МОДЕЛІ

У статті розглядається структурно-алгоритмічний метод моделювання. Здійснено програмну реалізацію алгоритму розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь.

Ключові слова: типові ланки, нелінійні динамічні об'єкти, інтегральна модель, рівняння Вольтерри, Simulink.

При моделюванні динамічних об'єктів, які містять ланки з розподіленими параметрами або нелінійні ланки актуальними і не до кінця розв'язаними є задачі, подібно до задач моделювання лінійних об'єктів із

зосередженими параметрами, формування елементарних ланок, за допомогою яких можна було б формувати будь-яку структуру досліджуваного об'єкта та чисельної реалізації цих ланок. При розв'язанні поставлених задач необхідно врахувати те, що отримані результати у вигляді методів та алгоритмів повинні підтримувати ідеологію структурно-алгоритмічного методу моделювання та забезпечувати ефективну комп'ютерну реалізацію моделі. Важливою умовою ефективності програмних засобів є те, що структурні блоки повинні підтримувати оборотність моделі, тобто чисельно реалізовувати, як прямі задачі, так і обернені.

Метою статті є розробка та програмна реалізація алгоритму відновлення сигналів спотворених нелінійними динамічними моделями.

Метод структурно-алгоритмічного моделювання. Використання структурно-алгоритмічного методу при моделюванні динамічних систем забезпечує ефективну комп'ютерну реалізацію моделі з огляду на інженерні вимоги користувача, вимоги до якості результатів, в тому числі з урахуванням будь-якої наявної додаткової інформації про об'єкт моделювання.

Основними позитивними особливостями структурно-алгоритмічного методу моделювання є: по-перше, такий метод дає наочну інформацію про як завгодно складну систему; по-друге, метод дозволяє однаковим способом описувати об'єкти за допомогою моделей довільного вигляду (імпульсних, перехідних або передатних функцій); по-третє, він дає можливість визначати характеристики як всієї системи в цілому, так і окремих її частин, аналізувати й синтезувати складні об'єкти, що містять ланки із зосередженими та з розподіленими параметрами, нелінійні ланки

В міру ускладнення динаміки систем і розширення класу досліджуваних об'єктів стає очевидною необхідність подальшого розвитку та удосконалення методів математичного моделювання. Через це використання інтегральних моделей виявляється більш ефективним, в протиположності іншим можливим еквівалентним видам моделей.

Динамічний об'єкт можна задати за допомогою інтегральної моделі у вигляді

$$y(t) = \int_0^t V(t-s)x(s)ds \quad , \quad (1)$$

де $V(t)$ — вагова функція (імпульсна перехідна характеристика) об'єкта.

Модель (1) є універсальною і придатною для відтворення об'єктів як із зосередженими, так із розподіленими параметрами. При цьому властивості об'єкта відображаються однією одномірною функцією $V(t)$, яка може бути

отримана: 1) аналітично з вихідних рівнянь; 2) за допомогою фізичного експерименту; 3) шляхом обчислювального експерименту з вихідною моделлю.

У випадку нелінійних моделей інтегральна модель буде мати вигляд:

$$y(t) = \int_0^t K_1(t-s)x(s)ds + \int_0^t \int_0^t K_2(t-s_1, t-s_2)x(s_1)x(s_2)ds_1ds_2 + \dots, \quad (2)$$

де K_1, K_2 - ядра оператора Вольтерри.

Досить часто виникає необхідність розв'язання оберненої задачі, коли вихідний сигнал нам вже відомий, а потрібно знайти вхідний. В цьому випадку модель набуває вигляду

$$x(t) = \int_0^t V(t-s)y(s)ds \quad (3)$$

Чисельний розв'язок рівняння Вольтерри I роду (3) при використанні методу квадратур має вигляд:

$$\begin{cases} y_1 = \frac{x'}{K_{11}}, \\ y_2 = \frac{x_2 - \frac{h}{2}K_{21}y_1}{\frac{h}{2}K_{22}}, \\ y_i = \frac{x_i - \frac{h}{2}K_{i1}y_1 - \sum_{j=2}^{i-1} \left(\frac{t_{j+1}-t_{j-1}}{2}\right)K_{ij}y_j}{\frac{h}{2}K_{ii}}, i = \overline{1,3}. \end{cases} \quad (4)$$

де

$$x' = -\frac{t_2-t_1+t_3-t_1}{(t_2-t_1)(t_3-t_1)}x_1 + \frac{t_3-t_1}{(t_2-t_1)(t_3-t_2)}x_2 - \frac{t_2-t_1}{(t_3-t_1)(t_3-t_2)}x_3. \quad (5)$$

Розглянемо випадок, коли необхідно знайти розв'язок рівняння (2) при умові, що вихідний сигнал вже відомий:

$$x(t) = \int_0^t K_1(t-s)y(s)ds + \int_0^t \int_0^t K_2(t-s_1, t-s_2)y(s_1)y(s_2)ds_1ds_2 + \dots \quad (6)$$

Чисельний розв'язок даного рівняння для двовимірного випадку при використанні методу квадратур має вигляд:

$$y_1 = \frac{x''(t)}{K_{111}} \quad (7)$$

де

$$x'' = \frac{x_2 - 2x_1 + x_0}{h^2}$$

Решта значень y_i знаходиться шляхом розв'язання наступного рівняння

$$x_i = \sum_{j=1}^{i-1} K_{ij} y_j \frac{h}{2} + K_{ii} y_i \frac{h}{2} + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{g=1}^{i-1} K_{ijg} y_j y_g + \left(\sum_{g=1}^{i-1} K_{iig} y_g \right) y_i \frac{h^2}{4} + \left(\sum_{j=1}^{i-1} K_{iji} y_j \right) y_i \frac{h^2}{4} + K_{iii} y_i^2 \frac{h^2}{4} \quad (8)$$

На основі (3) та (6) використовуючи (4)-(5) та (7)-(8) розроблено програмний модуль у вигляді блоку в Simulink, який має вигляд, як показано на рис. 1.

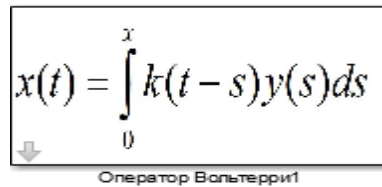


Рис.1. Структурний блок Simulink реалізації оберненої задачі
Вікно задання параметрів розробленого модуля має вигляд (Рис. 2), де:

- h - крок моделювання,
- kern – список з набору типових ланок,
- Another – назва файлу з ядрами.

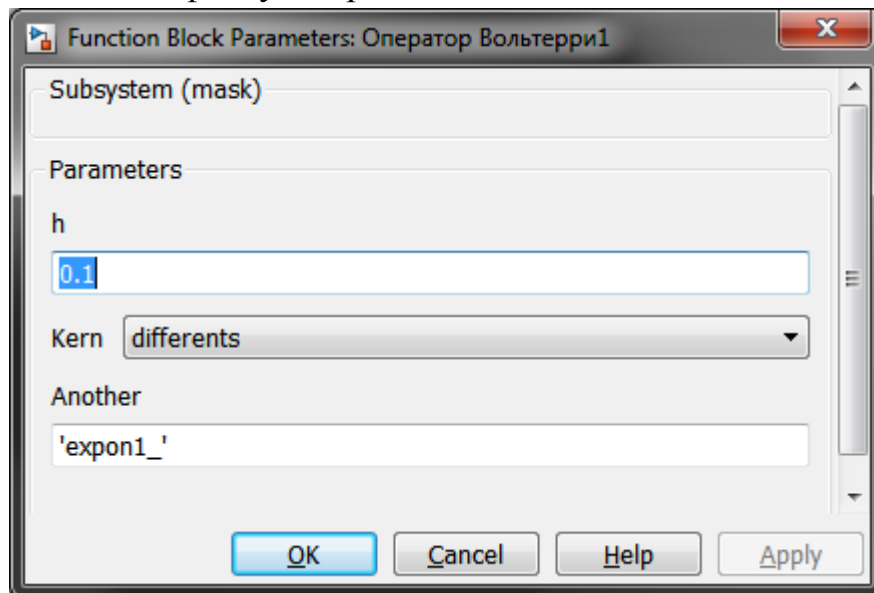


Рис.2 Вікно задання параметрів для розв'язання оберненої задачі

Висновки. В роботі розроблено та реалізовано алгоритм відновлення сигналів спотворених динамічними об'єктами. Ефективність засобів та

точність обрахунків досліджувались на великій кількості обчислювальних експериментів.

Список використаних джерел:

1. Бейтмен Г. Таблицы интегральных преобразований / Г. Бейтмен, А. Эрдейн. — М.: Наука, 1969. — 344 с.
2. Верлань А.Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков. — Киев: Наук. думка, 1986. — 544 с.
3. Закордонець О.І. Розробка програмних модулів числової реалізації інтегральних операторів Вольтерри для розширення бібліотеки Simulink / О.І. Закордонець // Збірник матеріалів наукових досліджень студентів Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. — Випуск 10. - Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2013 — с. 89-92.
4. Нетушила А.В. Теория автоматического управления / А.В. Нетушила. — М.: Высшая школа, 1976. — 400 с.
5. Пупков К.А. Функциональные ряды и теории нелинейных систем / К.А. Пупков, В.И. Капалин, А.С. Ющенко. — М.: Наука, 1976. — 448 с.

Structural and algorithmic method of modelling is considered in the article. Programming realization an algorithm of not linear integral equations solving was done.

Key words: typical elements, not linear dynamic objects, integral model, Volterra equations, Simulink.

УДК 53(07)+372.853

Ількович І.В., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Атаманчук П.С.**, доктор педагогічних наук, професор
**ЦІЛЕСПРЯМОВАНЕ ФОРМУВАННЯ УЯВЛЕНЬ ПРО НАУКОВУ
КАРТИНУ СВІТУ В НАВЧАННІ ФІЗИКИ СТАРШОКЛАСНИКІВ**

Стаття присвячена проблемі формування уявлень про наукову картину світу в навчанні фізики старшокласниками. Цілеспрямоване формування світогляду учнів – складний, багатозначний процес теоретичної, практичної та когнітивної діяльності суб'єкта.

Ключові слова: навчально-пізнавальна діяльність, навчальний процес, науковий світогляд, фізика.

Розвиток науки неминує призводить до зростання обсягу знань, які повинні бути набуті в період навчання в старшій школі. Основна увага при викладанні фізики в старшій школі звертається на глибоке осмислення фізичних законів і понять, на уміння застосовувати їх до виконання практичних завдань.

Значна увага приділяється проблемі формування наукового світогляду учнів під час вивчення природничих дисциплін. Це не випадково, оскільки фізика займається вивченням найбільш загальних та фундаментальних питань, які мають глибокий світоглядний зміст.

Мета статті: розкрити різні методичні та методологічні аспекти формування наукового світогляду учнів у навчанні фізики через вивчення найбільш загальних та фундаментальних питань, які мають глибокий світоглядний зміст

Основою формування в учнів світоглядних понять є положення про об'єктивне існування матерії, незалежно від свідомості людини. Методичним засобом для формування таких уявлень слугує експериментальне обґрунтування понять, законів і теорій, які пов'язані з рухом речовини і поля. Учні повинні засвоїти, що різні форми руху матерії описуються відповідними фізичними теоріями: механікою, молекулярною фізикою, електродинамікою, атомною і ядерною фізикою. На це потрібно звертати особливу увагу учнів основної школи, оскільки для їх мислення характерним є певний механіцизм, яким зумовлюються певні ускладнення у засвоєнні питань молекулярної фізики, електродинаміки, ядерної фізики.

Цілеспрямоване формування світогляду учнів – складний, багатозначний процес теоретичної, практичної та когнітивної діяльності суб'єкта. В навчальному процесі школи переважно і відбувається формування наукового світогляду людини. Знання набувають особистісного, світоглядного характеру, якщо вони отримані в результаті критичної розумової діяльності, перевірені на практиці, є не пасивним багажем знань, а принципом дії [9], то, на нашу думку, необхідно для цілеспрямованого формування наукового світогляду на уроках фізики використовувати активні і дієві методи. Можна виділити наступні методи цілеспрямованого формування наукового світогляду учнів:

1. Встановлення внутрішньо предметних і міжпредметних зв'язків між досліджуваними явищами і правильне їх тлумачення.

2. Суворий в науково-методичному відношенні виклад основ фізики відповідно до сучасної фізичної картини світу.

3. Використання на уроках фізики методологічних знань. Методологічні знання – узагальнені знання про методи і структуру фізичної науки, основні закономірності її функціонування і розвитку, які внутрішньо притаманні сучасному курсу фізики. Методологічні знання включають в себе: науковий експеримент і методи експериментального пізнання; фізичні теорії і методи теоретичного пізнання; стрижневі методологічні ідеї фізики;

основні закономірності розвитку фізики; концепція еволюції фізичної картини світу.

4. Генералізація, систематизація та узагальнення знань учнів.

5. Формування уявлень про розвиток науки.

6. Розкриття та ілюстрація основних законів діалектики: переходу кількісних змін у якісні; єдності і боротьби протилежностей; заперечення заперечення.

7. Розвиток наукового мислення (стилю мислення) учнів. Мислення – активний процес відображення об’єктивного світу в поняттях, судженнях, теоріях, здійснений за допомогою таких розумових операцій, як аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення, умовивід

Виділені методи цілеспрямованого формування наукового світогляду старшокласників узагальнюють всі перераховані шляхи, сприяють активізації розумової діяльності учнів, створюють умови для переведення знань з категорії простий приналежності розумовому багажу в категорію принципів дії. Однак, у практиці навчання природничих дисциплін, зокрема фізики, формування загальних світоглядних знань (наукової картини світу) часто здійснюється відповідно до такого підходу, що не сприяє трансформації цих знань у погляди і переконання учнів. Так, згідно з програмою традиційного двоступінчатого курсу фізики, єдиного для учнів 7-11-их класів, формування загальних світоглядних знань відбувається так: на першому і другому ступенях загальноосвітньої школи відбувається накопичення конкретних знань. Діяльність учителя зі становлення наукового світогляду школярів при цьому полягає у повідомленні певної світоглядної інформації, що здійснюється у вигляді «вкраплення» її у навчальний процес без чітко визначеної системи дій з цією інформацією. Такий підхід веде до становлення споглядального світогляду (В.Г. Школьник). На третьому (завершальному) ступені навчання передбачається узагальнення фізичних знань до рівня філософських ідей та принципів, що планується здійснювати на останніх уроках фізики. За час відведений для цього програмою з фізики (2 години) філософські принципи не встигають трансформуватися у погляди і переконання учнів, оскільки цей процес вимагає тривалої і систематичної реалізації учнями світоглядних функцій наукової картини світу. При такому підході (індуктивному) учні не мають можливості переконатися у справедливості філософських принципів, реалізувати їх світоглядні функції. Все це, ймовірно, уповільнює трансформацію цих знань у погляди і переконання учнів.

Важливе місце в структурі світогляду займають саме переконання. Про це зазначає у своєму дослідженні І.Бургун: “...переконання є

найважливішим компонентом світогляду, а процес трансформації знань у переконання – основною ланкою його формування” [2]. Єдиного підходу до визначення поняття “переконання” немає. Автори Українського педагогічного словника розглядають переконання як основну моральну настанову, яка визначає мету і напрям вчинків людини, міцну впевненість у чомусь, засновану на певній ідеї, на світогляді особистості [3].

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Методичні основи управління навчанням фізики : монографія / П.С. Атаманчук, О.М. Семерня. – Кам’янець-Подільський : КПДУ, інформ.-видавн. відділ, 2005. – 196 с.
2. Атаманчук П.С. Управління процесом навчально-пізнавальної діяльності / П.С. Атаманчук. – Кам’янець-Подільський : К-ПДПУ, 1997. – 136 с.
3. Авдеева И.М. Раскрытие ценностных аспектов науки как средство формирования интереса к знаниям : дис. ...канд. пед. наук / И.М. Авдеева . – М., 1988. – 238 с.
4. Бургун І.В. Формування наукового світогляду учнів основної школи у навчанні фізики : дис. ... канд. пед. наук / І.В. Бургун. – Запоріжжя, 2001. – 296 с.

The article deals with the problem of forming ideas about scientific picture of the world in teaching physics high school students. Targeted formation of world disciples - a complex, meaningful process of theoretical, practical and cognitive activity of the subject.

Key words: *teaching and learning activities, educational process, scientific outlook, physics.*

УДК 004.94

Ільчишин С.С., студент 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Іванюк В.А.**, кандидат технічних наук, доцент

РОЗРОБКА ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ ДЛЯ ЧИСЛОВОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ ІНТЕГРАЛЬНИХ РЯДІВ ВОЛЬТЕРРИ

У статті розглянуто підхід для числової реалізації інтегральних рядів Вольтерри в середовищі програмування Matlab.

Ключові слова: *динамічні моделі, нелінійні динамічні системи, ядра Вольтерри, ряди Вольтерри, Matlab.*

Розвиток теорії і методів математичного моделювання нелінійних динамічних систем є актуальною проблемою сучасної прикладної математики. В багатьох випадках, досліджувану нелінійну динамічну систему можна представити у вигляді послідовно з’єднаних лінійних динамічних і нелінійних статичних ланок, моделювання яких набагато простіше, ніж нелінійної динамічної системи в цілому. При такому підході необхідна додаткова апріорна інформація про структуру системи. У

випадку, якщо виокремити лінійну частину неможливо, то об'єкт необхідно описувати однією математичною моделлю.

Найбільш загальним і зручним з існуючих способів подання математичних моделей нелінійних систем є представлення їх за допомогою ряду Вольтерри.

При його чисельній реалізації виникають труднощі пов'язані із великою кількістю обчислювальних операцій, тому розробка та реалізація методів та засобів чисельної реалізації оператора Вольтерри є актуальною темою.

Метою роботи є розробка алгоритмів та засобів числової реалізації інтегральних рядів Вольтерри.

Нехай є нелінійна система з одним входом і одним виходом, описувана оператором:

$$y(t) = N\{x(t)\}, \quad (1)$$

де $x(t)$ – вхідний сигнал системи; $y(t)$ – вихідний сигнал системи; $N\{\}$ – нелінійний оператор.

Тоді вихідний сигнал системи може бути представлений у виді:

$$y(t) = \sum_{m=1}^n f_m(t), f_m = \int_0^t \dots \int_0^t K_m(s_1, \dots, s_m) \prod_{i=1}^m x(t-s_i) ds_i, t \in [0, T], \quad (2)$$

де $x(t), y(t)$ — відповідно вхідний і вихідний сигнали об'єкта, n — деяке натуральне число, T — час перехідного процесу, $K_m(s_1, \dots, s_m)$ — ядра Вольтерри, причому $K_1(s)$ визначає лінійну складову динамічної системи.

Функціональні ряди Вольтерри досить давно використовуються в математичному моделюванні нелінійних динамічних систем. Як і будь-який універсальний апарат, апарат рядів Вольтерри, поряд з очевидними перевагами має і недоліки. Він дає змогу представити вихідний сигнал $y(t)$ системи, яка трактується як «чорний ящик», на зовнішні впливи $x(t)$ у вигляді інтегро-степеневого ряду (2). Подання нелінійної динамічної системи за допомогою ряду Вольтерри є загальним та допускає ясну фізичну інтерпретацію і його можна розглядати як узагальнення лінійного випадку. Дійсно, якщо покласти $K_2 = K_3 = \dots = K_m = 0$, то згідно (2) ми отримаємо вираз:

$$y(t) = \int_0^t K(s)x(t-s)ds, \quad (3)$$

який широко використовується для опису лінійних систем і відомий як інтегральне рівняння згортки.

При чисельному обрахунку інтегралів будь-якими методами неминуче доводиться замінювати інтеграли скінченими сумами. При цьому отримані

скінчені співвідношення можуть бути допоміжними або носять самостійний характер як остаточні розрахункові вирази.

Інтеграл, що міститься в (3) із змінною верхньою межею вносить певні особливості в застосування квадратурних формул. При чисельних розрахунках змінна межа інтегрування фіксується і тому в цьому випадку також застосовуються формули для наближеного обчислення визначеного інтеграла, що мають у загальному випадку вигляд:

$$\int_a^b \varphi(s) dx = \sum_{i=1}^n A_i \varphi(x_i) + R[\varphi], \quad (4)$$

де $x_i(t)$ – фіксовані абсциси проміжку $[a, b]$ або вузли (вузли інтерполювання), A_i – числові коефіцієнти, $R[\varphi]$ – залишковий член

(похибка) формули; зазвичай $A_i \geq 0$ та $\sum_{i=1}^n A_i = b - a$. При рівновіддалених вузлах $x_i = a + (i - 1)h$, $i = 1, 2, \dots, n$, і поділі проміжку інтегрування на $n - 1$ рівних частин крок інтегрування дорівнює $h = \frac{b - a}{n - 1}$.

Щоб застосувати до (3) метод квадратур, необхідно використовувати вираз по аналогії до (4)

$$y(t_i) = \int_a^{t_i} K(s) x(t_i - s) ds, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

яке виходить з початкової рівності при фіксованих значеннях t_i незалежної змінної t . Значення t_i можуть бути обрані спеціальним чином або задані заздалегідь. Приймаючи значення t_i в якості вузлів квадратурної формули і замінюючи з її допомогою інтеграл в (5) скінченою сумою, отримуємо систему:

$$y(t_i) = \sum_{j=1}^i A_j K(t_i, t_j) x(t_j) + R_i[x], \quad (6)$$

де $R_i[x]$ – похибка апроксимації. Отримання виразів (6) зазвичай зв'язується з припущенням про неперервність ядра. Вважаючи похибки $R_i[x]$ малими і відкидаючи їх, отримуємо систему наступного вигляду:

$$y_i = \sum_{j=1}^i A_j K_{ij} x_j, \quad i = \overline{1, n}, \quad (7)$$

де введені такі позначення: $x(t_j) = x_j$, $y(t_i) = y_i$, $K(t_i, t_j) = K_{ij}$.

В залежності від обраного метода квадратур, (7) буде приймати значення з різною точністю. Запишемо кінцеву формулу для обрахунку (2),

використовуючи метод квадратур для обрахунку інтегралів, відповідно до (7):

$$y(t_i) = \sum_{j=1}^i A_j K_1(t_j) x(t_i - t_j) + \sum_{j=1}^i \sum_{g=1}^i A_{jg} K_2(t_j, t_g) x(t_i - t_j) x(t_i - t_g) + \sum_{j=1}^i \sum_{g=1}^i \sum_{l=1}^i A_{jgl} K_3(t_j, t_g, t_l) x(t_i - t_j) x(t_i - t_g) x(t_i - t_l) + \dots \quad (8)$$

Висновки. Ряди Вольтерри широко використовуються для побудови математичних моделей нелінійних динамічних систем типу «вхід-вихід» та можуть успішно використовуватись в різних областях науки та техніки як самостійно, так і у якості складового компоненту.

Список використаних джерел:

1. Верлань А. Ф. Комп'ютерне моделювання в задачах динаміки електромеханічних систем : монографія / А. Ф. Верлань, В. А. Федорчук, В. А. Іванюк ; Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. — 204 с.
2. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегродифференциальных уравнений / В. Вольтерра; пер. с англ. ; под ред. П. И. Кузнецова. — М.: Наука, 1982. — 304 с.
3. Іванюк В. А. Аналітичне подання рядів Вольтерри на основі експериментальних даних / В. А. Іванюк, В. В. Понеділок // Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер.: Технічні науки. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2014. — Вип. 11. — С. 43–50.
4. Іванюк В. А. Інтегральні моделі ірраціональних та трансцендентних ланок / В. А. Іванюк, В. В. Понеділок, С. Ю. Протасов // Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер.: Технічні науки. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. — Вип. 5. — С. 90–99.
5. Іванюк В. А. Комп'ютерна реалізація детермінованого способу ідентифікації інтегральних моделей нелінійних динамічних об'єктів / В. А. Іванюк, В. В. Понеділок, В. А. Грищук // Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер.: Технічні науки. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2014. — Вип. 10. — С. 59–67.
6. Павленко В. Д. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов / В. Д. Павленко // Электронное моделирование. — 2010. — Т. 32. - № 3. — с. 3-18.
7. Пупков К. А. Функциональные ряды в теории нелинейных систем / К. А. Пупков, В. И. Капалин, А. С. Ющенко. — М.: Наука, 1976. — 448 с.

In the article approach is considered for numerical realization of integrated Volterra series in a programming of Matlab environment.

Key words: dynamic model, nonlinear dynamical system kernel Volterra, Volterra series, Matlab.

Качур А.В., студентка 4–го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Іванюк В.А.**, кандидат технічних наук, доцент

РОЗРОБКА ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ СТАТИСТИЧНИХ МЕТОДІВ

У статті розглядається метод ідентифікації моделей динамічних систем на основі статистичних методів. Ефективність запропонованого підходу перевірено на обчислювальних експериментах.

***Ключові слова:** оператор Вольтерри, кореляційна матриця, Matlab, ідентифікація.*

Підвищення рівня сучасного виробництва та стрімкий розвиток засобів обчислювальної техніки призводить до автоматизації все більш складних технологічних об'єктів і цілих виробничих комплексів, до можливості організації оптимального управління технологічним процесом, що дозволяє досягнути більш низького рівня витрат і підвищити ефективність.

Знаходження оптимального управління в подібних динамічних задачах вимагає розв'язування в процесі управління досить складних математичних задач і при цьому важливе значення має вид математичної моделі системи. Для забезпечення якісного управління динамічної системи необхідно, щоб її математична модель була побудована з достатньою точністю.

При цьому велику роль відіграє задача ідентифікації. У загальній постановці проблема ідентифікації полягає у знаходженні деякого формалізованого опису, що несе інформацію про динамічні властивості системи. Ця інформація повинна бути достатня для здійснення цілей управління і для вирішення поставлених задач синтезу оптимальних параметрів системи. Застосування методів ідентифікації дає можливість кількісної оцінки для прийняття найкращих рішень, а також дозволяє здійснювати оптимізацію і оптимальне управління. Тому постає актуальною проблема розробки методів та засобів ідентифікації для конкретної математичної моделі динамічної системи.

Метою роботи є розробка алгоритмів та програмних засобів ідентифікації моделей динамічних систем на основі статистичних методів.

Нехай є багатовимірний динамічний об'єкт, на вході якого діють контрольовані $\{x_i(t)\}$ ($i = \overline{1, n}$) та неконтрольовані $\{z_i(t)\}$ ($i = \overline{1, l}$) вхідні

змінні. Тоді вихідний процес об'єкта $y(t)$ однозначно визначається операторним виразом

$$y(t) = A[x_1(t), \dots, x_n(t)] + D[z_1(t), \dots, z_l(t)] \quad (1)$$

де A, D — відповідні невідомі оператори об'єкта, які характеризують його динамічні властивості, а вихідний процес моделі $y_M(t)$, обумовлений дією контрольованих вхідних змінних $\{x_i(t)\}$ ($i = \overline{1, n}$), що описується виразом

$$y_M(t) = B[x_1(t), \dots, x_n(t)] \quad (2)$$

(B — оператор моделі, що підлягає визначенню). Очевидно, що при $z_i(t) = 0$ ($i = \overline{1, l}$) і $A=B$ модель процесу в точності адекватна об'єкту. Якщо ж ці припущення невірні, випадковий сигнал $\varepsilon(t) = y(t) - y_M(t)$ буде визначати похибку моделі у кожен момент часу.

Якщо обмежити оператор B деяким класом можливих перетворень, задача ідентифікації динамічних характеристик технологічного процесу буде полягати у визначенні оператора B , що забезпечує екстремальне значення критерію оптимальності. Оскільки помилка $\varepsilon(t)$ є випадковою функцією часу, критерій оптимальності моделі повинен носити статистичний характер, тобто в якості критерію використовуємо мінімум середньоквадратичного відхилення виходів моделі і об'єкта:

$$J = M \{ \varepsilon^2(t) \} = M \{ [y(t) - y_M(t)]^2 \}. \quad (3)$$

Більшість реальних технологічних процесів можна лінеаризувати в околі робочої точки. У цьому випадку модель процесу також представимо в класі лінійних. Тоді вихідний процес моделі подамо у вигляді

$$y_M(t) = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^t \omega_i(t-\tau) x_i(\tau) d\tau = \sum_{i=1}^n \int_0^t \omega_i(\tau) x_i(t-\tau) d\tau, \quad (4)$$

де $\omega_i(\tau)$ ($i = \overline{1, n}$) — імпульсні перехідні функції каналів моделі, що підлягають визначенню.

При статистичному підході найкраща в сенсі середньоквадратичного критерію (3) оцінка імпульсних перехідних функцій $\omega_i(\tau)$ ($i = \overline{1, n}$) лінійного стаціонарного об'єкта визначається розв'язуванням системи інтегральних рівнянь Вінера-Хопфа

$$\sum_{i=0}^n \int_0^{\infty} R_{x_i x_j}(t - \tau) \omega_i(\tau) d\tau = R_{x_j y}(t) \quad (j = \overline{1, n}) \quad (5)$$

де $R_{x_i x_j}(t)$ — взаємна кореляційна функція між i -м та j -м входами об'єкта; $R_{x_j y}(t)$ — взаємна кореляційна функція між j -м входом і виходом об'єкта. У такій постановці задача ідентифікації динамічних характеристик аналогічна вінерівській багатовимірній фільтрації. Зазвичай, починаючи з деякого $\tau \geq T$, функції $\omega_i(\tau) = 0$ ($i = \overline{1, n}$), де $T = \max T_i$, тобто об'єкт має «кінцеву пам'ять», тому (5) приймає вид

$$\sum_{i=0}^n \int_0^T R_{x_i x_j}(t - \tau) \omega_i(\tau) d\tau = R_{x_j y}(t) \quad (j = \overline{1, n}). \quad (6)$$

Очевидно, що аналітичне розв'язування задачі пов'язане з відомими труднощами. Крім того, безпосередньому розв'язуванню передують досить трудомісткий етап збору інформації, необхідної для визначення кореляційних функцій, які входять до (6) із заданою точністю, розрахунок цих функцій та їх апроксимація. У силу зазначених причин рівняння (6) безпосередньо не застосовується в деяких умовах для розв'язування задачі ідентифікації. Разом з тим при деяких спрощеннях його використовують для оцінки динамічних властивостей технологічного процесу. Зокрема, якщо вхідні змінні слабо корельовані, то в першому наближенні можна вважати

$$R_{x_i x_j}(t) = 0 \quad (i \neq j). \quad (7)$$

Тоді кореляційна матриця R_{xx} рівняння (6) діагональна, і при оцінці динамічних властивостей i -го каналу об'єкта використовується рівняння Вінера-Хопфа для одновимірного випадку:

$$\int_0^T R_{x_i x_i}(t - \tau) \omega_i(\tau) d\tau = R_{x_i y}(t) \quad (t \geq 0). \quad (8)$$

Імпульсна характеристика $\omega_i(\tau)$, що визначається з (8), являє собою один з варіантів наближеної математичної моделі і задовольняє середньоквадратичному критерію (3) у класі лінійних і стаціонарних. Аналітичне розв'язування (8) полягає в попередній апроксимації $R_{x_i x_i}(t)$, $R_{x_i y}(t)$. Розроблено програмні засоби для побудови та реалізації інтегрального оператора Вольтерри на основі статистичних методів: *statintvolt* та *Volterra*.

Синтаксис програмних засобів: $kern=statintvolt(x,y,h)$, де x – вхідний вплив; y – вихідний вплив; h – крок моделювання; $kern$ – ядро в табличному вигляді; $y=Volterra(kern,x,h,T)$,

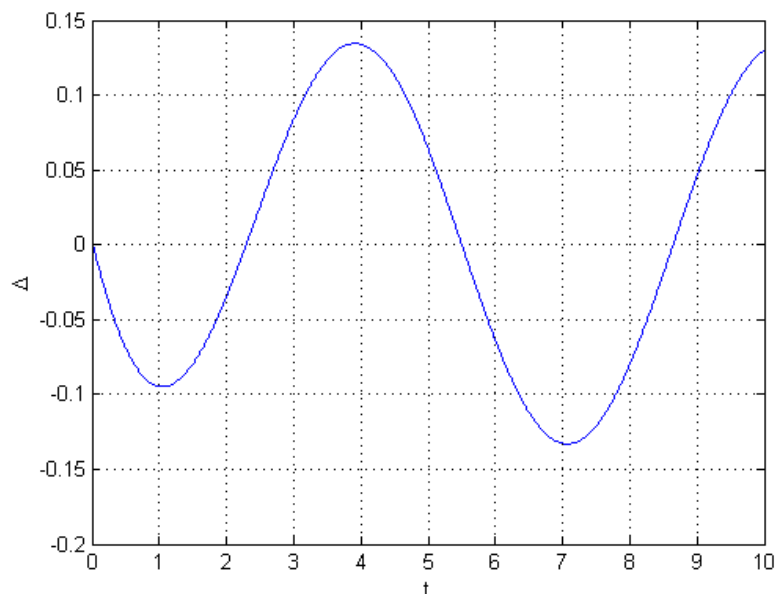


Рис. 1. Абсолютна похибка моделювання

де $kern$ – ядро в табличному вигляді; x – вхідний вплив; h – крок моделювання; T – кінцевий час моделювання; y – результуючий сигнал.

За допомогою програмних засобів було проведено ряд обчислювальних експериментів для побудови ядра інтегрального оператора. В середовищі Simulink будувалась модель, на її вхід подавався довільний сигнал (наприклад, Ramp, sin, cos тощо). У якості динамічної ланки використовувались інерційна та коливальні ланки. В результаті проведення обчислювальних експериментів отримані абсолютні похибки проведених досліджень. Зокрема, при побудові математичної моделі при умові, що вхідний сигнал є функція $f(t)=t$ (Ramp). При розв'язанні прямої задачі обчислювальні експерименти показали високу точність результатів при умові, що вхідний сигнал є корельований відносно $f(t)=t$. Наприклад, при вхідному сигналі $f(t)=0.5\sin(t)$, похибка результатів зображена рис. 1.

Висновки. Загалом проведені дослідження показали, що похибка обчислень при некорельованих вхідних впливах відносно початкового сигналу, може коливатися в межах 25-40%, у випадку корельованих вхідних впливах – до 20%.

Список використаної літератури

1. Гельфандбей Я. А. Ретроспективная идентификация возмущений и помех / Я. А. Гельфандбей, Л. В. Колосов. – М. : Сов. радио, 1972. – 232 с.
2. Егупов Н.Д. Методы классической и современной теории автоматического управления : Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления : том 1 / Н. Д. Егупов. – М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 748 с.

3. Солодовников В. В. Статистический анализ объектов регулирования / В. В. Солодовников, А. С. Усков. – М. : Машгиз, 1960. – 131 с.

In the article the method of identifying models of dynamic systems based on statistical methods. The effectiveness of the proposed approach tested in computational experiments.

Key words: *Volterra operator, correlation matrix, Matlab, identification.*

УДК 517.5

Кіріка А.С., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Сорич Н.М.**, кандидат фізико математичних наук, доцент

НАБЛИЖЕННЯ ІНТЕГРАЛІВ ПУАССОНА СУМАМИ ВАЛЛЕ-ПУССЕНА

Знайти асимптотичну поведінку при $n \rightarrow \infty$ для величини $\mathcal{E}_n(P_{\beta, \infty}^q; V_{n,p})_C$.

Ключові слова: суми Валле-Пуассена, асимптотична оцінка, класи $P_{\beta, \infty}^q$.

Нехай $q \in (0; 1), \beta \in R$ через $P_{\beta}^q(t)$ позначемо суму такого ряду

$$\sum_{k=1}^{\infty} q^k \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right)$$

Множину згорток функцій $\varphi(t) \in S_M^0$, де S_M^0 – одинична куля в просторі суттєво обмежених, сумовних функцій, із ядром $P_{\beta}^q(t)$ позначимо через $P_{\beta, \infty}^q$.

Якщо $S_k(f; x)$ - частинна сума ряду Фур'є функції $f(x)$, то сумами Валле-Пуассена називають такі тригонометричні многочлени:

$$V_{n,p}(f; x) = \frac{1}{p} \sum_{k=n-p}^{n-1} S_k(f; x)$$

В даній роботі для величини

$$\mathcal{E}(P_{\beta}^q; V_{n,p})_C = \sup_{f \in P_{\beta}^q} \|f(x) - V_{n,p}(f; x)\|_C \quad (1)$$

де $0 < q < 1, \beta \in R, 1 \leq p \leq n - 1$, знайдено асимптотичну поведінку при $n \rightarrow \infty$.

Якщо функція $f(x) \in P_{\beta}^q$, то $\forall n \in N$

$$f(x) - S_n(f; x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) \sum_{i=n+1}^{\infty} q^i \cos\left(it + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt,$$

де $\varphi(x) = f_{\beta}^q(x), \varphi \in S_M^0$.

Позначимо ядро в даному інтегралі $\mathcal{P}_{\beta,n}^q(t)$

$$\mathcal{P}_{\beta,n}^q(t) = \sum_{k=n+1}^{\infty} q^k \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right) \quad (2)$$

Лема 1. При будь-яких $\beta \in R, q \in [0; 1), n \in N$ справедлива рівність

$$\mathcal{P}_{\beta,n}^q(t) = q^n \left(g(t) \cos\left(nt + \frac{\beta\pi}{2}\right) - h(t) \sin\left(\pi t + \frac{\beta\pi}{2}\right) \right), \quad (3)$$

де

$$g(t) = \sum_{k=0}^{\infty} q^k \cos kt = \frac{1 - q \cos t}{1 - 2q \cos t + q^2}, \quad (4)$$

$$h(t) = \sum_{k=0}^{\infty} q^k \sin kt = \frac{q \sin t}{1 - 2q \cos t + q^2}, \quad (5)$$

Теорема 1. Якщо виконуються ті ж умови, що у лемі 1., то

$$\mathcal{P}_{\beta,n}^q(t) = \frac{q^n \cos\left(nt + \theta(t) + \frac{\beta\pi}{2}\right)}{\sqrt{1 - 2q \cos t + q^2}}, \quad (6)$$

де

$$\theta(t) = \operatorname{arctg} \frac{q \sin t}{1 - q \cos t}. \quad (7)$$

Оскільки

$$V_{n,p}(f; x) = \frac{1}{p} \sum_{k=n-p}^{n-1} S_k(f; x),$$

то для $f(x) \in \mathcal{P}_{\beta}^q$:

$$f(x) - V_{n,p}(f; x) = \frac{1}{\pi p} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) \sum_{k=n-p}^{n-1} \sum_{i=k+1}^{\infty} q^i \cos\left(it + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt. \quad (8)$$

Позначемо через $V_{n,p}^{q,\beta}(t)$ таке ядро:

$$V_{n,p}^{q,\beta}(t) = \frac{1}{p} \sum_{k=n-p}^{n-1} \sum_{i=k+1}^{\infty} q^i \cos\left(it + \frac{\beta\pi}{2}\right). \quad (9)$$

Об'єднаємо дану теорему і лему для того, щоб одержати інтегральне подання ядра $V_{n,p}^{q,\beta}(t)$.

Лема 2. Якщо $q \in (0; 1), \beta \in R, n \in N, 1 \leq p \leq n - 1$, то

$$V_{n,p}^{q,\beta}(t) = \frac{q^{n-p+1}}{p} Z_q^2(t) \left(\cos(n-p+1)t + \frac{\beta\pi}{2} + 2\theta(t) \right) -$$

$$-q^p \cos\left((n+1)t + \frac{\beta\pi}{2} + 2\theta(t)\right), \quad (10)$$

де

$$Z_q(t) = (1 - 2q\cos t + q^2)^{-\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

$$\theta(t) = \operatorname{arctg} \frac{qsint}{1 - qcost} \quad (12)$$

Якщо в (8) підставити подання (10), то з теореми 1.3 одержимо такий наслідок:

Наслідок 1. Для $\forall f \in P_{\beta}^q$ при $\forall n, q \in N$ ($1 \leq p \leq n-1$) справедлива рівність

$$\begin{aligned} f(x) - V_{n,p}(f; x) &= \\ &= \frac{q^{n-p+1}}{\pi p} \left(\int_0^{2\pi} \varphi(x+t) Z_q^2(t) \cos\left((n-p+1)t + 2\theta(t) + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt - \right. \\ &\quad \left. - q^p \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) Z_q^2(t) \cos\left((n+1)t + 2\theta(t) + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Оскільки клас $P_{\beta, \infty}^q$ інваріантний відносно зсуву по аргументу (функція $f(x) \in P_{\beta, \infty}^q$ тоді і тільки тоді, коли $f(x+x_0) \in P_{\beta, \infty}^q$ при $\forall x_0 \in R$), то рівність (1) еквівалентна наступній:

$$\mathcal{E}_n(P_{\beta, \infty}^q; V_{n,p})_C = \sup_{f \in P_{\beta, \infty}^q} |f(0) - V_{n,p}(f; 0)|. \quad (14)$$

Тому, з урахування наслідку 1. ми одержимо для величини $\mathcal{E}_n(P_{\beta, \infty}^q; V_{n,p})_C$ таке подання

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n(P_{\beta, \infty}^q; V_{n,p})_C &= \\ &= \frac{q^{n-p+1}}{\pi p} \sup_{\varphi \in S_M^0} \left| \int_0^{2\pi} \varphi(t) Z_q^2(t) \cos\left((n-p+1)t + 2\theta(t) + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt - \right. \\ &\quad \left. - q^p \int_0^{2\pi} \varphi(t) Z_q^2(t) \cos\left((n+1)t + 2\theta(t) + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt \right|. \end{aligned} \quad (15)$$

Позначимо перший інтеграл в (15) через $I_{n,p}(\varphi)$:

$$I_{n,p}(\varphi) = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(t) Z_q^2(t) \cos\left((n-p+1)t + 2\theta(t) + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt. \quad (16)$$

Для величини $I_{n,p}(\varphi)$ одержали таке твердження:

Теорема 2. Для $\forall \varphi \in S_M^0$ при $n \rightarrow \infty$

$$I_{n,p}(\varphi) = \int_{x_2}^{x_{2(n-p)+1}} \varphi(y(\tau)) l_{n,p}^2(\tau) \cos(n-p) \tau d\tau + \\ + O(1) \frac{1}{(n-p)(1-q)^3}. \quad (17)$$

Якщо врахувати позначення (15), то рівність (14) набуде вигляду

$$\varepsilon_n(P_{\beta,\infty}^q; V_{n,p})_C = \frac{q^{n-p+1}}{\pi p} \sup_{\varphi \in S_M^0} |I_{n,p}(\varphi) - q^p I_{n,0}(\varphi)|. \quad (18)$$

Виділимо у виразі $\sup_{\varphi \in S_M^0} |I_{n,p}(\varphi)|$ головний член при $p = \overline{1, n-1}$, тим самим буде знайдена оцінка виразу $\sup_{\varphi \in S_M^0} |I_{n,0}(\varphi)|$.

Враховуючи означення функції $I_{n,p}(\tau)$, маємо для $\varphi \in S_M^0$

$$\sup_{\varphi \in S_M^0} \left| \int_{x_2}^{x_{2(n-p)+1}} \varphi(y(\tau)) l_{n,p}^2(\tau) \cos(n-p) \tau d\tau \right| \leq \frac{2}{n-p} \sum_{k=2}^{n-p} Z_q^2(y(\tau_k)) \quad (19)$$

Якщо в кожному інтегралі

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} \varphi(y(\tau)) \cos(n-p) \tau d\tau$$

виконати заміну змінної $t = y(\tau)$, і через t_k позначити $t_k = y(x_k)$, то будемо мати

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} \varphi(y(\tau)) \cos(n-p) \tau d\tau = \\ = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \varphi(t) |\cos((n-p)\tilde{y}(t))\tilde{y}'(t)| dt, k = 2, 3, \dots$$

Тому

$$\int_{x_2}^{x_{2(n-p)+1}} \varphi(y(\tau)) l_{n,p}^2(\tau) \cos(n-p) \tau d\tau = \\ = \sum_{k=2}^{2(n-p)} Z_q^2(y(\tau_k)) \int_{t_k}^{t_{k+1}} \varphi(t) \cos((n-p)\tilde{y}(t))\tilde{y}'(t) dt.$$

Нехай $\varphi_0(t) = \text{sign} \cos((n-p)\tilde{y}(t))\tilde{y}'(t)$, $t \in [t_2; t_{2(n-p)}]$, а $\varphi^*(t)$ - 2π - періодична функція, яка на періоді задається співвідношенням

$$\varphi^*(t) = \begin{cases} 0, t \in [0; t_2) \cup (t_{2(n-p)}; 2\pi] \\ \varphi_0(t), t \in [t_2; t_{2(n-p)}] \end{cases}$$

тоді $\varphi^*(t) \in S_M^0$ і тому

$$\begin{aligned} & \sup_{\varphi \in S_M^0} \left| \int_{x_2}^{x_{2(n-p)}} \varphi(y(\tau)) l_{n,p}^2(\tau) \cos(n-p) \tau d\tau \right| \geq \\ & \geq \sum_{k=2}^{2(n-p)} Z_q^2(y(\tau_k)) \int_{t_k}^{t_{k+1}} |\cos((n-p)\tilde{y}(t))\tilde{y}'(t)| dt. \end{aligned} \quad (20)$$

Якщо в кожному з інтегралів у правій частині нерівності (19) виконати заміну, обернену до $t = y(\tau)$, то будемо мати:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} |\cos((n-p)\tilde{y}(t))\tilde{y}'(t)| dt = \int_{x_k}^{x_{k+1}} |\cos(n-p)\tau| d\tau = \frac{2}{n-p}.$$

Тому нерівність (20) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} & \sup_{\varphi \in S_M^0} \left| \int_{x_2}^{x_{2(n-p)}} y(\tau(k)) l_{n,p}^2(\tau) \cos(n-p) \tau d\tau \right| \geq \\ & \geq \frac{2}{n-p} \sum_{k=2}^{2(n-p)} Z_q^2(y(\tau_k)). \end{aligned} \quad (21)$$

Об'єднаємо теорему 2., нерівності (20) та (21) і одержимо таке твердження:

Теорема 3. При $1 \leq p \leq n-1$ і при $n \rightarrow \infty$.

$$\sup_{\varphi \in S_M^0} |I_{n,p}(\varphi)| = \frac{2}{n-p} \sum_{k=2}^{2(n-p)} Z_q^2(y(\tau_k)) + O(1) \frac{1}{(n-p)(1-q)^3}, \quad (22)$$

де $Z_q(t), y(\tau), \tau_k$ - задовольняють рівності (11), (17), $\tau_k = \frac{(k+\frac{1}{2})\pi}{n-p}$.

Залишилося для першого доданку в (22) знайти головну частину.

Теорема 4. Якщо $0 < q < 1, 1 \leq p \leq n-1$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\frac{\pi}{n-p} \sum_{k=2}^{2(n-p)} Z_q^2(y(\tau_k)) = \frac{2}{1-q^2} + O(1) \frac{1}{(1-q)^3(n-p)}, \quad (23)$$

Якщо результат теореми 4 підставити у теорему 3, то одержимо наступний наслідок.

Наслідок 2. При $1 \leq p \leq n-1, n \rightarrow \infty$

$$\sup_{\varphi \in S_M^0} |I_{n,p}(\varphi)| = \frac{4}{1-q^2} + O(1) \frac{1}{(n-p)(1-q)^3}. \quad (24)$$

Зокрема із цього наслідку при $p = 0$ будемо мати, що

$$\sup_{\varphi \in S_M^0} |I_{n,0}(\varphi)| = O(1) \frac{1}{1 - q^2} \quad (25)$$

Підставимо асимптотичну рівність (25) в співвідношення (17) і одержимо поведінку величини $\varepsilon_n(P_{\beta,\infty}^q; V_{n,p})_c$.

Теорема 5. Нехай $q \in (0; 1)$, $\beta \in \mathbb{R}$. Тоді при $n \rightarrow \infty$ справедлива рівність

$$\varepsilon_n(P_{\beta,\infty}^q; V_{n,p})_c = \frac{4}{\pi(1 - q^2)} \frac{q^{n-p+1}}{p} + O(1) \left[\frac{q^n}{(1 - q^2)p} + \frac{q^{n-p+1}}{(1 - q)^3(n - p)p} \right],$$

де $O(1)$ – величина, рівномірно обмежена відносно n, q, β .

Список використаних джерел:

1. Степанец А.И. Методы теории приближений / А.И. Степанец. – К.: Праці Інституту математики НАНУ, 2002. – Т.2. – 426 с.
2. Степанец А.И. Равномерное приближения тригонометрическими полиномами / А.И.Степанец - К.: Наук. думка, 1981. - 340 с.

Find the asymptotic behavior as $n \rightarrow \infty$ for value $\varepsilon_n(P_{\beta,\infty}^q; V_{n,p})_c$.

Key words: *Valle Poussin sums, asymptotic evaluation, R_- classes $P_{\beta,\infty}^q$.*

УДК 373.5.016:539.19

Копань В.А., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Атаманчук П.С.**, доктор педагогічних наук, професор

ВПРОВАДЖЕННЯ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ ПРИ ВИВЧЕННІ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ В УМОВАХ ПРОФІЛЬНОГО НАВЧАННЯ

У статті розглянуто сутність процесу впровадження компетентнісного підходу при вивченні молекулярної фізики. Та проблема його реалізації при вивченні молекулярної фізики в умовах профільного навчання.

Ключові слова: *компетентнісний підхід, навчання, профільні школи, молекулярна фізика.*

Одним із шляхів оновлення змісту освіти й узгодження його із сучасними потребами, інтеграцією до європейського та світового просторів є орієнтація на формування компетентностей та створення ефективних механізмів їх упровадження. Компетентнісно зорієнтований підхід – один з важливих напрямів розвитку змісту освіти в Україні та розвинених країнах світу. В останні роки дослідження питань запровадження компетентнісних підходів в освіті значно активізувалося. Все більше науковців і педагогів-практиків звертаються до ідей компетентнісного підходу як одного з провідних напрямів удосконалення національної системи освіти.

Метою нашої статті є теоретичне обґрунтування проблеми впровадження компетентнісного підходу під час вивчення молекулярної фізики в умовах профільного навчання.

Основою набуття компетентності є власна активна діяльність учнів, що зумовлює вибір прийомів, форм, засобів навчання. До них належать: розв'язування практично орієнтованих завдань; аналіз життєвих ситуацій; використання наочності; проведення експерименту ужиткового спрямування; проведення учнівського дослідження; виконання проектів, розв'язування проблемних завдань, застосування технології розвитку критичного мислення.

Відповідно до новітніх педагогічних технологій профільна школа дозволяє реалізовувати принципи особистісно орієнтованого навчання і значно розширити можливості учнів. Особливості конкретного напрямку навчання вимагають більш спрямованого поглибленого вивчення деякого навчального матеріалу з молекулярної фізики та термодинаміки. Наприклад, учні географічного профілю повинні більш поглиблено вивчати фізику атмосфери, розподіл молекул у полі земного тяжіння, адіабатний процес (хмари та механізм їх утворення, опади), елементи метрології, кристалічні і аморфні тіла, процеси конденсації і випаровування у природі, термодинамічні характеристики земної кори. Враховуючи пізнавальні можливості учнів цього профілю вчитель повинен обирати і відповідні методи навчання (експериментальні дослідження, спостереження) [1].

Наприклад, для уроку узагальнення і систематизації знань з розділу “Молекулярна фізика” учням технологічного напрямку можна запропонувати завдання створити власне місто. Мета уроку: узагальнити і систематизувати знання про МКТ, закони термодинаміки, властивості газів, рідин і твердих тіл; встановити міжпредметні зв'язки з елементами знань креслення, біології, хімії, екології; показати практичне значення одержаних знань [3].

Для медичного профілю навчання подібний урок можна провести на основі технології контекстного навчання: моделювання предметного і соціального змісту майбутньої професійної діяльності. Запропонувати учням розіграти ситуації застосування певних професійних здібностей лікаря чи медичної сестри (вимірювання кров'яного тиску, температури), за назвою хвороби описати основні характеристики стану людини та дати їм фізичне пояснення.

Для викладання молекулярної фізики в класах історично-правового профілю набуває нових “відтінків”, коли використовується навчальний матеріал, який містить звернення до історичних фактів, бібліографічних відомостей, літературних текстів. Побудова таким чином змісту навчання дозволяє “оживити” матеріал, а на його основі створити атмосферу

співучасті учнів у пошуках істини. Враховуючи особливості розумової діяльності учнів цього профілю, ефективність навчання досягається завдяки використанню інтерактивних методів [4].

Подальший розвиток даного напрямку передбачається у розробці нових методів та засобів навчання, удосконаленні програм та методики вивчення молекулярної фізики в умовах профільного навчання із застосуванням нових інформаційних та педагогічних технологій, розробці спецкурсів та курсів за вибором [2].

Список використаних джерел:

1. Андреев А.М. До обговорення проекту концепції профільної освіти: проблема оцінювання якості освіти при переході від середньої до вищої школи / Андреев А.М., Мінаєв Ю.П., Самойленко П.І. // Фізика в школах України. – 2003. – №3. – С.2-4.
2. Бібік Н. Профільна школа: проблеми науково-методичного супроводження / Бібік Н., Бурда М. // Біологія і хімія в школі. – 2004. – № 6. – С.2-4.
3. Вагіс А.І. Формування компетентності учнів при вивченні фізики в класах природничого профілю / А.І. Вагіс // Наукові записки. – Випуск 60. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка. – 2005. – Частина 1. – 307 с.
4. Гончаренко С.У. Фізика. 10 кл. Пробн. посіб. для шкіл III ступеня, гімназій і класів гуманітарного профілю / С.У. Гончаренко.– К.: Освіта, 1994. – 272 с.

In the article the essence of the process implementation competence approach in the study of molecular physics. And problems of its realization in the study of molecular physics in terms of profile education.

Key words: *competence approach, training, specialized schools, molecular physics.*

УДК 681.142.2

Котуцький В.М., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Сморжевський Ю.Л.**, кандидат педагогічних наук, доцент

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ФУНКЦІЇ, МНОГОЧЛЕНИ, РІВНЯННЯ ТА НЕРІВНОСТІ» В КУРСІ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ 10 КЛАСУ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ ЗМІСТУ ОСВІТИ

У статті розглянуто методику вивчення функцій, многочленів, рівнянь і нерівностей в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні, яка допоможе вчителям успішно здійснювати пояснення навчального матеріалу та контроль за його засвоєнням.

Ключові слова: *функція, графік функції, парні та непарні функції, обернена функція, рівносильні рівняння та нерівності, рівняння-наслідок.*

Математика, яка вивчається в школі, — це не наука, а предмет, основна мета якого — вивчення реальних ситуацій за допомогою математичних моделей. Тобто математика вивчає реальні ситуації, а первинна математична модель - функція, тому функції, як у явній, так і в

наявній формі складають стрижень шкільного курсу математики [1].

Як відомо, шкільна програма з даного курсу передбачає вивчення багатьох тем, які повинні засвоїти учні за період всього навчання. Серед них особливо слід виокремити «Функції, многочлени, рівняння і нерівності». Саме функції, рівняння і нерівності є одними з важливих змістових ліній шкільного курсу математики і осмислення їх ролі у реалізації сучасних підходів до навчання є актуальним методичним завданням. Функціональна лінія акумулює в собі всі знання і прийоми діяльності з інших змістових ліній, має величезне значення для забезпечення математичної компетентності - здатності розв'язувати прикладні задачі, задачі з «життя», адже функції слугують математичними моделями різноманітних закономірностей і явищ природи.

Нова програма з математики спрямована на посилення функціональної змістової лінії, тому на вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» виділяється 60 годин навчання, яке в 10 класах здійснюється за новими підручниками. Тому методика вивчення даної теми має повністю відповідати вимогам нової програми. Також необхідним є системне дидактичне проектування теми, яке передбачає проектування цілей навчання, розробку змісту навчання, спрямованість методичних шляхів навчання математики для широкого використання функцій, многочленів рівнянь та нерівностей.

Змістове наповнення програми реалізує компетентний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей, яка дає змогу обґрунтовано судити про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в різних сферах.

Але в зв'язку з переходом шкіл на нову програму та підручники з математики виникає потреба в розробці нової методики вивчення представленої теми, яка б повністю відповідала цій програмі і підручникам.

Об'єктом дослідження виступає процес навчання математики.

Предметом дослідження стає методика вивчення функцій, многочленів, рівнянь та нерівностей в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні.

Мета досліджень, в свою чергу, полягає у тому, щоб розглянути суть процесу навчання та показати його застосування в школі при розгляді теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності», розкрити суть поняття «функція» та розробити методику вивчення функцій, многочленів, рівнянь та нерівностей в 10 класі.

Для полегшеного усвідомлення і кращого засвоєння учнями знань з даної теми пропонується проводити вивчення нового матеріалу з

використанням таких вказівок і зауважень. Наприклад:

– перед вивченням нових понять з теми «Функції» варто повторити з учнями уже набуті ними раніше знання з даної теми, а саме, що таке функція, область визначення і область значень функцій, способи задання функцій, поняття зростаючої і спадної функцій, та закріпити ці поняття на конкретних прикладах: «Знайдіть значення аргументу, при якому значення функції $f(x) = 10 - 2x$ дорівнює 2»; «Дана функція $y = x^2 - 2x$. Що є областю визначення, проміжком зростання і проміжком спадання функції?»;

– з метою кращого засвоєння учнями понять оборотної та оберненої функцій варто запропонувати такий приклад: «Доведіть, що функція $f(x) = 2x - 1$ є оборотною. Знайдіть обернену функцію»;

– той факт, що кожний корінь рівняння обов'язково належить його області визначення та означення рівняння-наслідку варто проілюструвати за допомогою діаграми Ейлера;

– розв'язування нерівностей методом інтервалів спирається на властивості функцій, пов'язані зі зміною знаків функцій. Пояснити ці властивості варто, використовуючи графіки відомих нам функцій, наприклад $y = \frac{1}{x}$ і $y = 2x - 2$ [2].

Вивчаючи представлену тему, учні повторюють, систематизують, розширюють та поглиблюють знання про функції, многочлени, рівняння і нерівності, набувають та розвивають навички читати та будувати графіки функцій, досліджувати функції елементарними методами, застосовувати функції до моделювання реальних процесів, також навчаються розв'язувати нерівності методом інтервалів.

Щодо практичного значення дослідження, то розроблена методика допоможе вчителям при вивченні теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» в підборі та складанні відповідних завдань до кожного уроку з даних тем, організації диференційованої роботи з учнями, підвищить ефективність та цілеспрямованість навчання.

Вивчення даного матеріалу повинно надати учням основні знання з цієї теми та допомогти оволодіти наступними вміннями:

- користуватися різними способами задання функцій;
- формулювати означення числової функції, зростаючої і спадної функцій, парної і непарної функцій;
- знаходить область визначення функціональних залежностей, значення функцій при заданих значеннях аргументу і значеннях аргументу, за яких функція набуває даного значення;
- встановлювати за графіком функції її основні властивості;

- виконувати і пояснювати перетворення графіків функцій;
- досліджувати функції, задані аналітично, використовувати одержані результати для побудови графіків функцій;
- застосовувати властивості функцій до розв'язування рівнянь і нерівностей;
- знати та вміти пояснити зміст понять «рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей», «рівняння-наслідки»; використовувати їх при розв'язуванні рівнянь та нерівностей.

Одержані результати дослідження дають можливість зробити наступні висновки:

- після застосування даної методики відбулося зростання в школярів інтересу до математики, збільшилась їхня активність на уроках, заповнилися прогалини в знаннях;
- запропоновані методи дозволяють вчителю продуктивніше здійснювати навчання учнів і поглибити їхні знання по темі «Функції, многочлени, рівняння і нерівності»;
- методика дає змогу підвищити рівень засвоєння учнями матеріалу теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності», покращує успішність учнів.

Виходячи з цього дослідження, вчителям математики рекомендовано використовувати розроблену методику з декількох причин:

- як свідчать результати дослідження, розроблена методика допоможе вчителям при вивченні теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» в підборі навчального матеріалу та відповідних завдань до кожного уроку з даної теми, підвищить ефективність навчання;
- розроблені завдання тематичних перевірочних робіт відповідають вимогам чотирьохрівневого навчання;
- дана методика дає можливість вчителю об'єктивно оцінити досягнення учнів, розвинути в учнів самооцінку.

Експериментальна перевірка свідчить про ефективність розробленої методики.

Список використаних джерел:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики / Г.П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.
2. Мерзляк А.Г. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: проф. рівень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с.

The article deals with the methodology of studying functions, polynomials, equations and inequalities in algebra course and the test in Grade 10 at the profile level that will help

teachers successfully implement the explanation of educational material and controlling its absorption.

Key words: functions, graphs of functions, even and odd functions, inverse function, equivalent equations and inequalities, equation-effect.

УДК 004.94

Кравчук Ю.О., студентка фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Іванюк В.А.**, кандидат технічних наук, доцент

РОЗРОБКА АВТОМАТИЗОВАНИХ ЗАСОБІВ ТЕСТУВАННЯ ПРОГРАМНИХ МОДУЛІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

У статті досліджено розробку тесту для розв'язання рівнянь Вольтерри II роду. Створено тест в спеціальному середовищі для автоматизованого модульного тестування – Unit Testing Framework та побудовано програмний модуль для реалізації тестування рівнянь з заданими точними розв'язками.

Ключові слова: *тест, інтегральні рівняння, точні розв'язки, помилки.*

Актуальність вибраного напрямку досліджень обумовлена тим, що для сучасного програмного забезпечення, що характеризується великим об'ємом і великою функціональністю, задача забезпечення якості, в тому числі коректності і надійності, стає все важчою. Сучасні програмні комплекси базуються на принципі модульності: створюване програмне забезпечення розбивається на модулі, які розробляються або силами одного колективу розробників, або розробляються і постачаються незалежними розробниками, а потім інтегруються разом.

Математичні пакети прикладних програм містять широкі засоби для розв'язування різних математичних задач, але вони не містять засобів для чисельної реалізації інтегральних моделей, які дозволяють розв'язувати задачі моделювання динамічних об'єктів, задачі відновлення сигналів тощо. Тому розробка програмних модулів розв'язування інтегральних рівнянь та засобів їх тестування є актуальною задачею.

Метою даної роботи є розробка методів тестування програмних засобів розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерри II роду.

У середовищі MATLAB версії 2013a представлено широкі засоби для модульного тестування програм. Програмне забезпечення MathWorks SystemTest - це середовище для організації тестування алгоритмів MATLAB та перевірки відмовостійкості Simulink систем. Пакет MathWorks SystemTest включає в себе шаблони тестів для створення спеціальних процедур перевірки, дозволяє організувати колективний доступ до процедур

тестування для великої команди розробників на протязі всієї роботи з проектом. Пакет MathWorks SystemTest забезпечує зручні засоби для проведення тестів, перегляду результатів і графіків, широку функціональність для обробки тестових даних і автоматизації тестових процесів.

Ключові характеристики MathWorks SystemTest :

- розробка , організація і редагування процедур тестування;
- шаблони стандартних тестів для тестування алгоритмів MATLAB і моделей Simulink;
- впровадження сценаріїв MATLAB безпосередньо в процес тестування;
- засоби керування і спостереження за змінами робочої області MATLAB;
- різні інструменти візуалізації багатовимірних даних.

Unit Testing Framework це середовище для автоматизованого модульного тестування. Unit Testing Framework вже має багато готових методів для перевірки коректності значень і для виведення повідомлень про помилки. Unit Testing Framework створений в середовищі xUnit, тобто в ньому можна створювати різні набори тестів, що мають можливості попередніх дій перед запуском цих тестів та після їх запуску для того, щоб порядок виконання тестів не мав значення.

Інструментарій дозволяє користувачам писати юніт-тести , виконувати їх в автоматичному режимі , збирати результати, порівнювати їх з очікуваними результатами і візуалізувати загальний пробний пуск . Тести можна запуснути окремо або згруповані в набір тестів. Для того щоб написати відповідні модульні тести, у вікні інструментів знаходяться декілька функцій, які викликають повідомлення про помилку , коли результат тестуючої функції не відповідає вимогам.

В середовищі Unit Testing Framework розроблено набір тестів для виявлення помилкових ситуацій на основі вхідних даних та очікуваних результатів програмних модулів розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерри II роду.

Тести виконують перевірку відповідності реалізації програмних засобів специфікаціям та описам відповідним компонентам та потребам і вимогам замовника.

Для дослідження якості розроблених модулів розроблено тести на основі модельних задач із порівнянням з точними розв'язками, враховуючи різні типи похибок: абсолютна, відносна, інтегральна. Модельні задачі

поділяються на різні типи рівнянь. Розглядаються лінійні рівняння, які містять ядра із степеневими, експоненціальними, гіперболічними, логарифмічними, тригонометричними, оберненими тригонометричними функціями та їх комбінації. Також розглядається якість розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерри II роду з виродженими та різницевиими ядрами.

Частина тестів призначена для перевірки часу пошуку розв'язків інтегральних рівнянь та можливості застосування засобів у системах реального часу.

Висновки. За допомогою розроблених тестів перевірялися програмні засоби розв'язування лінійних інтегральних рівнянь Вольтерри II роду, які побудовані на основі квадратурних методів. Проведені дослідження показали, що розроблені тести можна ефективно використовувати для перевірки якості програм та виявлення у них різних видів помилок.

Список використаних джерел:

1. Верлань А.Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков. – К. : Наук.думка, 1986. – 542 с.
2. Макгрегор Д., Сайкс Д., Тестирование объектно-ориентированного программного обеспечения. Практическое пособие: Пер. с англ./Джон Макгерон, Дэвид Сайкс. – К. : ООО"ТИД", 2002.–432 с.
3. Метод verify Equal: [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/matlab.unittest.qualifications.verifiable.verifyequal.html>
4. Тамре Л. Введение в тестирование программного обеспечения.–М. : Издательский дом «Вильямс», 2003. – 359 с.
5. Васильева А.Б. Интегральные уравнения. 2-е изд. / А.Б.Васильева, Н.А. Тихонов. – М. : Физматлит, 2004. – 160с.
6. Верлань А.Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков — К. : Наук.думка, 1986. — 542 с.
7. Краснов М.Л. Интегральные уравнения: Задачи и примеры с подроб. решениями : Учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко. - 3. изд., испр. - М. : УРСС, 2003. - 190 с.
8. Манжиров А.В. Справочник по интегральным уравнениям. Методы решения / А.В. Манжиров, А.Д. Полянин. – М. : Факториал Пресс, 2000. - 384 с.
9. Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям : Точные решения / А.Д. Полянин, А.В. Манжиров. – М. : Факториал, 1998. - 431 с.
10. Верлань А.Ф. Моделирование систем управления в среде Matlab / А.Ф. Верлань, І.О. Горошко, Д.Е. Контарес, В.А. Федорчук, В.Ф. Юзвенко. – К. : ЦКІС АПНУ, 2002. – 68 с.

In the article the development of the test for solving equations of Volterra type II. A test in a special environment for automated unit testing - Unit Testing Framework and built software module to implement testing equations with given precise solutions.

Key words: *Test, integral equations, exact solutions, error.*

Кульбабка Н.П., студентка 5-го курсу фізико–математичного факультету
Науковий керівник: **Кріль С.О.**, кандидат фізико–математичних наук, доцент

ЦІЛІ ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В АНАЛІТИЧНІЙ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ

Приведено основні відомості про цілі функції як окремий клас аналітичних функцій; розглянуто застосування цілих функцій в аналітичній теорії чисел, зокрема дослідження дзета-функції та ксі-функції Рімана з точки зору теорії цілих чисел.

Ключові слова: Первинні множники, канонічний добуток, порядок функції, Дзета-функція та ксі-функція Рімана.

Цілі функції утворюють важливий підклас всього класу аналітичних функцій і вони мають широке застосування.

Ціла функція є аналітичною функцією, яка не має особливостей в обмеженій частині площини. Найпростішими такими функціями є многочлени. Якщо многочлен $f(z)$ має нулі в точках $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$, відмінних від 0, то матиме місце розклад:

$$f(z) = f(0) \left(1 - \frac{z}{z_1}\right) \left(1 - \frac{z}{z_2}\right) \dots \left(1 - \frac{z}{z_n}\right).$$

Настільки ж важливу роль відіграють нулі цілої функції в загальному випадку. Однак ціла функція, яка не є многочленом, може мати нескінченно багато нулів z_1, z_2, \dots , і нескінченний добуток

$$\prod \left(1 - \frac{z}{z_n}\right),$$

утворений по цих нулях, може бути розбіжним. Внаслідок цього цілу функцію не завжди можна розкласти на множники таким простим способом і треба розглянути інші множники, відмінні від $\left(1 - \frac{z}{z_v}\right)$.

Вирази

$$E(u, 0) = 1 - u, \quad E(u, p) = (1 - u)e^{u + \frac{u^2}{2} + \dots + \frac{u^p}{p}} \quad (p = 1, 2, \dots)$$

називаються первинними множниками. Всякий первинний множник перетворюється в нуль при $u = 1$, а його поведінка при $u \rightarrow 0$ залежить від $|u| < 1$

$$\log E(u, p) = -\frac{u^{p+1}}{p+1} - \frac{u^{p+2}}{p+2} - \dots$$

Отже, якщо $k > 1$ і $|u| \leq \frac{1}{k}$, то

$$\log E(u, p) \leq |u|^{p+1} + |u|^{p+2} + \dots \leq |u|^{p+1} \left\{1 + \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2} + \dots\right\} = \frac{k}{k-1} |u|^{p+1}.$$

Як ми бачимо, ця нерівність визначає збіжність виразу первинних множників.

Нехай $f(z)$ – ціла функція, яка не рівна тотожно нулю. Що можна сказати щодо її нулів?

Так як функція $f(z)$ аналітична при всіх скінченних значеннях z , то нулі не можуть мати граничних точок в обмеженій частині площини. Нічого більше не можна сказати про них в загальному випадку. Це впливає із наступної теореми Вейерштрасса.

Для будь-якої послідовності чисел z_1, z_2, \dots , єдина гранична точка якої знаходиться в нескінченності, існує ціла функція, яка має нулі в цих і тільки в цих точках.

Доведена загальна теорема про розклад на множники:

Теорема 1. Будь-яка ціла функція може бути наступними чином розкладена на множники.

Нехай $f(z)$ – ціла функція з $f(0) \neq 0$. Тоді

$$f(z) = f(0)P(z)e^{g(z)},$$

де $P(z)$ – деякий добуток первинних множників, а $g(z)$ - деяка ціла функція може бути використана таким чином. У загальному випадку невідомо чи зростають числа p_n разом з n і мало що можна сказати про функцію $g(z)$. Проте, існують випадки, коли теорему можна представити в конкретній формі: Це випадок функції скінченного порядку .

Означення. Ціла функція $f(z)$ називається функцією *скінченного порядку*, якщо існує таке додатне число A , що при $|z| = r \rightarrow \infty$

$$f(z) = O(e^{r^A}).$$

Нижня межа ρ чисел A , для яких виконується це співвідношення, називається *порядком* функції. Таким чином, якщо $f(z)$ – функція порядку ρ , то для будь-якого додатного ε

$$f(z) = O(e^{r^{\rho+\varepsilon}})$$

але ні для якого від'ємного ε це не так.

Теорема Адамара про розклад на множники. Якщо $f(z)$ – ціла функція порядку ρ з нулями z_1, z_2, \dots , причому $f(0) \neq 0$, то

$$f(z) = e^{Q(z)}P(z),$$

де $P(x)$ - канонічний добуток, складений по нулях функції $f(z)$, а $Q(z)$ - многочлен, степінь якого не перевищує ρ .

Розглянуті також питання про коефіцієнти розкладу функції скінченного порядку.

Функція

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \tag{1}$$

в тому і тільки тому випадку є цілою функцією скінченного порядку ρ , якщо

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1/|a_n|)}{n \log n} = \frac{1}{\rho}$$

Більш загальним є питання про розподіл точок, в яких цілі функції приймають довільно задане значення α . Ми будемо називати їх α -точками.

Основна теорема теорії належить Пікару;

вона не пов'язана з поняттям порядку.

Ціла функція, що не є многочленом, приймає нескінченне число разів кожне значення, за винятком, можливо, одного.

Теорема Бореля. *Якщо порядок функції $f(z)$ є додатнім цілим числом, то показник збіжності λ – точок функції $f(z)$ дорівнює її порядку для всіх значень λ , за винятком, можливо, одного.*

Має місце функціональне рівняння дзета-функції

Теорема 5: Має місце нерівність

$$\pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s) = \pi^{-\frac{1-s}{2}} \Gamma\left(\frac{1-s}{2}\right) \zeta(1-s).$$

Наслідок: Функція $\xi(s) = \frac{1}{2} s(s-1) \pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s)$ – цілою і $\xi(s) = \xi(1-s)$.

Нетривіальні нулі; розклад логарифмічної похідної в ряд по нулям.

Теорема 6. Функція $\xi(s)$ є цілою функцією цілого порядку, яка має нескінченно багато нулів ρ_n таких, що $0 \leq \operatorname{Re} \rho_n \leq 1$; ряд $\sum |\rho_n|^{-1}$ є розбіжним, а ряд $\sum |\rho_n|^{-1-\varepsilon}$ збігається при будь-якому $\varepsilon > 0$. Нулі $\xi(s)$ є нетривіальними нулями $\zeta(s)$.

Наслідок 1 Має місце формула:

$$\xi(s) = e^{A+Bs} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{s}{\rho_n}\right) e^{\frac{s}{\rho_n}} = \frac{1}{2} \prod (1 - \frac{s}{\rho})$$

Наслідок 2: Нетривіальні нулі дзета-функції розкладені симетрично відносно прямих $\operatorname{Re} s = \frac{1}{2}$ і $\operatorname{Im} s = 0$.

Теорема 7: Має місце рівність

$$\frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} = -\frac{1}{s-1} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{s-\rho_n} + \frac{1}{\rho_n}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{s+2n} - \frac{1}{2n}\right) + B_0,$$

де ρ_n – всі нетривіальні нулі, $\zeta(s)$, B_0 – абсолютна стала.

Список використаних джерел:

1. Маркушевич А. И. Введение в теорию аналитических функций / А.И. Маркушевич. Л.А. Маркушевич. – М. :Наука,1977. – 68с.
2. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций / А. И. Маркушевич. – М. :Наука,1978. – 23с.
3. Титчмарш Е. Теория функций/ Е.Титчмарш – М. :Наука,1978. – с. 254-292.

We give basic information about the gamma function as a separate class of analytic functions, considered the use of entire functions in analytic number theory, including research zeta function and Riemann Xi function in terms of the theory of integers.

Key words: *Primary factors, canonical product, order functions, zeta function and Xi function Riemann.*

УДК 373.5.016:53

Кушнір Г. В., студентка 4-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Губанова А. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЗАСВОЄННЯ УЧНЯМИ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З ФІЗИКИ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ (ТЕМА "МАГНІТНЕ ПОЛЕ")

У статті вказується на важливість досліджень особливостей процесу розумового виховання під час вивчення фізики в основній школі. Висвітлено основні проблеми засвоєння навчального матеріалу з теми «Магнітне поле».

Ключові слова: *засвоєння, навчально-пізнавальна діяльність, магнетизм, сила Ампера.*

Фізика як навчальний предмет створює в учнів уяву про наукову картину світу, формує творчі здібності учнів, їх світогляд та переконання. Сформованість пізнавальних інтересів учнів сприяє підвищенню їх активності на уроках, розвитку позитивної мотивації навчання, активної життєвої позиції, що в сукупності забезпечує підвищення ефективності процесу навчання. Для формування зацікавленості та творчої активності учнів необхідна наявність мотивів, що йдуть від самого процесу діяльності і спонукають займатись нею. Якщо використовувати різні засоби підвищення інтересу до навчання фізики, то існує велика ймовірність збільшення ефективності засвоєння предметних знань.

Ефективність навчально-пізнавальної діяльності залежить від особистих якостей учня: його активності, самостійності, ініціативності, а також бажання вчитися. Передумовами навчальної діяльності учня є наявність мети, фізіологічна і психологічна готовність до навчання, бажання вчитися, зосередження уваги на навчальній діяльності та належний рівень розвитку.

Засвоєння - пізнавальна активність особистості, внаслідок якої формуються знання, уміння та навички. Засвоєння знань відбувається поетапно і передбачає кілька процесів: сприймання, осмислення і розуміння, узагальнення, закріплення, застосування [3].

Розглянемо окремих випадок засвоєння навчального матеріалу з теми «Магнітне поле». Дана тема розглядається в основній школі, а саме в 9

класі. В учнів 9-х класів (15-16 років) – вік ранньої юності – сприйняття реальності знаходить стабільні риси, які зберігаються і в майбутньому. Одне із основних джерел сприйняття – увага. Через нестабільність настрою, емоційної сфери, фізіологічного тону також стають нестабільними прояви пам'яті. Тому деякий матеріал потрібно давати на запис. У цьому віці продовжує розвиватися теоретичне рефлексивне мислення, що дозволяє підлітку аналізувати абстрактні ідеї і сприяє становленню основ його світогляду. На основі навчання, що ускладнюється, відбувається подальша інтелектуалізація таких практичних функцій, як сприйняття і пам'ять. Збільшується обсяг матеріалу, який може бути самостійно дослідженим. Це дозволяє розширювати знання учнів про магнетизм. Водночас відбувається відмова від заучування матеріалу. Тому в цей період найкраще застосовувати технологію збагачення. В її основу закладено ідею важливості інтелектуального виховання учня через актуалізацію й ускладнення його власного ментального досвіду. Передбачається, що кожна дитина має певний діапазон нарощування своїх інтелектуальних сил, і основне завдання педагогів, батьків і старших товаришів учня полягає в тому, щоб спрямовувати й нарощувати його зусилля в цьому напрямі. Як дидактичні засоби тут використовуються спеціально сконструйовані навчальні тексти, друкована й електронна медіапродукція, проблемні ситуації, дискусії тощо. Ці засоби по суті виступають як самовчителі, оскільки організовані таким чином, що забезпечують формування основних інтелектуальних механізмів учнів. Особливо спостерігається прагнення до дискусій та обговорення деяких проблемних питань з фізики [1].

При підготовці уроку важливо унаочнювати матеріал. Психологічна особливість сприйняття малюнків полягає в тому, що спочатку людина приковує свій погляд до зображення і інтенсивно вдивляється в нього, запам'ятовуючи. Наприклад, по малюнку електричного двигуна учні якнайкраще запам'ятовують його будову. Не кожному доводиться розбирати певні конструкції та розглядати їхню структуру, тому на допомогу приходять саме такий спосіб.

Повинні враховуватись пізнавальні схильності дітей з різним складом розуму, надавання можливості працювати як індивідуально, так і в групах, під керівництвом. Враховуючи особливості засвоєння навчального матеріалу в цей період, також важливо виявляти зв'язок фізики з іншими предметами, вирішувати проблемні завдання.

Велику роль грає практичне засвоєння матеріалу. До практичних методів належать лабораторні роботи, фізичні практикуми, позакласні досліді і спостереження. У традиційній освітній системі лабораторні роботи потребують спеціального устаткування, макетів, імітаторів, тренажерів, хімічних реактивів. Можливості дистанційного навчання можуть істотно спростити проведення лабораторної роботи за рахунок використання мультимедіа-технологій, ПС-технологій, імітаційного моделювання тощо. Віртуальна реальність дасть змогу продемонструвати студентам явища, в звичайних умовах показати дуже складно чи й взагалі неможливо [2].

На уроках часто немає можливості показати дослід із використанням громіздких та недешевих приладів. Тому можна конструювати спрощені моделі, які так само будуть працювати та ілюструвати матеріал. Наприклад, для демонстрування магнітної дії на провідник зі струмом можна виготовити простий прилад, який складається з магніту, джерела струму (батареї) та рамки з мідного дроту, по якій протікатиме невеликий струм. Рамка може бути ізольована по бокам. При проходженні струму рамка обертається навколо власної осі. Це зумовлено тим, що на даний провідник діє сила Ампера. Змінюючи полюси магніту, можемо змінювати напрямок повороту рамки. Обов'язковою умовою повинно бути те, що кінці провідника повинні дотикатись до магніту для того, щоб контур був замкнений. В іншому випадку рамка повертатись не буде. Таким чином діти матимуть змогу спостерігати магнітну дію і зрозуміти як спрямовується сила Ампера.

Отже, навчання повинно стати цікавим, а не обтяжливим. За допомогою наочності та використання різних підходів можна домогтись кращого засвоєння навчального матеріалу з фізики.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Дидактичне забезпечення семінарських занять з курсу «Методика навчання фізики» (загальні питання): навчально-методичний посібник. – 2-е вид., випр. І доп. / П. С. Атаманчук, О.М. Семерня. Т.П. Поведа. - Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011.-392с.
2. Власова О.І. Педагогічна психологія / Власова О.І. - К.: Либідь, 2005. - 400 с.
3. Чайка В. М. Основи дидактики / Чайка В.М. – К. : Академвидав, 2011. – 240 с.

The article highlights the importance of the features of the process of mental training while studying physics at the elementary school. The basic problem of learning on "magnetic field".

Key words: *learning, teaching and cognitive activity, magnetism, strength Ampere.*

Лехіцький П.З., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Щирба В.С.**, кандидат фізико-математичних наук,
доцент, професор кафедри інформатики

НЕПРЯМІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ

У статті досліджуються крайові оптимізаційні задачі, їх типи в плані узагальнення, а також властивості та непрямі методи розв'язування оптимізаційних задач. В процесі дослідження розглядалось застосування методу внутрішньої точки при розв'язанні крайової оптимізаційної задачі, а також створена програма на основі згаданого методу на мові C++.

Ключові слова: лінійна оптимізація, крайова оптимізаційна задача, непрямі методи розв'язання оптимізаційних задач.

Лінійна оптимізація (пошук екстремуму лінійної функції при обмеженнях у формі лінійних нерівностей) - один з найважливіших розділів математики як в плані теоретичних досліджень, так і в плані практичних додатків. Як математична дисципліна лінійна оптимізація веде відлік з роботи Л. В. Канторовича, кожен з розділів якої присвячений моделюванню конкретної економічної задачі. У цій же роботі був представлений метод дозвільних множників - прообраз розробленого в 1947 році Дж. Данцігом симплекс-методу. Завдяки простоті реалізації і високим швидкісним характеристикам модифікації симплекс-методу стали найбільш поширеним способом розв'язання задач лінійного програмування.

В той же час, симплекс-метод є далеко не єдиним таким способом. Був створений альтернативний напрямок - алгоритми внутрішніх точок. Їх назва пов'язана з тим, що, на відміну від симплекс-методу, який перебирає кутові точки багатогранника допустимих розв'язків, обчислювальний процес в алгоритмах внутрішніх точок відбувається у середині допустимої множини. Крім того, побудована ним послідовність наближень збігається до відносно внутрішньої точки множини оптимальних розв'язків.

За кордоном підвищений інтерес до алгоритмів внутрішніх точок виник в 80-х роки і був обумовлений створенням поліноміальних алгоритмів для задач лінійного програмування. Поняття поліноміальної збіжності класу задач відіграє основну роль в теорії складності. Якщо алгоритм здатний розв'язати будь-яку задачу з досліджуваного класу за час, що виражається у вигляді деякого поліному від його розмірності, то алгоритм має поліноміальну збіжність, а сам клас задач називається поліноміально збіжним.

У роботі Л. Г. Хачіяна на основі техніки побудови послідовності, яка використовується в опуклому програмуванні, було показано, що лінійне програмування відноситься до класу поліноміально збіжних задач. Незважаючи на те, що алгоритм, який досліджував Хачіян, на практиці показав невисоку швидкість збіжності, результат Хачіяна був у край важливий в теоретичному плані і сприяв подальшим дослідженням у цій галузі. Згодом був розроблений оригінальний клас поліноміальних алгоритмів занурення-відсікання.

У 1984 році Н. Кармаркарром був створений перший поліноміальний алгоритм внутрішніх точок для задачі лінійного програмування.

Розглянемо задачу лінійного програмування, подану в стандартній формі:

знайти

$$\min c^T x \quad (1)$$

при обмеженнях

$$Ax = b, x \geq 0,$$

де $A \in R^{m \times n}$, $b \in R^m$, $c \in R^n$, $x \in R^n$ і $m \leq n$.

Двоїста задача до задачі (2.1) матиме вигляд:

знайти

$$\max b^T y \quad (2)$$

при обмеженнях

$$A^T y + z = c, z \geq 0,$$

де $y \in R^m$ вектори вільних змінних і $z \in R^n$ вектор зведення обмежень нерівностей у обмеження рівняння.

Умови оптимальності Каруша-Куна-Таккера для рівнянь (1) і (2) мають вигляд:

$$\begin{aligned} Ax - b &= 0; \\ A^T y + z - c &= 0; \\ ZXe &= 0; \\ (x, z) &\geq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де $e = (1, 1, \dots, 1) \in R^n$, $X = \text{diag}(x)$ і $Z = \text{diag}(z)$ – діагональні матриці, складені з векторів x та z відповідно. Система (3) визначає необхідні і достатні умови оптимальності розв'язку задач (1) і (2) (якщо ці розв'язки існують).

Тобто, якщо розв'язок задачі (1) існує, то він є розв'язком системи (3) і навпаки. Тому для знаходження розв'язку задачі (1) достатньо знайти розв'язок системи (3). Таким чином, замість розв'язування задачі (1) будемо розв'язувати систему (3).

Система (3) не лінійна, бо містить скалярний добуток. Отже, розв'язувати її також не зовсім просто. Для розв'язання системи (3)

використовуємо ітераційний метод лінеаризації. Головна ідея його в тому, що на k -ій ітерації знаходимо поправку δx , δy і δz до наближеного значення (x^k, y^k, z^k) , яка повинна була б задовольняти нелінійну систему (4):

$$\begin{aligned} A(x^k + \delta x) - b &= 0, \\ A^T(y^k + \delta y) + z^k + \delta z - c &= 0, \\ (X^k + \delta X)(Z^k + \delta Z)e &= 0, \\ x^k + \delta x \geq 0, z^k + \delta z &\geq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Метод лінеаризації пропонує замість (2.4) розв'язувати лінеаризовану систему

$$\begin{aligned} A\delta x &= r_p, \\ A^T\delta y + \delta z &= r_d, \\ Z^k\delta x + X^k\delta z &= r_a, \end{aligned} \quad (5)$$

де $r_p = b - Ax^k$, $r_d = c - z^k - A^T y^k$, $r_a = -X^k Z^k e$.

Підставимо отримане із другого рівняння системи (5) значення $\delta z = r_d - A^T \delta y$ у третє рівняння і отримаємо систему лише двох рівнянь

$$\begin{aligned} A\delta x &= r_p, \\ Z^k\delta x - X^k A^T \delta y &= r_a - X^k r_d \end{aligned} \quad (6)$$

Помноживши друге рівняння системи (6) на обернену матрицю $(X^k)^{-1}$ (замість X^k і Z^k будемо писати X і Z), одержимо:

$$\begin{aligned} A\delta x &= r_p, \\ -X^{-1}Z\delta x + A^T\delta y &= r_d - X^{-1}r_a \end{aligned} \quad (7)$$

Помножимо друге рівняння системи (7) на обернену матрицю $C = (X^{-1}Z)^{-1}$ і отримане значення $\delta x = CA^T\delta y - C(r_d - X^{-1}r_a)$ підставимо у перше рівняння системи (7). В результаті одержимо остаточне рівняння:

$$ACA^T\delta y = r_p + C(r_d - X^{-1}r_a) \quad (8)$$

Система (8) є системою лінійних неоднорідних рівнянь, яку можна розв'язати будь-яким із класичних методів. Далі за знайденим δy обчислюємо δx і δz :

$$\begin{aligned} \delta x &= CA^T\delta y - C(r_d - X^{-1}r_a), \\ \delta z &= r_d - A^T\delta y. \end{aligned}$$

Для центрування наступного значення $(x^{k+1}, y^{k+1}, z^{k+1})$ вдруге розв'язуємо систему (4) з тою різницею, що замінюємо вектор r_a вектором $\mu^k e - \Delta a X^k \Delta a Z^k e - X^k Z^k e$.

Виходячи з вищесказаних перетворень, будується алгоритм розв'язання задачі. На конкретному прикладі було досліджено, як працює наш алгоритм.

Список використаних джерел:

1. Васильев Ф.П. Линейное программирование. / Ф.П. Васильев, А.Ю. Иваницкий. – М.: Факториал, 1998. – 154 с.
2. Зоркальцев В.И. Новые алгоритмы оптимизации в конусе центрального пути / В.И. Зоркальцев, А.Ю. Филатов // Дискретный анализ и исследование операций. – 1999, том 6, №1, С. 33-42.
3. Хачиян Л. Г. Полиномиальный алгоритм в линейном программировании / Л. Г. Хачиян // Доклады АН СССР. – 1979, том 244, С. 1093-1096
3. Шор Н.З. Методы отсечения с растяжением пространства для решения задач выпуклого программирования / Н.З. Шор // Кибернетика. – 1977, №1, С. 94-95.

In the article edge optimization problems, in terms of types of synthesis and properties and indirect methods for solving optimization problems. The study considered the use of interior-point method in solving boundary optimization problem and created a program based on the method mentioned in the language C++.

Key words: *linear optimization, boundary optimization problem, indirect methods for solving optimization problems.*

УДК 517.5

Мазур І.С., студентка 6 курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Сорич Н. М.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

СУМІСНЕ НАБЛИЖЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ПО СТЕПАНЦЮ ФУНКЦІЙ СУМАМИ ФЕЙЄРА В ІНТЕГРАЛЬНІЙ МЕТРИЦІ

У статті досліджено проблему сумісного наближення диференційовних по Степанцю функцій сумами Фейєра в інтегральній метриці.

Ключові слова: *суми Фейєра, задача сумісного наближення, диференційовні по Степанцю функції.*

Нехай S_M^0 (S_1^0) – одиничні кулі в просторі 2π -періодичних сумовних функцій $f(x)$ із нормою $\|f(x)\|_M = \text{esssup}|f(x)|$ ($\|f(x)\|_L = \int_{-\pi}^{\pi}|f(x)|dx$), елементи якої ортогональні константи.

Нехай $\psi(k)$ – числова послідовність, $\beta \in R$, через $C_{\beta, \infty}^{\psi}$ ($L_{\beta, 1}^{\psi}$) – позначимо множину функцій $f(x)$, які допускають подання

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi(k)}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(t+x) \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt, \quad (1)$$

де $\varphi \in S_M^0$ ($\varphi \in S_1^0$), при цьому $\varphi(\cdot)$ - називається $(\psi; \beta)$ – похідною в сенсі Степанця $f(x)$ і $\varphi(x) = f_{\beta}^{\psi}(x)$. ([1])

Через $\sigma_n(f; x)$ будемо позначати суми Фейєра функції $f(x)$ порядку n .

Мета даної роботи – розв’язати задачу сумісного наближення класів диференційовних по Степанцю функцій сумами Фейєра в інтегральній метриці, тобто дослідити асимптотичну поведінку при $n \rightarrow \infty$ величини

$$\mathcal{E}_{n,m} \left(L_{\beta,1}^{\psi}; \sigma_n \right)_L = \sup_{f \in L_{\beta,1}^{\psi}} \max_{|\alpha_i|=1} \left\| \sum_{i=1}^m \alpha_i \left(f_{\beta_i}^{(\psi_i)}(x) - \sigma_n \left(f_{\beta_i}^{(\psi_i)}; x \right) \right) \right\|_L \quad (2)$$

при умові, що послідовності $k^2 \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}$ – опуклі донизу і монотонно опуклі до нуля, а $s > 2$, $i = \overline{1, m}$.

Для величини (2) знайдено асимптотичну поведінку при $n \rightarrow \infty$.

Введемо позначення:

$$\sum_{n,m} (f; x; \bar{\alpha}) = \sum_{i=1}^m \alpha_i \left(f_{\beta_i}^{(\psi_i)}(x) - \sigma_n \left(f_{\beta_i}^{(\psi_i)}; x \right) \right), \quad (3)$$

де $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, $\alpha_i \in R$, $i = \overline{1, m}$.

Тоді згідно (1) та (2) будемо мати:

$$\mathcal{E}_{n,m} \left(L_{\beta,1}^{\psi}; \sigma_n \right)_L = \sup_{f \in L_{\beta,1}^{\psi}} \max_{|\alpha_i|=1} \left\| \sum_{n,m} (f; \bar{\alpha}; x) \right\|_L. \quad (4)$$

Величину (2) можна зверху обмежити наступним виразом:

$$\mathcal{E}_{n,m} \left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; \sigma_n \right)_C = \sup_{f \in C_{\beta,\infty}^{\psi}} \max_{|\alpha_i|=1} \left\| \sum_{n,m} (f; x; \bar{\alpha}) \right\|_C. \quad (5)$$

Для будь-якої функції $f(x) \in L_{\beta,1}^{\psi}$ існує функція $g(x)$ в класі $C_{\beta,\infty}^{\psi}$ така, що:

$$\left\| \sum_{n,m} (f; x; \bar{\alpha}) \right\|_L = \sum_{n,m} (g; 0; \bar{\alpha}). \quad (6)$$

Тому при $\forall n \in N$

$$\mathcal{E}_{n,m} \left(L_{\beta,1}^{\psi}; \sigma_n \right)_1 = \sup_{f \in L_{\beta,1}^{\psi}} \max_{|\alpha_i|=1} \left\| \sum_{n,m} (f; x; \bar{\alpha}) \right\|_1 \leq \sup_{f \in C_{\beta,\infty}^{\psi}} \max_{|\alpha_i|=1} \sum_{n,m} (f; 0; \bar{\alpha}) \quad (7)$$

Об’єднаємо рівності (6), нерівність (7) та те, що

$$\sup_{f \in C_{\beta,\infty}^{\psi}} \left\| \sum_{n,m} (f; x; \bar{\alpha}) \right\|_C = \sup_{f \in C_{\beta,\infty}^{\psi}} \sum_{n,m} (f; 0; \bar{\alpha}),$$

одержимо, що має місце така нерівність

$$\mathcal{E}_{n,m} \left(L_{\beta,1}^{\psi}; \sigma_n \right)_1 \leq \mathcal{E}_{n,m} \left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; \sigma_n \right)_C.$$

Розглянемо величину

$$\mathcal{E}_{n,m} \left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; \sigma_n \right)_C = \sup_{f \in C_{\beta,\infty}^{\psi}} \left\| \sum_{i=1}^m \left| f_{\beta_i}^{(\psi_i)}(x) - \sigma_n \left(f_{\beta_i}^{(\psi_i)}; x \right) \right| \right\|_C =$$

$$= \sup_{f \in C_{\beta, \infty}^{\psi}} \max_{|\alpha_i|=1} \left\| \sum_{i=1}^m \alpha_i \left(f_{\beta_i}^{(\psi_i)}(x) - \sigma_n \left(f_{\beta_i}^{(\psi_i)}; x \right) \right) \right\|_c.$$

Якщо послідовності $\psi_i(k)$ такі, що $\frac{k^s \psi(k)}{\psi_i(k)}$ опуклі донизу і спадні до нуля при деякому $s > 1$, $\nu_i = \left\{ \frac{\beta - \beta_i}{2} \right\}$ (дробова частина), $i = \overline{1, m}$, то при $\nu_i \in \left[0; \frac{1}{2} \right]$, $i = \overline{1, m}$, або при $\nu_i \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right)$, $i = \overline{1, m}$, при $n \rightarrow \infty$ справедлива асимптотична рівність

$$\mathcal{E}_{n,m} \left(C_{\beta, \infty}^{\psi}; \sigma_n \right)_c = \frac{1}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos(kt + \nu_i \pi)}{\psi_i(k)} - C^* \right| dt + \mathcal{O}(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(n)}{\psi_i(n)},$$

де C^* - стала найкращого наближення в метриці L підінтегральної функції, $\mathcal{O}(1)$ - величина, рівномірно обмежена по n, β, β_i . ([2])

Таким чином, одержали асимптотичну оцінку зверху для величини $\mathcal{E}_{n,m} \left(L_{\beta, 1}^{\psi}; \sigma_n \right)_1$.

Теорема 1. Якщо послідовності $k^s \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}$ – опуклі донизу і монотонно спадні до нуля, $s > 1$, а $\nu_i = \left\{ \frac{\beta - \beta_i}{2} \right\}$, $i = \overline{1, m}$. Тоді при $\nu_i \in \left[0; \frac{1}{2} \right]$, $i = \overline{1, m}$, або $\nu_i \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right)$, має місце асимптотична нерівність

$$\mathcal{E}_{n,m} \left(L_{\beta, 1}^{\psi}; \sigma_n \right)_1 \leq \frac{1}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos(kt + \nu_i \pi)}{\psi_i(k)} - C^* \right| dt + \mathcal{O}(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(n)}{\psi_i(n)}, \quad (8)$$

$n \rightarrow \infty$, де C^* - стала найкращого наближення в метриці L підінтегральної функції, $\mathcal{O}(1)$ - величина, рівномірно обмежена по n, β, β_i .

Покажемо, що для величини $\mathcal{E}_{n,m} \left(L_{\beta, 1}^{\psi}; \sigma_n \right)_1$ має місце нерівність протилежна до асимптотичної нерівності в теоремі 1.

Справедливе твердження. ([3]) Якщо $k^s \psi(k)$ – опукла донизу і спадна до нуля послідовність, ($s > 1$), то $\forall \beta$ при $n \rightarrow \infty$ для $\forall f(x) \in C_{\beta, \infty}^{\psi}$, ($L_{\beta, \infty}^{\psi}$).

Тому

$$\sum_{n,m} (f; x; \bar{\alpha}) = \frac{1}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x+t) \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos \left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi \right)}{\psi_i(k)} dt + \mathcal{O}(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}, \quad (9)$$

для $f \in C_{\beta, \infty}^{\psi}$; а для $\forall f(x) \in L_{\beta, 1}^{\psi}$

$$\sum_{n,m} (f; x; \bar{\alpha}) = \frac{1}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x+t) \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos \left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi \right)}{\psi_i(k)} dt + \sum_{i=1}^m r_i(f; x), \quad (10)$$

де $\|r_i(f; x)\|_L = \mathcal{O}(1) \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}$.

Згідно даного твердження для величини $\varepsilon_{n,m}(C_{\beta,\infty}^\psi; \sigma_n)_C$ та $\varepsilon_{n,m}(L_{\beta,1}^\psi; \sigma_n)_L$, справедливі представлення:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n,m}(C_{\beta,\infty}^\psi; \sigma_n)_C &= \sup_{\varphi \in S_M^0} \max_{|\alpha_i|=1} \frac{1}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(t) \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos\left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi\right)}{\psi_i(k)} dt + \\ &+ O(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(n)}{\psi_i(n)}, n \rightarrow \infty; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n,m}(L_{\beta,1}^\psi; \sigma_n)_L &= \sup_{\varphi \in S_1^0} \max_{|\alpha_i|=1} \frac{1}{\pi n} \left\| \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x+t) \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos\left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi\right)}{\psi_i(k)} dt \right\|_L + \\ &+ O(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(n)}{\psi_i(n)}, n \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (12)$$

Для довільного вектора $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ розглянемо вираз

$$\sup_{\varphi \in S_M^0} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(t) \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos\left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi\right)}{\psi_i(k)} dt. \quad (13)$$

Застосувавши співвідношення двоїстості у випадку скінченновимірною підпростору до величини (13) одержимо, що

$$\begin{aligned} &\sup_{\varphi \in S_M^0} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(t) \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos\left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi\right)}{\psi_i(k)} dt = \\ &= \inf_C \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos\left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi\right)}{\psi_i(k)} - C(\alpha) \right| dt, \end{aligned} \quad (14)$$

де $C(\alpha)$ – стала найкращого наближення в метриці L підінтегральної функції.

Об'єднаємо рівності (11) та (14) і для виразу $\varepsilon_{n,m}(C_{\beta,\infty}^r; \sigma_n)_C$ будемо мати таке представлення:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n,m}(C_{\beta,\infty}^\psi; \sigma_n)_C &= \frac{1}{\pi n} \max_{|\alpha_i|=1} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos\left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi\right)}{\psi_i(k)} - C(\alpha) \right| dt \\ &+ O(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(n)}{\psi_i(n)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Позначимо через ν_i – дробову частину числа $\frac{\beta - \beta_i}{2}$, тоді:

$$\cos\left(kt + \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi\right) = \pm \cos(kt + \nu_i \pi) \quad \text{при } \forall k \in \mathbb{N}, \quad \text{а}$$

$$\begin{aligned} & \max_{|\alpha_i|=1} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k\psi(k) \frac{\cos\left(kt + \frac{\beta-\beta_i}{2}\pi\right)}{\psi_i(k)} - C(\bar{\alpha}) \right| dt = \\ & = \max_{|\alpha_i|=1} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} k\psi(k) \frac{\cos(kt + \nu_i\pi)}{\psi_i(k)} - C(\bar{\alpha}) \right| dt. \end{aligned} \quad (16)$$

Позначимо через $\alpha^* = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_m^*)$ такий m – вимірний вектор, на якому реалізується максимум в (16). Тоді в силу (12) для величини $\mathcal{E}_{n,m}(L_{\beta,1}^{\psi}; \sigma_n)_L$ справедлива наступна оцінка знизу.

Якщо послідовності $\psi(k)$ та $\psi_i(k)$ такі, що $k^s \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}$ – опуклі донизу і монотонно спадні до нуля ($s > 2$), $\beta, \beta_i \in R$, $\nu_i = \left\{\frac{\beta-\beta_i}{2}\right\}$, $i = \overline{1, m}$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{n,m}(L_{\beta,1}^{\psi}; \sigma_n)_1 & \geq \frac{1}{\pi n} \sup_{\varphi \in S_1^0} \left\| \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x+t) \sum_{i=1}^m \alpha_i^* \sum_{k=1}^{\infty} k\psi(k) \frac{\cos(kt + \nu_i\pi)}{\psi_i(k)} - C(\alpha^*) dt \right\|_1 + \\ & + \mathcal{O}(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(n)}{\psi_i(n)}, n \\ & \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (17)$$

де $\mathcal{O}(1)$ – величина, рівномірно обмежена по $n, \nu_i, i = \overline{1, m}$.

Далі будемо шукати в множині S_1^0 функції $\varphi_p^*(x)$ такі, щоб перший доданок в (17) асимптотично при $p \rightarrow \infty$ співпадав із першим доданком в (15).

Позначимо через

$$C(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) \cos kt, \quad S(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) \sin kt.$$

Справедливе твердження. Якщо послідовності ka_k та kb_k чотири рази монотонні, то для функції $H(t) = C(t) + S(t)$,

$$C(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kt, \quad S(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin kt$$

існують числа C^* та θ такі, що $\text{sign}(H(t) - C^*) = \text{sign} \sin(t + \theta)$.

Нехай $k^s \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}$ – опуклі донизу і монотонно спадні до нуля послідовності, $s > 2$, $i = \overline{1, m}$, $\nu_i = \left\{\frac{\beta-\beta_i}{2}\right\}$. Якщо $\nu_i \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$, $i = \overline{1, m}$ або $\nu_i \in \left[\frac{1}{2}; 1\right)$, $i = \overline{1, m}$, тоді для функції:

$$H(t) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\infty} k\psi(k) \frac{\cos(kt + \nu_i\pi)}{\psi_i(k)} \text{ існують числа } C^* \text{ і } \theta \text{ такі, що:}$$

$$\text{sign}(H(t) - C^*) = \text{sign} \sin(t + \theta).$$

Справедлива асимптотична нерівність, протилежна до (8).

Теорема 2. Нехай $k^s \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}$ – опуклі донизу і монотонно спадні до нуля послідовності, $s > 2$, $i = \overline{1, m}$, $\nu_i = \left\{ \frac{\beta - \beta_i}{2} \right\}$, $i = \overline{1, m}$. Якщо $\nu_i \in \left[0; \frac{1}{2} \right]$ $i = \overline{1, m}$; або ж $\nu_i \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right)$, $i = \overline{1, m}$, то справедлива асимптотична нерівність:

$$\varepsilon_{n,m} \left(L_{\beta,1}^{\psi}; \sigma_n \right)_L \geq \frac{1}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos(kt + \nu_i \pi)}{\psi_i(k)} - C^* \right| dt + \mathcal{O}(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(n)}{\psi_i(n)},$$

$n \rightarrow \infty$, де C^* – стала найкращого наближення в метриці L підінтегральної функції, $\mathcal{O}(1)$ – величина, рівномірно обмежена по n, ν_i .

І остаточно із теореми 1 та теореми 2 одержимо розв'язок поставленої задачі про сумісне наближення на класах Вейля-Надя сумами Фейєра в інтегральній метриці.

Теорема 3. Нехай $k^s \frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}$ – опуклі донизу і монотонно спадні до нуля послідовності, $s > 2$, $\nu_i = \left\{ \frac{\beta - \beta_i}{2} \right\}$, $i = \overline{1, m}$. Якщо, $\nu_i \in \left[0; \frac{1}{2} \right]$ $i = \overline{1, m}$; або ж $\nu_i \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right)$, $i = \overline{1, m}$, то при $n \rightarrow \infty$ справедлива асимптотична рівність

$$\varepsilon_{n,m} \left(L_{\beta,1}^{\psi}; \sigma_n \right)_L = \frac{1}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\infty} k \psi(k) \frac{\cos(kt + \nu_i \pi)}{\psi_i(k)} - C^* \right| dt + \mathcal{O}(1) \sum_{i=1}^m \frac{\psi(n)}{\psi_i(n)},$$

де C^* – стала найкращого наближення в метриці L підінтегральної функції, $\mathcal{O}(1)$ – величина, рівномірно обмежена по n, ν_i .

Список використаних джерел:

1. Степанец А.И. Методы теории приближений. Киев: Ин-т математики НАНУ, 2002–Т.1.
2. Пугач Г. П. Сумісне наближення класів Вейля-Надя сумами Фейєра // Збірник наукових праць студентів та магістрантів Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. – Кам'янець-Подільський: К – ПНУ ім. І. Огієнка, 2011. – Вип. 5. – с. 125 – 126.
3. Бушев Д. В. Приближение классов непрерывных периодических функций сумами Зугмунда / Д. К. Бушев. – К., 1984. – с.62 – (Препринт / Ин-т математики АН УССР, 84. 56).

In the article the problem of joint approximation of differentiable functions on STEPANETS amounts Feyyera in integral metric.

Key words: *the sums of Feyyer, task of the compatible approaching, differentiable functions on STEPANETS.*

Маковецький Р. В., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Беркещук М. В.**, кандидат фізико-математичних наук
**ВИКОРИСТАННЯ МІКРОКОНТРОЛЕРІВ У ВИМІРЮВАЛЬНИХ
ПРИЛАДАХ**

У статті розглядаються принципова схема цифрового вольт-амперметра та принцип його роботи.

Ключові слова: мікроконтролер, вольт-амперметр, аналогово-цифровий перетворювач (АЦП).

Жодна галузь сучасної науки і техніки не може успішно розвиватися, не спираючись на найновіші досягнення радіоелектроніки. Поширення засобів електроніки та обчислювальної техніки пояснюється особливими властивостями радіоелектронних приладів: вони відзначаються винятковою швидкістю і практично без інерційні в роботі, здатні перетворювати енергію одного виду в інший, працюють з досить високими ступенями надійності, мають невеликі розміри та масу і споживають мало енергії.

Особлива місце серед них займають пристрої на основі мікроконтролера. На основі мікроконтролера можна проектувати та виготовляти пристрої автоматики, вимірювальні прилади, прилади для керування процесом дослідження та обробки результатів [1].

Метою наукового дослідження є розробка і визначення експлуатаційних характеристик вимірювального приладу на основі мікроконтролера — вольт-амперметр.

Для розробки нашого приладу ми використали мікроконтролер Atmega8A фірми Atmel, що належить до сімейства мікроконтролерів AVR. Основними використовуваними характеристиками є: робоча частота 8 МГц; споживання напруга живлення 5 В; діапазон температур -40...+85 [4]. Для роботи вольт-амперметра використовуються наступні модулі: : USART; 10-бітний АЦП; порти вводу-виводу.

Сконструйований нами вольт-амперметр дозволяє вимірювати напругу від 0 до 30 V; силу струму від 0 до 2,5 А; результати вимірювань виводяться на LSD дисплей; дозволяє здійснювати передачу даних через персональний комп'ютер. Схема пристрою представлена нижче:

Для вимірювання напруги і струму нами використовувалося 2 канали АЦП: ADC0 і ADC1. Використовувалися такі налаштування мікроконтролера: джерело опорної напруги (ІОН) внутрішній на 2,56V; тактується від внутрішнього генератора частотою 8MHz [2].

На АЦП можемо подати максимальну напругу 5,5 В. Для забезпечення вимірювання більшої напруги у схемі використовується дільник напруги — опори R_3 та R_4 . Вимірювальна напруга подається на дільник напруги, і вже з дільника сигнал подається на вхід ADC1. Номінали

опору резисторів подільника 100 кОм і 10кОм, відповідно співвідношення вхідного і вихідного сигналів 11:1. Максимальна напруга подається на вхід дільника 30 В.

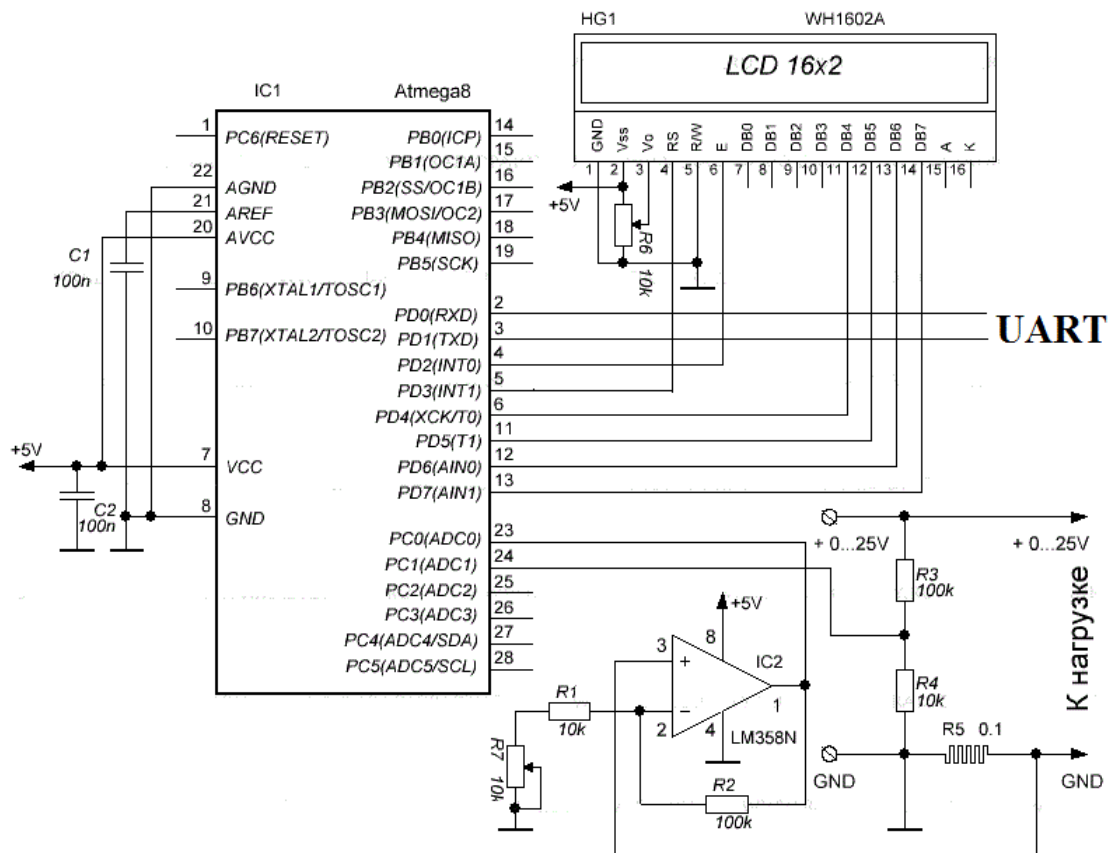


Рис. 1. Схема приладу.

Вимірювання струму проводиться за допомогою токового шунта R_5 , який включається в розрив навантаження. Падіння напруги на ньому обчислюється за допомогою закону Ома. Дана величина вимірюється іншим каналом АЦП — ADC0. Чим менше опір шунта тим краще, менше енергії розсіюється на ньому. Використовується шунт опором 0,1 Ом — потужний резистор. Для струму 2А падіння напруга на шунт буде 0,2V. Величина досить мала щоб напряму подавати її на вхід АЦП, Для підсилення напруги використовується операційний підсилювач LM358N — неінвертуючий підсилювач, який має нескінченно великий вхідний, і нескінченно малий вихідний опір. Результат вимірювань напруги і сили струму виводиться на символічний дисплей LCD WH1602A, який дозволяє відображати два рядки по 16 символів у кожному [3].

Вимірювання напруги та струму будемо проводити по перериванню закінчення перетворення АЦП. Якщо був обраний канал ADC1 (напруга) то знімаємо показання с АЦП, підсумовуємо з минулими показаннями і поміщаємо в буфер, потім вибираємо канал ADC0 і проробляємо ті ж самі дії для вимірювання струму. Цей цикл повторюється 400 разів, потім

обчислюються середні значення вимірних величин напруги і струму, множиться на необхідні коефіцієнти і виводяться на дисплей.

Дослідження проводилися за допомогою Proteus Professional 7 системи схемотехнічного моделювання, яка базується на основі моделей електронних компонентів прийнятих в PSpice [3].

Отримано такі результати напруги і сили струму:

Номінальна напруга, В	Отримана в результаті напруга, В	Номінальна сила струму, А	Отримана в результаті сила струму, А
0	0	0,015	0,015
1	0,99	0,05	0,060
2,5	2,50	0,12	0,132
5	5,0	0,25	0,267
7,5	7,50	0,37	0,385
10	10	0,50	0,514
15	14,99	0,45	0,475
20	19,99	1,00	1,110
25	24,99	1,24	1,312
28,13	28,13	1,40	1,502

З таблиці видно, що вольт-амперметр є досить точним приладом. Похибка вимірювань напруги становить 0,4%, сили струму — 3,77%.

Підсумовуючи можна зробити такі **висновки**:

1. Розроблено прилад на основі мікроконтролера Atmega8A — вольт-амперметр.
2. Даний прилад дозволяє проводити вимірювання напруги в діапазоні від 0 до 30 В та силу струму від 0 до 2,5 А. Провівши дослідження вдалося виявити, що вольт-амперметр є досить точним приладом.
3. Похибка вимірювань напруги становить 0,4%, сили струму — 3,8%.

Список використаних джерел:

1. Пархоменко Д. А., Смирнов Є. М. Розробка радіоелектронних схем на основі мікроконтролерів, Київ 2013.
2. Грищук Ю. С. Мікропроцесорні пристрої: Навчальний посібник – Харків НТУ «ХПІ» - 2007.
3. Бродин В.Б., Калінін А. В. Системи на мікроконтролерах і БІС програмованої логіки. - М.: ЕКОМ, 2002
4. ATmega8 datasheet. AtmelCorporation,– 2010.

In the article considered the schematic diagram of a digital volt-ammeter and how it works.

Key words: microcontroller, volt-ammeter, analog digital converter (ADC).

Маковська А.В., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Сморжевський Ю.Л.**, кандидат педагогічних наук, доцент
**МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ» В КУРСІ
АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ 10 КЛАСУ НА ПРОФІЛЬНОМУ
РІВНІ**

У статті розглянуто методика вивчення теми: «Степенева функція» на різних рівнях змісту освіти, яка допоможе вчителям успішно здійснювати пояснення нового матеріалу та контроль за його засвоєнням, згідно нової диференціації навчання.

***Ключові слова:** степенева функція, натуральний і цілий показник, корінь n -го степеня, профільний рівень.*

Актуальність теми. Тема “Методика вивчення степеневі функції” в курсі алгебри і початків аналізу в 10 класі на профільному рівні вибрана тому, що є однією з основних в шкільній програмі з математики в старшій школі. Вже зараз існує велика кількість методичної літератури, яка допомагає вчителю науково правильно і цікаво викласти матеріал. Враховуючи зміни у суспільстві, з’являється необхідність у постійному оновленні та вдосконаленні методики навчання математики. Але дещо залишається незмінним в силу того, що існує державний стандарт щодо цілей навчання математики.

Функції є також однією з важливих змістовних ліній шкільного курсу математики, осмислення ролі якої у реалізації сучасних підходів до навчання (компетентнісного, розвиваючого, дослідницького) є актуальним методичним завданням. Функціональна лінія акумулює всі знання і прийоми діяльності з інших змістових ліній, має величезне значення для забезпечення математичної компетентності – здатності розв’язувати прикладні задачі та задачі з «життя», адже степенева функція слугує математичними моделями різноманітних закономірностей і явищ природи. Її потенціал у розвиненні пізнавальних прийомів діяльності практично невичерпний.

У процесі вивчення теми «Степенева функція» в 10 класі учні дізнаються, яку функцію називають степеневою, вивчають її властивості; повторюють, систематизують, розширюють і поглиблюють знання про функції; розвивають вміння читати і будувати графіки степеневі функції, досліджувати функції елементарними методами, застосовувати степенева функцію до моделювання реальних процесів. Ця тема повинна сприяти кристалізації функціонального типу мислення учнів.

Мета дослідження полягає в тому, щоб розглянути суть процесу

навчання та показати його застосування в школі при розгляді теми «Степенева функція», розкрити суть поняття «степенева функція» та розробити методику вивчення степеневі функції, її властивостей та графіків в 10 класі на профільному рівні.

Виклад основного матеріалу. Вивчення теми: «Степенева функція з натуральним показником» слід розпочати з детальної актуалізації опорних знань, а саме потрібно пригадати функції $y = x$ та $y = x^2$, які добре відомі з попередніх класів, властивості та графіки цих функцій, оскільки вони є окремим випадком функції $y = x^n, n \in N$, яку називають *степеневою функцією з натуральним показником*. Дослідження властивостей функції $y = x^n, n \in N$, проводиться для двох випадків: n – парне натуральне число і n – непарне натуральне число.

Слід з учнями вивести властивості функції для кожного із вище вказаних випадків та на дошці схематично зобразити відповідні графіки, що сприяє розвитку просторового уявлення і через наочність покращує розуміння нового матеріалу. Після побудови графіків потрібно акцентувати увагу учнів на те, що вітки графіка парної функції симетричні відносно осі координат, а вітки графіка непарної функції симетричні відносно початку координат. Під час розгляду кожного з випадків потрібно пропонувати учням наводити приклади деяких таких функцій.

Під час вивчення теми “Степенева функція з цілим показником” необхідно, щоб учні аналогічно степеневі функції з натуральним показником сформулювали означення степеневі функції з цілим показником: функцію, яку можна задати формулою $y = x^n$, де $n \in Z$, називають *степеневою функцією з цілим показником*. Оскільки властивості цієї функції для кастрального показника розглядаються в попередній темі то щоб не витратити час, слід детальніше розглянути випадки коли показник є нулем або від’ємним числом. Розглядаються дві функції $y = x^0$ та $y = x^{-n}, n \in N$, дослідження властивостей функції $y = x^n$, аналогічно як і у попередній темі, потрібно провести для двох випадків, де n – парне ціле число і n – непарне ціле число. За допомогою встановлених властивостей слід зобразити графіки та навести приклади таких функцій.

У темі: “Функція $y = \sqrt[n]{x}$ ” потрібно пояснити кожний пункт дослідження функції $y = \sqrt[n]{x}$ для арифметичного кореня парного і непарного степеня та побудувати графіки функцій відповідно до випадку $n = 2k + 1, k \in N$ та $n = 2k, k \in N$.

Після вивчення кожної із тем варто пропонувати учням різнорівневі завдання початкового, середнього, достатнього та високого рівнів.

Наведемо приклад розроблених нами завдань із досліджуваної теми:

Початковий рівень

- Через які з даних точок проходить графік функції $y = x^5$?
1) $A(-1; 1)$; 2) $B(2; 32)$; 3) $C(-0,2; -0,0032)$; 4) $D(-3; -243)$?
- Функцію задано формулою $f(x) = x^{19}$. Порівняйте:
1) $f(1,4)$ і $f(1,8)$; 2) $f(-7,6)$ і $f(-8,5)$;
3) $f(-6,9)$ і $f(6,9)$; 4) $f(0,2)$ і $f(-12)$.
- При яких значеннях a графік функції $y = ax^4$ проходить через точку $A(-5; 20)$?
- Функцію задано формулою $f(x) = x^{-19}$ Порівняйте:
1) $f(1,6)$ і $f(2)$ 2) $f(-5,6)$ і $f(-6,5)$
3) $f(-9,6)$ і $f(9,6)$ 4) $f(0,1)$ і $f(-10)$
- Порівняйте:
1) $\sqrt[3]{1,6}$ і $\sqrt[3]{1,4}$ 3) $\sqrt[5]{-23}$ і $\sqrt[5]{-26}$
2) $\sqrt[4]{17}$ і 2 4) $2\sqrt[3]{3}$ і $3\sqrt[3]{2}$

Середній рівень

- Розв'яжіть рівняння:
1) $x^5 = 32$; 2) $x^3 = -\frac{8}{27}$.
- Розташуйте в порядку спадання значення виразів:
 $\left(-\frac{3}{4}\right)^5, \left(-2\frac{1}{3}\right)^5, \left(-\frac{2}{3}\right)^5, \left(-2\frac{2}{5}\right)^5$.
- Знайдіть точки перетину графіків функцій $y = x^{-4}$ і $y = \frac{1}{32}x$
- Між якими двома послідовними цілими числами знаходиться на координатній прямій число:
1) $\sqrt{3}$ 2) $\sqrt[3]{3}$ 3) $\sqrt[4]{21}$ 4) $\sqrt[3]{100}$

Достатній рівень

- Побудуйте графік функції:
1) $y = x^3 - 1$; 2) $y = (x+1)^4$
- Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^8$ на проміжку:
1) $[0; 2]$; 2) $[-2; -1]$; 3) $[-1; 1]$; 4) $(-\infty; -2]$.
- Побудуйте графік функції: 1) $y = x^{-5} - 3$; 2) $y = \frac{1}{x|x|}$.

Високий рівень

- Скільки коренів залежно від значення a має рівняння:

1) $x^{12} = a - 6$; 2) $x^{24} = a^2 + 7a - 8$.

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $4x^3 + x^7 = -5$; 2) $x^6 + 3x^8 = 4$.

3. Розв'яжіть рівняння: $\sqrt[3]{x-9} + \sqrt[4]{x+6} = 3$

Висновок: Результати експериментального дослідження підтвердили ефективність розробленої методики.

Список використаних джерел:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики / Г.П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.
2. Бевз Г.П. Методика викладання алгебри: посібник для вчителів / Г.П. Бевз. – К.: Радянська школа, 1971. – С. 70 – 96
3. Мерзляк А.Г. Алгебра і початки аналізу 10 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Харків: Гімназія, 2010 – 352 с.
4. Гельфанд М.Б. Основні питання викладання алгебри в ІХ-ХІ класах / М.Б. Гельфанд. – К.: Радянська школа, 1963. – С. 26 – 35, 93 – 119

Methods of studying the topic "Power function" in the known algebra and the test in Grade 10 at the profile level will help teachers to explain the theory, selection and preparation of appropriate tasks to each lesson topic, increase the efficiency and commitment of teaching. This theme promotes crystallization functional mindset of students.

Key words: *power function, and a natural rate, root n-th degree, and the domain of the function, the profile level.*

УДК 004.72:004.057.2

Максимчук А.О., студент 4 курсу Інституту комп'ютерних інформаційних технологій Національного авіаційного університету

Науковий керівник: **Іскренко Ю.Ю.**, кандидат технічних наук, доцент

ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ БЕЗПРОВОДОВИХ МОБІЛЬНИХ МЕРЕЖ СТАНДАРТІВ 3G І 4G

У статті розкривається порівняльний аналіз безпроводових мобільних мереж стандартів 3g і 4g, висвітлено основні підходи до організації мереж 3g, встановлено основні вимоги до мобільних мереж 3g.

Ключові слова: *безпроводові мобільні мережі стандартів 3g і 4g, мобільність, локальна зона покриття, широка зона покриття, UMTS, CDMA 2000.*

Актуальність дослідження. Мобільні пристрої прийнято класифікувати по поколіннях (G - generation), до яких вони належать. Найменування розпочалося з появи телефонів покоління 1g, які часто називають "цеглою". Вони дійсно були першими телефонами, що з'явилися на ринку.

Далі з'явилося друге покоління телефонів або покоління 2g. Їх поява привела до переходу від аналогових до цифрових технологій. Телефони наступного покоління з'явилися у кінці 1990-х.

Третє покоління або 3g започаткувало передачу даних на великих швидкостях, і саме починаючи з покоління 3g, стало можливим використати стільниковий телефон для передачі великих об'ємів даних. Відповідно, четверте покоління 4g - це сама остання технологія передачі даних, або ж нова мережа 4g.

Мета дослідження – дати порівняльний аналіз безпроводових мобільних мереж стандартів 3g і 4g, висвітлити основні підходи до організації мереж 3g, встановити основні вимоги до мобільних мереж 3g.

Результати. Головна відмінність 3g від експлуатованих мереж попередніх поколінь в тому, що передача великого об'єму інформації здійснюється на високих швидкостях.

Можливості мереж 3g відкривають нові горизонти у використанні мобільного зв'язку, причому як приватним абонентам, так і великим корпораціям. Зміниться саме поняття мобільного телефону, він стане багатофункціональним пристроєм, призначеним для усіх випадків життя. Окрім послуг доступу в Інтернет і відеоконференц-зв'язку, клієнти 3g зможуть скористатися віддаленим доступом до корпоративної мережі.

Третє покоління стільникового зв'язку в корені міняє таке поняття, як мобільна робота. Співробітник зможе виконувати свої завдання у будь-якому місці, навіть не виходячи з будинку.

Важливим елементом послуг 3g являється мобільна електронна комерція, коли сплатити товари і послуги можна буде за допомогою мобільного телефону. Він тим самим перетвориться на віртуальний гаманець. Крім того, телефон може стати і персональним мобільним доктором - розробники серйозно замислюються про запуск такої послуги, як віддалена медична діагностика.

Одна з найголовніших вимог - мережа 3g повинна передавати дані від абонента і назад зі швидкістю до 2.048 Мбіт/с при низькій мобільності (швидкість - менше 3 км/год) і локальній зоні покриття до 144 кбіт/с при високій мобільності (до 120 км/год) і широкій зоні покриття.

Сьогодні у світі існують дві основні конкуруючі концепції 3g: UMTS (Universal Mobile Telecommunications Systems - універсальна мобільна телекомунікаційна система), підтримувана європейськими країнами, і CDMA 2000 (Code Division Multiple Access - мультимультимедійний доступ з кодовим розділенням каналів), прибічниками якої традиційно є азіатські країни і США. В принципі ці дві технології припускають два різні підходи до

організації мереж 3g: революційний (UMTS) і еволюційний (різновиди CDMA - CDMA2000, CDMA2000 1X, CDMA2000 1X EV-DO). Еволюційний шлях має на увазі збереження частот і поступовий перехід до нових технологій, шляхом нарощування технічних потужностей оператора. UMTS - абсолютно новий стандарт, тоді як різновиди CDMA, запропоновані для 3g, є розвитком технології другого покоління cdmaOne (IS - 95), що вже експлуатується у світі. 4g (від англ. fourth generation - четверте покоління) - покоління мобільного зв'язку з підвищеними вимогами. До четвертого покоління прийнято відносити перспективні технології, що дозволяють здійснювати передачу даних зі швидкістю, що перевищує 100 Мбіт/с – мобільним абонентам і 1 Гбіт/с - стаціонарним абонентам.

Технології LTE Advanced (LTE - A) і WiMAX 2 (WMAN - Advanced, IEEE 802.16m) були офіційно визнані безпроводними стандартами зв'язку четвертого покоління 4g (IMT - Advanced) Міжнародним союзом електрозв'язку на конференції в Женеві в 2012 році.

У березні 2008 року сектор радіозв'язку Міжнародного союзу електрозв'язку (ITU - R) визначив ряд вимог для стандарту міжнародного мобільного безпроводного ширококутового зв'язку 4g, що дістав назву специфікацій International Mobile Telecommunications Advanced (IMT - Advanced), зокрема встановивши вимоги до швидкості передачі даних для обслуговування абонентів : швидкість 100 Мбіт/с повинна надаватися високомобільним абонентам (наприклад, потягам і автомобілям), а абонентам з невеликою мобільністю (наприклад пішоходам і фіксованим абонентам) повинна надаватися швидкість 1 Гбіт/с.

Оскільки перші версії мобільного WiMAX і LTE підтримують швидкості значно менше за 1 Гбіт/с, їх не можна назвати технологіями, відповідними IMT - Advanced, хоча вони часто вказуються постачальниками послуг, як технології 4g. 6 грудня 2010 року МСЗ-Р визнав, що найбільш просунуті технології розглядають як "4g", хоча цей термін не визначений.

Основні дослідження при створенні систем зв'язку четвертого покоління ведуться у напрямі використання технології ортогонального частотного ущільнення OFDM. Крім того, для максимальної швидкості передачі використовується технологія передачі даних за допомогою N-антен і їх прийому M-антенами - MIMO. При цій технології передавальні і приймальні антени рознесені так, щоб досягти слабкої кореляції між сусідніми антенами.

4g технологіям LTE, WiMAX не потрібно сім-карти в діапазоні 450 Мгц. Системи зв'язку 4g ґрунтовані на пакетних протоколах передачі даних.

Для пересилки даних використовується протокол IPv4; в майбутньому планується підтримка IPv6.

Відповідно до специфікації Міжнародного Союзу Електрозв'язку, мережі 3g повинні мати мінімальну швидкість передачі даних 2 Мбіт/с для стаціонарних об'єктів і користувачів, що переміщуються з низькою швидкістю і мінімальною швидкістю передачі даних 348 кбіт/с для користувачів, що переміщуються з високою швидкістю.

У 3g мережах використовують технологію з кодовим розділенням сигналів, що дозволяє поліпшити зв'язок під час руху. Переміщаючись, ви поступово віддаляєтеся від однієї радіостанції і наближаєтеся до іншої. Щоб виключити обривів зв'язку, була реалізована технологія, що дозволяє плавно зменшувати сигнал із станції, що віддаляється, і збільшувати сигнал від тієї, що наближається.

Висновки. Таким чином, 3g включає 5 радіоінтерфейсів на основі трьох різних технологій доступу (FDMA, TDMA і CDMA).

4g - це перспективна технологія зв'язку, який має дуже високу швидкість передачі даних, але доки її тільки починають впроваджувати по всьому світу. На відміну від третього покоління зв'язку, 4g повністю ґрунтована на протоколах пакетної передачі даних і має технологію Voice over IP, що забезпечує передачу голосових сигналів за допомогою Інтернету. Завдяки VoIP ви зможете здійснювати дешеві дзвінки у будь-яку точку землі через Інтернет. Існує думка, що це може знищити ринок мобільного зв'язку.

Відповідно до Міжнародного Союзу Електрозв'язку, мережі четвертого покоління повинні мати протоколи пакетної передачі даних, мінімальну швидкість передачі даних 1 Гбіт/с для стаціонарних об'єктів і користувачів, що переміщуються з низькою швидкістю і мінімальною швидкістю передачі даних 100 Мбіт/с для користувачів, що переміщуються з високою швидкістю. Оскільки четверте покоління тільки починає впроваджуватися, багато постачальників послуг зв'язку видають технології WiMAX і LTE за 4g, хоча такими не є, оскільки не підтримують необхідну швидкість передачі даних.

Отже, основні відмінності цих стандартів :

1. У мережах 4g мінімальна швидкість передачі даних 100 Мбіт/с, тоді як в 3g - 348 кбіт/с.
2. 4g повністю ґрунтована на протоколах пакетної передачі даних, а в 3g використовується комутація каналів і пакетів.
3. 4g володіє VoIP.

4. 3g впроваджений на 10 років раніше, ніж 4g, внаслідок чого має велику область покриття.

Список використаних джерел:

1. Технологія 3G - <http://www.cti.com.ua/products/articles/3g.html>.
2. Чим відрізняються 3G від 4G - http://thedb.Ru/items/Chem_otlichutsia_3G_ot_4G/
3. Стандарти технології 4G - http://www.whatsag.com/G/Understanding_4G.php

In the article the comparative analysis of the wireless mobile networking standards 3g and 4g, highlights the major approaches to networking 3g, set the basic requirements to mobile networks 3g.

Key words: wireless mobile network standards 3g and 4g, mobility, local coverage, wide coverage, UMTS, CDMA 2000.

УДК 511.331

Мариніна Н.І., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Кріль С.О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

МЕТОД КОМПЛЕКСНОГО ІНТЕГРУВАННЯ В ТЕОРІЇ ДЗЕТА-ФУНКЦІЇ РІМАНА

У статті проводиться дослідження властивостей ψ -функції Рімана, яка є спорідненою до дзета-функції, а також розглядається теорема, у доведенні якої використовується метод комплексного інтегрування в теорії дзета-функції Рімана.

Ключові слова: дзета-функція та ψ -функція Рімана, нулі дзета-функції, комплексне інтегрування, асимптотичний закон розподілу простих чисел, асимптотичні формули.

Вперше дзета-функцію ввів у розгляд швейцарський математик Леонард Ейлер. Ця функція має широке застосування в теорії чисел. Надалі над її дослідженням активно працював німецький математик Бернгард Ріман. На честь нього вона й була названа дзета-функцією Рімана, оскільки він опублікував винятково важливий мемуар, присвячений цій функції. У ньому він розглянув дзета-функцію для комплексних значень (Ейлер розглядав цю функцію для дійсних значень), знайшов її аналітичне продовження на всю комплексну площину, досліджував кількість простих чисел, менших заданого числа, отримав точну формулу для знаходження цього числа з використанням цієї функції й висловив свою гіпотезу про розташування її нетривіальних нулів. Над дослідженням цієї гіпотези багато математиків світу працюють вже понад 150 років.

Нехай $s = \sigma + it$ – комплексна змінна.

Означення 1. При $\text{Re } s = \sigma > 1$ функція $\zeta(s)$ – дзета-функція Рімана – задається рівністю

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}.$$

З означення випливає, що $\zeta(s)$ – аналітична функція у півплощині $\operatorname{Re} s > 1$.

Особливе значення для теорії чисел має наступна формула (тотожність Ейлера):

$$\zeta(s) = \prod_p \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}, \quad \operatorname{Re} s > 1.$$

Наслідок 1. $\zeta(s)$ – функція аналітична у півплощині $\operatorname{Re} s > 0$ за винятком точки $s = 1$; у точці $s = 1$ дзета-функція $\zeta(s)$ має простий полюс з лишком рівним 1.

Питання про нулі дзета-функції, а також інші прикладні питання отримують нові широкі можливості для дослідження, якщо поширити її на всю комплексну площину.

Теорема 1. Функціональне рівняння дзета-функції:

$$\pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s) = \pi^{-\frac{1-s}{2}} \Gamma\left(\frac{1-s}{2}\right) \zeta(1-s).$$

Наслідок 2. Функція

$$\xi(s) = \frac{1}{2} s(s-1) \pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s)$$

є цілою і

$$\xi(s) = \xi(1-s).$$

З теореми бачимо, що при $s = -2, -4, -6, \dots, -2n, \dots$ дзета-функція дорівнює 0, оскільки $\frac{1}{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)} = 0$; при $s = 0$ дзета-функція не дорівнює 0,

оскільки нуль $\frac{1}{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}$ гаситься $\zeta(1-s)$. Виписані нулі називаються

тривіальними. Крім тривіальних, дзета-функція має нескінченно багато нетривіальних нулів, які лежать у смузі (критична смуга) $0 \leq \operatorname{Re} s \leq 1$.

Теорема 2. Функція $\xi(s)$ є цілою функцією першого порядку, яка має нескінченно багато нулів ρ_n , таких, що $0 \leq \operatorname{Re} \rho_n \leq 1$; ряд $\sum |\rho_n|^{-1}$

розбіжний, а ряд $\sum |\rho_n|^{-1-\varepsilon}$ збігається при будь-якому $\varepsilon > 0$. Нулі $\xi(s)$ є нетривіальними нулями $\zeta(s)$.

Наслідок 3. Має місце формула

$$\xi(s) = e^{A+Bs} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{s}{\rho_n}\right) e^{\frac{s}{\rho_n}} = \frac{1}{2} \prod \left(1 - \frac{s}{\rho}\right)$$

Означення 2. Асимптотичним законом розподілу простих чисел називається твердження $\pi(x) \sim \frac{x}{\ln x}$ або, еквівалентне йому, $\psi(x) \sim x$ при $x \rightarrow \infty$.

Метод комплексного інтегрування виник у зв'язку з доведенням асимптотичної формули для $\pi(x)$ – кількості простих чисел, що не перевищують x . Ця формула була отримана Адамаром і Валле-Пуссеном у 1896 році. Ключовим моментом доведення стало встановлення так званої границі нулів дзета-функції Рімана, тобто доведення того факту, що на прямій $\sigma = 1$ немає нулів дзета-функції.

Теорема 3. (Ш. Валле-Пуссен). Існує абсолютна стала $c > 0$ така, що в області s -площини

$$\operatorname{Re} s = \sigma \geq 1 - \frac{c}{\log(|t| + 2)}$$

немає нулів дзета-функції.

Тепер розглянемо доведення асимптотичного закону розподілу простих чисел.

Теорема 4. Існує абсолютна стала $c > 0$ така, що

$$\psi(x) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n) = x + O(xe^{-c\sqrt{\ln x}});$$

$$\pi(x) = \sum_{p \leq x} 1 = \int_2^x \frac{du}{\ln u} + O(xe^{-\frac{c}{2}\sqrt{\ln x}}).$$

Означення 4. Рядом Діріхле називається вираз

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s}, \quad (1)$$

де a_n – комплексні числа (коефіцієнти ряду Діріхле), $s = \sigma + it$.

Розглянемо $\Phi(x) = \sum_{n \leq x} a_n$. Функцію $\Phi(x)$ можна виразити при певних умовах стосовно ряду (1) через $f(s)$.

Наступна теорема доводиться методом комплексного інтегрування.

Теорема 1. Нехай ряд (1) для $f(s)$ абсолютно збіжний при $\sigma > 1$, $|a_n| \leq A(n)$, де $A(n) > 0$ – монотонно зростаюча функція n при $\sigma \rightarrow 1+0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| n^{-\sigma} = O((\sigma - 1)^{-\alpha}), \alpha > 0.$$

Тоді при будь-яких $b_0 \geq b > 1$, $T \geq 1$, $x = N + \frac{1}{2}$ має місце формула

$$\Phi(x) = \sum_{n \leq x} a_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{b-iT}^{b+iT} f(s) \frac{x^s}{s} ds + O\left(\frac{x^b}{T(b-1)^\alpha}\right) + O\left(\frac{x^A(2x) \log x}{T}\right),$$

де стала у знаку O залежить тільки від b_0 .

Список використаних джерел

1. Карацуба А. А. Основы аналитической теории чисел / А. А. Карацуба. — М. : Наука, 1975. — 183 с.
2. Воронин С.М. Дзета-функция Римана / С.М. Воронин, А. А. Карацуба. — М. : Физматлит, 1994. — 376 с.
3. Титчмарш Е.К. Теория дзета-функции Римана / Титчмарш Е.К. — М. : ИЛ, 1953. — 409 с.
4. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И. И. Привалов. — 13-е изд. — М. : Наука, 1984. — 432 с.

The article is to study the properties of the Riemann Xi function, which is related to the zeta function, and is also seen theorem to prove that uses complex integration method in the theory of the Riemann zeta function.

Key words: Riemann zeta function, Riemann xi function, zero zeta function, complex integration, asymptotic law fo primes, asymptotic formula.

УДК 517.5

Марценківська О.Ю., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Гнатюк В. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

КРИТЕРІЇ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ РІЗНИХ ФОРМ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОГО ЗВАЖЕНОГО ОДНОЧАСНОГО РІВНОМІРНОГО НАБЛИЖЕННЯ СІМ'Ї НЕПЕРЕРВНИХ НА КОМПАКТІ ФУНКЦІЙ

Встановлено деякі критерії екстремального елемента задачі найкращого зваженого одночасного рівномірного наближення сім'ї неперервних на компактї функцій у випадках різних еквівалентних форм подання цієї задачі.

Ключові слова: найкраще зважене одночасне рівномірне наближення, вагова функція, критерії екстремальності.

Постановка задачі. Нехай S — компакт, s — його елементи, $C(S)$ — лінійний над полем дійсних чисел простір всіх дійснозначних функцій g , неперервних на S , з нормою $\|g\| = \max_{s \in S} |g(s)|$, ω — додатна, неперервна на S функція, яку будемо називати ваговою функцією.

Будемо позначати через G множину сімей $\{\varphi_j, j \in I\}$ функцій простору $C(S)$, де I — довільна множина таких індексів, що для будь-якого елемента $s \in S$ $\varphi_j(s)$, як функція j , досягає на I найменшого та найбільшого значень і функції $\Phi_1(s) = \min_{j \in I} \varphi_j(s)$, $\Phi_2(s) = \max_{j \in I} \varphi_j(s)$, $s \in S$, неперервні на компактi S . Нехай, крім того, $V \subset C(S)$.

Задачею найкращого одночасного зваженого рівномірного наближення із ваговою функцією ω сім'ї $\{\varphi_j, j \in I\} \in G$ множиною V будемо називати задачу відшукування величини

$$\alpha_V^* \left(\{\varphi_j, j \in I\}, \omega \right) = \inf_{g \in V} \sup_{s \in S} \sup_{j \in I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g(s)|. \quad (1)$$

Твердження 1. Для кожного $g \in C(S)$ та кожного $s \in S$ існує індекс $j_{g,s} \in I$, такий, що $\sup_{j \in I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g(s)| = \omega(s) |\varphi_{j_{g,s}}(s) - g(s)|$.

Твердження 2. Для кожного $g \in C(S)$ відображення $s \in S \rightarrow \max_{j \in I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g(s)|$ є неперервним на S .

Твердження 3. Для кожного $g \in C(S)$ існує $(s_g, j_g) \in S \times I$, що $\omega(s_g) |\varphi_{j_g}(s_g) - g(s_g)| = \max_{(s,j) \in S \times I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g(s)|$.

З урахуванням узагальненої теореми Вейерштрасса та тверджень 1-3, легко встановити справедливність такого твердження.

Твердження 4. Для кожного $g \in C(S)$ мають місце рівності

$$\begin{aligned} \max_{s \in S} \max_{j \in I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g(s)| &= \max_{j \in I} \max_{s \in S} \omega(s) |\varphi_j(s) - g(s)| = \\ &= \max_{j \in I} \|\omega \varphi_j - \omega g\| = \max_{i \in \{1, 2\}} \|\omega \Phi_i - \omega g\| = \max_{(s,j) \in S \times I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g(s)|. \end{aligned}$$

Враховуючи твердження 4, задачу відшукування величини (1) можна подати в таких еквівалентних формах.

$$\begin{aligned}
\alpha_V^* \left(\{ \varphi_j, j \in I \}, \omega \right) &= \inf_{g \in V} \max_{s \in S} \max_{j \in I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g(s) | = \\
&= \inf_{g \in V} \max_{j \in I} \max_{s \in S} \omega(s) | \varphi_j(s) - g(s) | = \inf_{g \in V} \max_{j \in I} \| \omega \varphi_j - \omega g \| = \\
&= \inf_{g \in V} \max_{i \in \{1, 2\}} \| \omega \Phi_i - \omega g \| = \inf_{g \in V} \max_{(s, j) \in S \times I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g(s) |. \tag{2}
\end{aligned}$$

Означення 1. Екстремальним елементом для величини (2)

будемо називати елемент $g^* \in V$ такий, що

$$\alpha_V^* \left(\{ \varphi_j, j \in I \}, \omega \right) = \max_{s \in S} \max_{j \in I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g^*(s) |.$$

Відомо, що в різних галузях математичної науки, особливо прикладних напрямків, виникають задачі на одночасне наближення функцій. Серед них — задача найкращого одночасного рівномірного наближення сім'ї неперервних на компактї функцій, що розглядалась у праці [1] і є частковим випадком задачі відшукування величини (2), який отримується при $\omega(s) = 1, s \in S$.

У роботі відповідні результати праці [1] поширено на випадок задачі відшукування величини (2).

Основні результати. Наведемо основні результати дослідження задачі відшукування величини (2), що стосуються критеріїв екстремального елемента, сформульованих у термінах, відповідних різним формам подання цієї задачі.

Для $g^* \in V$ позначимо через

$$\begin{aligned}
Q_0 &= \left\{ g \in C(S) : \max_{s \in S} \max_{j \in I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g(s) | < \max_{s \in S} \max_{j \in I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g^*(s) | \right\} = \\
&= \left\{ g \in C(S) : \max_{j \in I} \max_{s \in S} \omega(s) | \varphi_j(s) - g(s) | < \max_{j \in I} \max_{s \in S} \omega(s) | \varphi_j(s) - g^*(s) | \right\} = \\
&= \left\{ g \in C(S) : \max_{i \in \{1, 2\}} \| \omega \Phi_i - \omega g \| < \max_{i \in \{1, 2\}} \| \omega \Phi_i - \omega g^* \| \right\} = \\
&= \left\{ g \in C(S) : \max_{(s, j) \in S \times I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g(s) | < \max_{(s, j) \in S \times I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g^*(s) | \right\}, \\
S(g^*) &= \left\{ s \in S : \max_{j \in I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g^*(s) | = \max_{s \in S} \max_{j \in I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g^*(s) | \right\}, \\
I(g^*, s) &= \left\{ j \in I : \omega(s) | \varphi_j(s) - g^*(s) | = \max_{j \in I} \omega(s) | \varphi_j(s) - g^*(s) | \right\}, s \in S(g^*);
\end{aligned}$$

$$I(g^*) = \left\{ j \in I : \max_{s \in S} \omega(s) |\varphi_j(s) - g^*(s)| = \max_{j \in I} \max_{s \in S} \omega(s) |\varphi_j(s) - g^*(s)| \right\},$$

$$S(g^*, j) = \left\{ s \in S : \omega(s) |\varphi_j(s) - g^*(s)| = \max_{s \in S} \omega(s) |\varphi_j(s) - g^*(s)| \right\}, j \in I(g^*);$$

$$(S \times I)(g^*) = \left\{ (s, j) \in S \times I : \omega(s) |\varphi_j(s) - g^*(s)| = \max_{(s, j) \in S \times I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g^*(s)| \right\}.$$

Нехай, крім того, $\Gamma(Q_0, g^*)$ — конус внутрішніх напрямків для множини Q_0 з точки g^* (див., наприклад, [2, с. 12, 13]), $\Gamma^*(V, g^*)$ — конус граничних напрямків для множини V з точки g^* (див., наприклад, [2, с. 12, 13]).

Теорема 1. Для $g^* \in V$ має місце рівність

$$\begin{aligned} \Gamma(Q_0, g^*) &= \\ &= \left\{ g \in C(S) : \text{sign}(\varphi_j(s) - g^*(s))g(s) > 0, s \in S(g^*), j \in I(g^*, s) \right\} = \\ &= \left\{ g \in C(S) : \text{sign}(\varphi_j(s) - g^*(s))g(s) > 0, j \in I(g^*), s \in S(g^*, j) \right\} = \\ &= \left\{ g \in C(S) : \text{sign}(\varphi_j(s) - g^*(s))g(s) > 0, (s, j) \in (S \times I)(g^*) \right\}. \end{aligned}$$

Означення 2. [3] Множина M лінійного нормованого простору Y називається Γ^* -множиною відносно $y^* \in M$, якщо $y - y^* \in \Gamma^*(M, y^*)$ для всіх $y \in M$.

Теорема 2. Якщо $V \in \Gamma^*$ -множиною відносно g^* , в тому числі зірковою відносно g^* або опуклою множиною, то для того, щоб елемент $g^* \in V$ був екстремальним для задачі відшукування величини (2), необхідно і достатньо, щоб

$$\begin{aligned} &(\forall g \in V)(\exists s_g \in S, \exists j_g \in I): \\ &\max_{s \in S} \max_{j \in I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g^*(s)| = \max_{j \in I} \omega(s_g) |\varphi_j(s_g) - g^*(s_g)| = \\ &= \omega(s_g) |\varphi_{j_g}(s_g) - g^*(s_g)| \\ &\text{та } \text{sign}(\varphi_{j_g}(s_g) - g^*(s_g))(g(s_g) - g^*(s_g)) \leq 0. \quad (3) \end{aligned}$$

Теорема 3. Якщо $V \in \Gamma^*$ - множиною відносно g^* , в тому числі зірковою відносно g^* або опуклою множиною, то для того, щоб елемент $g^* \in V$ був екстремальним для задачі відшукування величини (2), необхідно і достатньо, щоб

$$(\forall g \in V)(\exists j_g \in I, \exists s_g \in S):$$

$$\max_{j \in I} \|\omega \varphi_j - \omega g^*\| = \|\omega \varphi_{j_g} - \omega g^*\| = \max_{s \in S} |\omega(s) \varphi_{j_g}(s) - \omega(s) g^*(s)| =$$

$$= |\omega(s_g) \varphi_{j_g}(s_g) - \omega(s_g) g^*(s_g)|$$

та мало місце співвідношення (3).

Теорема 4. Якщо $V \in \Gamma^*$ - множиною відносно g^* , в тому числі зірковою відносно g^* або опуклою множиною, то для того, щоб елемент $g^* \in V$ був екстремальним для задачі відшукування величини (2), необхідно і достатньо, щоб

$$(\forall g \in V)(\exists (s_g, j_g) \in S \times I):$$

$$\max_{(s,j) \in S \times I} \omega(s) |\varphi_j(s) - g^*(s)| = \omega(s_g) |\varphi_{j_g}(s_g) - g^*(s_g)|$$

та виконувалось співвідношення (3).

Висновки. Встановлено деякі критерії екстремального елемента для кількох еквівалентних між собою форм задачі найкращого зваженого одночасного рівномірного наближення сім'ї неперервних на компактї функцій.

Список використаних джерел:

1. Гнатюк Ю. В. Найкраще рівномірне наближення сім'ї неперервних на компактї функцій / Ю. В. Гнатюк // Укр. мат. журн.. – 2002. – Т. 54, № 11. – С. 1574 – 1580.
2. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.-Ж. Лоран. – М. : Мир, 1975. – 496 с.
3. Гудима У. В. Найкраща рівномірна апроксимація неперервного компактозначного відображення множинами неперервних однозначних відображень / У. В. Гудима // Укр. мат. журн.. – 2005. – Т. 57, № 12. – С. 1601 – 1619.

Some criteria of the extremal element are proved for the presented in various equivalent forms problem of the best weighted simultaneous uniform approximation of the family continuous on a compact set functions.

Key words: the best weighted simultaneous uniform approximation, weight function, criteria extremality.

УДК 53(07)

Нацюк Л.В., студентка 6-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Атаманчук П.С.**, доктор педагогічних наук, професор
**РОЗВИТОК ПРЕДМЕТНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ СТУДЕНТІВ З
МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ФІЗИКИ У ПРОЦЕСІ НАВЧАЛЬНОЇ
ПРАКТИКИ**

У статті виділено значення та сутність педагогічної практики студентів з методики навчання фізики для розвитку їх професійної компетентності.

***Ключові слова:** компетентність, компетенція, педагогічна практика, освіта, предметна компетентність.*

Нормативно правовими документами про освіту зазначено, що одним із основних завдань сучасної української освіти є підготовка випускника ВНЗ до формування у нього готовності до розв'язання соціальних, професійних, громадянських та життєвих проблем. Окрім цього, наказом МОН України №371 від 05.05.2008 р. проголошено, що на сьогоднішній день основними показниками освіти визнано — компетентності, які передбачають оволодіння тими, хто навчається, уміння використовувати набуті знання на практичній діяльності, швидко орієнтуватися в інформаційному просторі, а також, розв'язувати нестандартні, побутові та професійні проблеми. Забезпечити формування та розвиток усіх видів компетентностей майбутніх фахівців повинні викладачі засобами навчальних дисциплін. Зокрема, під час навчання фізики та методики навчання фізики – сформувати в учнів фізичну компетентність, яка передбачає оволодіння ними фізичними знаннями та умінням їх використовувати при розв'язанні практичних і прикладних завдань. Здійснювати формування і розвиток предметної компетентності студентів можна не тільки на заняттях, а й під час навчальної практики з МНФ.

У науковій літературі часто зустрічаються такі поняття, як «компетентність» і «компетенція». Аналіз поняття «компетентність» дав можливість встановити, що це складна і багатоаспектна категорія, до якої входять три взаємопов'язаних структурних компонента: когнітивний, діяльнісний, особистісний. У ході дослідження обрано трьохрівневу ієрархію компетентностей, яку пропонує МОН України у наказі «Про затвердження критеріїв оцінювання у системі загальної середньої освіти», де зазначається, що вчителям доцільно дотримуватися поділу компетентностей на предметні, міжпредметні та ключові. Спираючись на загальне визначення компетентності, узагальнено, що формування компетентності це готовність і здатність студента проявляти набуті знання з фізики, уміння і досвід при розв'язанні практичних, прикладних,

професійних та життєвих завдань. Як стверджує Ніколаєв О.М., однією із передумов забезпечення компетентності (поінформованості, обізнаності, авторитетності) є формування в майбутнього фахівця таких якостей, як навички й уміння самостійної роботи, розвиток креативного мислення, системний підхід до постановки й виконання завдань фахової діяльності, вибір провідного виду діяльності, розвиток творчої уяви, виховання ініціативи, уміння приймати рішення тощо [5]. Педагогічна і науково-виробнича практика студентів університету є необхідним етапом у підготовці майбутніх фахівців до викладацької та наукової діяльності. Головною умовою допуску до практики є успішне теоретичне оволодіння студентами знаннями з обраної спеціальності.

Протягом навчання на факультеті студенти вивчають нормативні курси й спецкурси з обраної спеціальності, беруть участь у спецсемінарах, які розкривають суттєвий зміст актуальних проблем певних дисциплін і надають систематичні педагогічні знання, а, крім того, прослуховують спецкурси з логіки, психології, риторики, методики використання технічних засобів навчання тощо. Основні навчальні посібники й методичні рекомендації щодо проведення практики студенти отримують і вивчають у процесі освоєння теоретичного матеріалу [3].

В результаті проходження науково-виробничої практики магістрант має оволодіти навичками самостійної науково-дослідної діяльності у професійній галузі на основі принципів:

– *науковості*, який полягає в організації наукового дослідження магістрантів у відповідності до сучасної методології науки, у дотриманні етапності й логіки у проведенні наукового дослідження;

– *креативності*, що являє актуалізацію і стимулювання творчого підходу магістрантів до проведення наукового дослідження;

– *врахування наукових інтересів магістрантів*, що передбачає практику проведення наукового дослідження відповідно до науково-дослідних інтересів магістрантів.

Для кращого розвитку пізнавальної активності студентів з МНФ слід залучати до проходження навчальної педагогічної практики. Вона підводить їх до розуміння сучасних фізичних методів дослідження, виробляє у них практичні вміння і навички, тобто формує компетентності (у тому числі і предметні).

Компетентність у навчанні (в тому числі під час практики), частіше за все, визначають через усталені поняття: «здатність до...», «комплекс умінь», «готовність до...», «спроможність». Спільним у різних тлумаченнях «компетентності у навчанні» є акцентування на формуванні і розвитку в

студентів здатності практично діяти, застосовувати досвід успішної діяльності в певній сфері [2]. Іншими словами, під «компетентністю» найчастіше розуміють інтегральну якість особистості, яка виявляється у готовності самостійно успішно діяти на підставі здобутих протягом навчання і соціалізації знань і досвіду. Компетентність є особистісним потенціалом, який можна виявити тільки в діяльності. Слід підкреслити, що на відміну від таких часткових результатів освіти, як знання, уміння та опановані способи діяльності, компетентність – це інтегруючий результат освіти. Засвоєння студентом знань, формування умінь, накопичення досвіду різних видів діяльності відбувається у навчальних ситуаціях, які створені та неодноразово (з невеликими змінами) реалізовані викладачем у навчальному процесі для закріплення та перевірки знань і умінь. Компетентність студента виявляється поза цими стандартними ситуаціями і фіксується як прояв творчої ініціативи, побудова оригінального алгоритму дій або удосконалення раніше відомого, виникнення нових ідей тощо. [6] Отже, компетентність – це надситуативний результат освіти, який дозволяє особистості успішно діяти у нестандартних ситуаціях, використовуючи знання та досвід діяльності отриманих протягом навчання.

Практика студентів є обов'язковою складовою частиною процесу підготовки фахівців у вищих навчальних закладах і проводиться на відповідним чином оснащених базах практики вищих навчальних закладів, а також на сучасних підприємствах і в організаціях різних галузей господарства, освіти, охорони здоров'я, культури, торгівлі і державного управління. Згідно з навчальними планами вищих навчальних закладів терміни фахової практики становлять 20-25% всього навчального часу. Організація практичної підготовки студентів регламентується Положеннями про проведення практики студентів вищих навчальних закладів.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Концепція управління навчально-пізнавальною діяльністю в навчанні фізики / П.С. Атаманчук // Фізика та астрономія в школі. – 1999. – №3. – С. 3-6.
2. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в старшій школі: підручник для студентів вищих навчальних закладів / [Атаманчук П.С., Ляшенко О.І., Мендерецький В.В., Ніколаєв О.М.]. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. – 420 с.
3. Компетентність у навчанні. Компетенції [Текст] // Ен цикло педія освіти / В.Г. Кремень (голов. ред.). – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 408-409.
4. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи : бібліотека з освітньої політики / за заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : К.І.С., 2004. – 112 с.
5. Ніколаєв О.М. Виділення критеріїв предметної компетентності майбутнього вчителя фізики / О.М. Ніколаєв // Вісник Чернігівського національного педагогічного

університету. – Чернігівський національний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка Випуск 109 - Чернігів: ЧНПУ, 2013 – 324 с. – С 216 – 219.

6. Положення про проведення практики студентів вищих навчальних закладів України (Затверджено наказом Міністерства освіти України від 8.04.93 № 93 із змінами, внесеними згідно з наказом Міністерства освіти від 20.12.94 № 351) //

<http://www.minagro.gov.ua/page/?n=4944>

The article highlighted the value and nature of teaching practice students on methods of teaching physics to develop their professional competence.

Key words: *competence, competence, pedagogical practice, education, subject competence.*

УДК 37.016:53:004

Онофрійчук С.Р., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Семерня О.М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ З ФІЗИКИ

У статті розглянуто питання про розробку єдиного програмного засобу для контролю знань учнів загальноосвітніх шкіл України одного рівня. Виділені переваги використання інформаційних технологій як форми контролю, психологічні механізми його організації, принципи організації.

Ключові слова: *педагогічний контроль, педагогічний програмний засіб, інформаційні технології.*

Постановка проблеми. Перебудова навчального процесу у системі роботи школи, орієнтована на формування нового типу активно-творчої особистості. Це актуалізує пошук різноманітних активізуючих методів, прийомів, засобів та інноваційних технологій навчання.

Педагогічний контроль є найважливішим компонентом педагогічної системи й частиною навчального процесу. Оцінка визначає відповідність діяльності учнів вимогам конкретної педагогічної системи і всієї системи освіти. Звідси витікає актуальність і важливість чіткої організації контролю знань у процесі навчання фізики.

Розробка єдиного програмного засобу дасть можливість оцінювати всіх учнів українських шкіл за одними й тими самими вимогами та підвищить результативність знань учнів.

Аналіз публікацій та досліджень. Аналізуючи особливості стану проблеми перевірки і оцінки знань, слід зазначити, що ця проблема багатогранна і розглядалася дослідниками в самих різних аспектах. Опубліковано велика кількість робіт, що стосуються функцій, методів,

принципів перевірки і оцінки знань, загальних і часткових питань оцінювання. Точка зору на контроль як на засіб коригування пізнавальної діяльності учнів віддзеркалено в роботах Г.Н. Александрова, С.І. Архангельського, В.П. Безпалька, І.Є. Булах, Н.Ф. Тализіної та інших.

На думку авторів-дослідників, основна мета контролю знань полягає в виявленні досягнень, успіхів учнів; у визначенні шляхів вдосконалення, поглиблення знань, з тим, щоб створювалися умови для подальшого включення учнів в активну творчу діяльність [1-3].

Аналізуючи літературні джерела [3-5], в питаннях щодо контролювання пізнавальної діяльності учнів можна виділити три основні взаємопов'язані функції: діагностичну, навчальну та виховну.

Діагностична функція: контроль - це процес виявлення рівня знань, умінь, навичок учнів.

Навчальна функція контролю проявляється в активізації роботи з засвоєння навчального матеріалу.

Виховна функція: наявність системи контролю дисциплінує, організовує і спрямовує діяльність учнів, допомагає виявити прогалини в знаннях, усунути ці прогалини, формує творче ставлення до предмета і прагнення розвинути свої здібності.

Дослідник П.С. Атаманчук [1] виділяє такі типи контролю: оперативний, поточний, тематичний і підсумковий. В наших наукових дослідженнях будемо притримуватись цієї градації контролю знань учнів, з точки зору діяльнісного підходу до навчання.

Постановка завдання: розглянути особливості організації контролю знань з використанням інформаційних технологій у процесі вивчення фізики.

Відзначимо переваги контролю із застосуванням засобів інформаційних технологій навчання:

- істотно зменшуються витрати часу вчителя при підготовці, проведенні та перевірці контрольних завдань;
- збільшується частота проведення індивідуального контролю знань;
- підвищується об'єктивність контролю за рахунок можливості оперативної заміни завдань для контролю;
- здійснюється автоматизоване збирання і опрацювання статистичних даних за результатами контролю з метою удосконалення інформаційно-методичного забезпечення предмету, а також виявлення прогалин у знаннях учнів;

- контроль за допомогою комп'ютера забезпечує більш інтенсивну роботу мозку, виховує швидку реакцію на питання, економічність, точність відповідей.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Сьогодні на уроках фізики необхідно при мінімальній кількості навчальних годин дати достатню кількість інформації, з гарантією цілісності засвоєння навчального матеріалу. Профілізація шкільної освіти вимагає активного впровадження нових форм і методів навчання.

До прикладу, самостійну роботу учнів з електронними навчальними матеріалами необхідно планомірно й систематично включати в навчальний процес. При її організації необхідно здійснювати розумну комбінацію "традиційної" навчальної роботи у класі із самостійною "дистанційною" роботою вдома.

До видів самостійної діяльності, на наш погляд, доцільніше віднести такі: робота з навчальним текстом; тренувальні вправи; виконання довгострокових завдань; підготовка доповідей і рефератів; лабораторні досліді й спостереження; технічне моделювання й конструювання.

Під час вивчення нового матеріалу на уроці окремо аналізуються частини навчальної інформації, що пов'язані з тими узагальненими ознаками компонентів, які були визначені на попередньому етапі діяльності, розділяючи істотні ознаки та їх обґрунтування, ілюстрації, доведення тощо. Після вивчення нового матеріалу систематизуються істотні ознаки компонента, утворюючи систему тверджень, засвоєння якої створює у свідомості учнів цілісне уявлення про предмет пізнання.

Треба так формулювати домашнє завдання, щоб учень був вимушений додержуватися загального плану діяльності з фізичними або технічними текстами. Цьому сприяє складання робочих конспектів.

У робочому конспекті є дві частини - ліва і права. У лівій частині за допомогою малюнків, ключових слів вказується на обґрунтування окремих істотних ознак компонента. У правій частині також за допомогою ключових слів вказується на зміст відповідної істотної ознаки.

Вдома учень повинен, керуючись робочими конспектами, використовуючи текст підручника, електронні видання, публікації в мережі Інтернет знайти відповідні істотні ознаки, їх обґрунтування та додаткові приклади.

Відносно невеликий час, враховуючи профільну орієнтацію навчання, який можна використати для розв'язування фізичних задач, вимагає пошуку

способів збільшення їх кількості без перевантаження учнів домашньою роботою.

Одним з таких способів є використання довгострокових різнорівневих завдань з розв'язування фізичних задач. Результати виконання таких завдань перевіряються не на наступному уроці, а після закінчення певної теми шляхом проведення різних форм контролю.

Довгострокові рівневі завдання надають учням порівняно на великий час для їх виконання. Важливо в них те, щоб учні засвоїли способи розв'язування задач певного типу. Відкривається можливість для самовдосконалення умінь учнів, прагнення їх отримати більш високих досягнень своєї навчальної роботи.

Довгостроковий характер завдань дозволяє збільшити кількість задач для домашньої роботи, сприяє індивідуалізації навчання.

Одним з найбільш перспективних напрямків використання інформаційних технологій при вивченні фізики є комп'ютерне моделювання фізичних явищ і процесів. Комп'ютерні моделі дозволяють продемонструвати на екрані комп'ютера багато фізичних ефектів, а також дозволяють організовувати нові, нетрадиційні види навчальної діяльності учнів.

Комп'ютерні моделі дозволяють користувачеві управляти поведінкою об'єктів на екрані монітора, змінюючи початкові умови експериментів, і проводити різноманітні фізичні досліди. Деякі моделі дозволяють спостерігати на екрані монітора, одночасно з ходом експерименту, побудову графічних залежностей ряду фізичних величин. Можна виділити наступні види завдань для самостійної роботи учнів з комп'ютерними моделями: комп'ютерні експерименти; експериментальні завдання (тобто завдання, для розв'язку яких необхідно продумати й поставити відповідний комп'ютерний експеримент); розрахункові завдання з подальшою комп'ютерною перевіркою (завдання, які спочатку необхідно розв'язати без використання комп'ютера, а потім перевірити отриману відповідь, поставивши комп'ютерний експеримент); завдання з відсутніми даними (при розв'язку учень розбирається, якого параметра не вистачає для розв'язку й самостійно вибрати його величину); творчі завдання (учневі пропонується скласти кілька завдань, самостійно розв'язати їх, а потім, перевірити правильність результатів); дослідницькі завдання (учні повинні спланувати й провести комп'ютерні експерименти, які б підтвердили або спростували певні закономірності); проблемні завдання (використовуючи моделі можна продемонструвати проблемні ситуації, а потім запропонувати розібратися в їх причинах).

Висновки і перспективи подальших розвідок у даному напрямі. Отже, необхідно ліквідувати розмежування між сучасним рівнем викладання фізики в школі й дидактичними можливостями сучасних технологій інформаційного суспільства. Необхідно не просто переробляти конспекти уроків, підручники, посібники з паперового в електронний варіант, а розробляти методи і форми такого інтегрованого навчання і готувати вчителів вже з перших кроків отримання відповідної вищої освіти.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П. С. Управління процесом навчально-пізнавальної діяльності : монографія / П. С. Атаманчук. — Кам'янець-Подільський : К-ПДП, 1997. — 136 с.
2. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии / В. П. Беспалько. — М.: Педагогика, 1989. — 190 с.
3. Бондаренко З. В. Розробка тестових завдань, як засобу контролю знань і умінь студентів ВНЗ з теми “Дифференціальні рівняння” / З. В. Бондаренко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2004. — № 3. — С. 95–101.
4. Булах І. Є. Теорія і методика комп'ютерного тестування успішності навчання (на матеріалах медичних навчальних закладів): автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук: спец. 13.00.01 “Теорія та історія педагогіки” / І. Є. Булах. — К., 1995. — 50 с.
5. Краснов Н.Ф. Ширше застосовувати нові методи і технічні засоби навчання / Н.Ф. Краснов // Вісник вищої школи. - 1980. - № 5. - С. 3-11.

The article deals with the development of a single software tool for monitoring students' knowledge of secondary schools Ukraine one level. The basic idea - to eliminate the distinction between the state of the teaching of physics at school and didactic opportunities of modern information society technologies.

Key words: *pedagogical control, educational software tool, IT.*

УДК 004.427

Пара В.В., студент 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Кух А. М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

СУЧАСНІ СИСТЕМИ ВІДЕОМОНТАЖУ ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ РОБОТИ З ВІДЕОФРАГМЕНТАМИ

У статті розглянуто, зібрано та систематизовано інформацію про застосування різних TV- стандартів, загальні відомості про алгоритми стискання, та розглянуто деякі програми для роботи з цифровим відеотакі як: Virtualdub, MediaPortal, Movie DVD Maker .

Ключові слова: *відеостудія, оцифровування, цифрове відео.*

У процесі змішування сигналів основні проблеми виникають з відеозображенням. Застосування різних TV-стандартів (NTSC, PAL,

SECAM), моніторів та відеоконтролерів вимагає різних підходів до вирішення цих проблем. Але в будь-якому випадку потрібна синхронізація зображень. Пристрій genlock дозволяє сумістити на екрані монітору зображення, згенероване комп'ютером (текст, титри, анімована або нерухома графіка) та "живе" відео. Пристрій encoder (кодер) дозволяє перетворити комп'ютерне зображення в форму TV-сигналу та записати його на відеоплівку.

Настільні відеостудії, що є одним із прикладів застосування систем мультимедіа, дозволяють готувати суміщені відео-комп'ютерні кліпи, титри для відеофільмів та допомагають в процесі монтажу кінофільмів. Але вони не дозволяють обробляти та, редагувати аналогове зображення.

Для того, щоб обробка та редагування аналогового зображення стали можливими, його необхідно оцифрувати та ввести до пам'яті комп'ютеру. Для цього призначені плати захоплення (capture board, frame grabbers).

Оцифрований кадр можна змінювати в процесі інтерактивної екранної обробки (в межах дозволу відеоадаптеру), наприклад, редагувати графічним редактором (видаляти або додавати деталі, змінювати кольори та масштаби, додавати спецефекти мозаїки та інверсії тощо). Оброблені кадри можна записати на диск у графічному форматі, а потім взяти за реалістичний нерухомий фон для комп'ютерної анімації. Можлива покадрова обробка початкового зображення та виведення його назад на відеоплівку для створення псевдореалістичного мультфільму.

Оцифрування аналогових сигналів або породжує величезні масиви даних, або призводить до втрати якості зображення.

Запис послідовності кадрів у цифровому вигляді потребує великих обсягів зовнішньої пам'яті: оскільки частота кадрів у NTSC - 30 кадрів/с, а в PAL/SECAM - 24 кадри/с, то для запам'ятовування 1 с повнокольорового екранного відео потрібно 20-30 Мб. До того ж послідовність кадрів потрібно вивести на екран у відповідному темпі - близько 30 Mb/s. А такої швидкості передавання інформації не має жодний з існуючих зовнішніх запам'ятовуючих пристроїв. Щоб виводити на екран комп'ютеру оцифроване відео, доводиться йти на зменшення обсягу переданих даних (виведення зменшеного зображення в невеликому вікні, зниження частоти кадрової розгортки до 10-15 кадрів/с, зменшення кількості біт/піксель), тобто - на погіршення якості зображення.

Більш радикально проблеми пам'яті та пропускну здатності розв'язують за допомогою методів стискання/розгортання даних, які дозволяють стискати інформацію перед записом на зовнішній пристрій, а потім зчитувати та розгортати в реальному режимі часу при виведенні на екран.

Для рухомих відеозображень існуючі адаптивні різничні алгоритми можуть стискати дані з коефіцієнтом 100:1-160:1, що дозволяє розмістити на CD-R біля години повноцінного озвученого відео. Робота цих алгоритмів основана на тому, що як правило наступний кадр відрізняється від попереднього лише декотрими деталями: обираючи деякий кадр за базовий, для наступних кадрів можна зберігати тільки відносні зміни. При значних змінах кадру (монтажному склеюванні, наїзді або панорамуванні камери) автоматично обирається новий базовий кадр. Для статичних зображень коефіцієнт стискання є нижчим -20:1-30:1. Для аудіоданих застосовують свої методи компресії. Існують такі базові схеми стискання даних. Асиметрична, коли інформацію стискають в автономному режимі. Одну секунду відео стискають на протязі декількох секунд або хвилин потужними паралельними комп'ютерами та поміщають на зовнішній носій. На машинах користувачів встановлюють дешеві плати декодування, що відтворюють мультимедіа-інформацію в реальному часі. Це збільшує коефіцієнт стискання та покращує якість зображення, але користувача, позбавлено можливості розробляти власні продукти мультимедіа.

Симетрична, коли стискання та розгортання здійснюють у реальному часі на машині користувача, що може виробляти власну комерційну продукцію, не виходячи з дому. При цій схемі падає якість зображення (з'являються "змазані" кольори, розфоку-сованість), але з розвитком технології ця проблема відходить.

Змішана, коли розробник готує, відлагоджує та випробовує мультимедіа-продукт на своїй машині з симетричною схемою. Цей напівфабрикат у стандартному форматі надсилається до фірми, де його піддають стисканню на Потужному комп'ютері з використанням досконаліших алгоритмів та поміщають на носій. Через проблеми симетричної схеми, іноді обирають змішану схему. Багато фірм веде розробку алгоритмів стискання відео з більшим коефіцієнтом. В їх основу покладено різні адаптивні варіанти: DCT {Discrete Cosine Transform), DP CM (Differential Pulse Code Modulation), а також фрактальні методи. Алгоритми реалізують апаратно (в вигляді мікросхем), як "firmware" (програми, записаної до ПЗП) або чисто програмно.

Різничні алгоритми стискання можуть бути застосовані до комп'ютерної графіки, що дає можливість реалізувати на звичайних ПЕОМ покадровий запис рисованих мультфільмів великої тривалості. їх можна зберігати на диску, а при відтворенні - зчитувати, розпаковувати та видавати на екран у реальному часі, забезпечуючи 24-30 кадрів/с, необхідні для плавного зображення.

У разі використання спеціальних відеоадаптерів, мультимедіа-ПК стає центром відеосистеми, що конкурує з найдосконалішими системами. Новітні відеоадаптери мають засоби зв'язку з джерелами телевізійних сигналів та вбудовані системи захоплення кадру (компресії/декомпресії відеосигналів) у реальному масштабі часу (миттєво). Відеоадаптери мають швидку відеопам'ять та спеціальні графічні прискорювачі-процесори.

Програми для роботи з цифровим відео:

1. Virtualdub - нова версія програми, призначена для роботи з відео. Незважаючи на свої відносно скромні розміри, VirtualDub є якісним і безкоштовним відео редактором зі зручним користувальницьким інтерфейсом. При знанні основ роботи з відео, освоїти всі тонкості обробки й захоплення відеокартинки із цією програмою не важко буде.

Основні можливості: конвертування відео з одного формату в інший, захоплення відео, окрема обробка відео й звукового потоку, поділ AVI файлів на частини, з'єднання AVI файлів, вирізання з AVI звуку, зміна затримки звуку, зменшення розмірів відео файлів (якість, природно, губиться) і т.д. У цій версії поліпшена робота програми з командного рядка, внесені незначні поліпшення в інтерфейс, поліпшена робота з форматом, поліпшена робота з гарячими клавішами, виправлені помилки, внесені інші зміни.

2. MediaPortal - нова версія мультимедіа - комбайна для операційної системи Windows XP, розповсюдженого з відкритим вихідним кодом. Функції MediaPortal настільки великі, що, використовуючи цю програму, можна відмовитися від безлічі інших програм для роботи з графікою, відео, аудіо й іншими мультимедійними файлами.

Програма уміє відтворювати відео й аудіо файли всіх популярних форматів, включаючи DVD; захоплювати і записувати в режимі реального часу потокове відео (Live TV); організовувати базу мультимедійних файлів, зі своїм рейтингом, а також швидким пошуком і зручною навігацією; переглядати, компонувати, перетворювати цифрові фотографії й іншу графіку; набудувати і прослухувати радіостанції через FM-тюнер; одержувати з Інтернету інформацію про погоду і багато чого іншого.

3. Movie DVD Maker - програма для роботи з відео, наділена значними можливостями і досить поміркованою ціною для програм такого рівня!

Дана програма дозволяє проводити професійну обробку відео в домашніх умовах – монтаж, озвучування, нашарування різноманітних ефектів, створення DVD-меню.

Результати роботи можна записати на CD або DVD. При наявності відеоплати з ТВ-тюнером програма може виконувати функції віртуального відеомагнітофона. Особливістю програми є можливість вирізання небажаних сцен.

Плата відеомонтажу Pinnacle Systems - пристрій відеовведення MiRo DV500 фірми Pinnacle Systems продовжує лінійку пристроїв для обробки відео від цифрових джерел, наприклад від Mini DV чи Digital8 відеокамер.

Однак DV500 може працювати не тільки з цифровими джерелами, але й аналоговими. До плати приєднується так названий Blue Box - коробки з роз'ємами. На ній є вхідні і вихідні роз'єми: S-Video, композитного відеосигналу і стереозвуку (RCA).

Ці виносні роз'єми (довжина кабелю близько 1.5м) значно полегшують комутацію відеопристроїв, оскільки немає необхідності щораз добиратися до задньої частини комп'ютера, як це необхідно робити, наприклад, із платою DC30. DV500 здатна обробляти сигнал у форматі PAL і NTSC.

Список використаних джерел:

1. Що таке відеомонтаж? / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://etalonvideo.org.ua/scho-take-videomontazh.html>
2. VirtualDub – потужний інструмент для роботи з відео / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.chaynikam.info/ukr/virtualdub.html>
3. Free Movie DVD Maker 3.5. Создавайте и записывайте свои видео на DVD / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://movie-dvd-maker.ru.uptodown.com>

In the article, collected and systematized information on the use of various TV-standards, general information about compression algorithms, and reviewed some programs to work with digital videotape as: Virtualdub, MediaPortal, Movie DVD Maker.

Key words: videostudiya, digitization, digital video.

УДК 375.5.016:53

Просандєєв О.Є., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Семерня О.М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ФОРМУВАННЯ ОСНОВНИХ ЖИТТЄВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ПРИ НАВЧАННІ ФІЗИКИ

У цій статті наведено засоби навчання, які використовуються у шкільному навчальному процесі. Особливу увагу звернено на формування компетентностей учнів, досліджено способи впливу компетентності.

Ключові слова: компетентність, навчальний процес, особистість, комунікативна компетентність.

Формування особистості, що володіє широким творчим потенціалом, моральною стійкістю та психологічною гнучкістю, є ціліснісною, психологічно здоровою, з високою культурою спілкування з людьми, гармонійною, самодостатньою - сучасна вимога до соціалізації індивіда.

Відповідно до цього, ефективним є метод навчання особистості, що будується на інтенсивній взаємодії учасників групи, розвитку їх креативності, творчої активності, комунікативної компетентності, що сприяє формуванню позитивних психологічних утворень суб'єкта, усвідомленню просторово-часового континууму.

Творча особистість завжди прагне до чогось нового, може побачити проблему та визначити несподівану точку зору, відійти від стереотипів. Їй притаманна оригінальність, внутрішня розкутість, свобода, упевненість у собі, широта та глибина розуму, сміливість уяви. Завдяки творчості розкривається потенціал людини, її духовний світ, несхожість на інших. Мистецтво сприяє вираженню почуттів, сприйняття, думок, воно допомагає піднятися на своїм власним «Я» та зануритись у світ інших «Я», злитись з ними, але й не загубити своє, збагатитись. Мистецтво у просторово-часовому континуумі впливає на особистість вбираючи мов губка події і спостереження, переживання і роздуми, наповнюючи життя певним екзистенціальним смислом, заповнюючи порожнечу [1].

Формування гармонійної особистості, здатної реалізуватись у сучасному суспільстві, здобути якісну освіту, стати професіоналом - все це пов'язане з розвитком комунікативної компетентності особистості, її активності, здатності до самоорганізації в опануванні новими формами діяльності, розкриттям внутрішнього потенціалу, розширенням уявлень «простір - час», формуванням майбутніх цілей і способів їх досягнення.

Загальнокультурна компетентність передбачає розвиток особистості, який зумовлює місце учня в суспільстві й навчально-виховному просторі. Загальнокультурна компетентність виявляється у сформованості таких чинників, якостей: 1) розумова культура, тобто здатність індивідуального мислення до саморозвитку та вміння виходити за межі сформованих в індивіда форм і канонів мислення. Розумова культура відображує реальний стан пізнавальних і творчих можливостей індивіда та може виявлятися через різні здібності, зокрема здібності аналізувати, синтезувати, узагальнювати, класифікувати, здійснювати логічні операції, абстрагувати; 2) загальна ерудиція, тобто глибокі, всебічні знання з усіх галузей науки, широка обізнаність у довідлі й законах його розвитку; 3) культура спілкування, тобто готовність і вміння налагоджувати соціальний контакт на різних психологічних дистанціях

Розглянемо можливості предмету фізики у формуванні основних груп компетентностей учнів [2].

Соціальні компетентності передбачають надання учням можливості проявляти ініціативу, брати на себе відповідальність, приймати рішення. Учні вибирають варіант завдання або шлях розв'язання творчих чи експериментальних завдань. Переважно пропонують завдання трьох типів: а) роботи за зразком; б) логічної переробки вивченого; в) використання знань на практиці в ситуації, що приводить учня до нового результату або нового шляху розв'язання задачі.

Полікультурна компетентність. Учнів треба ознайомити з геніальними творіннями науки та техніки, які своїми знаменитими дослідженнями зробили великий внесок у наукову скарбницю людської думки. Особливу увагу треба приділити історії української науки та техніки. Слід ознайомити учнів з роботами українських учених, розповісти про труднощі, з якими вони зустрілись на своєму шляху, і як перемагали їх, який вплив мали їх роботи на світову культуру. З виховною метою слід здійснювати народознавчий підхід у процесі викладання фізики, екологічну спрямованість.

Комунікативна компетентність виявляється через уміння учнів висловлювати власну точку зору, брати участь у дискусії. Формується дана компетентність при проведенні нестандартних уроків, уроків-змагань, КВК, уроків-судів тощо.

Інформаційні компетентності передбачають опанування учнями інформаційних технологій, уміння самостійно здобувати та використовувати інформацію. Тому комп'ютер доцільно використовувати на всіх етапах процесу навчання: під час пояснення нового матеріалу, закріплення, повторення, оцінюванні навчальних досягнень. Ефективно проходять уроки фізики з використанням педагогічних програмних засобів, готових комп'ютерних моделей (дослідження процесу), комп'ютерного моделювання процесів, які вивчає фізика [3].

Компетентність саморозвитку та самоосвіти - це вміння самостійно здобувати знання й використовувати при розв'язанні теоретичних, практичних та експериментальних завдань. Для формування даної компетентності потрібна систематична робота вчителя фізики з формування загальнонавчальних, інтелектуальних умінь, уміння працювати з планами узагальненого характеру при вивченні фізичних явищ, законів, величин тощо. Компетентність продуктивної творчої діяльності виявляється в умінні планувати експеримент, готувати демонстрації, цікаві досліди, розв'язувати

творчі задачі, конструювати прилади й установки, брати участь у роботі МАН, олімпіадах і конкурсах [4].

Список використаних джерел:

1. Педагогічні технології у викладанні фізики : навчальний посібник – Х.: Видав група Основа, 2006. – 158 с.
2. Пометун О.І. Сучасний урок: Інтерактивні технології навчання. – К.: Видавництво А.С.К., 2003. – 204 с.
3. Сиротинко Г.О. Сучасний урок: навчально-методичний посібник. – Х.: Видав. група Основа, 2009. – 316 с.
4. Сучасні шкільні технології. – Частина I / Упоряд. І. Рожнятовська, В. Зоц. – К.: Ред.. загальнопед. газ., 2004. –168 с.

In this article the teaching aids used in school learning process. Particular attention is paid to the formation of competencies students' explored ways of influencing competence.

Key words: a competence, a learning process, an individual, a communicative competence.

УДК 004.94

Райхель А.В., студентка 6-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Іванюк В.А.**, кандидат технічних наук, доцент

РОЗРОБКА МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ІНТЕРПРЕТАЦІЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

У статті досліджено різні чисельні методи диференціювання, а саме: інтерполяція за Лагранжем, інтерполяція за Ньютоном та скінченно-різницева інтерполяція. На основі даних методів розроблено програмні засоби та проведено їх порівняння шляхом обчислювальних експериментів.

Ключові слова: чисельні методи диференціювання, інтерполяція, апроксимація.

Розв'язування задач чисельного диференціювання має важливе значення при обробці та інтерпретації результатів фізичних експериментів, які містять деяку похибку. Зокрема, при побудові математичних моделей нелінійних динамічних систем у вигляді інтегральних рядів Вольтерри постає необхідність диференціювання результатів проведених експериментів. Як показує практика, основна похибка при застосуванні інтегральних рядів Вольтерри з'являється саме при чисельному диференціюванні. Застосування чисельного інтегрування зменшує похибки вихідних даних, знижує «шум» експерименту, в той же час на результат чисельного диференціювання такий «шум» здійснює значний вплив – навіть при його незначних значеннях. Актуальним є розробка стійких методів диференціювання, що дозволяють зменшувати рівень впливу похибок.

Метою статті є розробка методів та засобів інтерпретації експериментальних залежностей.

Досліджуючи різні чисельні методи диференціювання реалізовано ряд методів, представлених на рис 1.

У ході дослідження створено такі програмні засоби:

1. Чисельне диференціювання на основі інтерполяційного поліному Лагранжа від 2-х змінних.

```
function [Phi,Phi_d,yd]=diff_lagrang(x,y)
```

де Phi – поліном Лагранжа в символьному вигляді; Phi_d – похідна поліному Лагранжа в символьному вигляді; yd – значення похідної в заданих точках; x – аргумент функції; y – таблично задана функція.

2. Чисельне диференціювання на основі інтерполяційного поліному Ньютона від 2-х змінних.

```
function [Phi,Phi_d,yd] = newton1(x, y)
```

де Phi – поліном Ньютона в символьному вигляді; Phi_d – похідна поліному Ньютона в символьному вигляді; yd – значення похідної в заданих точках; x – аргумент функції; y – таблично задана функція.



Рис. 1. Чисельні методи диференціювання

3. Чисельне диференціювання на основі інтерполяційного поліному Лагранжа від 3-х змінних.

```
function L = interpsymb1(X, Y, F)
```

де X,Y – масиви, що визначають табличну функцію; F – матричний масив точок, що утворюються з X та Y; L – знайдене значення інтерполяційного полінома.

4. Чисельне диференціювання на основі різницевих формул:

```
function R = rzn(X, Y) – загальна різниця;
```

```
function R=rzn_left(X,Y,k) – ліві різниці;
```

```
function R=rzn_middle_3(X,Y,k)-середні різниці для трьох точок;
```


function R=rizn_middle_5(X,Y,k)-середні різниці для п'яти точок;
function R=rizn_middle_7(X,Y,k)- середні різниці для семи точок;
function R=rizn_right(X,Y,k)- праві різниці;

де X, Y – масив точок, що визначають табличну функцію; R – похідна; k – параметр:

- якщо $k > n$, то програма показує помилку;
- якщо $1 < k < n-1$, то k – це точка, в якій потрібно обчислити похідну;
- якщо $k=0$, то потрібно обчислити похідну з усього проміжку.

На основі даних методів проведено велику кількість обчислювальних експериментів. Наприклад, похибки диференціювання $\cos(x)$ різними методами представлено на рис. 2 та рис. 3.

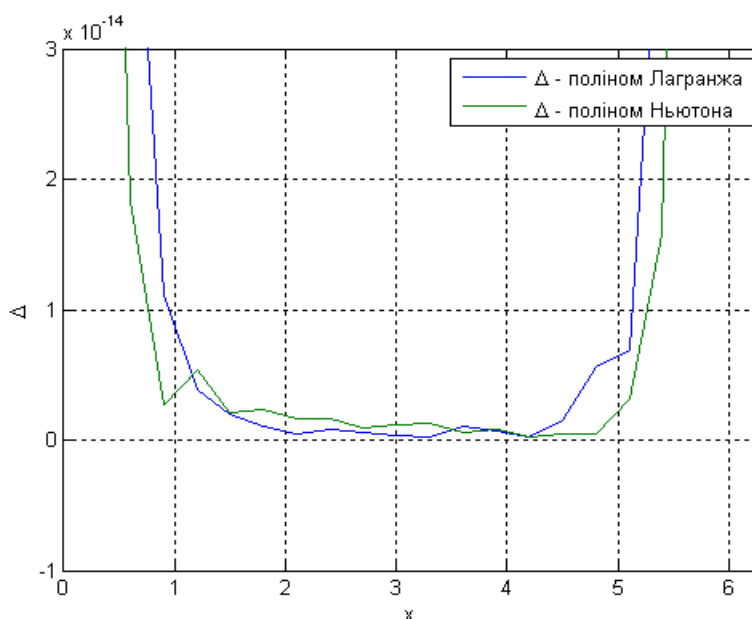


Рис. 2. Похибка інтерполяції функції $\cos(x)$

Отже, створено алгоритми для чисельного диференціювання таблично заданих функцій, а саме реалізовано диференціювання за допомогою інтерполяційного поліному Лагранжа, інтерполяційного поліному Ньютона та різницевого методу.

Розв'язуючи ряд модельних задач, можна дійти до висновку, що інтерполяційний поліном Ньютона має меншу похибку інтерполяції, ніж інтерполяційний поліном Лагранжа.

Досліджуючи алгоритми різницевого методу, було встановлено, що методи лівих та правих різниць дають велику похибку. Найкращим з даних методів є метод середніх різниць для семи точок, але даний метод не дозволяє знайти похідну в крайніх точках.

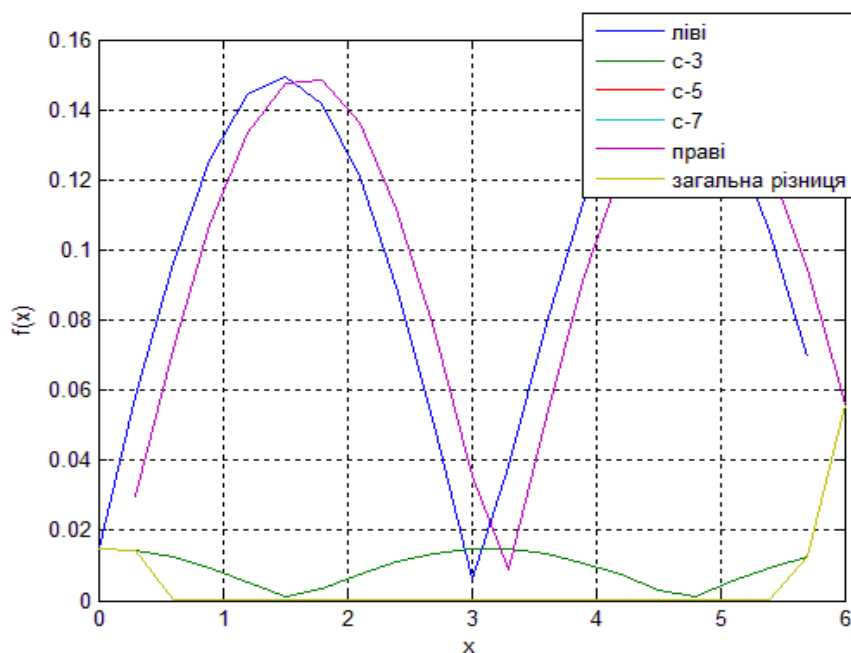


Рис. 3. Похибка функції $\cos(x)$

Тому необхідно метод середніх різниць застосовувати в сукупності з методами лівих та правих різниць, які дозволяють обчислити похідні в перших та останніх точках відповідно.

Список використаних джерел:

1. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. Н. Кобельков. – М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2003. – 632 с.
2. Васильева а. Б. Интегральные уравнения. 2-е изд. / а. Б. Васильева, н. А. Тихонов. — М. : Физматлит, 2004. — 160 с.
3. Верлань а. Ф. Моделирование систем управления в среде matlab / а. Ф. Верлань, і. О. Горошко, д. Е. Контрарес, в. А. Федорчук, в. Ф. Юзвенко. — К. : ЦКІС АПНУ, 2002. — 68 с.
4. Колдаев В. Д. Численные методы и программирование. М: ИД Форум-Инфа-М, 2009. -337 с.
5. Мэтьюз Д. Численные методы. Использование Matlab / Д. Мэтьюз. –М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001. – 720 с.

In the article the various numerical methods for differentiation, namely: interpolation by Lagrange interpolation by Newton and finite-difference interpolation. Based on methods developed software and conducted them by comparing computational experiments.

Key words: numerical methods for differentiation, interpolation, approximation.

Рубаняк Л.А., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Ніколаєв О.М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

СВІТОГЛЯДНЕ ВИХОВАННЯ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ РОЗДІЛУ "БУДОВА РЕЧОВИНИ"

У статті розглядаються основні аспекти світоглядного виховання учнів при вивченні фізики, зокрема розділу "Будова речовини".

Ключові слова: *світогляд, знання, переконання, пізнання, наука, фізика.*

Нова модель освіти в Україні спрямовується на пріоритетний розвиток особистості та створення для цього відповідних умов. Сучасна школа повинна формувати в учня гуманістичний, цілісний, сформований на засадах наукових знань світогляд. За правильно організованої навчальної діяльності дитина нагромаджує знання не хаотично, а цілеспрямовано, внаслідок чого засвоєна наукова інформація утворює певну систему, яка весь час розширюється, збагачується. Саме так відбувається формування наукового світогляду учня.

Проведемо аналіз сутності світоглядного виховання. Світоглядні набутки особистості формуються насамперед шляхом розумового виховання, котре являє собою цілеспрямоване й планомірне управління розвитком розуму і пізнавальних здібностей шляхом збудження інтересу та інтелектуальної діяльності, озброєння знаннями, методами їх набуття і використання на практиці, розвиток культури розумової праці.

Основи наукового світогляду закладаються в процесі і в результаті засвоєння наукових знань. Світогляд визначають як систему поглядів людини на природу, суспільство, працю, пізнання. Світогляд передбачає глибоке розуміння явищ природи і суспільного життя, формування вміння свідомо пояснювати ці явища і визначати своє ставлення до них; вміння свідомо будувати своє життя, працювати, органічно поєднувати ідеї й справи. Тому правомірно завданням розумового виховання вважають формування наукового світогляду, основою якого слугує матеріалістичне розуміння наукової картини світу і його пізнання, з'ясування основних законів розвитку природи і суспільства. Наукові основи світогляду закладаються в процесі засвоєння школярами основних світоглядних ідей, що розкриваються в процесі викладання основних навчальних дисциплін, закріплюються, зміцнюються в різноманітній позаурочній роботі.

Сукупність світоглядних ідей формуються у свідомості школярів у вигляді поглядів, переконань, передбачень, гіпотез, аксіом, провідних ідей і

ключових понять тієї або іншої науки, що створюють наукову основу пояснення різноманітних природних і суспільних явищ і процесів [1].

Водночас методи виховання дослідники визначають як способи взаємопов'язаної діяльності вихователів і вихованців, спрямованої на формування у вихованців поглядів, переконань, навичок і звичок поведінки, тобто наукового світогляду особистості. Виділяють групу методів формування свідомості, яка охоплює методи різнобічного впливу на свідомість" почуття і волю учнів з метою формування у них поглядів і переконань. До методів формування свідомості належать: словесні методи (роз'яснення, бесіда, лекція, диспут); метод прикладу. Їх ще називають методами переконування, оскільки за їх допомогою розвивають і доводять до свідомості учнів сутність норм поведінки, долають помилкові погляди й переконання, негативні прояви поведінки.

Ця група методів формування суспільної поведінки передбачає організацію діяльності та формування досвіду суспільної поведінки. До неї належать педагогічна вимога, громадська думка, вправління, привчання, доручення, створення виховуючих ситуацій.

Великі можливості формування наукового світогляду закладено в навчальному процесі. Кожна наука вивчає закономірності явищ певної галузі об'єктивного світу і, відповідно, кожний навчальний предмет робить свій внесок у формування наукового світогляду учнів. Предмети природничого циклу сприяють формуванню системи понять про явища і процеси, закономірності в природі, виховують активне і бережливе ставлення до неї. Під час вивчення гуманітарних, суспільних дисциплін учні знайомляться з розвитком цивілізацій. Вивчення рідної мови і літератури, історії свого народу, географії своєї країни сприяє формуванню ідеалів, поглядів на розвиток суспільства, розумінню змісту життя людей, визначенню мети діяльності, спрямованості поведінки.

Оскільки світогляд є системою наукових, політичних, філософських, правових, естетичних, моральних понять, поглядів і переконань, що визначають ставлення людини до навколишнього світу й до себе, то кожен навчальний предмет є складовою єдиного цілого в його формуванні. Вчитель може успішно формувати світогляд учнів лише за умови, що він добре знає не лише свій предмет, а й суміжні навчальні дисципліни і здійснює в процесі навчання міжпредметні зв'язки. Це дає змогу розкрити наукову картину світу, його єдність. Адже сформувати науковий світогляд учнів засобами одного навчального предмета неможливо.

Перетворення знань на світоглядні установки і переконання пов'язане з формуванням в учнів системи ставлень до світу й до себе, яке формується

в процесі діяльності індивіда. Тому формування світогляду створює умови, в яких учень міг би реалізувати своє ставлення до подій, явищ, принципово оцінив їх, висловив свою думку. Це сприяє формуванню єдності слова і діла, світогляду й поведінки, активної життєвої позиції.

У формуванні світогляду важливо використати філософський зміст, традиції, звичаї та обряди народного календаря як джерела глибокого осмислення учнями екологічних, моральних та естетичних проблем. Неоціненне виховне значення мають народні філософські ідеї про безмежність світу, вічність життя та його постійне оновлення, циклічність природних явищ (сонце - джерело життя, земля - годувальниця всього живого), а також прогностична функція народного календаря ("Вінця навколо Сонця - на дощ", "Небо над лісом посиніло - буде тепло", "Зірки стрибають - на мороз", "Дощ на Зелені свята - будуть великі достатки" та ін.). Матеріали його використовують на уроках народознавства, рідної мови, літератури, географії, фізики, астрономії, у позакласній та позашкільній роботі.

Відповідну роль у формуванні наукового світогляду учнів відіграє позакласна виховна робота. Виховні заходи збагачують їх світоглядними поняттями, уявленнями, ідеями, теоріями, сприяючи формуванню поглядів і переконань.

З метою зміцнення світоглядних поглядів і переконань дітей доцільно залучати до видів діяльності, які сприяють поєднанню їх свідомості та почуттів з поведінкою, зокрема до учнівського самоврядування та ін. Участь в активній позанавчальній діяльності дає змогу виявляти і відповідно коригувати помилкові світоглядні погляди і переконання, відхилення від норм поведінки.

У формуванні наукового світогляду особлива роль належить соціальній і професійній позиції педагога. Поєднання глибокої ідейної переконаності з високим професіоналізмом, уміння реалізувати світоглядний потенціал свого предмета й організувати різноманітну діяльність для вияву учнями своїх світоглядних позицій є важливою умовою формування їх наукового світогляду [3].

До методів, які забезпечують регулювання, коригування і стимулювання поведінки й діяльності вихованців, належать змагання, заохочення і покарання.

До методів контролю та аналізу рівня вихованості належать педагогічне спостереження, бесіда, опитування (анкетне, усне), аналіз результатів суспільно корисної роботи, виконання доручень, створення ситуацій для вивчення поведінки учнів. У практичній діяльності вчителя

важливо вміти використовувати їх під час вивчення окремого учня та учнівського колективу, яке здійснюється за орієнтовними програмами [2; 3].

Засобами виховання називають доцільно організовані методичні шляхи рішення тих чи інших виховних задач, які можуть бути і предметами, які використовуються в виховній роботі з дітьми. Засоби розумового виховання являють собою широкий спектр предметів, які використовують у системі пізнавальної діяльності людини: книги, комп'ютерна техніка, лабораторне обладнання, письмове приладдя та ін. [4; 5].

Таким чином, світоглядне виховання засобами фізики у нашому дослідженні ми розглядаємо як процес формування в учнів світоглядних набутоків з опорою на методи та засоби розумового виховання особистості з використанням засобів фізики з розділу "Будова речовини" (7 клас).

Список використаних джерел:

1. Зайченко І.В. Педагогіка. Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів, 2-е вид. - К., «Освіта України», «КНТ», 2008. - 528 с.
2. Стельмахович М. Г. Теорія і практика українського національного виховання. - Івано Франківськ, 1996.
3. Фіцула М. М. Педагогіка : навч. посіб. / М. М. Фіцула. - 3-тє вид., стер. - К. : Академвидав, 2009. - 560 с.
4. Пащенко М. І . Педагогіка : навч. посіб. / М. І Пащенко, І. В. Красноштан. - К. : "Центр учбової літератури", 2014. - 228 с.
5. Кузьмінський А.І., Омеляненко В.Л. Педагогіка у запитаннях і відповідях: Навч. посіб. - К.: Знання, 2006. - 311с.

This article discusses basic aspects of svitogládnoho education of the students in the study of physics, in particular the section "Structure of matter".

Key words: *worldview, knowledge, beliefs, knowledge, science, physics.*

УДК 004.94

Савицький М.Г., студент 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Іванюк В.А.**, кандидат технічних наук, доцент

ПОБУДОВА ІНТЕГРАЛЬНИХ МАКРОМОДЕЛЕЙ НЕЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ ЇХ СТРУКТУРНОГО АНАЛІЗУ

У статті розглядається метод побудови математичних моделей нелінійних динамічних об'єктів у формі інтегро-степеневих рядів Вольтерри на основі структурних схем. Ефективність запропонованого підходу перевірено на обчислювальних експериментах.

Ключові слова: *ряд Вольтерри, структурно-алгоритмічний метод, Matlab, нелінійні динамічні об'єкти.*

Нелінійні динамічні моделі широко використовуються при дослідженні різноманітних технічних систем та процесів. В багатьох випадках такі системи описуються диференціальними моделями, в той же час відомо, що процес розв'язування нелінійних систем диференціальних рівнянь є достатньо складним. З іншої сторони, подання нелінійних систем у вигляді інтегральних рядів Вольтерри має такі позитивні властивості, як зручність та компактність математичного опису; високий рівень універсальності; достатньо висока стійкість методів чисельної реалізації.

Ряд Вольтерри в загальному випадку подається у вигляді

$$y(t) = \sum_{n_2=1}^{n_1} f_{n_2}(t), f_{n_2} = \int_0^t \dots \int_0^t K_{n_2}(s_1, \dots, s_{n_2}) \prod_{i=1}^{n_2} x(t-s_i) ds_i, t \in [0, T],$$

де $x(t)$, $y(t)$ – відповідно вхідний і вихідний сигнали об'єкта, n_1 – деяке натуральне число, T – час перехідного процесу, $K_{n_2}(s_1, \dots, s_{n_2})$ – ядра Вольтерри, причому $K_1(s)$ визначає лінійну складову динамічної системи.

Побудова математичних моделей у формі інтегро-степеневих рядів Вольтерри можна здійснювати за допомогою ідентифікації ядер Вольтерри, при чому виникає ряд труднощів, які полягають в необхідності розв'язання типової оберненої задачі – чисельного диференціювання експериментальних залежностей. Інший шлях побудови ядер Вольтерри полягає в застосуванні апроксимаційно-еквівалентних перетворень.

Метою роботи є розробка алгоритмів та програмних засобів побудови та реалізації інтегральних макромоделей нелінійних динамічних об'єктів на основі їх структурного аналізу.

У прикладних задачах широкий розповсюдження отримав спосіб представлення систем, який полягає у використанні структурних схем. Цей спосіб особливо зручний для складних систем. Сумі двох систем відповідає паралельне з'єднання (рис. 1), композиції відповідає послідовне з'єднання (рис. 2), з'єднання із зворотнім зв'язком показано на рис. 3.

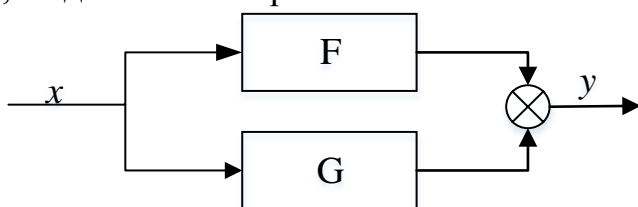


Рис. 1. Паралельне з'єднання

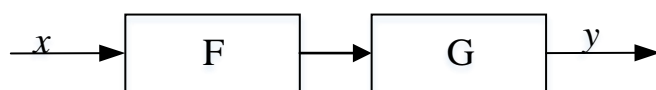


Рис. 2. Послідовне з'єднання

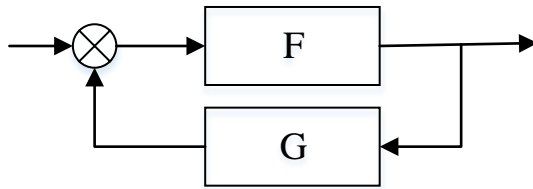


Рис. 3. З'єднання із зворотнім зв'язком

Перевага структурних схем полягає в їх наочності і простоті методів перетворення. Методи перетворення структурних схем особливо прості, якщо всі системи лінійні. Використання для представлення лінійних схем функцій, заданих в явному вигляді, дозволяє побудувати опис складної системи по заданій структурній схемі. Для нелінійних аналітичних систем такі ж переваги дає застосування рядів Вольтерри, які також дають явний зв'язок між вхідним і вихідним сигналом.

Ряд Вольтерри звичайним чином виникає при описі у часовому просторі функціональної системи, в якій є безінерційний нелінійний елемент, який представляється рядом Тейлора або поліномом.

Розглянемо неперервну нелінійну систему послідовно з'єднаних лінійної ланки і безінерційної поліноміальної ланки (рис. 4).

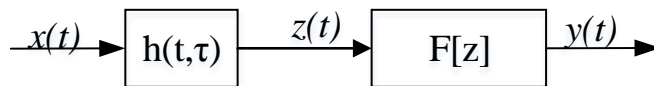


Рис. 4. Структурна схема нелінійної системи

Для такої системи співвідношення між сигналами $x(t)$ і $y(t)$ мають вигляд

$$z(t) = \int_E h(t, \tau) x(\tau) d\tau, \quad (1)$$

$$y(t) = F[z(t)] = \sum_{i=1}^N a_i z^i(t). \quad (2)$$

Загальний опис системи можна отримати, підставивши (1) в (2):

$$\begin{aligned} y(t) &= F \left[\int_E h(t, \tau) x(\tau) d\tau \right] = \sum_{i=1}^N a_i \left[\int_E h(t, \tau) x(\tau) d\tau \right]^i = \\ &= \sum_{i=1}^N a_i \prod_{j=1}^i \left[\int_E h(t, \tau_j) x(\tau_j) d\tau_j \right] = \\ &= \sum_{i=1}^N a_i \int_E \prod_{j=1}^i h(t, \tau_j) x(\tau_j) dv_{\tau}. \end{aligned} \quad (3)$$

Якщо позначити $\prod_{j=1}^i h(t, \tau_j) = h_i(t, \tau_1, \dots, \tau_i)$, $i = 1, \dots, N$, то

співвідношення (3) набуде виду полінома Вольтерри

$$y(t) = \sum_{i=1}^N a_i \int_E h(t, \tau_1, \dots, \tau_i) \prod_{j=1}^i x(\tau_j) dv_\tau.$$

Програмна реалізація. В середовищі Матлаб розроблено програмний засіб для побудови математичної моделі у вигляді інтегро-степеневого ряду Вольтерри на основі структурної схеми представлені на рис. 4.

Синтаксис програмного засобу: `kern = Form_kern(Kern, a)`

де `Kern` – ядро інтегрального оператора Вольтерри лінійної ланки, `a` – коефіцієнти степеневого ряду статичної нелінійності, `kern` - масив ядер ряду Вольтерри.

Для реалізації задачі оператора у вигляді ряду Вольтерри розроблено програмний модуль:

`y=RyadVolterra(kern, x, h, T)`

де `kern` – масив ядер ряду Вольтерри, `x` – вхідний вплив, `h` – крок, `T` – кінцевий час моделювання.

Для дослідження запропонованого підходу було проведено ряд досліджень. Розглянуто наступний динамічний об'єкт із статичною нелінійністю (рис. 5). Нелінійність має вигляд: $F[z] = z + z^2$.

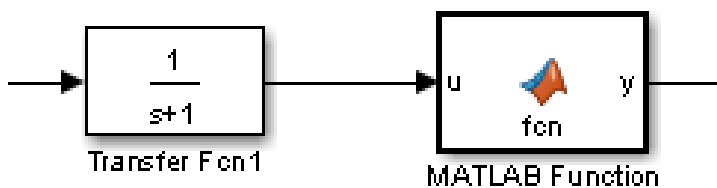


Рис. 5. Структурна схема тестової нелінійної системи

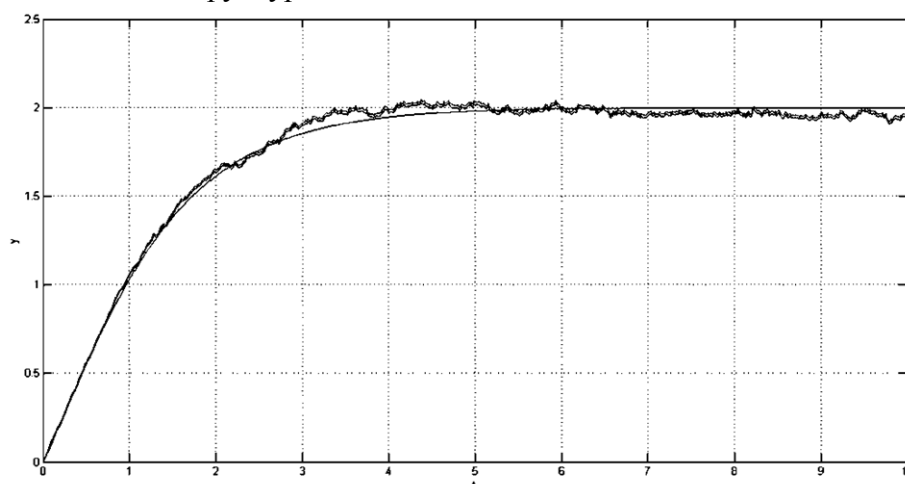
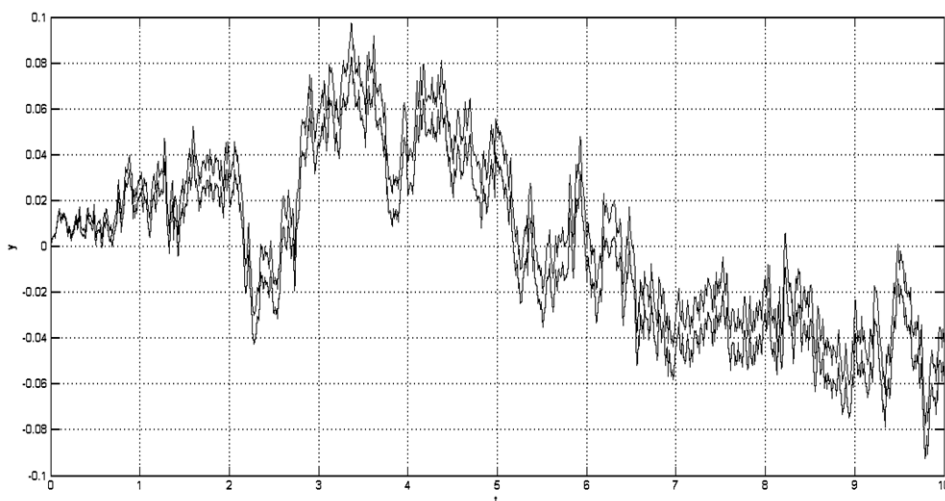


Рис. 6. Перехідна характеристика

Результат розв'язку прямої задачі при вхідному впливі у вигляді одиничної функції із шумом 10%. Результат приведений у вигляді графіка (рис. 6). На рисунку зображені перехідні характеристики отримані за допомогою Simulink моделі та за допомогою ряду Вольтерри.

Абсолютна похибка моделювання представлена на рис. 7. Порівняння застосування рядів Вольтерри та Simulink показує, що дані підходи мають однакові результати.

Рис. 7. Похибка обчислень



Висновки. Отримані результати показують, що побудова інтегральних макромоделей у вигляді інтегральних рядів Вольтерри на основі структурних схем дозволяє успішно описувати нелінійні динамічні об'єкти.

Список використаних джерел:

1. Іванюк В.А. Комп'ютерна реалізація детермінованого способу ідентифікації інтегральних моделей нелінійних динамічних об'єктів / В. А. Іванюк, В. В. Понеділок, В.А. Грищук // Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер. : Технічні науки. – 2014. – Вип. 10. – С. 59-67.
2. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти томах. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – 656 с.

In the article the method of constructing mathematical models of nonlinear dynamic objects in the form of integro-power series Volterra based on block diagrams. The effectiveness of the proposed approach tested in computational experiments.

Key words: *Volterra series, structural and algorithmic method, Matlab, nonlinear dynamic objects.*

УДК 53(07) +372.853

Савіцька І.П., студентка 6-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Мендерецький В.В.**, доктор педагогічних наук, професор

ЦІЛЕПОКЛАДАННЯ В НАВЧАННІ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЮ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ РІЗНИХ ТИПІВ

У статті розглянуто роль у навчальному процесі цілепокладання при розв'язуванні задач з фізики різних типів.

Ключові слова: *ціль, цілепокладання, фізична задача.*

Постановка проблеми. Розв'язування задач - основний засіб формування свідомих і міцних знань та інтелектуального розвитку учнів. Саме тому для якісного навчання учнів фізики потрібно дотримуватися спеціально підібраної системи навчальних задач, які відповідають поставленим цілям.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У педагогіці цілі освіти визначаються як ідеальні прогнозовані результати педагогічної освітньої діяльності [6, с. 989]. С.У. Гончаренко мету (ціль) навчання визначав як "ідеальне передбачення кінцевих результатів навчання; те, до чого прагнуть учитель, учні". Учителі - новатори (Ш.О. Амонашвілі, М.П. Гузик, Захаренко О.А., Є.М. Ільїн, В.Ф. Шаталов та багато інших), які в своїй педагогічній діяльності виходили (і виходять) за рамки знаннєвої системи, підкреслюють необхідність визнання цілі як основного системоутворюючого фактору будь-якої методичної системи чи педагогічної технології.

Мета статті: обґрунтувати мету та цілі розв'язування задач з фізики різних типів.

Виклад основного матеріалу. Одним із найважливіших компонентів навчального процесу є цілі, які виступають ідеальним мисленнєвим передбаченням кінцевого результату процесу навчання.

Цілепокладання – це процес формування мети на основі врахування особливостей виконавців діяльності, у ході якого передбачається досягнення певних результатів. Як правило, недостатній рівень якості навчання обумовлений невизначеністю, розпливчатістю, загальним характером цілей.

Ефективність цілепокладання визначається ступенем відповідності між результатами навчання й поставленими цілями, тому цілі мають бути:

- реальні, такі, яких можна досягти(вказувати на конкретні результати навчання);
- інструментальні, технологічні(визначати конкретні дії щодо їх досягнення);
- діагностичні(піддаватися виміру, визначенню їх відповідності з результатами навчальної діяльності

У дидактиці зміст цілепокладання знайшов відображення у триєдиній меті уроку, яка конкретизує можливості навчання, розвитку та виховання учнів під час опанування учнями навчального матеріалу.

Цілі навчання у вигляді його кінцевих результатів формулюються в навчальній програмі; у ній виділені поняття, закони і формули, а також практичні застосування вивченого, які учні повинні знати, і практичні

вміння (розв'язувати задачі і користуватися приладами), які повинні бути в них сформовані. Наприклад, указується, що саме учні повинні розпізнавати (називати) (наприклад, джерела електростатичного і магнітного полів, способи їх виявлення тощо), які приклади вони повинні наводити (зміни швидкості заряду, магнітного потоку), які величини вони повинні вміти вимірювати (силу струму, напругу, опір, потужність тощо), які моделі і процеси вони повинні вміти описувати (сутність магнітного поля, принцип дії циклотрона, електромагнітної індукції, магнітного гістерезису, вихрових струмів, змінного струму як вимушених електромагнітних коливань), що визначати (знак заряду, значення величин за таблицями тощо), які величини обчислювати (заряд, магнітний потік, ЕРС індукції тощо), що пояснювати, як представляти результати вимірювань тощо.

Процес розв'язування задач служить одним із засобів оволодіння системою наукових знань по тому чи іншому предмету. Особливо важлива його роль при вивченні фізики, де задачі виступають дійовими засобами формування фізичних знань і навчальних вмінь. В процесі розв'язування задач учні оволодівають методами дослідження різних явищ природи, знайомляться з новими ідеями і поглядами.

Задачі різних типів можна ефективно використовувати на всіх етапах засвоєння фізичного знання: для розвитку інтересу, творчих здібностей і мотивації учнів до навчання фізики, під час постановки проблеми, що потребує розв'язання, в процесі формування нових знань учнів, вироблення практичних умінь учнів, з метою повторення, закріплення, систематизації та узагальнення засвоєного матеріалу, з метою контролю якості засвоєння навчального матеріалу чи діагностування навчальних досягнень учнів тощо.

Список використаних джерел:

1. Балл Г.А. Теория учебных задач : Психолого-педагогический аспект / Г.А. Балл – М. : Педагогика, 1990. –184 с.
2. Иванов О.С. Задачі з фізики в середній школі / О.С. – К. : Рад. школа, 1971. – 168 с.
3. Каменецкий С.Е. Методика решения задач по физике в средней школе: книга для учителя / С.Е. Каменецкий, В.П. Орехов. – М.: Просвещение, 1987. – 336 с.
4. Егоров В.В., Скибицкий Э.Г., Храпченков В.Г. Педагогика высшей школы: Учебное пособие. – Новосибирск: САФБД, 2008. – 260 с.
5. Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України; головний ред. В.Г. Кремень. – К.: Юрінком Інтер, 2008. –1040 с.
6. Зайченко І.В. Педагогіка. Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів, 2-е вид. – К.: Освіта України, КНТ, 2008. – 528 с.
7. Павленко А. І. Теоретичні основи методики навчання учнів складанню і розв'язуванню фізичних задач у середній школі : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук / А. І. Павленко. – К., 1997. – 39 с

8. Розв'язування задач з фізики: Практикум / За ред. Є.В. Коршака. – К.: Вища школа, 1986. – 312 с.

The article considers the role in the learning process of goal-setting when solving problems in physics of various types.

Key words: Goal, goal setting, physical task.

УДК 37.092.32:37.091.33-028.22:004

Салецька Р.І., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Пташнік Л.І.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ОРГАНІЗАЦІЯ УРОКІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ОСВІТІ

У статті наголошується про доцільність використання ТЗН у навчальному процесі та інтенсифікацію навчально-пізнавальної діяльності. Особливо велику роль у формуванні та розвитку мислення людини належить візуальному та слуховому аналізаторові.

Ключові слова: ТЗН, інформаційні технології, мультимедіа.

Технічні засоби навчання (ТЗН) – це система засобів, що складається з двох взаємозв'язаних частин: специфічних навчальних посібників(носіїв аудіовізуальної інформації)і апаратури, за допомогою якої може бути подано інформацію, що її містить певний навчальний посібник [1].

З визначення технічних засобів навчання випливає, що проблема використання їх має два аспекти: педагогічний і технічний.

Як відомо, освіта є самостійною системою і одночасно стратегічним ресурсом держави. Тому розвинені країни досить активно розробляють та впроваджують інформаційні технології в систему освіти. В Україні впровадження інформаційних технологій набуває все більш масштабного і комплексного характеру. Інформаційні технології є дуже результативними (підвищується рівень як успішності так і якості навчання) [2].

Уроки з використанням технічних засобів навчання – сьогодення школи. Тому зрозуміло, що точний та пильний контроль за такими уроками сприятиме покращенню якості уроків та підвищенню кваліфікації вчителя. При цьому не можна забувати, що урок з використанням ТЗН неминуче впливає на наступні уроки, від його якості залежить міцність знань (адже такий урок найбільш насичений у навчально-інформаційному та емоційному плані). Складність аналізу уроку з використанням ТЗН ще і в тому, що цей урок незвичний.

Використання ТЗН у викладанні навчальних дисциплін дозволяє збільшити обсяг інформації, яку необхідно запам'ятати, приблизно на 35% і підняти ефективність занять на 20%. Крім того, це дозволяє значно інтенсифікувати пізнавальну діяльність учнів, дає можливість доповнити навчальний процес додатковою інформацією.

За формою передачі інформації ТЗН поділяються на:

- екранні (мультимедійні дошки, мультимедійні проектори, рідкокристалічні та плазмові панелі, комп'ютери);
- звуко - відеотехнічні (DVD-програвавчі, комп'ютерна техніка).

Необхідно ретельно продумати поєднання слова вчителя з ТЗН, можливості використання різних методичних прийомів:

- пояснення, установка на сприймання перед демонструванням окремих елементів, бесіда за їх змістом;
- пояснення за змістом аудіовізуальних засобів;
- демонстрування окремих частин, фрагментів або кадрів, що чергується з розповіддю (поясненням);
- демонстрування, що супроводжується поясненням (синхронним коментуванням).

Які ж основні проблеми повинен вирішити вчитель під час організації уроку з використанням ТЗН?

Доцільність застосування технічних засобів навчання. Застосування ТЗН визначається змістом теми, матеріалами попередніх і наступних уроків.

Місце ТЗН на уроці — це друга проблема, на яку слід звернути увагу під час аналізу уроку. Від правильного рішення цієї проблеми залежить методика будовання уроку з використанням ТЗН.

Зміст фільму (передачі) неминує впливає на будову уроку. У визначенні місця ТЗН на уроці крім змісту теми, специфіки посібника, мети уроку особливо важливо вчителю врахувати свої вміння коментувати фільм, здатність організувати та підтримувати бесіду, підготовленість до проведення експериментів тощо.

ТЗН на етапі викладу нових знань. Слід пам'ятати про психологічний принцип. Сприйняття будь-якої навчальної інформації, будь-якого навчального посібника обов'язково пов'язано з досвідом учнів, з їх знаннями та кругозором. Як відбуватиметься засвоєння нового матеріалу залежить значною мірою від зацікавленості учнів, від готовності до самостійної роботи. Тому необхідно чітко сформулювати мету перегляду фільму або прослуховування звукозапису.

ТЗН на етапі закріплення знань. Учитель повинен прагнути забезпечити стійкість та міцність знань. Фізіологи стверджують, що в основі

наших знань лежать тимчасові зв'язки, які з'являються в корі головного мозку. Отримані зв'язки швидко згасають, якщо їх не закріплювати та не підсилювати. Наука довела, що в процесі закріплення зв'язків (тобто зміцнення знань) надзвичайне значення має наочність. Ось чому дуже важливо організувати роботу в класі після перегляду, зуміти – хоча б в уяві учнів – ще раз відновити побачене чи почуте, оживити образи.

У процесі опитування відкривається можливість зробити фільм, мультимедіа - шоу, звукозапис за допомогою практичного застосування знань учнів — така перевірка більш дієва, ніж звичайний переказ параграфа з підручника. Перевірка знань учнів, яка організована за допомогою технічних засобів, дає часом несподівані, але дуже цікаві дані [4].

Сучасний ступінь розвитку комунікаційних ресурсів відкрив людству нові горизонти освітньої діяльності. Розвиток інформаційних технологій дає змогу використовувати мультимедійні підручники. Перевагою таких навчальних посібників є мобільність, а також доступність зв'язку з розвитком комп'ютерних мереж, адекватність рівню сучасних наукових знань [3].

До недоліків електронного підручника можна віднести не зовсім добру фізіологічність дисплея як засобу сприйняття інформації (сприйняття з екрана текстової інформації менш зручне та ефективне, ніж читання книжок).

Під час роботи з комп'ютерними технологіями змінюється роль викладача, основне завдання якого підтримувати та спрямовувати розвиток особистості учнів, їх творчий пошук. Відносини з учнями будуються на принципах співробітництва і спільної творчості. Необхідно збільшувати самостійність учнів та обсяг практичних і творчих робіт пошукового характеру.

Кібернетичний простір має величезний культурний і діалектний потенціал, який уже використовується під час навчання в усьому світі. Але для оптимального та ефективного використання інформаційних технологій обов'язковими є дослідження, результати яких дозволять визначити принципи роботи, критерії добору мультимедійних ресурсів, а також оновити арсенал методичних засобів і прийомів навчання [2].

Висновки. Сьогодні найзручнішим ТЗН є комп'ютер. З його допомогою можна зберегти та відтворити ілюстративний матеріал, використовувати навчальні програми, тести тощо. Використання ТЗН мають надзвичайно високу ефективність. Використання різноманітних можливостей, які надають технічні засоби навчання для вчителя, відкриває безмежні простори педагогічної творчості. А учні із зацікавленням

набувають нових знань та більш ефективно засвоюють попередній матеріал і надалі показують високі результати.

Список використаних джерел:

1. Богатых В. М. Технические устройства обучения/В. М. Богатых, А. М. Мансуров, В. Н. Попов ; ред. В. Н. Попов. - 1985
2. Бонч-Бруевич Г.Ф. Технічні засоби навчання з використанням інформаційних комп'ютерних технологій : навч. посіб. / Г. Ф. Бонч-Бруевич; Київ. міськ. пед. ун-т ім. Б.Д.Грінченка. - К., 2007. - 64 с
3. Верлань А.Ф., Тверезовська Л.О., Федорчук В.А. Інформаційні технології в сучасній школі. – Кам'янець-Подільський: Науково-видавничий відділ Кам'янець-Подільського державного педагогічного інституту, 1996. – 72 с.
4. Коджаспирова Г.М., Петров К.В. Технические средства обучения и методика их использования: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – 4-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 352 с.

The article notes about the feasibility of using TMT in the learning process and the intensification of teaching and learning activities. A particularly important role in the formation and development of the human mind belongs visual and auditory analyzer.

Key words: technical training, information technology, multimedia.

УДК: 37.016:53

Сікора Г.В., студентка 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Атаманчук П.С.**, доктор педагогічних наук, професор

ФОРМУВАННЯ ДОПИТЛИВОСТІ ЯК ЗАСІБ РЕЗУЛЬТАТИВНОГО НАВЧАННЯ УЧНІВ З ФІЗИКИ

У статті йдеться про те, що за допомогою спеціальних заходів процес активізації спрямований на мобілізацію вчителем інтелектуальних, морально-вольових та фізичних сил учнів, розвиток здібності подолати труднощі, активну самостійну роботу, оскільки, стійкий інтерес учнів до предмету іде через цікавість і допитливість і значною мірою визначає успіх учнів у навчанні.

Ключові слова: активізація навчальної діяльності, пізнавальна активність, процес керування активністю, методи активізації, навчально-пізнавальна діяльність, пізнавальна задача.

Важливою проблемою сьогодні залишається питання урізноманітнення навчального процесу, активізації пізнавальної діяльності учнів, розширення сфери їх інтересів. Сучасним учням доступні найрізноманітніші джерела інформації, але часто саме наявність готової інформації сприяє розвитку пасивності. Зникає прагнення до пошуку, пізнання, творчості, тобто діяльності. Зрозуміло, що персональний вектор розвитку кожного учня не завжди збігається з напрямком руху у велику

науку: не всім бути Ейнштейнами. Але із задоволенням і користю вчитися здатні всі. Для цього процес навчання має бути сконструйований з максимальним наближенням до запитів і можливостей дитини.

Навчальний матеріал може здаватися учням «сухим» і нецікавим, тому завдання вчителя - зацікавити їх. Це можна зробити за допомогою інформаційних технологій, науково-популярних фільмів, Інтернету, а також за допомогою дидактичних ігор. За Ф. Діствергом, будь-який метод поганий, якщо привчає учня до пасивності, і гарний, якщо пробуджує в ньому самодіяльність.

Значним вкладом в педагогічну і психологічну науку є дослідження В.В.Давидова, П.Я. Гальперіна, Л.В. Занкова, Д.Б. Ельконіна, що виявили можливості значного підвищення активності школярів у навчально-пізнавальній діяльності.

Проблема активізації пізнавальної діяльності учнів була, є і буде актуальною завжди. Від її розв'язання залежить ефективність навчальної діяльності, розвиток інтересу до навчання. У педагогічних дослідженнях найчастіше *активізацію пізнавальної діяльності* розглядають як таку організацію сприйняття навчального матеріалу учнями, при якій засвоєння знань відбувається шляхом розкриття взаємозв'язків між явищами, порівняння нової інформації з відомою, конкретизації, узагальнення, оцінки навчального матеріалу з різних точок зору. Також, відмічається, що активізація – це діяльність, яка спрямована на стимулювання процесу усвідомлення учнями їхніх загальних інтересів і потреб як єдиної групи, визначення необхідних засобів та активних дій для досягнення усвідомлених цілей.

Досліджуючи проблему активізації, Т.Г. Щукіна основну увагу приділяє спільній діяльності викладача та учнів, спонуканню учнів до її енергійного, цілеспрямованого здійснення, подоланню інерції та пасивних стереотипних форм викладання та навчання.

Дуже часто відбувається ототожнення понять “активізація навчання” та “активізація пізнавальної діяльності”. Більш чіткіше означення активізації пізнавальної діяльності учнів знаходимо у Т.Г. Шамової, яка вважає, що активізацію навчально-пізнавальної діяльності слід розуміти не як підвищення інтенсивності її протікання, а як мобілізацію інтелектуальних, емоційно-вольових та фізичних сил учня, що здійснюється вчителем за допомогою певних засобів і спрямовується на досягнення конкретних цілей навчання та виховання.

Активність учнів виражається через запитання, прагнення мислити, пізнавальну самостійність в процесах сприйняття, відтворення, розуміння,

творчого застосування. Ознаками сформованості активності особистості виступають: ініціативність, характеристика діяльності, енергійність, інтенсивність, ставлення до діяльності, добросовісність, інтерес, самостійність, усвідомлення дій, воля, наполегливість в досягненні мети та творчість. Тому можна виділити певні рівні активності учня в навчальній діяльності:

– *Низький* – вчитель повідомляє знання, ставить запитання, дає відповіді, показує як розв'язується завдання, а учень слухає, записує, пригадує повідомлене.

– *Середній* – завдання розв'язуються спільними зусиллями вчителя та учнів; учні залучаються у частковий пошук.

– *Високий* – самі учні здійснюють активний пошук відповіді, знаходять власні способи розв'язання.

Прояв активності в процесі навчання пов'язаний з новими пізнаннями світу. Тому в багатьох педагогічних джерелах відмічається важливість саме *пізнавальної активності*, яка виникає завдяки продуктивній активності. Отже, пізнавальна активність учнів є показником якості їх навчально-пізнавальної діяльності, спрямованої до ефективного оволодіння знаннями та способами діяльності.

Основна мета роботи вчителя з активізації пізнавальної діяльності учнів полягає в розвитку їх творчих здібностей. З психології відомо, що здібності людини розвиваються в процесі діяльності. Засобом розвитку пізнавальних здібностей учнів є вміле застосування таких методів і прийомів, які забезпечують високу активність учнів у навчальному пізнанні. Методи і прийоми активізації, що їх застосовує вчитель, повинні враховувати рівень пізнавальних здібностей учнів, бо непосильні завдання можуть підірвати віру учнів у свої сили і не дадуть позитивного ефекту. Тому система роботи викладача з активізації пізнавальної діяльності учнів повинна будуватись з врахуванням поступового і цілеспрямованого розвитку творчих пізнавальних здібностей учнів, розвитку їх мислення.

Умовою успіху в розвитку мислення є висока пізнавальна активність учнів. Ефективне засвоєння знань передбачає таку організацію пізнавальної діяльності учнів, за якої навчальний матеріал стає предметом активних розумових і практичних дій кожної дитини. Пошуки методів навчання, що підсилювали б активізацію процесу навчання, призводять до підвищення актуальності розвивальних і проблемних методів, самостійної роботи, творчих завдань. При цьому психологічно обґрунтованою видається така організація уроку, за якої діти вчаться не з примусу, а за бажанням і внутрішніми потребами.

Традиційні уроки дають дитині змогу активно діяти всього кілька хвилин протягом навчального дня, коли, наприклад, вона відповідає біля дошки. Значну частку іншого часу учень, у кращому разі, слухає вчителя, а частіше - просто очікує перерви. Пасивність неминуче призводить до втрати інтересу до предмета і до навчання загалом, енергія знаходить вихід у порушеннях дисципліни тощо...

Учитель не тільки пояснює навчальний матеріал, а й організовує пізнавальну діяльність учнів. Починається виклад матеріалу з повідомлення теми. Перш за все треба показати необхідність вивчення теми і логіку вивчення кожного її питання. Важливо викликати інтерес до теми. Для цього можна навести цікаві факти встановлення закону, показати досліди, які учні зможуть пояснити в ході розгляду теми, вказати пізнавальні задачі, що будуть розв'язуватися на уроці фізики. Адже усвідомлення мети діяльності є необхідною умовою будь-якої вольової дії.

Учитель має не просто повідомити факти учням, а провести доказовий виклад пізнавальних задач, які будуть розв'язуватися. До доказових прийомів викладу навчального матеріалу відносять висновки, одержані на основі дослідів або теоретично, з використанням індукції, дедукції та аналогії. Суть індукції та дедукції можна з'ясувати співставленням їх з емпіричним та теоретичним рівнем пізнання.

Засвоєнню матеріалу учнями сприяє розуміння ними принципів побудови теорій, різного ступеня узагальнень в фізичних законах (закони збереження різних фізичних величин є досить широкими узагальненнями, закон Кулона є дослідним законом і теоретичного пояснення не має) та суті фізичних понять.

Розумінню учнями матеріалу та розвитку їх мислення сприяє систематична і цілеспрямована самостійна робота з підручником на уроках. У процесі оволодіння навичками роботи з підручником виділяють чотири етапи.

I етап. Вироблення початкових умінь роботи з підручником: вчитатися в текст; знайти відповіді на поставлені вчителем запитання; одержати необхідну інформацію з малюнків, таблиць, графіків; користуватися змістом підручника.

II етап. Вироблення вміння виділяти головну думку в тексті за допомогою планів узагальнюючого характеру.

Приклади таких планів

Фізичне явище

1. Ознаки явища.
2. Умови, в яких спостерігається дане явище.

3. Суть явища, його пояснення на основі сучасних уявлень.
4. Зв'язок даного явища з іншими явищами.
5. Застосування явища на практиці.

Фізична величина

1. Яку властивість тіл чи явищ характеризує дана величина?
2. Означення величини.
3. Формула, яка виражає зв'язок даної величини з іншими величинами.
4. Одиниці вимірювання.
5. Способи вимірювання величини.

Фізичний закон

1. Зв'язок між якими величинами чи явищами виражає даний закон?
2. Формулювання закону.
3. Математичний вираз закону.
4. Досліди, що підтверджують закон.
5. Пояснення закону на основі сучасних уявлень.
6. Приклади застосування закону на практиці.

III етап. Закріплення умінь визначати тип тексту, сукупність основних питань в ньому, складання плану відповіді за змістом тексту.

IV етап. Розширення вмінь самостійно працювати над комбінованим текстом.

Розуміння учнями навчального матеріалу, що вивчається, є лише першою сходинкою в активізації пізнавальної діяльності і тією базою, на основі якої застосовуються інші методи, що вимагають більшої самостійності учнів і розраховані на більш ґрунтовний розвиток їх логічного мислення.

Отже, **активізація навчально-пізнавальної діяльності** – процес, направлений на мобілізацію вчителем (за допомогою спеціальних заходів) інтелектуальних, морально-вольових та фізичних сил учнів, розвиток здібності подолати труднощі, активну самостійну роботу. Крім того, активізацію навчально-пізнавальної діяльності не можна розглядати в сучасних умовах тільки як процес керування активністю учнів. Вона одночасно є процесом і результатом стимулювання активності учнів. В умовах сучасного суспільства та зважаючи на особливості молоді найбільш доцільними методами активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів є дискусії, дидактичні (рольові ігри), метод проектів та використання мультимедійних технологій та Інтернету.

Варто зазначити, що поряд із зазначеними методами не варто забувати про традиційні методи навчання, адже в сукупності вони покликані вирішувати основне завдання: навчити дитину вчитися, мислити і спілкуватися.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Дидактичне забезпечення семінарських занять з курсу «Методика навчання фізики» (загальні питання): навчальний посібник. – 2-е вид., випр. і доп. / П. С. Атаманчук, О.М. Семерня. Т.П. Поведа. – Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. – 384 с.
2. Дон О. М. Ефективність застосування дидактичних ігор у навчально-виховному процесі / Наша школа. - 2000. - №2-3. - С.86.
3. Осадчук Р. І. Дидактичні ігри у навчальному процесі школи.// Педагогіка і психологія. - 1996. - №4.- С. 102 - 110.
4. Селевко Г. К. Энциклопедия педагогических технологий: В 2т. Т.1 М: НИИ шк. техн., 2006. - 816 с. (Серия «Энциклопедия образовательных технологий»).
5. Щербань П. Дидактичні ігри у навчально-виховному процесі// Початкова освіта. - 2009. - №9. - С.18.

The article refers to the fact that through the process of revitalization special measures aimed at mobilizing teacher intellectual, moral and physical strength and strong-willed students develop the ability to overcome difficulties, active independent work, because students a strong interest in the subject goes through curiosity and inquisitiveness and large determines the success of students in school.

Key words: *activization of educational activity, cognitive activity, process management activity, methods of activation, training and cognitive activity, cognitive task.*

УДК 37.016:53

Сікора Г.В., студентка 4-го курсу фізико-математичного факультету

Панчишина О.В., студентка 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Атаманчук П.С.**, доктор педагогічних наук, професор

ПРЕЗЕНТАЦІЇ MS POWER POINT ЯК ВАЖЛИВИЙ ЗАСІБ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАННЯ УЧНІВ З ФІЗИКИ

У статті йдеться про впровадження інформаційних технологій у навчальний процес, в результаті чого, даний процес має сприяти високому рівню засвоєння учнями фундаментальних знань з фізики та усвідомлення їх практичного застосування. Тому, зручною для вчителя та наглядною для учнів є саме комп'ютерна програма створення мультимедійних презентацій MS Power Point, використання якої реалізує можливість впровадження диференційованого підходу у навчанні.

Ключові слова: *нові інформаційні технології (НІТ), комп'ютеризація, комп'ютерні технології, мультимедійні засоби, презентація, комп'ютерне навчання, диференціація.*

Інформаційні технології розглядаються як потужний засіб навчання, що здатний значно підвищити його ефективність. Під інформаційними

технологіями розуміємо технології переробки, передачі, поширення та надання інформації за допомогою комп'ютерів. Апаратні та програмні засоби, необхідні для реалізації цих технологій, називають засобами нових інформаційних технологій (НІТ). Проблема використання інформаційних технологій у процесі навчання переймається велика кількість науковців та педагогів. Разом з тим у системі освіти є ще багато невирішених проблем, пов'язаних з розробкою методики застосування НІТ у процесі навчання. Зокрема, існує проблема недостатнього дидактичного супроводу процесу викладання фізики з використанням інформаційних технологій у середній школі. Актуальність проблеми використання комп'ютера на уроках фізики полягає в тому, що досягнення науки і техніки вимагають сучасних уроків, які враховують ці досягнення. Поєднання комп'ютерних технологій і традиційних методів викладання фізики сприяє високому рівню засвоєння учнями фундаментальних знань з фізики та усвідомлення їх практичного застосування.

Сьогодні комп'ютер з екзотичної машини перетворюється на ще один засіб навчання, мабуть найпотужніший та найефективніший з усіх дотепер існуючих технічних засобів, якими користувався учитель.

Проблема комп'ютеризації навчання в сучасних умовах є винятково актуальною. Використання комп'ютера змінює діяльність як вчителя так і учнів, перебудовуючи систему взаємовідносин між педагогом і школярем. Технологія навчання з допомогою комп'ютера допомагає пов'язати теорію навчання з її практичною реалізацією. Вона являє собою проекцію теорії навчання на діяльність вчителя та учня. Комп'ютер вносить принципові зміни не тільки в методи, але й в зміст навчання, якісно і по новому вибудовуючи навчальний предмет, значно розширюючи можливості навчальної інформації.

Використання комп'ютерних технологій у процесі вивчення шкільних дисциплін сприяє:

- зацікавленню навчальним матеріалом (в учнів викликає інтерес нові комп'ютерні програми, виникає бажання розглянути їх структуру, знайти найцікавіші, матеріали);

- унаочненню навчального матеріалу;
- розширенню знань школярів з певної теми;
- перевірці та самоперевірці набутих знань та умінь учнів;
- виконанню учнями творчих робіт різного роду.

Стосовно інформаційних засобів навчання можна нагадати те, що писав Я.Коменський у своїй праці «Велика дидактика»: «... Все, що тільки можна, давати для сприйняття чуттям, а саме: видиме – для сприйняття

зором, чутне – слухом, запахи – нюхом, доступне дотикові – через дотик. Якщо будь-які предмети відразу можна сприйняти кількома чуттями, нехай так і буде...».

У засобах навчання нового покоління також можна реалізувати функції швидкого визначення рівня навчальних досягнень учнів; попереднього опрацювання результатів, накопичення та довготривалого збереження результатів.

Мультимедійні засоби не лише дозволяють підтримувати рівень пізнавальної діяльності, а й усучаснюють предмет, роблять його ближчим і наочнішим.

Позитивні моменти використання презентацій на уроці:

1. Яскраві образи без надмірних зусиль запам'ятовуються.
2. Завдяки рухливості малюнків, схем, таблиць є не тільки можливість їх змінювати, доповнювати, корегувати, а й заповнювати поетапно, частинами чи повернутися до попереднього моменту, повторити якийсь епізод.
3. У презентаціях можна відтворити фізичні процеси, які на уроках не можна відтворити, звертаючись лише до уяви учнів, спираючись на їхнє абстрактне мислення. Наприклад, постійний і змінний струм, хвильові процеси, питання, пов'язані з існуванням електричного та магнітного полів.
4. Використання мультимедійних презентацій на уроках сприяє створенню позитивної атмосфери, що має велике значення для сприйняття інформації.

Важливою перевагою застосування комп'ютера як засобу навчання є можливість забезпечення швидкого і повністю керованого вчителем подання послідовності наочних образів, які супроводжуються звуком і відтворюють образи об'єктів вивчення. Такі прийоми подання навчального матеріалу є дуже важливими у випадку використання індуктивного методу викладання: учні роблять певні висновки опрацьовуючи, впорядковуючи отримані дані на етапі подання навчального матеріалу.

Застосування комп'ютера і відповідного програмного забезпечення допомагає перенести основне навантаження вчителя на етапі підготовки до уроку. Якщо на цьому етапі створити всі необхідні зображення, записати тексти формулювань або принаймні їх фрагменти, на уроці можна зосередити увагу на роботі з класом. Це збільшить динамізм уроку, його емоційність і дасть змогу більш ефективно контролювати процес навчання шляхом змін діяльності учнів, цілеспрямованого і поступового введення нових елементів знання.

Серед різноманітних комп'ютерних програм зручною для вчителя та наглядною для учнів є програма створення мультимедійних презентацій MS Power Point. Створюючи слайди, вчитель має можливість врахувати усі особливості і вимоги до теми уроку та до учнів того чи іншого класу. За необхідності у слайди можна вставити динамічні мультимедійні моделі фізичних явищ, які розглядаються на уроці. Програма дозволяє повторювати окремі частини матеріалу, дає можливість впровадження диференційованого підходу у навчанні.

Серед можливостей Power Point по створенню презентацій, яка являє собою набір слайдів, слід відмітити наступне:

- управління процесом проведення презентації, тобто відображенням слайдів, які в ній знаходяться;
- управління переходами між слайдами - визначення порядку відображення слайдів презентації під час її показу;
- визначення параметрів зовнішнього вигляду відображення і появи слайдів;
- робота з текстами, таблицями, графікою, анімацією, відео, звуком, а також об'єктами Word, Excel, Internet.

Будь-яка презентація має такі основні властивості і характеристики:

- набір слайдів і їх параметри;
- зміст слайдів, який, крім користувача, може також створюватись за допомогою наявних майстрів автозмісту;
- параметри робочої області, тобто її розмір, орієнтацію та ін.

У свою чергу, кожен слайд має особисті властивості, які впливають на його відображення в час показу:

- розмір слайду;
- шаблон оформлення, тобто параметри кольорів фону, шрифтів;
- розмітка слайдів, яка включає великий набір стандартних прикладів розміщення інформації на слайді: розміщення заголовка, малюнків, таблиць, написів.
- ефект переходу, який являє собою той чи інший режим появи і "зникнення" слайду після натискання кнопки миші або автоматично через заданий час, з анімаційними чи звуковими ефектами і т. ін.

Презентації доречно використовувати під час уроків, на яких в учнів формується перехід від конкретного до абстрактного уявлення про явище, що дає можливість далі працювати з логічно схематизованим матеріалом.

Організація роботи на уроці з графічним матеріалом та відпрацьовування навичок виділяти основне в тексті підручника, складання

логічного ланцюжка тощо. Це допомагає вирішити найважливіше питання формування навичок самостійної роботи учнів з текстом підручника, виділяти спільне, шукати відмінності.

Можна сформулювати наступні рекомендації використання презентацій на уроці:

- програма повинна бути зрозумілою як вчителю, так і учням;
- інформація, що виноситься на екран, має сприйматися однозначно;
- викладач повинен мати можливість компоувати матеріал на власний розсуд;
- при підготовці до уроку викладач займається творчістю, а не запам'ятовуванням порядку виведення інформації на екран;
- керування програмою повинне бути максимально простим;
- програма повинна давати змогу використовувати інформацію в будь-якій формі (текст, таблиці, відеофрагменти тощо).

Тобто, відбір матеріалу для презентації повинен відповідати принципам *науковості, доступності, наочності*.

На практиці програма *MS Power Point* дуже легка у використанні і разом з цим надає широкі можливості для творчості вчителя та учнів. Як підсумок роботи на уроці, учні можуть отримати домашнє завдання створити власну презентацію окремого питання теми, або всієї вивченої теми. Таким чином, відбуватиметься міжпредметний зв'язок з інформатикою, математикою, кресленням.

У результаті роботи на комп'ютері у школярів розвивається самостійність мислення, з'являється вміння робити узагальнення, використовувати знання в нових умовах з елементами творчості, доходити до істини, не звертаючись за допомогою до інших. Комп'ютерне навчання – це один із способів формування свідомого ставлення до навчання.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Дидактичне забезпечення семінарських занять з курсу «Методика навчання фізики» (загальні питання): навчальний посібник. – 2-е вид., випр. і доп. / П. С. Атаманчук, О.М. Семерня. Т.П. Поведа. – Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. – 384 с.
2. Вовковінська Н.В. Як створити комп'ютерну презентацію /Наталія Вовковінська, Світлана Литвинова. – К.: Шкільний світ, 2009. – 128 с. – (Бібліотека «Шкільного світу»).
3. Сиротенко К. Інформаційні технології – фактор формування Школи майбутнього / К.Сиротенко // – Директор школи. – 2010. – №6.
4. Освітні технології: навч. – метод. посіб. /О.М.Пехота, А.З.Кіктенко, О.М.Любарська та ін. ; За заг. ред. О. М. Пехоти. – К.: А.С.К. , 2001. – 256 с.

5. Шарко В.Д. Сучасний урок фізики: технологічний аспект / Посібник для вчителів і студентів. – К., 2005. – 220 с.

The article refers to the introduction of information technologies in educational process, as a result, this process should contribute to a high level of students fundamental knowledge in physics and understanding of their practical application. Therefore, very illustrative one for teachers and students is just a computer program to create multimedia presentations MS Rower Point, the use of which realizes the possibility of introducing a differentiated approach in education.

Key words: *New Information Technology (NIT), computerization, computer technology, multimedia, presentation, computer training, differentiation.*

УДК 53(07)

Слободянюк Ю.М., студент 6-го курсу фізико-математичного факультету Науковий керівник: **Мендерецький В.В.**, доктор педагогічних наук, професор

МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ У НАВЧАННІ ФІЗИКИ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

У статті розглянуто можливості використання міжпредметних зв'язків у навчанні фізики з метою впливу на процес розвитку творчих здібностей учнів основної школи.

Ключові слова: *міжпредметні зв'язки, диференційований підхід, фізика.*

Актуальність. Увага до особистості є основним соціальним орієнтиром, а підготовка здібної талановитої молоді є актуальною проблемою сучасної освіти. Це відповідає світовим тенденціям розвитку освітньої сфери, спрямованим на врахування індивідуальних особливостей учнів і розкриття ними свого творчого потенціалу. Разом із тим, процеси трансформації українського суспільства вимагають від особистості нових підходів до життя й творчості, оригінальності й нестандартності мислення.

Мета. Сучасний економічний, політичний та соціальний стан нашого суспільства пред'являє високі вимоги до навчання та виховання підростаючого покоління, акцентуючи увагу на всебічному розвитку особистості, формуванні загальнолюдських та духовних цінностей, на зміцненні зв'язку навчання з життям, встановленні гармонії між людиною і природою.

Фізика, як наука про природу та її закони, має велике освітнє і виховне значення, а велику роль у реалізації вищезазначеного відіграють міжпредметні зв'язки.

Міжпредметні зв'язки - актуальна проблема теорії навчання і виховання, так як у системі профільного навчання їх реалізація є кроком до інтеграції учбових знань.

Проблемі використання міжпредметних зв'язків завжди приділялось багато уваги. І це природно, бо вони відображають об'єктивно існуючі зв'язки наук, позитивно впливають на формування наукового світогляду учнів, створюють умови для набуття ними міцних знань. Вдало використані міжпредметні зв'язки забезпечують учням різнобічне вивчення природи, стимулюють підсилення їх пізнавальної діяльності, розуміння закономірностей, діючих у природі. Матеріал міжпредметного характеру в навчально-виховному процесі сприяє розширенню реальних можливостей для застосування учнями своїх творчих сил, здібностей і обдарувань, розширенню політехнічного кругозору та профорієнтаційному вихованню, є тією стежиною, яка приведе вчителя до посилення єдності навчання та виховання учнів.

Деякі автори дидактичних досліджень вважають, що міжпредметні зв'язки мають дві сторони – об'єктивну і суб'єктивну. Об'єктивна сторона міжпредметних зв'язків знаходить вираження у визначенні змісту навчання і враховується при розробці навчальних планів, програм, складанні підручників, навчальних і методичних посібників з відповідних навчальних предметів. Суб'єктивна сторона міжпредметних зв'язків здійснюється вчителями в процесі навчання.

Оскільки міжпредметні зв'язки мають різноманітність дидактичних функцій, то їх класифікують за різними ознаками [5]: за змістом навчального матеріалу; за методами та засобами навчання; за вміннями, що формуються.

Використання міжпредметних зв'язків – одне з найскладніших методичних завдань учителя фізики. Воно вимагає знань змісту програм і підручників з інших предметів. Обсяг матеріалу, що використовується з інших предметів, повинен бути за можливістю невеликим. Готуючись до уроку, вчитель повинен вирішити питання про глибину розкриття матеріалу з міжпредметних зв'язків у курсі фізики [7].

Сукупність функцій міжпредметних зв'язків реалізується в процесі навчання, якщо вчитель фізики використовує все розмаїття їх видів. Реалізація міжпредметних зв'язків у практиці навчання передбачає співпрацю вчителя фізики з учителями хімії, біології, відвідування відкритих уроків, майстер-класів, спільне планування уроків тощо.

Розглядаючи реалізацію міжпредметних зв'язків фізики, хімії і біології, звертаємо увагу на те, що їх об'єднує система понять про матерію, форми її руху і рівні організації. Фізика і хімія вивчають молекулярний і атомний рівні організації матерії, біологія – клітинний, організменний і біоценозний. Молекули за одних умов розпадаються на атоми, йони, а при

інших утворюють багатомолекулярні колоїдні системи. Таким чином, здійснюючи міжпредметні зв'язки "фізика-хімія-біологія" учні глибоко усвідомлюють суть і особливості структури живих і неживих макротіл [1; 5].

У біології широко використовуються знання учнів із хімії про органічні і неорганічні речовини, про типи хімічних реакцій, окислення, катализатори і каталізи, про окислювально-відновні реакції тощо. Також використовуються поняття із фізики – потенціальна і кінетична енергія, механічний рух, тиск, густина речовини, дифузія, закони перетворення і збереження енергії тощо. Фізичні і хімічні поняття необхідні, щоб пояснити учням взаємозв'язок фізико-хімічних і біологічних процесів; розкрити фізико-хімічні умови здійснення біологічних функцій у клітинах, тканинах, органах, в організмі в цілому; показати сутність окремих біофізичних (наприклад, біопотенціали) і біохімічних (асиміляція і дисимеляція) процесів.

Зв'язок фізики й хімії з біологією ілюструє універсальність багатьох фізико-хімічних теорій і законів. Так, закон збереження і перетворення матерії й енергії вводиться у фізиці на прикладі конкретних уявлень про переходи потенціальної і кінетичної енергії, у хімії – у вигляді частинного закону збереження маси речовин при хімічних реакціях. Він конкретизується в курсах хімії і фізики при вивченні валентності й будови атома, розвивається при розгляді законів збереження в механіці (закони збереження імпульсу і повної механічної енергії), окислювально-відновлювальних реакцій, перетворень хімічних елементів, хімічної рівноваги. Під впливом міжпредметних зв'язків закон збереження енергії перестає бути елементом лише системи фізичних знань. Він сприймається учнями як загальний закон природи, як елемент загальнонаукових знань.

Учитель має забезпечувати диференційований підхід до опанування навчальним предметом, оскільки процеси розуміння в різних учнів відбуваються по-різному [9]. Основна складність полягає в невмінні працювати самостійно, творчо та продуктивно мислити. Щоб полегшити засвоєння навчального матеріалу, необхідно домагатися розуміння суті основних логічних форм мислення: понять, суджень, умовиводів. Враховуючи основні формально-логічні закони та психологічні закономірності формування мислення основну увагу при вивченні природничих дисциплін треба зосереджувати на розвитку творчих здібностей, логічного мислення, формування інтелектуальних умінь і навичок розумової праці.

Висновки. Отже, міжпредметні зв'язки можна використовувати на різних етапах сучасного уроку: перевірки та актуалізації знань, вивчення

нового матеріалу, систематизації та закріпленні вивченого матеріалу, домашнього завдання і навіть при контролі знань.

Список використаних джерел:

1. Бузько В. Реалізація міжпредметних зв'язків у процесі навчання фізики / В. Бузько, С. Величко // Наукові записки: Серія: Педагогічні науки. Випуск 82 (1). – Кіровоград, 2008. – С. 139–144. – Режим доступу: nbuv.gov.ua/portal/soc_gum/Nz/P...
2. Войтович О.П. Розроблення і упровадження дидактичних засобів з фізики міжпредметного змісту / О.П. Войтович. // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. Наукових праць. – К.: НПУ імені Драгоманова, 2010. – №6. – С. 156-163.
3. Головата І.В. Інтеграція у викладанні біології (з досвіду роботи) / І.В. Головата // Біологія. Преса, 2010. Лютий. – №6 (270). – С. 9-10.
4. Левашова В.М. Міжпредметні зв'язки природничих дисциплін як засіб формування наукового світогляду школярів / В.М. Левашова // Вісник Національного технічного університету України "КПІ": Філософія. Психологія. Педагогіка – №1, 2008. – С. 154-158. – Режим доступу: povun.kpi.ua/2008-1/07_Levashova.pdf.
5. Максимова В.Н. Межпредметные связи и совершенствование процесса обучения: Кн. для учителя. / В.Н. Максимова. – М.: Просвещение, 1984. – 143 с.
6. Межпредметные связи естественно-математических дисциплин. Пособие для учителей. Сб. статей / Под ред. В.Н. Федоровой. – М.: Просвещение, 1980. – 208 с.
7. Межпредметные связи курса физики в средней школе / Ю.И. Дик, И.К. Турышев, Ю.И. Лукьянов и др.; Под ред. Ю.И. Дика, И.К. Турышева. – М.: Просвещение, 1987. – 191 с.
8. Мендерецький В.В. Реалізація можливостей міжпредметних зв'язків при вивченні курсу фізики / В.В. Мен-дерецький, С.І. Дмитрук, В.С. Шуліка // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г. Шевченка [Текст]. Вип. 89 /Чернігівський національний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка; гол. ред. Носко М.О. – Чернігів: ЧДПУ, 2011. – С. 118-121 (Серія: Педагогічні науки).
9. Стучинська Н.В. Інтеграція знань при вивченні природничо-наукових дисциплін у класах медичного та біологічного профілю / Н.В. Стучинська, А.В. Шморгун, Л.О. Мороз // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г. Шевченка [Текст]. Вип. 77 /Чернігівський державний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка; гол. ред. Носко М.О. – Чернігів: ЧДПУ, 2010. – С. 154-158.

The article examines the possibility of using interdisciplinary connections in teaching physics to influence the development of creative abilities of students of primary school.

Key words: *interdisciplinary communication, differentiated approach, physics.*

УДК 53 (07)

Сурікова Л. І., студентка 6-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Кух А.М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ДОСЛІДИ ТА ЗАСОБИ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ ПОСТАНОВКИ ПРАКТИКУМУ З МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ФІЗИКИ

У статті розглянуто нові дослідження та засоби інформаційних технологій під час проведення практикуму з методики навчання фізики.

Ключові слова: *шкільний фізичний експеримент, принцип мінімізації, методика відбору.*

У державній програмі "Україна: Освіта XXI століття" зазначено, що одним із стратегічних завдань реформування змісту загальної середньої освіти є "відбір і структурування навчально-виховного матеріалу на засадах диференціації і інтеграції" (газета "Освіта", грудень 1993 р.). У зв'язку з цим особливого значення набувають проблеми наочності та її матеріалізації під час вивчення шкільних дисциплін, зокрема фізики.

З позицій технологічного підходу можна виділити такі елементи методичної системи:

- у прийомах наочності елементами системи будуть прийоми навчання; у навчанні фізики ними будуть демонстрування дослідів та постановка лабораторних робіт (експериментальний метод навчання);

- у наочності елементами будуть окремі досліди (фізичні демонстраційні досліди, фронтальні лабораторні роботи та роботи фізичного практикуму);

- у засобах наочності елементами будуть окремі демонстраційні та лабораторні прилади, матеріали, ЕОМ і ін. (технічні засоби навчання).

Виділяємо три чинники: експериментальні методи навчання, технічні засоби навчання та фізичні досліди є підсистемами системи шкільного фізичного експерименту (ШФЕ). ШФЕ — це система методів, технічних засобів навчання, які забезпечують вивчення фізики за допомогою постановки фізичних дослідів.

Важливість ШФЕ під час вивчення фізики в школі доведена українською та світовою методикою фізики ще в кінці XIX століття.

В Україні склалася відповідна система ШФЕ. Її становлення тісно пов'язане з іменами українських вчених і методистів: С.П. Слюсаревського, О.І. Бугайова, Б.Ю. Миргородського, Є.В. Коршака та ін. Система ШФЕ показала свою життєздатність та дієвість, але з багатьох обставин, які склалися, вона уже не задовольняє учителя фізики. Це сталося тому, що багато приладів недосконалі та не дають змоги ефективно проводити досліди (наприклад, досліди з інтерференції); погана забезпеченість кабінетів фізики приладами багатьох тем (розділ "Механіка"), недосконалість обладнання кабінету фізики, особливо зберігання і експлуатації приладів, застарілі рекомендації з вибору фізичного експерименту.

Новий зміст з фізики, розробка нового покоління підручників та посібників з позицій нових цілей та змісту освіти вимагають внесення необхідних змін, пов'язаних з оновленням електронізацією та модернізацією навчального обладнання, розробки нової методики відбору фізичного експерименту.

Пізнання у фізиці (як у науці, так і у навчанні) неможливе без самостійного чи колективного експериментування ученими або учнями, яке для обох груп названих експериментаторів є практично однаковим за своєю гносеологічною суттю. Проте, якщо для вченого невідоме є об'єктивним, то для учня або студента воно суб'єктивне.

У процесі вивчення фізики практично завжди застосовувалась певна кількість самостійно виконуваних студентами дослідів (дослідів виконуваних вчителем у демонстраційному експерименті). Для різних концепцій вивчення фізики в сучасних умовах характерним є збільшення кількості таких дослідів, їх урізноманітнення, диференціювання в залежності від мети навчання тієї чи іншої групи тих, хто навчається.

Навчальний фізичний експеримент за своїм головним призначенням повинен бути джерелом одержання навчальної інформації. Проте у практиці роботи навіть сучасної школи дослідницький характер навчального експерименту відійшов на задній план, віддаючи своє місце експерименту ілюстративному, репродуктивному за характером. Це стосується як демонстраційного експерименту, так і фронтальних лабораторних робіт та робіт практикумів. З назви навчального експерименту зникло найважливіше слово — дослідження. Учень не включається у повний процес дослідження, тому і не набуває виключно важливих експериментальних умінь та навичок. У багатьох випадках інструкції до навчального експерименту зводять його до суто репродуктивної діяльності. Зрозуміло, що серед лабораторних робіт, які пропонуються учням, повинні бути і репродуктивні за змістом завдання, що формують, наприклад, первісні уміння й навички вимірювати різні величини, скласти установки чи електричні кола тощо. Проте цим у сучасних умовах обмежуватись просто неможливо. Потрібно мати роботи і вищих рівнів, а ж до повного самостійного планування експерименту, його виконання, обробки одержаних даних та практичного використання.

В організації дослідницької роботи велике значення має добір навчального матеріалу. Дослідженням виявлено, що названий відбір в основному здійснювався відповідно до вимог навчальної програми з фізики. Однак в методичній літературі[1,2,3,4,6] зустрічаємо різні рекомендації щодо відбору ШФЕ. У багатьох з них названо лише загальні положення щодо ролі, значення та використання ШФЕ в змісті шкільного курсу фізики, в інших подається класифікація ШФЕ, який входить до програми з фізики.

В основному ці теоретичні положення або дуже загальні, або вузькоспеціалізовані. Практика підтверджує, що опираючись на них, неможливо зробити відбір наочності для системи ШФЕ.

Для того, щоб навчальний дослід потрапив до змісту шкільного курсу фізики, він має знайти місце у навчальній програмі та підручниках і має бути забезпечений навчальним обладнанням у кабінеті фізики. У зв'язку з численністю демонстраційних дослідів і лабораторних робіт перерахувати всі їх у навчальній програмі з фізики неможливо. Тому необхідний обов'язковий мінімум ШФЕ, який має бути внесений у навчальну програму та підручники. З цією метою необхідно здійснити відбір ШФЕ. Для цього потрібно сформулювати принципи відбору. Ведучим з них є принцип системності — принцип створення єдиної системи демонстраційних дослідів і лабораторних робіт з тем шкільного курсу фізики. Навчальний матеріал з тем у методиці фізики розглядають за циклом: факти, гіпотеза, наслідки, експеримент, практичне застосування. У зв'язку з цим відбір ШФЕ для кожної з тем можливий з врахуванням циклічної структури навчального матеріалу (від дослідів до теорії та від теорії до експерименту).

Іншим важливим принципом відбору є принцип мінімізації навчального обладнання: кількість дослідів має бути мінімальною, але одночасно достатньою для досягнення цілей навчання.

Розгляд кожної з тем шкільного курсу фізики з позицій принципів системності та мінімізації, дає змогу визначити забезпеченість їх ШФЕ.

Бачення цього питання знаходимо в роботах В.О. Бузова. Ним розроблена методика відбору ШФЕ, стосовно питань оптимізації. У дисертаціях і наукових статтях В.О. Бузова[3] звернуто увагу на питання: забезпечення експериментом усіх розділів шкільного курсу фізики, раціонального використання часу учителем і учнем на ШФЕ, крім цього, звернуто увагу на важливість та реалізацію методичного принципу комплектування навчального обладнання. У методиці розроблено спробу використати структурний аналіз. Однак, в роботі не повністю зрозуміло, якою повинна бути методика відбору навчального обладнання з фізики.

Відомо, що можливі різноманітні варіанти розв'язку цього питання, залежно від того, що покладено в основу методики відбору ШФЕ. Так, І.Т.Богданов [5] за основу розробки питання методики відбору ШФЕ взяв тезу, що центральне місце у змісті освіти належить теорії, як вищій формі організації знань. Він використовує положення про циклічний характер вивчення фізичних теорій, який дає змогу формувати в студентів принцип побудови системи навчального матеріалу, системні знання.

В основу відбору нами покладено концепцію фізичної освіти в Україні. Тому відбір фізичного експерименту здійснювався з таких позицій (концепція):

– експеримент повинен максимально сприяти вивченню

фундаментальних фізичних теорій (класична механіка, молекулярна фізика, основи термодинаміки, елементи СТВ, квантової фізики) як основних структурних одиниць курсу фізики;

– експеримент повинен відповідати змісту курсу фізики, розкривати основні напрямки наукового експерименту та суть фундаментальних експериментів;

– реалізація принципу розвитку знань студентів, озброєння них системними знаннями;

– можливість формування в студентів теоретичних узагальнень і методологічних знань.

Безпосередньо відбір комп'ютерного фізичного експерименту здійснюють у такій послідовності:

1 крок. Визначаємо необхідну кількість дослідів для вивчення теорії

2 крок. Аналізуємо теорію з метою виявлення фундаментальних експериментів.

3 крок. Для відбору експериментів можна скористатися емпіричними правилами. Спочатку заповнюють виділяємо фронтальні досвіди, враховуючи мету проведення, експериментальні уміння, які необхідно сформувані в студентів та наявне для цього обладнання у кабінеті фізики.

Потім відбираємо роботи для фізичного практикуму з врахуванням завдань практикуму, які вимагає вивчення теорії. Наприкінці відбирають демонстраційні досліди.

4 крок. Розробка і відбір навчального обладнання

5 крок. Проведення педагогічного експерименту з метою корекції змісту, структури шкільного курсу фізики для забезпечення оптимального результату.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Інноваційні технології управління навчанням фізики. — Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, інформаційно-видавничий відділ, 1999. – 174 с.

2. Бугаев А.И. Методика преподавания физики в средней школе. Теоретические основы.-М.:Просвещение,1981.-288 с.

3. Буров В.А. Методика проведения фронтальных экспериментальных заданий по физике в 6 классах. –М.: Просвещение, 1978.

4. Величко С.П. Развитие системы навчального експерименту та обладнання з фізики у середній школі. – Кіровоград: КДПУ імені Винниченка, 1998. – 302 с.

5. Богданов І.Т. Дидактична та методична доцільність та мета використання й упровадження засобів інформаційних технологій у навчальному процесі // Проблеми сучасного підручника: Зб. наук. праць / Ред. кол. – К.: Педагогічна думка, 2004. – Вип.5., Ч II. – С.22-29.

6. Коршак Є.В., Миргородський Б.Ю. Методика і техніка шкільного фізичного експерименту: Практикум: Навчальний посібник для педагогічних інститутів. – К., 1981. – 280 с.

The article deals with new experiences and means of information technology during the workshop on methods of teaching physics.

Key words: *school physical experiment minimization principle, method selection.*

УДК 621. 315.592

Ткачук І.В., студентка 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Криськов Ц.А.**, кандидат фізико-математичних наук,
доцент, професор кафедри фізики

ВПЛИВ ДОМІШОК Sb НА СПЕКТРИ ПРОПУСКАННЯ ПЛІВОК $PbTe$ В ІНФРАЧЕРВОНОМУ ДІАПАЗОНІ ДОВЖИН ХВИЛЬ

У статті описано технологію синтезу масивних зразків та напилення тонких плівок телуриду свинцю стехіометричного складу, а також із домішками стибію різної концентрації. Досліджено оптичні властивості плівок, на основі отриманих графічних залежностей методом Тауца розраховано числові значення ширини забороненої зони.

Ключові слова: *телурид свинцю, тонкі плівки, оптичні властивості, заборонена зона, $PbTe$.*

Вступ. Телурид свинцю належить до групи $A^{IV}B^{VI}$ напівпровідників, які кристалізуються в структури типу $NaCl$. Незвичайні характеристики халькогенідів свинцю, такі як вузька заборонена зона $E_0 \sim 0,3$ eV, температурний коефіцієнт якої є позитивним, значна діелектрична стала і висока рухливість носіїв заряду, робить їх унікальними серед полярних напівпровідників, що мають важливе застосування в багатьох областях, таких як виготовлення інфрачервоних детекторів, світловипромінюючих пристроїв, а останнім часом, й інфрачервоних лазерів для волоконної оптики, термоелектричних матеріалів, панелей для сонячних батарей і віконних покриттів [1-6]. Останнім часом специфічні низькорозмірні структури такі, як розсіяні квантово-розмірні системи, надгратки і квантові точки привертають велику увагу в різних областях, зокрема масиви інфрачервоних датчиків, вертикальні поверхні порожнини випромінюючого лазера, термоелектрика, самоорганізовані напівпровідникові наноструктури та стійкі низькотемпературні фотопровідники. Для отримання тонких плівок $PbTe$ використовуються такі методи, як термічне випаровування, магнетронне розпилення, імпульсне лазерне випаровування, електроосадження, і епітаксія гарячої стінки. Тому наявність інформації про

оптичні параметри цієї сполуки досить важлива у прогнозуванні практичних розробок оптоелектронних пристроїв.

Експериментальна частина. Зразки PbTe та PbTe:Sb синтезовані у вакуумованих до залишкового тиску 10^{-5} Па кварцових ампулах методом прямого сплавлення з примусовим перемішуванням [7]. Домішки Sb в кількості 0,1; 0,3 і 1,0 ат.% по відношенню до маси Te вводились у вихідну шихту.

Для підвищення однорідності використовувалися компоненти чистотою не менше 99,99%. Pb та Te додатково очищались від оксидів методом вакуумної дистиляції. Зважування речовин проводили на аналітичних терезах ВЛР-200М з точністю до 0,0005 г. У процесі вакуумування ампул їх прогрівали для додаткового очищення внутрішніх стінок, не змінюючи температури завантажених речовин. Вакуумовані ампули поміщали у двозонні електропечі, які можуть здійснювати коливання на кути $\pm 30^\circ$ відносно горизонтального положення. Цей пристрій призначений для підвищення гомогенності напівпровідникових сполук в процесі їх синтезу. Система високоточного регулювання температури ВРТ-3 працювала у ручному режимі керування. Температура синтезу контролювалась термопарами «хромель-алюмель» з використанням подільника напруги для узгодження величин термоерс.

Процес синтезу проводився при температурі (1190...1195) К впродовж 40 год з трьома серіями коливань ампули. Тонкі плівки осаджували на підкладки BaF_2 методом термічного випарювання. Випадків відшарування плівок від підкладок не зафіксовано. Експериментальні спектри інфрачервоного пропускання плівок виміряні з використанням Фур'є-спектрофотометра Spectrum 100 фірми Perkin Elmer в діапазоні частот (400...7800) cm^{-1} (25...1,28) мкм при кімнатній температурі з роздільною здатністю 1 cm^{-1} і числом сканування 32. Спектри пропускання показані на рис. 1. Зі спектрів пропускання методом Тауца розрахована оптична ширина забороненої зони зразків в рамках моделі прямозонних напівпровідників. Розрахунок проводився з використанням програми PARAV v.2.0.

На рис. 2. показано графік залежності $(\alpha h\nu)^2$ від $h\nu$, де методом екстраполяції лінійної ділянки кривої до перетину з віссю $h\nu$ отримано оптичну ширину забороненої зони. Як відомо, ширина забороненої зони масивних зразків телуриду свинцю складає біля 0,3 еВ. У випадку тонкоплівкових структур ширина оптичної забороненої зони плівки PbTe становить 0,35 еВ (крива 1). При введенні домішок Sb (2 – 0,1%; 3 – 0,3%; 4 – 1%) в PbTe ширина забороненої зони зростає до 0,4 еВ, 0,45 еВ та 0,43 еВ.

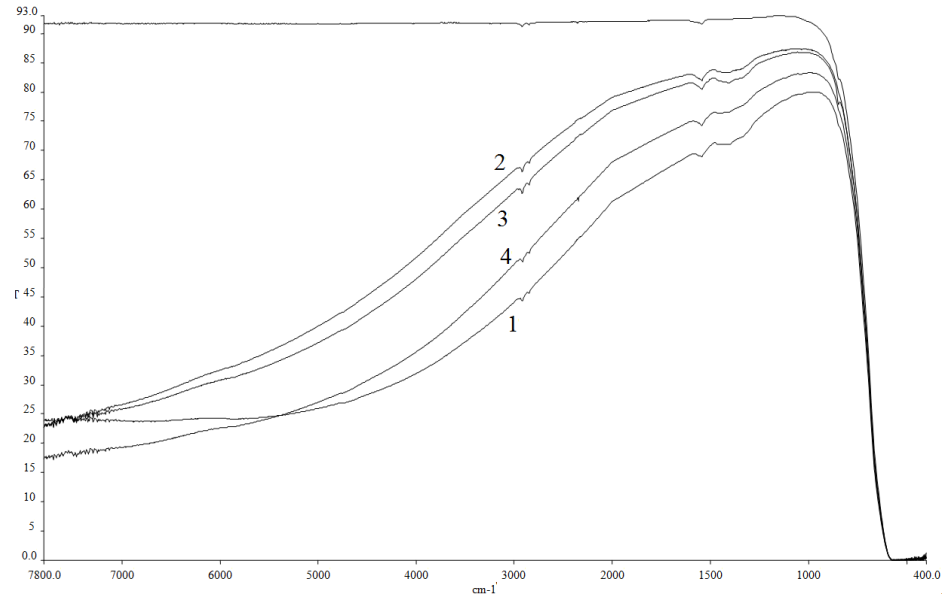
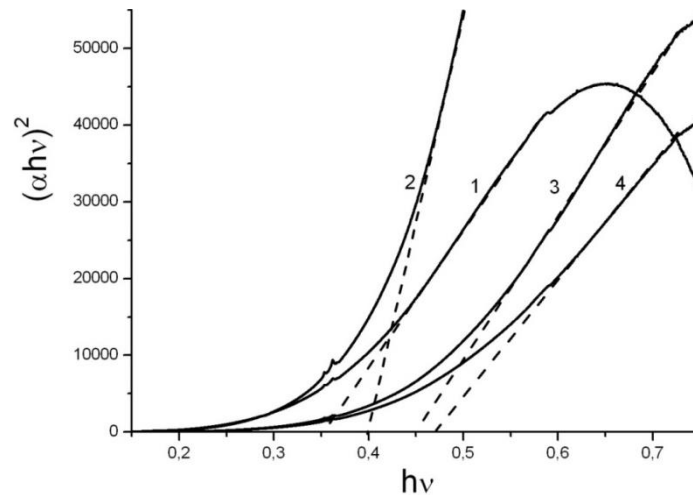


Рис. 1. Інфрачервоні спектри пропускання плівок PbTe з домішками Sb: 1-0%, 2-



0,1%, 3-0,3%, 4-1,0%. Верхня крива – спектр пропускання підкладки BaF₂.
Рис. 2. Графік залежності $(\alpha h\nu)^2$ від $h\nu$ для плівок PbTe з домішками Sb: 1-0%, 2-
0,1%, 3-0,3%, 4-1,0%.

Висновки. Синтезовано масивні зразки та напилено тонкі плівки телуриду свинцю стехіометричного складу та із домішками стибію (0,1; 0,3 та 1 ат.). Проведено дослідження оптичних властивостей отриманих плівок в інфрачервоному діапазоні довжин хвиль.

На основі отриманих графічних залежностей розраховано ширину забороненої зони зразків. Як показали результати дослідження, із ростом концентрації домішки значення ширини забороненої зони спочатку зростає, а потім зменшується і становить 0,4 еВ; 0,45 еВ та 0,43 еВ для концентрації домішки 0,1 ат.%, 0,3 ат.%, та 1 ат.% відповідно.

Список використаних джерел:

1. I. N. Chao, P. J. McCann, W. L. Yuan, E. A. O'Rear, and S. Yuan, "Growth and characterization of IV-VI semiconductor heterostructures on (100) BaF₂," *Thin Solid Films*, vol. 323, no. 1-2, pp. 126–135, 1998.

2. A. Dauscher, M. Dinescu, O. M. Boffou'e, A. Jacquot, and B. Lenoir, "Temperature-dependant growth of PbTe pulsed laser deposited films on various substrates," *Thin Solid Films*, vol. 497, no. 1-2, pp. 170–176, 2006.

3. L. Kungumadevi, R. Sathyamoorthy, and A. Subbarayan, "AC conductivity and dielectric properties of thermally evaporated PbTe thin films," *Solid-State Electronics*, vol. 54, no. 1, pp. 58–62, 2010.

4. A. Jdanov, J. Pelleg, Z. Dashevsky, and R. Shneck, "Growth and characterization of PbTe films by magnetron sputtering," *Materials Science and Engineering B*, vol. 106, no. 1, pp. 89–94, 2004.

5. H. Saloniemi, T. Kanninen, M. Ritala, and M. Leskel'a, "Electrodeposition of PbTe thin films," *Thin Solid Films*, vol. 326, no. 1-2, pp. 78–82, 1998.

6. C. Teichert, B. Jamnig, and J. Oswald, "Pattern formation in PbTe multilayer films," *Surface Science*, vol. 454–456, no. 1, pp. 823–826, 2000.

7. Власенко О.І., Левицький С.М., Криськов Ц.А., Криськов Ц.А. «Спосіб отримання однорідно легованих кристалів A^4B^6 ». Патент України № 43897, зареєстрований 10.09.2009р.

The paper describes the technology of synthesis of bulk samples and thin films deposition of lead telluride stoichiometric composition and impurities of different concentrations of antimony. The optical properties of the films on the basis of the graphical dependencies Tau_{λ} calculated by numerical values bandgap.

Key words: lead telluride, thin films, optical properties, the Fermi surface, PbTe.

УДК 373.5.016:53:37.091.39

Ткачук І.В., студентка 4-го курсу фізико-математичного факультету

Левицький І.М., студент 4-го курсу фізико-математичного факультету

Жук П.А., студент 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Білик Р.М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ВИКОРИСТАННЯ ІГРОВИХ МЕТОДІВ ТА САМОРОБНИХ ПРИБЛАДІВ ПІД ЧАС ПРОВЕДЕННЯ УРОКІВ З ФІЗИКИ

У статті розглядаються питання, пов'язані з використанням ігрових методів та саморобних приладів під час проведення уроків фізики в основні школі.

Ключові слова: ігри, урок фізики, саморобні прилади, експеримент

Грїш цїна вашїй фізицї, якщо вона застилає для вас усе їнше, шерех лїсу, фарби заходу. Це яка те усїчена фізика, якщо хочете - вихолощена. Я, наприклад, в неї не вірю... Будь-яка замкнутїсть, передусїм, свїдчить про обмеженїсть... Фїзик, що не спрїймає поезїї, мистецтва, - поганїй фїзик".

Л.Д. Ландау

Фїзика є однією з базових дисциплїн у системї загальної середньої освїти, але разом з тим вона займає одне з останнїх мїсць у рейтингу серед всїх шкільних предметів за рївнем зацїкавленостї учнїв у їх вивченнї. Практично третю частину учнїв не цїкавить фїзика взагалї. У зв'язку з цим

сьогодні на першому місці стоїть питання про пошук нових шляхів розвитку, формування і підвищення пізнавальних інтересів учнів, підвищення ефективності уроків фізики [1].

Розв'язок нових задач, поставлених перед школою життям привів до пошуків нових форм організації навчальної роботи у школі, до нових методів навчання. За словами Верзіліна Н.М. “урок – це сонце, навколо якого, як планети, обертаються всі форми навчальних занять”, тому саме на уроці вчитель повинен організувати таку діяльність, використати таку форму викладення матеріалу, щоб в учнів виникло здивування, захоплення, бажання його освоїти, зрозуміти, що в свою чергу веде до формування стійкого пізнавального інтересу.

Учні будуть любити предмет, вчити його, захоплюватися ним лише тоді, коли їм буде цікаво. А зацікавити учнів – це обов'язок кожного вчителя. Ще А. Ейнштейн писав: “... якщо учитель поширює навколо себе подих нудьги, то в такому оточенні все зачахне; зуміє навчити той, хто навчає цікаво”. Саме тому на практиці необхідно застосовувати ігрові форми навчальної діяльності. Відомий французький вчений Луї де Бройль стверджував, що всі ігри, навіть найпростіші, мають багато спільних елементів з роботою вченого. У першому й другому випадку спочатку приваблює поставлена загадка, перешкода, яку потрібно подолати, потім радість відкриття, одержаної перемоги. Саме тому всіх людей захоплює гра. Тому гру не варто відкидати мотивуючи цей процес несерйозним, її не слід плутати з забавою.

Якщо навчально-пізнавальну діяльність постійно “підживлювати” новими нестандартними підходами та ігровими елементами, то навчання стає більш цікавим, глибоким і гнучким, а це все веде до значного підвищення його результативності [2].

Одним з ефективних шляхів виховання у школярів інтересу до вивчення фізики є ігри. Гра притаманна самій природі дитини. У процесі гри чудовий світ дитинства поєднується з прекрасним світом науки, в який вступають учні. Граючись, учень “занурюється” в ситуації, які відображають епізоди реального життя. В іграх різні знання і відомості учень отримує вільно. Тому часто те, що на уроці здається складним, під час гри легко засвоюється.

Інтерес і задоволення — найважливіші психологічні ефекти гри. Призначення ігор – розвиток пізнавальних процесів у школярів (сприймання, увага, пам'ять, спостережливість, допитливість тощо) і закріплення знань, здобутих на уроках. Особливо цікавлять учнів ігри,

побудовані на матеріалі міжпредметного характеру, матеріалі, що містить відомості з історії науки і техніки [3].

Ігри використовуються на всіх етапах навчання: вивчення нового матеріалу проводиться у вигляді інтегрованих уроків, ділових ігор; осмислення теоретичних знань здійснюється з допомогою ділових ігор, уроків-КВК; навчання розв'язку задач на уроках-змаганнях, в ділових і ролевих іграх, КВК; узагальнення знань проводиться у формі ділових ігор і змагань; тематичний контроль здійснюється, крім заліків і тестування, у формі ділових ігор, змагань.

До ігрових форм навчальної діяльності відносимо: тематична вікторина, складання та розв'язування кросвордів, чайнвордів, ребусів, презентація теми, гра-конференція, гра подорож [4, С. 3-6.].

Також до ігрової форми проведення уроку можна включити такий елемент як розгадування загадок з фізичним змістом. Учні люблять розгадувати загадки але на уроках фізики вони не «часті гості».

Загадки – поетичні і ритмічні. Необ'ємність і ритмічність форми, яскрава образність і особливий колорит загадок дозволяють надати вивченню фізики живість, викликати інтерес учнів до явищ фізики, що розглядаються.

Звичайно, це лише деякі з багатьох можливих ігрових форм діяльності на уроці фізики. Основна мета навчання і виховання — формування творчої особистості — можна досягти лише за сформованого інтересу до знань. Тому для вирішення цієї проблеми необхідно поєднати традиційні уроки з фізики з уроками - іграми [5, С. 38-40.].

Фізика, як наука природнича, пов'язана із спостереженнями за явищами природи, які вчитель або учні відтворюють за допомогою спеціально сконструйованих приладів. Майже кожен урок з фізики передбачає експеримент у вигляді демонстрацій, лабораторних робіт та робіт фізичного практикуму. Прилади є своєрідними підсилювачами відчуттів, які одержують учні, а демонстрації сприяють творчому засвоєнню фізичних знань, слугують інструментом переконливої мотивації навчально-виховного процесу. Саме через експеримент вчитель найповніше реалізує свої методичні установки. Компетентний вчитель фізики повинен не лише ґрунтовно опанувати фундаментальні знання, але й володіти уміннями щодо застосування їх у практичній діяльності, тобто володіти мистецтвом експериментатора дослідника, творця [6].

Досвід викладання фізики показує, що досконало підготовлений демонстраційний і лабораторний експеримент, який дає стабільні, близькі до табличних результати, можливий лише при створенні добре обладнаного

і впорядкованого кабінету фізики. В такому кабінеті прилади та обладнання повністю забезпечують навчальний процес, надійно працюють, раціонально розташовані, безпечні при експлуатації, мають естетичний вигляд.

Ряд приладів учні під керівництвом вчителя можуть створювати самостійно. Сьогодні, в період широкого використання комп'ютерних технологій, насичення навчального процесу мультимедійними засобами, така робота може здатися непотрібною і примітивною, однак ця думка помилкова. Насправді технічна творчість сприяє трудовому вихованню молоді, розкриттю її здібностей і талантів, підвищує креативну та пошукову активність, розвиває асоціативні уявлення, технічну кмітливість, спостережливість, здатність генерувати ідеї, формує певний спосіб мислення – схемами, зоровими образами. Технічна творчість розвиває модельне мислення. Пізнаючи який-небудь процес чи об'єкт, ми будуємо в своїй свідомості їхні моделі. Приймаючи якесь життєве рішення, ми подумки моделюємо обставини, прораховуємо на моделі можливий хід подій. Фактично наукова робота в своїй основі є моделювання, створення графічних моделей у вигляді схем, креслень та ін. У процесі творення закладаються основи мобільності естетичного стереотипу, коли охайність, окомір, бережливе відношення до приладів, раціональність і точність вимірювань можуть бути перенесені на інші дії [7]. Не віртуальне, а «живе» унаочнення, створене власними руками та розумом, відіграє визначну мотиваційну роль у процесі навчання, особливо тоді, коли вчитель і учні виступають як автори проекту, виконавці і демонстратори одночасно. Надзвичайно важливий і виховний аспект: співтворчість виробляє почуття колективізму, взаємодопомоги, збагачує емоційну культуру людини. Вчитель, який працює над виготовленням приладів, систематично вдосконалює свою майстерність. Можна стверджувати, що наявність саморобних приладів у фізичному кабінеті є своєрідним критерієм працездатності і вчителя, і його учнів.

Виготовлення приладів вчителем і самими учнями сприяє подоланню однієї з найбільших «хвороб» нашого навчання – його абстрактності, «коли знання існують самі по собі, а життя йде саме по собі»; наближає процес викладання фізики до сучасних потреб суспільства. Демонстраційний експеримент з використанням саморобних приладів та обладнання покликаний формувати раціоналізаторські і винахідницькі здібності, а також професійні компетентності майбутньої соціально-успішні особистості [8].

Список використаних джерел:

1. Миколаївський професійний ліцей [Електронний ресурс]: — Нестандартні уроки як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів — Режим доступу: <http://www.mykolai.vpl.org/metodrozrobka/120-netradyzijni-uroky.html>.
2. Ігрові технології на уроках фізики [Електронний ресурс]: — Застосування ігрових технологій на уроках фізики в основні школі — Режим доступу: <http://lviv128.lvivedu.com/uk/article/igrovi-tekhnologiyi-na-urokakh-fiziki.html>.
3. Альбін К.В. Методика викладання фізики / К.В. Альбін, М.С. Білий, С.І. Гончаренко, М.Й. Розенберг, А.М. Яворський. — К.: Вища школа, 1970. — 70 с.
4. Атаманчук П.С. Концепція управління навчально-пізнавальною діяльністю в навчанні фізики // Фізика та астрономія. — 1999. № 3. — С. 3-6.
5. Олійник В. Активізація пізнавальної діяльності учнів 7-8 класів на уроках фізики // Фізика та астрономія. — 1998. — №4. — С. 38-40.
6. Презентації з фізики [Електронний ресурс]: — Саморобні прилади на уроках фізики — Режим доступу: http://slides.net.ua/publ/samorobni_priladi_na_urokakh_fiziki/1-1-0-6.
7. Буряк Ю. Розвиток творчих здібностей учнів на уроках фізики // Фізика. — 2004. — №36 (228). — С. 22-24.
8. Шарко В.Д. Сучасний урок фізики: технологічний аспект: Посібник для вчителів і студентів / В.Д. Шарко. — К.: СПД Богданова А. М., 2007. — С. 136-137

The article addresses issues related to the use of gaming techniques and improvised devices during physics lessons in basic school.

Key words: game, physics lesson, homemade instruments, experiment

УДК 517.4

Торчук К. В., студентка 6-го курсу фізико–математичного факультету
Науковий керівник: **Кріль С.О.**, кандидат фізико–математичних наук, доцент
**ЗНАХОДЖЕННЯ НЕТРИВІАЛЬНИХ НУЛІВ ДЗЕТА-ФУНКЦІЇ
ЗГІДНО ФОРМУЛИ РІМАНА–ЗІГЕЛЯ**

Встановлено залишок у формулі Рімана–Зігеля та обчислено згідно формули Рімана–Зігеля перший корінь. Використано наближення вищих порядків, задля отримання оцінки більш складних функцій.

Ключові слова: формула Рімана – Зігеля, дзета - функція Рімана, таблиця Гезельгрува.

Постановка задачі. Формула Рімана – Зігеля, яка використовується в аналітичній теорії чисел є асимптотичною формулою для похибки наближеного функціонального рівняння дзета - функції Рімана. Ця формула дає змогу здійснити апроксимацію дзета - функції у вигляді суми двох часткових сум рядів Діріхле. У 1932 році Карл Людвіг Зігель опублікував роботу зі звітом, пов'язаним із дзета-функцією щодо неопублікованих

досліджень Рімана, які знайшов в приватних роботах Рімана, що знаходяться в архівах бібліотеки університету в Геттінгені.

Основна частина. Таким чином, залишок R у формулі

$$Z(t) = 2 \sum_{n^2 < (t/2\pi)} n^{-1/2} \cos[\vartheta(t) - t \log n] + R$$

приблизно дорівнює

$$R \sim (-1)^{N-1} \left(\frac{t}{2\pi}\right)^{-1/4} \times \\ \times \left[C_0 + C_1 \left(\frac{t}{2\pi}\right)^{-1/2} + C_2 \left(\frac{t}{2\pi}\right)^{-2/2} + C_3 \left(\frac{t}{2\pi}\right)^{-3/2} + C_4 \left(\frac{t}{2\pi}\right)^{-4/2} \right]$$

де N є цілою частиною $(t/2\pi)^{1/2}$, p дробова частина, і

$$C_0 = \Psi(p) = \frac{\cos 2\pi \left(p^2 - p - \frac{1}{16}\right)}{\cos 2\pi p},$$

$$C_1 = -\frac{1}{2^5 3\pi^2} \Psi^{(3)}(p),$$

$$C_2 = \frac{1}{2^{11} \cdot 3^2 \pi^4} \Psi^{(6)}(p) + \frac{1}{2^6 \pi^2} \Psi^{(2)}(p),$$

$$C_3 = -\frac{1}{2^{16} \cdot 3^4 \pi^6} \Psi^{(9)}(p) - \frac{1}{2^8 \cdot 3 \cdot 5 \pi^4} \Psi^{(5)}(p) - \frac{1}{2^6 \pi^2} \Psi^{(1)}(p),$$

$$C_4 = -\frac{1}{2^{23} \cdot 3^5 \pi^8} \Psi^{(12)}(p) + \frac{1}{2^{17} \cdot 3^2 \cdot 5 \pi^6} \Psi^{(8)}(p) + \\ + \frac{1}{2^{13} \cdot 3 \pi^4} \Psi^{(4)}(p) + \frac{1}{2^7 \pi^2} \Psi(p).$$

Це є формула, яку Зігель знайшов в неопублікованих роботах Рімана [1].

Щоб отримати деяке уявлення про точність формули Рімана-Зігеля, розглянемо обчислення $Z(18)$. Якщо $t = 18$, то $(t/2\pi)^{1/2} = 1.692\ 569$, таким чином, в цьому випадку $N = 1$, $p = 0.692\ 569$. Сума апроксимації $Z(18)$ складається з одного доданку $2 \cos \vartheta(18) = 2 \cos(0.080\ 911) = 1.993\ 457$. Знаменник $\Psi(p)$ є

$$\cos(2\pi \times 0.692\ 569) = \cos\left(\pi + \frac{1}{3}\pi + 2\pi \times 0.025902\right) = \\ = (\sqrt{3}/2) \sin(0.162\ 747) - \frac{1}{2} \cos(0.162\ 747) = -0.353070$$

і чисельник є

$$\cos 2\pi \left(p^2 - p - \frac{1}{16}\right) = \cos(-0.275417 \times 2\pi) = -\sin(0.159\ 700) = \\ = -0.159022; \text{ тому}$$

$$Z(18) \sim 2 \cos \vartheta(18) + (-1)^{1-1} (18/2\pi)^{-1/4} \Psi(0.692569) =$$

$$\begin{aligned}
&= 1.993457 + (0.768647) \frac{-0.159022}{-0.353070} = \\
&= 1.993457 + 0.346197 = 2.339654
\end{aligned}$$

Це є перше наближення до $Z(18)$. Порівнюючи це із значенням 2,337, бачимо, що формула Рімана-Зігеля дає краще наближення, навіть для відносно невеликого t і навіть коли використовується тільки перше наближення.

Для використання наближення вищого порядку, потрібно мати деякі засоби оцінки більш складних функцій C_1, C_2, C_3, \dots . Найпростіший спосіб зробити це, полягає в обчисленні коефіцієнтів ряду Тейлора функції $\Psi(p)$, від яких коефіцієнти ряду Тейлора є похідні від Ψ , і отже, з C легко обчислюються. Так, як $0 < p < 1$, зручно піднести ці функції за степенями $p - \frac{1}{2}$. З $\Psi\left(\frac{1}{2} + a\right) = \cos[2\pi a^2 + (3\pi/8)] / \cos 2\pi a$, піднесення до степенями $a = p - \frac{1}{2}$ і, таким чином, є степенями ряду, коефіцієнти якого можуть бути явно обчислені. Тоді $C_0 = \Psi, C_2, C_4, \dots$ буде ще степеневим рядом і C_1, C_3, C_5, \dots непарні доданки степеневого ряду, коефіцієнти якого можна легко знайти. Гезельгров дає таблицю коефіцієнтів $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, \dots$ за степенями $(1 - 2p)$. Використовуючи ці коефіцієнти для p і, отже, з $1 - 2p = -0.385138$, легко знайти $C_0 = 0.450401$, $C_1 = -0.009207$, $C_2 = 0.004996$, $C_3 = -0.000316$, $C_4 = 0.000323$ з якого $2\cos\vartheta + (t/2\pi)^{-1/4}[C_0 + (t/2\pi)^{-1/2}C_1 + \dots + (t/2\pi)^{-2}C_4]$ є $2,336\,796 \sim Z(18)$. Оскільки C_4 є на п'ятому місці, можна було б сподіватися на точність до четвертого доданка і дійсно ця відповідь дуже близька до шостого доданка в оцінці Гезельгрова $Z(18) = 2.336800$ [2]. Таким чином, оцінки похибки, дуже великі і Ріман насправді обчислив $\zeta\left(\frac{1}{2} + it\right)$ з дивовижною точністю.

Використовуючи формулу Рімана-Зігеля досить легко знайти перші кілька коренів $\zeta\left(\frac{1}{2} + it\right)$ за розрахунком. Головний член $2\cos\vartheta(t)$ дорівнює нулю поблизу $t = 14.5$, де $\vartheta(t)$ біля $-\pi/2$. Для $t = 14.5$ прості оцінки дають, $t/2\pi \sim 2.30$, $(t/2\pi)^{1/2} \sim 1.5$, $N = 1$, $p \sim \frac{1}{2}$. Так $\Psi\left(\frac{1}{2}\right) = -\cos(5\pi/8) \sim 0.38$ і $(t/2\pi)^{-1/4} \sim (2/3)^{1/2} \sim 0.8$ перший член після корекції $(t/2\pi)^{-1/4}\Psi(p)$ становить близько $(0.8)(0.38) \sim 0,30$; так рухаємося до нуля для Z , значення t повинно бути зменшено, де головний доданок для $2\cos\vartheta(t)$ є -0.30 . Похідна від нього є $-2\vartheta'(t)\sin\vartheta(t) \sim -2 \cdot \frac{1}{2}\log(t/2\pi) \cdot (-1) \sim 0.83$, тому t повинно бути зменшено з 14,5 до $14,5 - [(0,30)/(0,83)] = 14,14$. Таким чином, цілком може бути що корінь є між

14,1 і 14,2. Тепер $Z(14.1)$ і $Z(14.2)$ можна порахувати точно таким же методом, який був використаний для $Z(18)$ вище [3]. Розмір C_4 припускає точність близько чотирьох доданків, і це більше, ніж підтверджується таблицею Гезельгрува, в якій подається

$$Z(14,1) = -0,027\ 463, \quad Z(14,2) = +0,052\ 045.$$

Таким чином, корінь в інтервалі і лінійна інтерполяція помістить його на $14,1 + h$,

$$\text{де } h/0.1 = (0,027466)/(0,027466 + 0,052042) \sim 0,345,$$

так що корінь приблизно дорівнює 14,1345. Подальші обчислення t в цьому діапазоні показує, що значення Z задається формулою Рімана-Зігеля через C_4 змінює знак між 14,134 727 і 14,134 729. Таким чином, формула Рімана-Зігеля дозволяє обчислення першого кореня $\frac{1}{2} + i\alpha$, $\alpha = 14.134725$ з точністю не менше п'ятого члена. Якщо були використані члени C_5 і C_6 , можливо, що навіть більш висока точність може бути досягнута. Ріман обчислює цей корінь, знаходячи його значення, яке дорівнює 14,1386; помилка в його розрахунку виникає як видно з наведеного, не з притаманної неточності формули Рімана-Зігеля, а залежить лише від того, що він, використав тільки грубі розрахунки.

Ріман також зробив деякі кроки в бік того щоб довести, що корінь 14.1... є першим коренем. Маємо

$$\sum_{\text{Im } p > 0} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{1-p} \right) = 1 + \frac{1}{2}\gamma - \frac{1}{2}\log\pi - \log 2.$$

Отже

$$\sum_{\text{Im } p > 0} [1/p(1-p)] = 0.02309 \dots \quad (1)$$

Тепер корінь $p = \frac{1}{2} + i14.1 \dots$ знайдений, і на нього припадає близько 0,005 з суми справа. Якщо корінь у верхній півплощині з малою уявною частиною, то повинні були б бути два таких коріння, тому, що він не буде на лінії $\text{Res} = \frac{1}{2}$ та буде являти собою симетричний корінь на протилежній стороні лінії, або тому, що він буде на лінії, і в цьому випадку $Z(t)$ повинна була б змінити знак вдруге, щоб бути від'ємною у 14,1 і 0. Таким чином, корінь задовольняє

$$1/\gamma^2 < \frac{1}{2}(0.018) = 0.009, \quad \gamma > 10.$$

Висновки. Використовуючи формулу Рімана-Зігеля, неважко бачити, що такий корінь на лінії дуже мало ймовірний, і тому, що корінь тільки що був знайдений, мабуть, перший корінь на лінії. Якщо всі 10 коренів в діапазоні $0 < \text{Im } p < 50$, на їх частку припадає близько 0,0136 від

загального числа в (1) і, отже, достатньо довести, що вище знайдений корінь, справжній корінь у верхній півплощині з мірою уявної частини.

Список використаних джерел:

1. Edwards H. M. Riemann's Zeta Function, Academic Press, 1974.
2. Титчмарш Е.К. Теория дзета-функции Римана /Пер. с англ. - М.: ИЛ, 1953. - 409 с.
3. Матиясевич Ю. В. Десятая проблема Гильберта / Ю.В. Матиясевич. – М.: Наука: Физико-математическая литература, 1993. – 223 с.

Established the remainder of Riemann-Siegel formula and computation according to the formula Riemann-Siegel first root. Used approximation of higher order, to evaluate of more complex functions.

Key words: *formula Riemann - Siegel, zeta - function Riemann, Hazelgrove's table.*

УДК 517.5

Футорська О.М., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Гнатюк В.О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЧЕБИШОВСЬКА У РОЗУМІННІ ЗВАЖЕНИХ ВІДСТАНЕЙ ТОЧКА СИСТЕМИ ОБМЕЖЕНИХ ЗАМКНЕНИХ МНОЖИН, ЯКІ НЕПЕРЕРВНО ЗМІНЮЮТЬСЯ

Для задачі відшукування відносної чебишовської щодо зваженої відстані точки обмежених замкнених множин лінійного над полем комплексних чисел нормованого простору, які неперервно змінюються у розумінні метрики Хаусдорфа, встановлені теореми існування, єдиності, необхідні, достатні умови та критерії відносної чебишовської щодо зваженої відстані точки, властивості екстремального функціонала та екстремального оператора.

Ключові слова: *хаусдорфова відстань, найкраще наближення, екстремальний елемент, відносна чебишовська щодо зваженої відстані точка, екстремальний функціонал.*

Нехай X — лінійний над полем комплексних чисел нормований простір. Для множини F та елемента g цього простору покладемо $E_F(g) = \inf_{y \in F} \|g - y\|$. Величину $E_F(g)$ називають найкращим наближенням елемента g множиною F або відстанню від цього елемента до множини F .

Будемо позначати через $B(X)$ ($O(X)$) сукупність довільних (опуклих) обмежених замкнених множин простору X , а через

$H(A, B) = \max \left\{ \sup_{x \in A} E_B(x), \sup_{y \in B} E_A(y) \right\}$ — хаусдорфову відстань між

множинами A, B із $B(X)$. Нехай, крім того, S — компакт, $C(S, B(X))$ ($C(S, O(X))$) — множина багатозначних відображень компакта S у X таких, що для кожного $s \in S$, $a(s) = B_s \in B(X)$ ($a(s) = O_s \in O(X)$) і вони є неперервними на S відносно метрики Хаусдорфа на $B(X)$ ($O(X)$), $a \in C(S, B(X))$ ($a \in C(S, O(X))$).

Позначимо через $\omega(s)$, $s \in S$, додатну неперервну на S функцію (вагову функцію), а через $E_{a(s)}^{\omega(s)}(g) = \omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g - y\|$ — зважену відстань від елемента g простору X до множини $a(s)$, $g \in X$, $s \in S$. Поставимо задачу відшукування величини

$$\alpha_a^*(\omega, V) = \inf_{g \in V} \sup_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g) = \inf_{g \in V} \sup_{s \in S} (\omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g - y\|), \quad (1)$$

де V — фіксована множина простору X .

Якщо існує елемент $g^* \in V$ такий, що $\alpha_a^*(\omega, V) = \sup_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g^*)$, то будемо називати його чебишовською щодо зваженої відстані точкою відносно множини V (у множині V) системи $\{a(s), s \in S\}$ опуклих обмежених замкнених множин простору X , які неперервно змінюються щодо хаусдорфової відстані на $B(X)$ ($O(X)$), або екстремальним елементом для величини (1).

Якщо у задачі відшукування величини (1) $V = X$ і для $g^* \in X$

$$\sup_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g^*) = \sup_{s \in S} (\omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g^* - y\|) = \inf_{g \in X} \sup_{s \in S} (\omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g - y\|),$$

то g^* називають чебишовською щодо зваженої відстані точкою системи $\{a(s), s \in S\}$.

Лише в небагатьох працях розглядаються питання дослідження задачі відшукування чебишовської точки. Так, у праці [1] побудовано алгоритм відшукування чебишовської точки скінченної кількості гіперплощин простору R^n , у праці [2] розглянуто питання існування та відшукування чебишовської точки системи гіперплощин лінійного нормованого простору, у [3] отримано деякі результати щодо існування та єдиності чебишовської точки системи множин, у праці [4] розглянуто задачу відшукування величини (1) для випадку, коли $\omega(s) = 1$, $s \in S$.

У даній роботі результати праці [4] поширені на випадок задачі відшукування величини (1).

Твердження 1. Для будь-яких $a \in C(S, B(X))$, $g \in X$ функція $E_{a(s)}^{\omega(s)}(g) = \omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g - y\|$, $s \in S$, є неперервною по s на S .

З твердження 1 випливає, що задачу відшукування величини (1) можна записати у еквівалентній формі

$$\alpha_a^*(\omega, V) = \inf_{g \in V} \max_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g) = \inf_{g \in V} \max_{s \in S} (\omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g - y\|). \quad (2)$$

Для кожного $a \in C(S, B(X))$, $g \in X$ позначимо

$$\psi_a(g) = \max_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g) = \max_{s \in S} (\omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g - y\|).$$

Твердження 2. Якщо для $s \in S$, $a(s)$ — опукла множина лінійного нормованого простору X , то функція $E_{a(s)}^{\omega(s)}(g) = \omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g - y\|$, $g \in X$, є опуклою функцією на X .

Твердження 3. Нехай $a \in C(S, B(X))$. Тоді функція $\psi_a(g)$, $g \in X$, є неперервною по g на X . Якщо $a \in C(S, O(X))$, то ця функція є, крім того, опуклою на X .

Теорема 1. Якщо $a \in C(S, B(X))$, а V — замкнена локально компактна множина простору X , то чебишовська щодо зваженої відстані точка системи $\{a(s), s \in S\}$ у V існує.

Наслідок 1. Якщо $a \in C(S, B(X))$, а V — скінченновимірний підпростір простору X , то чебишовська щодо зваженої відстані точка системи $\{a(s), s \in S\}$ у V існує.

Теорема 2. Якщо X — банахів простір, в якому для довільних x, y має місце «нерівність паралелограма» вигляду

$$2\|x\|^2 + 2\|y\|^2 - \|x + y\|^2 \geq c\|x - y\|^2, \quad (3)$$

де $c > 0$, $a \in C(S, X)$ і V — замкнена опукла множина простору X , то чебишовська щодо зваженої відстані точка системи $\{a(s), s \in S\}$ у множині V існує і єдина.

Теорема 3. Якщо $a \in C(S, O(X))$, а V — слабо компактна множина простору X , то чебишовська щодо зваженої відстані точка системи $\{a(s), s \in S\}$ у множині V існує.

Для будь-яких $a_1, a_2 \in C(S, B(X))$ покладемо

$$\rho(a_1, a_2) = \max_{s \in S} H(a_1(s), a_2(s)).$$

При фіксованій множині V величина (2) задає на $C(S, B(X))$ функціонал, який кожному $a \in C(S, B(X))$ ставить у відповідність число $\alpha_a^*(\omega, V)$. Назвемо його екстремальним функціоналом.

Теорема 4. Для будь-якої множини V екстремальний функціонал $\alpha_a^*(\omega, V), a \in C(S, B(X))$, є неперервним по a на метричному просторі $(C(S, B(X)), \rho)$.

Якщо V — підпростір, то функціонал $\alpha_a^*(\omega, V), a \in C(S, B(X))$, є напівадитивним і додатно однорідним, тобто

$$\alpha_{a_1+a_2}^*(\omega, V) \leq \alpha_{a_1}^*(\omega, V) + \alpha_{a_2}^*(\omega, V), \quad a_1, a_2 \in C(S, B(X)),$$

$$\alpha_{\lambda a}^*(\omega, V) = |\lambda| \alpha_a^*(\omega, V), \quad a \in C(S, B(X)), \quad \lambda \in R.$$

Нехай тепер V є множиною існування і єдиності екстремального елемента для величини (2). Розглянемо деякі властивості оператора P , який кожному $a \in C(S, B(X))$ ставить у відповідність екстремальний елемент P_a для величини (2), тобто

$$\alpha_a^*(\omega, V) = \max_{s \in S} \left(\omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|P_a - y\| \right).$$

Оператор P будемо називати екстремальним оператором для задачі відшукування відносної чебишовської щодо зваженої відстані точки системи $\{a(s), s \in S\}$.

Твердження 4. Нехай $g_1, g_2 \in X, a_1, a_2 \in C(S, B(X))$. Має місце співвідношення

$$\left| \max_{s \in S} \left(\omega(s) \inf_{y \in a_1(s)} \|g_1 - y\| \right) - \max_{s \in S} \left(\omega(s) \inf_{y \in a_2(s)} \|g_2 - y\| \right) \right| \leq \|\omega\| (\|g_1 - g_2\| + \rho(a_1, a_2)).$$

Теорема 5. Якщо V — підпростір простору X , який є множиною існування та єдиності екстремального елемента для величини (2), то екстремальний оператор P для задачі відшукування відносної чебишовської щодо зваженої відстані точки є однорідним. Якщо, крім того, підпростір V скінченновимірний, то оператор P є неперервним.

Нехай, як і вище, X — лінійний над полем комплексних чисел нормований простір, X^* — простір, спряжений з X , X_R — дійсний лінійний нормований простір, асоційований з простором X , тобто простір X лише над полем дійсних чисел, X_R^* — простір, спряжений з простором X_R , p — функція, задана на X і, отже, на X_R . Як відомо (див., наприклад, [5, с.319]), функцією, спряженою з p , називається функція

$p^*(\varphi) = \sup_{g \in X_R} (\varphi(g) - p(g)), \varphi \in X_R^*$. Елемент $\varphi \in X_R^*$ називається субградієнтом функції p в точці $g_0 \in X_R$, якщо

$$p(g) - p(g_0) \geq \varphi(g - g_0), g \in X_R.$$

Множину субградієнтів функції p в точці $g \in X$ називають субдиференціалом цієї функції в точці g і позначають $\partial p(g)$.

Твердження 5. [4] Нехай F — опукла замкнена множина простору X , g — довільна точка цього простору. Тоді має місце співвідношення двоїстості

$$E_F(g) = \inf_{y \in F} \|g - y\| = \max_{f \in B^*} \left(\operatorname{Re} f(g) - \sup_{y \in F} \operatorname{Re} f(y) \right),$$

де $B^* = \{f : f \in X^*, \|f\| \leq 1\}$ — одинична куля простору X^* .

Твердження 6. [4] Нехай для опуклої замкненої множини F простору X та елемента g цього простору

$$\begin{aligned} B^*(g, F) &= \{f : f \in B^*, E_F(g) = \inf_{y \in F} \|g - y\| = \max_{f \in B^*} \left(\operatorname{Re} f(g) - \sup_{y \in F} \operatorname{Re} f(y) \right) = \\ &= \operatorname{Re} f(g) - \sup_{y \in F} \operatorname{Re} f(y)\}, \operatorname{Re}(B^*(g, F)) = \{\operatorname{Re} f : f \in B^*(g, F)\}. \end{aligned}$$

Тоді має місце рівність

$$\partial E_F(g) = \operatorname{Re}(B^*(g, F)). \quad (4)$$

У подальшому будемо вважати, що $a \in C(S, O(X))$ та обмеження $g \in V$ в задачі відшукування величини (2) є істотним, тобто $\alpha_a^* < \alpha_a^*(\omega, V)$, де $\alpha_a^* = \inf_{g \in X} \max_{s \in S} \left(\omega(s) \inf_{y \in a(s)} \|g - y\| \right) = \inf_{g \in X} \max_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g)$. Для $a \in C(S, O(X))$ та $g^* \in V$ покладемо

$$\alpha_a^{g^*} = \max_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g^*), \quad C_a^{g^*} = \left\{ g : g \in X, \max_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g) < \alpha_a^{g^*} \right\},$$

$$S_a^{g^*} = \left\{ s : s \in S, E_{a(s)}^{\omega(s)}(g^*) = \alpha_a^{g^*} \right\},$$

$$\begin{aligned} B^*(g^*, a(s)) &= \{f : f \in B^*, E_{a(s)}^{\omega(s)}(g^*) = \max_{f \in B^*} \left(\operatorname{Re} f(g^* \cdot \omega(s)) - \sup_{y \in a(s)} \operatorname{Re} f(y \cdot \omega(s)) \right) = \\ &= \operatorname{Re} f(g^* \cdot \omega(s)) - \sup_{y \in a(s)} \operatorname{Re} f(y \cdot \omega(s))\}, \quad s \in S_a^{g^*}, \end{aligned}$$

$$\operatorname{Re}(B^*(g^*, a(s))) = \{\operatorname{Re} f : f \in B^*(g^*, a(s))\}, \quad s \in S_a^{g^*}.$$

Через $\Gamma(M, y_0)$ будемо позначати конус внутрішніх напрямків для множини M лінійного нормованого простору Y із точки $y_0 \in Y$, а через $\Gamma^*(M, y_0)$ — конус граничних напрямків для M із y_0 (див., наприклад, [4, с.12, 13]).

Теорема 6. Нехай $a \in C(S, O(X))$ і $g^* \in V$. Тоді має місце рівність

$$\Gamma(C_a^{g^*}, g^*) = \bigcap_{s \in S_a^{g^*}} \bigcap_{f \in B^*(g^*, a(s))} \{g : g \in X, \operatorname{Re} f(g) < 0\}.$$

Теорема 7. Нехай $a \in C(S, O(X))$ і V — довільна множина простору X . Якщо g^* є чебишовською щодо зваженої відстані точкою системи $\{a(s), s \in S\}$ у множині V , то для будь-якого елемента $z \in \Gamma^*(V, g^*)$ існують елементи $s_z \in S$, $f_z \in B^*$ такі, що

$$\max_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g^*) = E_{a(s_z)}^{\omega(s_z)}(g^*) = \operatorname{Re} f_z(\omega(s_z) \cdot g^*) - \sup_{y \in a(s_z)} \operatorname{Re} f_z(\omega(s_z) \cdot y),$$

$$\operatorname{Re} f_z(z) \geq 0. \quad (5)$$

Теорема 8. Нехай $a \in C(S, O(X))$ і $V = \bigcup_{i \in I} V_i$, де $(V_i)_{i \in I}$ — сім'я опуклих множин простору X , $g^* \in V$ і $V_{g^*} = \bigcup_{\substack{i \in I \\ g^* \in V_i}} V_i$. Якщо g^* є чебишовською щодо зваженої відстані точкою системи $\{a(s), s \in S\}$ у множині V , то для будь-якого елемента $g \in V_{g^*}$ існують елементи $s_g \in S$, $f_g \in B^*$ такі, що

$$\max_{s \in S} E_{a(s)}^{\omega(s)}(g^*) = E_{a(s_g)}^{\omega(s_g)}(g^*) = \operatorname{Re} f_g(\omega(s_g) \cdot g^*) - \sup_{y \in a(s_g)} \operatorname{Re} f_g(\omega(s_g) \cdot y), \quad (6)$$

$$\operatorname{Re} f_g(g - g^*) \geq 0. \quad (7)$$

Теорема 9. Нехай $a \in C(S, O(X))$, V — довільна множина простору X , $g^* \in V$. Якщо для кожного елемента $g \in V$ існують елементи $s_g \in S$, $f_g \in B^*$ такі, що мають місце співвідношення (6), (7), то $g^* \in V$ є чебишовською щодо зваженої відстані точкою системи $\{a(s), s \in S\}$ у множині V .

Для формулювання критерію відносної чебишовської щодо зваженої відстані точки скористаємось поняттям Γ^* -множини (див., наприклад, [6, с. 16]).

Теорема 10. Нехай $a \in C(S, O(X))$, $g^* \in V$ і V є Γ^* -множиною відносно точки g^* . Для того, щоб елемент g^* був чебишовською щодо

зваженої відстані точкою системи $\{a(s), s \in S\}$ у множині V , необхідно та достатньо, щоб для кожного елемента $g \in V$ існували елементи $s_g \in S$, $f_g \in B^*$, для яких виконуються співвідношення (6), (7).

Список використаних джерел:

1. Зуховицкий С. И. Линейное и выпуклое программирование / С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева. – М. : Наука, 1967. – 460 с.
2. Белобров П. К. О чебышевской точке системы множеств / П. К. Белобров // Изв. вузов. Математика. – 1966. – № 6. – С. 18 – 24.
3. Белобров П. К. К задаче выпуклого чебышевского приближения в нормированном пространстве / П. К. Белобров // Учен. зап. Казан. гос. Ун-та. – 1965. – 125, кн. 2. – С. 3 – 6.
4. Гнатюк Ю. В. Відносна чебишовська точка системи обмежених замкнених множин, які неперервно змінюються / Ю. В. Гнатюк // Укр. мат. журн. – Т.63, №7. – С. 889 – 903.
5. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.-Ж. Лоран. – М.: Мир, 1975. – 496 с.
6. Гудима У. В. Найкраща рівномірна апроксимація неперервного компактнозначного відображення множинами неперервних однозначних відображень / У. В. Гудима // Укр. мат. журн. – 2005. – Т.57, №12. – С. 1601 – 1619.

For the problem of finding a relative Chebyshev point of a system of continuously varying (in the sense of the Hausdorff metric) bounded closed sets of a normed space linear over the field of complex numbers, we establish some existence and uniqueness theorems, necessary and sufficient conditions, and criteria for a relative Chebyshev point and describe properties of the extremal functional and the extremal operator.

Key words: Hausdorff metric, the best approximation, extremal element, relative Chebyshev point for a measured distance, extremal functional.

УДК 681.142.2

Хомюк Н.С., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Сморжевський Л.О.**, кандидат педагогічних наук, доцент

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН В ПРОСТОРІ» В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ 10 КЛАСУ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ ЗМІСТУ ОСВІТИ

У статті розкрито деякі питання методики вивчення паралельності прямих і площин в просторі в курсі геометрії 10 класу на профільному рівні, яка відповідає діючим підручникам для 10 класу.

Ключові слова: паралельні прямі, паралельні пряма та площина, паралельні площини.

Постановка проблеми. Незважаючи на наявність значної кількості публікацій, окремих досліджень, в яких у тій чи іншій мірі розглядалась методика вивчення паралельності прямих і площин в просторі, необхідно зазначити, що ця методика застаріла і не відповідає діючим підручникам. Тому тема нашого дослідження є досить актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В останні роки розробці нових методик навчання математики приділяється значна увага. В цьому напрямку працюють Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова, В.М. Владіміров, Є.П. Нелін та інші.

Формулювання цілей статті. Мета дослідження полягає в тому, щоб розкрити деякі питання методики вивчення теми «Паралельність прямих і площин в просторі» в курсі геометрії 10 класу на профільному рівні змісту освіти.

Виклад основного матеріалу дослідження. Тема «Паралельність прямих і площин в просторі» в курсі стереометрії має важливе значення в загальному розвитку учня. При вивченні цієї теми узагальнюються та систематизуються знання учнів про прямі та площини, поглиблюються знання з історії математики, продовжують формуватись навички роботи над теоремою.

Для досягнення мети планувалося розв'язати такі завдання:

- визначити основні теоретичні основи теми;
- з'ясувати, в якій мірі методична література, підручники з математики підготовлені до навчання по темі;
- розробити методику вивчення теми «Паралельність прямих і площин в просторі»;
- експериментально перевірити розроблену методику.

Організація навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб розпізнати та розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного учня [1].

Навчання в профільних фізико-математичних та математичних класах передбачає істотне збільшення частки самостійної пізнавальної та практичної діяльності учнів. При цьому основна функція вчителя полягатиме у педагогічному супроводі кожного учня в його пізнавальній діяльності, корекції його навчальних досягнень, допомозі школярам в актуалізації необхідних знань, отриманих ними раніше. Іншими словами, вчитель покликаний не стільки вчити школярів математиці, скільки створювати такі навчальні ситуації, в яких самі учні самостійно чи у

співробітництві один з одним (або з учителем) опановують систему математичних знань, умінь та навичок [1].

Починаючи з 2010-2011 навчального року, середня школа перейшла на навчання за новими підручниками. Розглянувши підручники з геометрії [2] та [3] для профільного рівня 10 класу, можна зробити висновок, що вони не орієнтовані на різнорівневе навчання, тому виникає необхідність у розробленні методики вивчення теми «Паралельність прямих і площин в просторі».

Проведений аналіз методичної літератури показав необхідність створення такої методики, яка б охоплювала всі аспекти навчання, зокрема використання засобів наочності на уроках геометрії старшої школи.

У роботі ми використовували проблемний метод навчання, пропонуємо учням чотириохрівневі завдання та використовуємо наочність.

Наведу, для прикладу, фрагмент уроку з теми “Розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні та мимобіжні прямі”. Вивчення навчального матеріалу доцільно розпочати так, як пропонує автор [4].

Вчитель: Учні, пригадайте можливі положення двох прямих a і b на площині.

Учні: В планіметрії, тобто на площині, можливі лише два положення прямих a і b :

- 1) прямі a і b перетинаються;
- 2) прямі a і b паралельні.

Вчитель: Сформулюйте означення паралельних прямих на площині.

Учні: Дві прямі однієї площини називаються паралельними, якщо вони не перетинаються.

Потрібно пригадати означення паралельних прямих у планіметрії та зазначити, що воно містить лише одну істотну властивість — «не перетинаються». Далі, використовуючи модель куба або прямокутного паралелепіпеда, з'ясуємо можливі положення двох прямих a і b в просторі. Учні самі доходять висновку, що таких можливих положень три:

- 1) прямі a і b перетинаються;
- 2) прямі a і b лежать в одній площині і не перетинаються;
- 3) прямі a і b не лежать в одній площині і не перетинаються.

Вчитель: Як і в планіметрії, дві прямі в просторі вважають такими, що перетинаються, якщо вони мають лише одну спільну точку.

Після цього вводять означення паралельних і мимобіжних прямих у просторі.

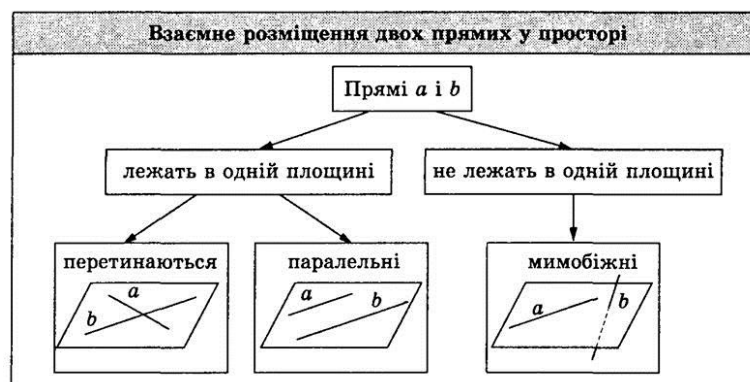
Вчитель: Отже, дві прямі a і b у просторі можуть: перетинатися, бути паралельними, бути мимобіжними (демонструється схема, наведена нижче).

Важливо наголосити, що означення двох паралельних прямих у просторі містить дві істотні властивості:

- 1) лежати в одній площині;
- 2) не перетинатися.

Кожна з цих властивостей необхідна і лише обидві разом достатні для того, щоб дві прямі в просторі вважались паралельними.

Слід зауважити, як позначають паралельність та мимобіжність прямих або відрізків.



Вчитель наголосує, що: два відрізки називаються мимобіжними, якщо вони лежать на мимобіжних прямих.

Вчитель: Часто при розв'язуванні задач необхідно з'ясувати: чи мимобіжні дані прямі? Користуючись означенням мимобіжності прямих, важко відповісти на це питання. Тому сформулюємо й доведемо ознаку мимобіжних прямих.

Учні роблять скорочений запис умови та кроків виконання доведення у своїх зошитах. Далі переходять до розв'язування вправ.

№ 1 (Початковий рівень). Чи можна вважати правильним таке означення: «Дві прямі називаються мимобіжними, якщо вони не перетинаються і не паралельні»?

№ 2 (Середній рівень). Через вершину A паралелограма $ABCD$ проведено пряму a , яка не лежить у площині паралелограма, а через точку C – пряму b , яка паралельна BD . Доведіть, що a і b – мимобіжні.

№ 3 (Достатній рівень). Прямі a і b мимобіжні. Точка M не належить прямим a і b . Чи можна через точку M провести дві прямі, які будуть перетинати прямі a і b ?

№ 4 (Високий рівень). Прямі a і b мимобіжні. $M \notin a$, $M \notin b$. Через точку M та прямі a і b проведено площини α і β відповідно, які перетинаються по прямою c . Яке взаємне розміщення прямих a і c , b і c ? Відповідь обґрунтуйте.

Результати експериментального дослідження підтвердили ефективність розробленої методики.

Висновок. Використання даної методики в школі допоможе забезпечити більш високий рівень засвоєння учнями шкільного матеріалу, сприятиме розвитку в учнів стійкого інтересу до вивчення математики. Тому можна говорити про доцільність впровадження такої методики в навчальний процес.

Список використаних джерел:

1. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів (профільний рівень). 10-11 класи. Математика – К., 2010. – 111 с.
2. Бевз Г.П. Геометрія: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: профіл. рівень / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова, В.М. Владіміров. – К.: Генеза, 2010. – 232 с.
3. Нелін Є.П. Геометрія: дворівн. підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: академ. і профільн. рівні / Є.П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. — 240 с.
4. Слєпкаль З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. / З.І. Слєпкаль. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.

The article deals with some questions of methodology of studying parallel lines and planes in space in the course geometry in the 10th grade the profile level that meets current textbooks for Grade 10.

Key words: parallel lines, parallel line and plane, parallel planes.

УДК 53(07)

Цехмістер В.А., студент 6-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Атаманчук П.С.**, доктор педагогічних наук, професор
**КОМПЛЕКСНИЙ ПІДХІД ДО ВИКОРИСТАННЯ НАВЧАЛЬНОГО
ФІЗИЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ДЛЯ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ
ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ**

У статті розглянуто організацію комплексного підходу до здійснення шкільного навчального фізичного експерименту з метою активізації пізнавальної діяльності студентів.

Ключові слова: активізація, комплексність, лабораторна робота, практикум, фізика.

Актуальність. У практичній технології ідея цілісності виховного процесу реалізується шляхом комплексного підходу. Комплексність — це єдність цілей, завдань, змісту, методів і форм виховного впливу і взаємодії. Комплексний підхід до виховання виконує одночасно декілька функцій: 1) орієнтує побудову системи виховання на цілісну особистість, а не на окремі її якості; 2) сприяє всебічному розвитку особистості, який є результатом комплексного вирішення виховних завдань; 3) сприяє гармонійному

розвиткові особистості шляхом здійснення єдності і взаємозв'язку всіх напрямів сучасного виховання, їх певного співвідношення і супідрядності; 4) сприяє ефективності виховання: одночасне вирішення не однієї, а декількох виховних завдань, природно, піднімає його результативність [6].

Мета. Реформування фізичної освіти потребує пошуку нових підходів для реалізації експериментального відтворення навчального матеріалу. На цей процес значно впливає рівень розвитку науки й техніки, впровадження нових технологій і сучасних технічних засобів. Основною доктриною при ви вченні сучасного курсу фізики є триєдина система, що об'єднує комплекс теоретичних, лабораторно-практичних засобів пізнання процесів природи [4].

Проблема активізації та розвитку пізнавальної діяльності особистості під час навчання не нова, вона постійно знаходиться в центрі уваги психологів, педагогів та методистів, адже від її розв'язання значною мірою залежить ефективність, результативність та якість навчання. Психологічні основи зазначеної проблеми досить ґрунтовно представлені у працях Л.С. Виготського, В.В. Давидова, О.М. Леонтьєва, Н.В. Менчинської, С.Л. Рубінштейна, А.В. Петровського та ін., педагогічні аспекти висвітлені у дослідженнях Л.П. Арістової, Ю.К. Бабанського, І.А. Лернера, В.І. Лозової, М.І. Махмутова, О.М. Матюшкіна, П.І. Підкасистого, О.М. Пехоти, О.Я. Савченко та інших. Праці П.С. Атаманчука, Б.І. Коротяєва, Н.Ф. Тализіної та ін. присвячені проблемі управління навчально-пізнавальною діяльністю. Питання вибору засобів активізації пізнавальної діяльності у навчально-виховному процесі було предметом дослідження багатьох вітчизняних педагогів, зокрема О.І. Білецького, О.Ф. Музиченка, Б.Г. Грінченка, С.Ф. Русової, О.П. Потебня, В.І. Помогайба та ін., форми і методи активізації пізнавальної діяльності особистості у навчанні досліджували Б.І. Коротяєв, Г.І. Щукіна та ін.

Значний внесок у становлення й удосконалення системи навчання фізики зробили вітчизняні вчені-методисти О.І. Бугайов, С.У. Гончаренко, Є.В. Коршак, Б.Ю. Миргородський, О.І. Ляшенко, Б.Є. Будний, А.І. Павленко, С.П. Величко, П.С. Атаманчук, М.Т. Мартинюк, А.В. Касперський, В.П. Сергієнко, М.І. Шут та ін. Нині система відповідає потребам суспільства і досить успішно виконує покладені на неї функції, коли надзвичайно зріс потік інформації, що викликає потребу інтенсифікувати навчальний процес, все більшою мірою стають значущими вимоги про зміщення акцентів з масової освіти на якісні її показники та рівні розвитку особистості студента як об'єкта навчання; у навчальних закладах з'явилися нові прилади та навчальне устаткування, значно

розширилися можливості лабораторій і фізичних кабінетів, суттєвого розвитку зазнав навчальний фізичний експеримент. Особливо це стосується вивчення оптики, де стали широко використовувати лазери, світловоди, інтерференційні фільтри, поляризатори, світлодіоди тощо; відбулася і продовжує наростати комп'ютеризація навчального процесу у ВНЗ; з'явилося і все більше розширюється запровадження нових сучасних навчальних технологій, у тому числі й ІКТ [1; 2].

У зв'язку із зазначеним, досить чітко стала проявлятися обмеженість існуючої концепції фізичної освіти. Упродовж останніх десятиріч, на основі власного та зарубіжного досвіду, в Україні закладені підвалини сучасної системи навчання фізики. Дослідження стосуються таких вузлових питань методики навчання фізики, як обґрунтування закономірностей формування мислення учнів при розгляді фундаментальних фізичних понять, взаємозв'язку теоретичного й емпіричного підходів у процесі навчання фізики, організації самостійної роботи з фізики, шляхи управління навчально-пізнавальною діяльністю у навчальному процесі з фізики. Значна увага приділяється також ролі й місцю фізичного експерименту у навчальному процесі, проблемам вдосконалення шкільного фізичного практикуму [5].

Проведення лабораторних робіт у формі практикуму забезпечує більш ґрунтовну підготовку студентів до виконання кожної роботи, вищий рівень їх самостійності, дозволяє здійснювати особистісно-орієнтований та диференційований підхід до кожного з студентів. Ще одна відмінність полягає в тому, що у шкільних підручниках з фізики наявні інструкції для проведення лабораторних робіт, а у підручниках для вузів таких інструкцій немає. Виконання робіт лабораторних практикумів переслідує такі дидактичні цілі:

- повторення і закріплення набутих студентами знань;
- перевірка рівня і глибини засвоєння теоретичного матеріалу, уміння використовувати його на практиці;
- контроль набутих студентами знань в процесі вивчення курсу фізики та в ході виконання експериментального дослідження;
- формування і розвиток експериментаторських та дослідницьких здібностей студентів, їх професійних якостей.

Відомо, що експериментальний дослід добре усвідомлюється тільки тоді, коли він проводиться студентом самостійно, якщо він бере безпосередню участь не тільки в проведенні експерименту, але й у

підготовці до нього, не лише перевіряє здобуті результати, а й самостійно одержує нові. При цьому одержання знань супроводжується творчою пошуковою роботою. В залежності від рівня знань у студентів (це визначається семестром, в якому роботи виконуються, а також їх майбутньою спеціальністю, наприклад, фізика-інформатика, фізика-математика та інші) роботи можуть виконуватися в різних варіантах [3].

Висновки. Отже, на сучасному етапі розвитку фізичної освіти та системи експерименту з фізики в умовах інтенсивного запровадження особистісно-орієнтованого навчання в ВНЗ на основі комплексного підходу до навчання слід спрямовувати самостійну діяльність студентів на виконання індивідуальних дослідницьких завдань, що спрямовані на вирішення науково-теоретичних, фахових і дидактичних проблем і разом з тим сприяють підвищенню якості професійної підготовки майбутнього фахівця на основі активізації його самостійної пізнавально-пошукової діяльності.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Концепція управління навчально-пізнавальною діяльністю в навчанні фізики / П.С. Атаманчук // Фізика та астрономія в школі. – 1999. – № 3. – С. 3-6.
2. Атаманчук П.С. Методичні основи організації і проведення навчального фізичного експерименту / [Атаманчук П.С., Ляшенко О.І., Мендерецький В.В., Кух А.М.]. – Кам'янець-Подільський : К-ПДУ, 2006. – 213 с.
3. Величко С.П. Основні напрямки розвитку навчального процесу в сучасних умовах реформування фізичної освіти / С.П. Величко, С.М. Гайдук // Наукові записки. Серія : педагогічні науки. – Кіровоград: КДПУ ім. В.Винниченка, 2002. – Вип. 46. – С. 5-10
4. Вовкотруб В.П. Удосконалення класифікації видів шкільного фізичного експерименту за змістом, метою і методами виконання / В.П. Вовкотруб, Н.В. Подопрігора // Наукові записки. Серія : Педагогічні науки. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. – 2005. – Вип. 60. – Ч. 2. – С. 175-178.
5. Ляшенко О.І. Формування вмінь планувати фізичний експеримент // Методика викладання математики і фізики: Республ. наук.-метод. збірник / Ляшенко О.І. – К., 1988. – Вип. 5. – С. 105-108.
6. Навчальний процес у вищій педагогічній школі : навч. посібник / [заг. ред. академіка О.Г. Мороза]. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2001. – 337 с.

The article deals with the organization of an integrated approach to the implementation of school educational physical experiment to enhance learning of students.

Key words: *activation, complexity, laboratory work, practical physics.*

Циканюк Б. І., студент 6-го курсу фізико-математичного факультету
Циканюк Н. І., студентка 2-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Криськов Ц.А.**, кандидат фізико-математичних наук,
доцент, професор кафедри фізики

СПЕКТРИ КОМБІНАЦІЙНОГО РОЗСІЮВАННЯ СВІТЛА В PbTe(Sb)

Досліджено плівки PbTe леговані стибієм з різним часом осадження методом комбінаційного розсіювання світла. Згідно літературних джерел дана інтерпретація отриманих піків КРС для досліджуваних плівок.

Ключові слова: *рамнівська спектроскопія, телурид свинцю, легування, тонкі плівки.*

Вступ. Термоелектричні матеріали на основі телуриду свинцю є перспективним матеріалом для термоелектричних перетворювачів енергії в середньому температурному діапазоні. Про придатність деяких матеріалів для виготовлення термоелементів можна судити з термоелектричної добротності ZT, що залежить від теплопровідності та термоелектричної потужності матеріалу. Також ці вузькозонні напівпровідники використовуються як приймачі інфрачервоного випромінювання і перспективні в якості фотоприймачів терагерцового діапазону [1].

Актуальність роботи. Коливальні властивості (теплопровідність) матеріалів на основі телуриду свинцю на даний час вивченні недостатньо. Для PbTe характерна кристалічна структура типу NaCl, де всі атоми розташовані в центрі симетрії кристалу і всі коливні моди неактивні в рамнівському розсіюванні. Тому виникають деякі труднощі в спостереження піків першого та другого порядку спектрах комбінаційного розсіювання для халькогенідів свинцю. Для спостереження спектрів КРС для цих сполук потрібно створити умови для порушення правил відбору за симетрією: знижувати симетрію за допомогою зовнішнього електричного поля чи одновісного тиску; збуджувати локальні коливання поблизу атомів домішок, порушувати кристалічну структуру шляхом створення пор в матеріалі і т.д. [2]

Експериментальна частина. Для отримання досліджуваних сполук використовувались чисті Pb (99,999%) і Te (99,999%) у стехіометричному співвідношенні для PbTe (домішка Sb (99,999%) становила 0,1%). Речовини завантажували в кварцові ампули, запаювали і відкачували до залишкового тиску 10^{-3} Па. Процес синтезу відбувався методом прямого сплавлення (з примусовим перемішуванням для отримання однорідної фази) при температурі 1073 К протягом 48 год. Після завершення синтезу ампули охолоджували до кімнатної температури протягом 10 год. [3]

Досліджувані плівки PbTe(Sb) були вирощені на сітлових підкладках методом термічного розпилення з резистивних випарників на установці ВУП-4. Час осадження речовини на підкладках становив 1, 2 та 5 хв. Раманівські спектри реєструвались при кімнатній температурі. Для збудження використовувалась лінія Ar^+ -лазера з довжиною хвилі 488 нм. Використовувався спектрометр з потрійним монохроматором Jobin Yvon T64000 виробництва Horiba (Франція). Вимірювання проводились в спектральному діапазоні $50\text{-}500\text{ cm}^{-1}$ з роздільною здатністю не гірше $1,5\text{ cm}^{-1}$.

Результати та їх обговорення. На рис. 1 представлені раманівські спектри тонких плівок PbTe(Sb) з різним часом осадження.

Для всіх плівок у високоенергетичній області спектру чітко проявляються моди $92, 119, 140, 181\text{ cm}^{-1}$ (див. табл. 1). В роботі [4] мода 95 cm^{-1} пов'язана з накладанням $\text{TO}(\Delta)+\text{TA}(\Delta)$ фононів тонкого шару діоксиду телуру на поверхні PbTe. Моду 119 cm^{-1} пов'язують з $\text{LO}(\text{X})$ фононом PbTe, а моду 140 cm^{-1} – з $2\text{LO}(\text{X})$ фононами TeO_2 [5].

Наявність в спектрі піку 181 cm^{-1} в більшості робіт пояснюють плазмон-фононою модою (CPPM) [3]. Необхідно також відмітити, що автори в [6] показали, що даний пік не пов'язаний з плазмон-фононою модою і має складну структуру. Вони припускають, цей пік зумовлений двухфононним розсіюванням на LO -фононах в PbTe. На відміну від однофононного, такий процес дозволений правилами відбору по симетрії, а правила відбору по імпульсу для двухфононного процесу розсіювання можуть виконуватися і для короткохвильових фононів.

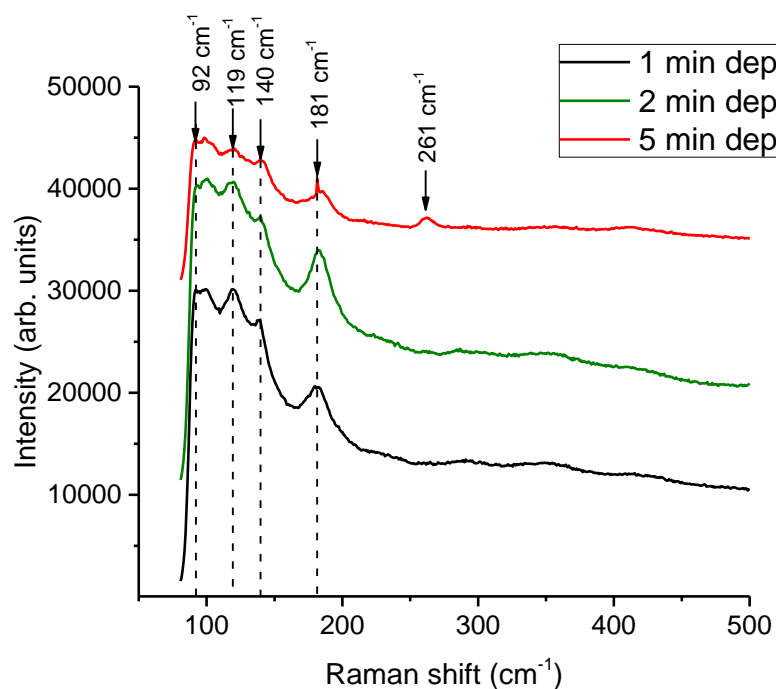


Рис. 1. Раманівські спектри для тонких плівок PbTe(Sb) з різним часом осадження

Таблиця 1

<i>Assignment</i> <i>Raman peak (cm⁻¹)</i>	<i>TO(Δ)+TA(Δ)</i> <i>(TeO₂)</i>	<i>LO(X)</i> <i>(PbTe)</i>	<i>2LO(X)</i> <i>(TeO₂)</i>	<i>CPPM</i> <i>(PbTe)</i>	<i>2A_{1g}</i> <i>(Sb₂Te₃)</i>
1 min dep	92	117	137	181	-
2 min dep	90	112	140	180	-
5 min dep	89	120	142	183	262

Для плівки з часом осадження 5 хв. чітко проявляється мода 261cm^{-1} , яку можна пов'язати з діагональною модою $2A_{1g}$ другого порядку для Sb_2Te_3 [7]. Можна припустити, що плівка з найбільшим часом осадження окислилась найменше завдяки більшій товщині (порівняно з іншими досліджуваними плівками). Це сприяло тому, що в раманівському спектрі чітко проявилась мода, що відповідає фазі Sb_2Te_3 в $\text{PbTe}(\text{Sb})$.

Висновки. Методом комбінаційного розсіювання світала було досліджено фононний спектр тонких плівок $\text{PbTe}(\text{Sb})$ з різним часом осадження. Для всіх плівок у чітко проявляються моди $92, 140, 181\text{ cm}^{-1}$, які в літературі пов'язують з коливальними модами TeO_2 , а також мода 119 cm^{-1} , що відповідає коливання фонону PbTe . Природа моди 181 cm^{-1} через протиріччя інтерпретації в літературі до кінця нез'ясована. Показано, що в тонкій плівці з часом осадження 5 хв. проявляється мода 262 cm^{-1} , що відповідає $2A_{1g}$ фонону Sb_2Te_3 .

Список використаних джерел:

1. Белогорохов А.И., Иванчик И.И., Пономарев С.В., Слынько Е.И., Хохлов Д.Р.. Письма ЖЭТФ, 63, 342 (1996).
2. N. Romcevic, Z.V. Popovich, D.R. Khokhlov. J. Phys.: Condens. Matter, 7, 5105 (1995).
3. Власенко О.І., Левицький С.М., Криськов А.А., Криськов Ц.А. Спосіб отримання однорідно легованих кристалів А4В6. //Патент України на корисну модель № 43897. Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 10.09.2009 р.
4. Huizhen Wu, Chunfang Cao, Jianxiao Si, Tianning Xu, Hanjie Zhang, and Haifei Wu, Journal of Applied Physics 101, 103505 (2007)
5. S. V. Ovsyannikov, Y. S. Ponosov, V. V. Shchennikov, and V. E. Mogilenskikh, phys. stat. sol. (c) 1, No. 11, 3110–3113 (2004)
6. Володин В.А., Синюков М.П., Щеглов Д.В., Латышев А.В., Федосенко Е.В.. ФТП, 48, 185 (2014)
7. Y. Kim, X. Chen, Z. Wang, J. Shi, I. Miotkowski, Y. P. Chen, and P. A. Sharma, Applied Physics Letters 100, 071907 (2012)

The thin films PbTe doped Sb with different time of deposition by Raman scattering. According to the literature, this interpretation of the Raman peaks for the studied films.

Key words: Raman scattering, lead telluride, doping, thin films.

Чорнописька Н.С., студентка 5-го курсу фізико-математичного факультету
Науковий керівник: **Сморжевський Л.О.**, кандидат педагогічних наук, доцент

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТІ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ 10 КЛАСУ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ ЗМІСТУ ОСВІТИ

У статті розкрито деякі питання методики вивчення теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» у 10 класі на профільному рівні, яка допоможе вчителям успішно здійснювати пояснення, формувати вміння і здійснювати контроль за вивченим матеріалом.

***Ключові слова:** перпендикулярні прямі, перпендикулярні площини, перпендикулярні пряма і площина, профільний рівень.*

Актуальність дослідження. За останні роки у соціальному житті суспільства відбулися значні зміни, що вимагають перегляду системи освіти. Розвиток світового і, зокрема, європейського освітнього простору об'єктивно потребує від української школи відповідної реакції на процеси реформування загальної середньої школи, що відбуваються у провідних країнах світу. Загальною тенденцією розвитку старшої профільної школи є її орієнтація на широку диференціацію, варіативність, багатопрофільність, інтеграцію загальної і допрофесійної освіти.

Тема «Перпендикулярність прямих і площин в просторі» в курсі стереометрії сприяє загальному розвитку старшокласника, робить значний внесок у розвиток логічної культури учнів.

Аналіз останніх досліджень. У зв'язку з переходом шкіл на рівневе навчання та нові підручники з математики, традиційна методика вивчення перпендикулярності прямих і площин застаріла, тому постає необхідність у розробці методики вивчення перпендикулярності прямих і площин у просторі, яка б відповідала діючим підручникам та програмам.

Все це зумовило вибір теми нашого дослідження "Методика вивчення перпендикулярності прямих і площин в курсі стереометрії 10 класу" на профільному рівні змісту освіти.

Питанням методики вивчення перпендикулярності прямих і площин займалися такі методисти: Бевз В.Г; Бурда М.І; Оганесян В.А; Рабунський Е.С.; Сікорський П.Л.; Сісецький П.П.; Слєпкань З.І.; Яценко С. та ін.

Мета дослідження полягає в тому, щоб розробити, теоретично обґрунтувати і експериментально перевірити методику вивчення теми «Перпендикулярність прямих і площин в просторі» курсу стереометрії, яка б враховувала чотирьохрівневе навчання.

Виклад основного матеріалу дослідження. Вивчення геометрії у класах математичного та фізико-математичного профілів передбачається за діючими підручниками [2], [3]. Система завдань для класів математичного та фізико-математичного профілів має містити тренувальні вправи, теоретичні (на доведення та дослідження) і прикладні завдання різного ступеня складності [4].

Однією з головних особливостей навчання стереометрії повинно бути широке застосування геометричних образів, їх моделей і зображень, залучення учнів до їх виготовлення. Учні повинні навчитися перш за все “бачити” розміщення прямих і площин, відповідні кути і відстані, а вже потім вміти обґрунтувати свої просторові уявлення, спираючись на означення, ознаки, властивості та інші твердження. Прикладами матеріальних моделей перпендикулярів до площини ґрунту є: стовпи, будівельні колони, ніжки стільця і стола, телевізійні вежі і антени тощо. Наочною моделлю перпендикулярної прямої і площини є колесо зі спицями та вісь (вісь є перпендикулярною до кожної спиці).

Особливу увагу необхідно приділити реалізації прикладної спрямованості викладання теми. Головним в цьому є формування чітких уявлень про взаємовідношення властивостей геометричних фігур і відношень між ними і предметами навколишнього середовища. Наведемо приклади прикладних задач:

1. Як намітити лінії, по яких потрібно відпиляти частину балки, щоб площина розпилу була перпендикулярною до будь-якого ребра цієї балки?

Відповідь. Щоб розпил був перпендикулярним до бруска, через точку A ребра слід провести перпендикулярно до нього прямі AB та AC , а потім розпиляти по них брусок.

2. Треба перевірити, чи перпендикулярні одна до одної сусідні стіни в кімнаті. Як використати для цього теорему Піфагора?

Відповідь. Припустимо, що стіни у кімнаті вертикальні, а підлога горизонтальна. По нижньому краю стін від точки, яка лежить на лінії їхнього перетину, відкладемо відрізки AB та AC завдовжки 3 та 4 довільні одиниці (наприклад, дециметрів). Відрізки будуть перпендикулярними до лінії перетину площин стін. Тоді кут, який утворили побудовані відрізки, – це лінійний кут двогранного кута між стінами, і він буде прямим тоді і тільки тоді, коли довжина відрізка BC дорівнюватиме 5 одиницям.

3. Перпендикулярність стіни перевіряють за допомогою виска (шнур з тягарцем). Якщо він щільно прилягає до її поверхні, вважають, що вертикальність витримано. Чи правильно це? На чому ґрунтується такий спосіб перевірки?

Відповідь. Якщо площина проходить через пряму, яка перпендикулярна до іншої площини, то ці площини перпендикулярні.

Корисним є вироблення необхідності обґрунтовувати всі положення і розвиток інтуїції. Постійно необхідно пропонувати учням самостійно працювати на уроці і вдома, в тому числі самостійне вивчення питання з наступним виступом біля дошки. Для обговорення та міркування пропонуємо учням такі запитання:

1. Чому льодові бурульки, які звисають з даху навесні, можна вважати паралельними між собою (нехтуючи їхньою товщиною)?

2. Як перевірити вертикальність стержня, користуючись лише прямокутним аркушем паперу?

3. Чому висок щільно прилягає до вертикальної стіни, а до похилої – ні?

4. Як перевірити, чи перпендикулярна площина колеса до осі, на яку воно насаджено?

5. На хрестовині встановлена ялинка. Як за допомогою рулетки перевірити, чи вона стоїть перпендикулярно до площини підлоги?

Нами розроблена методика вивчення теми «Перпендикулярність прямих і площин в просторі» на профільному рівні 10 класу за підручником [2], і відповідно до цього виділено основні особливості її вивчення.

Вивчення даної теми слід розпочати із введення кута між прямими в просторі та розглянути три можливі випадки розміщення прямих в просторі, а саме прямі: перетинаються, паралельні та мимобіжні. Після чого дати означення кута між прямими та показати яким символом його позначають і зазначити, що *кут між прямими – не фігура, а кутова міра, величина.*

Далі слід розглянути теорему про кут між прямими, які перетинаються і паралельні іншим прямим. Після цього ввести поняття кута між мимобіжними прямими і поняття перпендикулярності двох прямих, розглянути теорему про перпендикулярність прямої до однієї з двох паралельних прямих.

Тему «Перпендикулярність прямої і площини» слід розпочати із введення означення перпендикулярності прямої і площини, так як нам і пропонує автор [1]. Далі слід розглянути ознаку перпендикулярності прямої і площини та наслідки, які з неї випливають.

Вивчення теми «Перпендикуляр і похила до площини» слід розпочати із означення перпендикуляра, опущеного з даної точки на дану площину, та сказати, що називають відстанню від заданої точки до площини. Далі ввести поняття похилої, основи похилої та проєкції похилої. Після цього розглядають теорему про перпендикуляр і похилі до цієї площини.

Вивчення перпендикулярних площин в просторі доцільно розпочати із повторення взаємного розміщення двох площин. Щодо означення перпендикулярних площин, то в учнів, за аналогією з означенням перпендикулярних прямих, виникає бажання означити їх як такі, що перетинаються під прямим кутом. Тому слід спочатку ввести поняття кута між площинами, а далі уже дати означення перпендикулярних площин. Після чого розглянути ознаку перпендикулярності площин та теорему про пряму проведену в одній з двох перпендикулярних площин перпендикулярно до прямої їх перетину.

Після вивчення кожного нового пункту варто розв'язувати різнорівневі завдання (початкового, середнього, достатнього та високого рівнів), а також задачі, які допоможуть закріпити новий і дадуть можливість повторити попередній матеріал. Також варто особливу увагу приділяти перевірці домашнього завдання у різних формах: самостійна робота, математичний чи графічний диктант, усно, біля дошки тощо. Щоб спонукати кращому сприйманню матеріалу на уроці, потрібно приділяти особливу увагу актуалізації опорних знань.

Наведемо приклади задач чотирьох рівнів на тему «Перпендикуляр і похила до площини» [5].

Початковий рівень

З точки M опущено перпендикуляр MA на площину трикутника ABC ($\angle C=90^\circ$). Який відрізок є спільним перпендикуляром між мимобіжними прямими MA і BC ?

Середній рівень

З точки, що знаходиться на відстані 24 см від площини, проведено дві похилі, кут між якими 90° . Проекції цих похилих рівні 18 см і 32 см. Знайдіть відстань між основами похилих.

Достатній рівень

З точки до площини проведено дві похилі, які відносяться як 41:58, а проекції похилих дорівнюють 9 см і 42 см. Знайдіть довжину перпендикуляра.

Високий рівень

Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 14 см і 50 см, а бічна сторона – 30 см. Знайдіть відстань від площини трапеції до точки, віддаленої від кожної з її вершин на 65 см.

Результати проведеного дослідження підтверджують ефективність розробленої методики.

Список використаних джерел:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. - 3-тє вид., перероб. і допов. - К.: Вища шк., 1989. - 367 с.

2. Геометрія: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: профіл. рівень / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова, В.М. Владіміров. - К.: Генеза, 2010.-232 с.
3. Нелін Є.П. Геометрія : дворів. підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів : академ. і профільн. рівні / Є.П. Нелін. – Х. : Гімназія, 2010. – 240 с. : іл.
4. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. 10-11 класи. Математика». – Київ, 2010 р. – 112 с.
5. Смержевський Л.О. Стереометрія. Дидактичні матеріали та тематичні перевірочні роботи для рівневого навчання / Л.О. Смержевський, Ю.Л. Смержевський. - Кам'янець-Подільський: "Абетка - НОВА", 2002. - 68 с.

The article deals with some issues of methodology of studying the topic "perpendicular lines and planes in space" on the 10 core class that will help teachers be successful in their explanation, the ability to shape and control on the material studied.

Key words : *perpendicular lines, perpendicular to the plane perpendicular to the line and plane, profile level.*

УДК 517.5

Швець А.П., студент 5-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Сорич Н.М.**, кандидат фізико математичних наук, доцент

ЗАДАЧА КОЛМОГорова-нікольського на класах $C_{\beta, \infty}^{\psi}$ та $L_{\beta, 1}^{\psi}$ для деякого лінійного методу

Досліджувалась асимптотична поведінка при $n \rightarrow \infty$ верхньої грані на класах $C_{\beta, \infty}^{\psi}$, та $L_{\beta, 1}^{\psi}$ норми відхилень функції від деяких своїх лінійних середніх.

Ключові слова: *асимптотична рівність, класи $C_{\beta, \infty}^{\psi}$, та $L_{\beta, 1}^{\psi}$, лінійний метод підсумовування рядів Фур'є.*

Нехай $\psi(k)$ деяка числова послідовність, $\beta \in R$, $S_M^0 (S_L^0)$ — одинична куля в просторі сумовних 2π -періодичних функцій із нормами $\|f\|_M = \text{ess sup}|f(x)|$ ($\|H\|_L = \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)| dx$), елементи якої ортогональні константі. Через $C_{\beta, \infty}^{\psi}$ ($L_{\beta, 1}^{\psi}$) позначимо класи згорток вигляду

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(t+x) \sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt,$$

де $\varphi \in S_M^0$ ($\varphi \in S_L^0$). $A_k(f; x)$ — k -ти гармонійного ряду Фур'є функції $f(x)$.

Нехай

$$\lambda_k^*(u) = \begin{cases} 1, & 0 \leq u \leq c_n^+ \\ 1 - \frac{\psi(n)}{\psi(nu)} \frac{u - c_n^+}{1 - c_n^+}, & c_n^+ \leq u \leq 1, \end{cases}$$

$$\lambda_k^{*(n)} = \lambda_k^* \left(\frac{k}{n} \right), \quad U_n(f; x; \Lambda^*) = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k^n A_k(f; x).$$

У цій статті досліджується асимптотична поведінка при $n \rightarrow \infty$ величин

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n \left(C_{\beta, \infty}^\psi, \Lambda^* \right) &= \sup_{f \in C_{\beta, \infty}^\psi} \|f(x) - U_n(f; x; \Lambda^*)\|_C \\ \mathcal{E}_n \left(L_{\beta, 1}^\psi, \Lambda^* \right) &= \sup_{f \in L_{\beta, 1}^\psi} \|f(x) - U_n(f; x; \Lambda^*)\|_L \end{aligned}$$

при різних обмеженнях на послідовність $\psi(k)$.

Нехай $\eta(t) = \eta(\psi; t) = \psi^{-1} \left(\frac{1}{2} \psi(t) \right)$, $\mu(t) = \mu(\psi; t) = \frac{t}{\eta(t)-t}$,
 $c_n^+ = \max\{c_n, 0\}$, $c_n = 1 - \frac{1}{\theta \mu(\psi, n)}$ (θ вибираємо так, щоб $0 \leq c_n \leq 1$).

Серед опуклих донизу і спадних до нуля функцій $\psi(k)$. Через \mathfrak{M}_0 позначимо множину тих, для яких функції $\mu(t)$ є обмежені зверху додатним числом, до \mathfrak{M}_c віднесемо функції $\psi(k)$, у яких $\mu(t)$ обмежені знизу і зверху додатним числом, а до \mathfrak{M}_∞ віднесемо функції $\psi(k)$, у яких $\mu(t)$ зростаючі до нескінченності функції.

Отримано такі твердження.

Теорема 1. Нехай $\psi \in \mathfrak{M}_c$, $\beta \in R$ справедлива асимптотична рівність

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n \left(C_{\beta, \infty}^\psi, \Lambda^* \right) &= A(\tau_n^*) + \gamma, \quad \gamma \leq 0, \quad \gamma = o(1) \frac{\psi(n)}{n}, \\ A(\tau_n^*) &\leq 2 \left(1 + K_3 + \frac{1}{\pi} \sqrt{4 + 2K_1\pi} \right) \psi(n). \end{aligned}$$

В якій константи K_1 та K_2 задовольняють співвідношенням

$$\begin{aligned} u|\psi'(u)| &\leq K_1 \psi(u), \\ \int_{M/\mu(n)}^{\infty} \frac{\psi(nt+n)}{t} dt &\leq K_3 \psi(n), \\ M &= \frac{1}{\theta \sqrt{4 + 2\pi k}}. \end{aligned}$$

Зрозуміло, що для конкретних функцій ψ оцінка може бути уточнена. Наприклад, відомо, що при $r > 0$ $\psi_1(u) = u^{-r} \in \mathfrak{M}_c$, а $C_{\beta, \infty}^\psi = W_{\beta, \infty}^r$.

Наслідок 1. Якщо $r \geq 2$, то

$$\mathcal{E}_n(W_{\beta, \infty}^r, \Lambda^*) \leq \left(2 + \frac{2}{r} + \frac{4}{\pi} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) n^{-r}.$$

Якщо $0 < r < 2$. Очевидно, що.

Наслідок 2. Якщо $0 < r < 2$, то

$$\mathcal{E}_n(W_{\beta, \infty}^r, \Lambda^*) \leq \left(2 + \frac{2}{r} + \frac{4}{\pi} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) n^{-r}.$$

Теорема 2. Нехай $\psi \in \mathfrak{M}_\infty$, $\beta \in R$ тоді

$$\varepsilon_n(C_{\beta,\infty}^\psi, \Lambda^*) \leq A(\tau_n^*),$$

якщо до того ж $\mu(\psi, n) = o(n)$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_n(C_{\beta,\infty}^\psi, \Lambda^*) = A(\tau_n^*) + \gamma,$$

де

$$\gamma \leq 0, \gamma = 0(1) \frac{\mu(n)}{n} \psi(n), \quad A(\tau_n^*) \leq 2 \left(1 + K_3 + \frac{1}{\pi} \sqrt{4 + \pi K_2} \right) \psi(n),$$

де стала K_3 вибрана так, як у теоремі 1, а для константи K_2 використовується нерівність $\frac{\psi'(u)}{\psi'(\eta(u))} \leq K_2$.

Наслідок 3. Якщо $\psi_2(u) = e^{-u^r}$, а $r \geq 1$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_n(C_{\beta,\infty}^{\psi_2}, \Lambda^*) \leq e^{-n^r} \left(2 + \frac{6}{\pi} \sqrt{1 + \frac{2r}{\ln 2}} \right)$$

Наслідок 4. Якщо $\psi_2(u) = e^{-u^r}$, а $0 < r < 1$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_n(C_{\beta,\infty}^{\psi_2}, \Lambda^*) \leq e^{-n^r} \left(2 + \frac{6}{\pi} \sqrt{1 + \frac{2}{\ln 2}} \right)$$

Теорема 3. Якщо $\psi \in \mathfrak{M}_0$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_n(C_{0,\infty}^\psi, \Lambda^*) = A(\tau_n^*) + \gamma,$$

де $\gamma \leq 0$, $\gamma = 0(1) \frac{\psi(n)}{n}$, а $A(\tau_n^*) \leq 2(1 + K_1)\psi(n)$.

Наслідок 5. Якщо $0 < r < 3$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_n(W_0^r, \Lambda^*) \leq 2(1 + r)n^{-r}.$$

Розглянемо тепер класи $L_{\beta,1}^\psi$. Для подальших досліджень буде потрібне твердження.

Теорема 4. Якщо $\psi \in \mathfrak{M}_0$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_n(L_{0,1}^\psi, \Lambda^*) = A(\tau_n^*) + \gamma, \text{ де } \gamma \leq 0, \gamma = 0(1) \frac{\psi(n)}{n}, \text{ а}$$

$$A(\tau_n^*) \leq 2(1 + K_1)\psi(n).$$

Якщо $\psi \in \mathfrak{M}_c$, то $\forall \beta \in R$ при $n \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_n(L_{\beta,1}^\psi, \Lambda^*) = A(\tau_n^*) + \gamma, \quad \text{де } \gamma \leq 0, \gamma = 0(1) \frac{\psi(n)}{n}, \quad \text{а}$$

$$A(\tau_n^*) \leq 2 \left(1 + K_3 + \frac{1}{\pi} \sqrt{4 + 2K_1\pi} \right) \psi(n).$$

Якщо $\psi \in \mathfrak{M}_\infty$, $\forall \beta \in R$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_n(L_{\beta,1}^\psi, \Lambda^*) \leq A(\tau_n^*),$$

якщо, до того ж, $\mu(n) = o(n)$, то

$$\varepsilon_n(L_{\beta 1}^\psi, \Lambda^*) = A(\tau_n^*) + \gamma, \quad \text{де } \gamma \leq 0, \gamma = o(1) \frac{\mu(n)}{n} \psi(n), \quad \text{а}$$

$$A(\tau_n^*) \leq 2 \left(1 + K_3 + \frac{1}{\pi} \sqrt{4 + K_2 \pi} \right) \psi(n),$$

де числа K_1, K_2, K_3 задовольняють обмеження наведені в теоремах 1-3.

Список використаних джерел:

1. Степанец А.И. Методы теории приближений / А.И. Степанец – Киев: Праці Інституту математики НАНУ, 2002 – Т.1.
2. Рукасов В.И. Приближение периодических функций линейными средними рядов Фурье / В.И. Рукасов– Препринт 83.62, – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1985, - с. 22-63.
3. Степанец А.И. Классификация периодических функций и приближение их суммами Фурье / Степанец А.И. // Препринт 83.69, – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1983, - 57 с.

Asymptotic behavior was investigated at $n \rightarrow \infty$ of supremum on the classes of $C_{\beta, \infty}^\psi$, and $L_{\beta, 1}^\psi$ norm of rejections of function from some it linear middle.

Key words: asymptotic equality, classes of $C_{\beta, \infty}^\psi$, and $L_{\beta, 1}^\psi$, linear method of summarization of rows of Fourier.

УДК 517.5

Шинкарук Н. С., студентка 6-го курсу фізико-математичного факультету Науковий керівник: **Гнатюк В. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

НАЙКРАЩЕ ЗВАЖЕНЕ РІВНОМІРНЕ НАБЛИЖЕННЯ НЕПЕРЕРВНОГО КОМПАКТНОЗНАЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ МНОЖИНОЮ НЕПЕРЕРВНИХ ОДНОЗНАЧНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

Встановлено властивості функціонала та оператора найкращого зваженого рівномірного наближення неперервного компактзначного відображення множиною неперервних однозначних відображень. Також встановлено деякі загальні теореми існування та єдиності екстремального елемента для задачі найкращого зваженого рівномірного наближення неперервного компактзначного відображення множиною неперервних однозначних відображень.

Ключові слова: найкраще зважене рівномірне наближення, вагова функція, властивості функціонала та оператора, теореми існування та єдиності.

Постановка задачі. Нехай S - компакт, s - його елементи, X - лінійний над полем дійсних чисел нормований простір, $C(S, X)$ - лінійний над полем дійсних чисел нормований простір однозначних відображень g компакту S в X , неперервних на S , з нормою $\|g\| = \max_{s \in S} \|g(s)\|$, $K(X)$ - сукупність непорожніх компактів простору X ($K(X) = \{K : K \subset X, K - \text{компакт}, K \neq \emptyset\}$), $C(S, K(X))$ - множина багатозначних відображень a компакту S в X , таких, що для кожного $s \in S$

$a(s) = K_s \in K(X)$ і які неперервні на S відносно метрики Хаусдорфа на $K(X)$, $V \subset C(S, X)$, $C(S)$ - лінійний над полем дійсних чисел нормований простір неперервних на S дійснозначних функцій w з нормою $\|w\| = \max_{s \in S} |w(s)|$, $w \in C(S)$, $w(s) > 0$, $s \in S$ (w - вагова функція).

Задачею найкращої зваженої рівномірної апроксимації компактнозначного відображення $a \in C(S, K(X))$ множиною $V \subset C(S, X)$ однозначних неперервних відображень g компакта S в X будемо називати задачу відшукування величини

$$\alpha_a^w(V) = \inf_{g \in V} \sup_{s \in S} (w(s) \sup_{y \in a(s)} \|g(s) - y\|), \quad (1)$$

яку надалі будемо називати найкращим зваженим рівномірним наближенням відображення $a \in C(S, K(X))$ множиною $V \subset C(S, X)$.

Твердження 1. Для фіксованого $g \in C(S, X)$, $s \in S$, функція $y \in X \rightarrow \|g(s) - y\|$ є неперервна по y на X .

З урахуванням твердження 1 та узагальненої теореми Вейерштрасса (див., наприклад, [1]) задачу відшукування величини (1) можна подати у такому вигляді

$$\alpha_a^w(V) = \inf_{g \in V} \sup_{s \in S} (w(s) \max_{y \in a(s)} \|g(s) - y\|). \quad (2)$$

Твердження 2. Для фіксованого $g \in C(S, X)$ функція $F_{a,w}^g(s) = w(s) \max_{y \in a(s)} \|g(s) - y\|$, $s \in S$, є неперервна по s на S .

З урахуванням твердження 2 та узагальненої теореми Вейерштрасса (див., наприклад, [1]) задачу відшукування величини (2) можна подати у такому вигляді

$$\alpha_a^w(V) = \inf_{g \in V} \max_{s \in S} (w(s) \max_{y \in a(s)} \|g(s) - y\|). \quad (3)$$

Означення 1. Якщо існує елемент $g^* \in V$ такий, що

$$\alpha_a^w(V) = \max_{s \in S} (w(s) \max_{y \in a(s)} \|g^*(s) - y\|),$$

то його будемо називати екстремальним елементом для величини (3).

У роботі на випадок задачі відшукування величини (3) поширено результати, отримані у праці [2].

Основна частина. Наведено основні результати дослідження задачі відшукування величини (3), що стосуються встановлення властивостей функціонала та оператора найкращого зваженого рівномірного наближення і деяких загальних теорем існування та єдиності екстремального елемента.

При фіксованій апроксимуючій множині V величина (3) задає на $C(S, K(X))$ деякий функціонал $\alpha_a^w(V)$, який кожному $a \in C(S, K(X))$

ставити у відповідність число $\alpha_a^w(V)$. Функціонал $\alpha_a^w(V)$ - це функціонал найкращого зваженого рівномірного наближення відображень $a \in C(S, K(X))$ множиною $V \subset C(S, X)$.

Покладемо для будь-яких $a_1, a_2 \in C(S, K(X))$

$$\rho(a_1, a_2) = \max_{s \in S} H(a_1(s), a_2(s)),$$

де H – Хаусдорфова метрика на $K(X)$.

Встановлено (див., наприклад, [2]), що величина $\rho(a_1, a_2)$ задає метрику на $C(S, K(X))$.

Теорема 1. Для будь-якої множини $V \subset C(S, X)$ функціонал $\alpha_a^w(V)$ є неперервним по a на метричному просторі $(C(S, K(X)), \rho)$. Якщо V – підпростір, то функціонал $\alpha_a^w(V)$ є напівадитивним по a :

$$\alpha_{a+a_0}^w(V) \leq \alpha_a^w(V) + \alpha_{a_0}^w(V), \quad a, a_0 \in C(S, K(X)),$$

і додатно однорідним, тобто

$$\alpha_{\lambda a}^w(V) = |\lambda| \alpha_a^w(V),$$

де λ – довільне дійсне число.

Нехай тепер V є множиною існування та єдиності екстремального елемента для величини (3), тобто при всіх $a \in C(S, K(X))$ існує єдиний екстремальний елемент для величини (3).

Оператор P , який кожному $a \in C(S, K(X))$ ставить у відповідність екстремальний елемент P_a для величини (3), тобто елемент $P_a \in V$ такий, що

$$\alpha_a^w(V) = \max_{s \in S} (w(s) \max_{y \in a(s)} \|P_a(s) - y\|),$$

назвемо оператором найкращого зваженого рівномірного наближення.

Теорема 2. Якщо V – підпростір простору $C(S, X)$, який є множиною існування і єдиності екстремального елемента для величини (3), то оператор P найкращого зваженого рівномірного наближення відображення $a \in C(S, K(X))$ множиною $V \subset C(S, X)$ є однорідним.

Якщо, крім того, підпростір V є скінченновимірним, то оператор P є неперервним на метричному просторі $(C(S, K(X)), \rho)$.

Теорема 3. Якщо V – замкнена локально компактна множина простору $C(S, X)$, то екстремальний елемент для величини (3) існує.

Розглянемо частковий випадок задачі відшукування величини (3), коли S є одноелементною множиною. В цьому випадку задача відшукування

величини (3) стає задачею відшукування зваженого чебишовського центра компакта K простору X у множині V цього простору, тобто задачею відшукування величини

$$\alpha_K^w(V) = \inf_{g \in V} (w \max_{y \in K} \|g - y\|), \quad (4)$$

де w - додатне число.

У випадку задачі відшукування величини (4) елемент g^* множини V є екстремальним елементом для величини (4) (зваженим чебишовським центром компакту K у множині V), якщо

$$\inf_{g \in V} (w \max_{y \in K} \|g - y\|) = w \max_{y \in K} \|g^* - y\|.$$

Теорема 4. *Якщо X – банахів простір, в якому для довільних x, y має місце "нерівність паралелограма" вигляду*

$$2\|x\|^2 + 2\|y\|^2 - \|x + y\|^2 \geq c\|x - y\|^2, \text{ де } c > 0,$$

і V – замкнена опукла множина цього простору, то екстремальний елемент для величини (4) існує, причому єдиний.

Означення 2. (див., наприклад, [3, с. 22 - 23]). *Кажуть, що простір X є строго нормованим, якщо рівність*

$$\|x + y\| = \|x\| + \|y\| \text{ для } x, y \in X, \ x \neq 0, \ y \neq 0,$$

можлива лише тоді коли $x = cy$ ($c > 0$).

Теорема 5. *Якщо X є строго нормованим простором і для компакта K в опуклій множині $V \subset X$ екстремальний елемент для величини (4) існує, то цей елемент єдиний.*

Висновки. Встановлено властивості функціонала та оператора найкращого зваженого рівномірного наближення неперервного компактнозначного відображення множиною неперервних однозначних відображень. Також встановлено деякі загальні теореми існування та єдиності екстремального елемента для задачі найкращого зваженого рівномірного наближення неперервного компактнозначного відображення множиною неперервних однозначних відображень.

Список використаних джерел:

1. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ/ Л. В. Канторович. – М.: Наука, 1977. – 742 с.
2. Гудима У. В. Найкраща рівномірна апроксимація неперервного компактнозначного відображення множинами неперервних однозначних відображень/ У. В. Гудима // Укр. мат. журн. – 2005. – 57, №12. – С. 1601-1619.
3. Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения/ Н. П. Корнейчук. – М.: Наука, 1976. – 320 с.

The functional properties and operator properties for the problem of the best weighted uniform approximation of the compact-valued mapping continuous the plural of the single-valued mappings continuous are proved. Some general theorems of existence and theorems of uniqueness of the extremal element for the problem of the best weighted uniform approximation of the compact-valued mapping continuous the plural of the single-valued mappings continuous are proved also.

Key words: *the best weighted uniform approximation, weight function, functional properties and operator properties, theorems of existence and theorems of uniqueness.*

УДК 517.5

Шолом В.Л., студентка 5-го курсу фізико–математичного факультету
Науковий керівник: **Сорич Н.М.**, кандидат фізико–математичних наук, доцент

НЕРІВНІСТЬ ТИПУ ЛЕБЕГА ДЛЯ ЛІНІЙНИХ КОМБІНАЦІЙ ЗГОРТОК З ЯДРАМИ ПУАССОНА

Отримані асимптотично непокритувані оцінки наближень сумами Фур'є лінійних комбінацій інтегралів Пуассона, виражених через значення найкращих наближень цих інтегралів тригонометричними многочленами.

Ключові слова: *ядро Пуассона, інтеграл Пуассона, нерівність Лебега, еліптичний інтеграл.*

Нехай C – простір 2π – періодичних неперервних функцій $f(\cdot)$,

$$S[f] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k(f; x) \quad (1)$$

– ряд Фур'є функції $f(x)$, $S_n(f; x)$ – частинна сума степеня n цього ряду, $\rho_n(f; x) = f(x) - S_{n-1}(f; x)$ і $E_n(f)$ величина найкращого наближення функції $f(\cdot)$ тригонометричними многочленами $t_{n-1}(\cdot)$ степеня $n-1$

$$E_n(f) = \inf_{t_{n-1}} \|f(\cdot) - t_{n-1}(\cdot)\|_C. \quad (2)$$

В запропонованій роботі анонсуються дослідження пов'язані з вивченням апроксимативних властивостей просторів (ψ, β) – диференційовних функцій та їх відповідних (ψ, β) – інтегралів $(I_{\beta}^q(f; x))$. Тут розглядається відхилення сум Фур'є лінійних комбінацій інтегралів Пуассона на просторах $L_{\beta, p}^{\psi}$, причому отримані оцінки таких відхилень виражаються через найкращі наближення (ψ, β) – похідних інтегралів Пуассона. Отримані нерівності в деяких випадках є асимптотично точними на відповідних класах функцій. В цьому відношенні результати роботи граничать з нерівностями Лебега (див., зокрема, [1], с. 112), розповсюджуючи їх на класи (ψ, β) – інтегралів Пуассона.

Приведемо декілька означень, якими будемо користуватися в подальшому. Нехай $f(x)$ – сумовна 2π – періодична функція ($f \in L_{(0,2\pi)}$) і ряд (1) – її ряд Фур'є. Інтегралом Пуассона функції $\varphi \in L$ називають функцію $f(x)$, яку можна записати у вигляді

$$f(x) = I_{\beta}^q(\varphi; x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) P_{\beta}^q(t) dt, \quad (3)$$

де $P_{\beta}^q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} q^k \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right)$ – ядро Пуассона з параметрами $q \in (0,1), \beta \in R$.

Множину всіх функцій, що подаються у вигляді (3) при $\varphi \in L$, позначають через L_{β}^q , множину функцій, що подаються у вигляді (3) при $\varphi \in \mathfrak{N}$ позначають через $L_{\beta}^q \mathfrak{N}$, функцію ж φ при цьому, інколи, позначають через $f_{\beta}^{(q)}(\cdot)$ та називають (q, β) – похідною функції $f(\cdot)$.

Нехай, далі, числа q_1, q_2, \dots, q_m, q підпорядковані умові $0 < q < q_1 \leq \dots \leq q_m \leq 1$, а $\beta_i \in R, i = \overline{1, m}$.

Позначимо через $\sum_{n,m}(f; x; \bar{c})$ наступну суму

$$\sum_{n,m}(f; x; \bar{c}) = \sum_{i=1}^m c_i(n) (f_{\beta_i}^{(q_i)}(x) - S_{n-1}(f_{\beta_i}^{(q_i)}; x)), n \in N, \quad (4)$$

де $S_n(f; x)$ – частинна сума степеня n ряду Фур'є функції $f(x)$, $\bar{c} = (c_1(n), c_2(n), \dots, c_m(n))$ – довільні сталі, а $f_{\beta_i}^{(q_i)}(x) - (q_i, \beta_i)$ – похідні функції $f(x)$ в сенсі Степанця (див., наприклад, [2, с.25] ($\psi(k) = q^{-k}$)).

Через $L_p, 1 \leq p \leq \infty$, позначимо простір функцій $f \in L$ із нормою $\|f\|_p = \|f\|_{L_p} \stackrel{df}{=} \left(\int_0^{2\pi} |f(t)|^p dt \right)^{1/p}, p \in [1, \infty)$, у випадку $p = \infty, \|f\|_{\infty} = \|f\|_M \stackrel{df}{=} \text{ess sup} |f(t)|$.
Одиничну кулю в L_p позначимо через $U_p, U_p = \{f : f \in L_p, \|f\|_{L_p} \leq 1\}$, а також покладемо $L_{\beta}^q U_p = L_{\beta,p}^q$.

Зазначимо також, що функції, які записуються у вигляді рівності (3), допускають аналітичне продовження до функції $f(z) = f(x+iy)$ аналітичної в смужі $|y| \leq \ln \frac{1}{q}$.

Нехай константи $c_i(n)$ m – вимірного вектора \bar{c} мають вигляд $c_i(n) = q_i^n$. Відхилення лінійної комбінації інтегралів Пуассона від їх сум Фур'є, яке розглядається в даній статті, має вигляд

$$\sum_{n,m}(f; x; \bar{c}) = \sum_{i=1}^m q_i^n (f_{\beta_i}^{(q_i)}(x) - S_{n-1}(f_{\beta_i}^{(q_i)}; x)). \quad (5)$$

Введемо позначення $F(x, \bar{q}) = \sum_{i=1}^m q_i^n f_{\beta_i}^{(q_i)}(x), n \in N$.

Тоді рівність (5) запишеться

$$\sum_{n,m} (f; x; \bar{c}) = \rho_n(F; x) = F(x, \bar{q}) - S_{n-1}(F; x). \quad (6)$$

Основний результат дослідження міститься у твердженні.

Теорема. Нехай $q \in (0, 1)$, числа $q_i, i = \overline{1, m}$ – підпорядковані співвідношенням $0 < q < q_1 \leq \dots \leq q_m \leq 1, \beta_i \in R, i = \overline{1, m}, p \geq 1$. Тоді для довільної функції $f \in L_{\beta}^q L_p$ справедлива асимптотична нерівність

$$\left\| \rho_n(F; x; \bar{q}) \right\|_p \leq \left(\frac{8q^p}{\pi^2} \sum_{i=1}^m \left(K\left(\frac{q}{q_i}\right) + O(1) \frac{q^n}{\left(1 - \frac{q}{q_i}\right)^2 n} \right) \right) E_n(f_{\beta_i}^{(q_i)})_p$$

в якій $K\left(\frac{q}{q_i}\right)$ – повний еліптичний інтеграл першого роду

$$K\left(\frac{q}{q_i}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{q}{q_i}\right)^2 \sin^2 u}}, E_n(f_{\beta}^{(q)}) = \inf_{t_{n-1}} \left\| f_{\beta}^{(q)}(\cdot) - t_{n-1} \right\|_p$$

– найкраще наближення

функції $f_{\beta}^{(q)}(\cdot)$ в просторі L_p тригонометричними многочленами степеня $n-1$, а $O(1)$ – величина, рівномірно обмежена відносно параметрів $q, q_i, \beta, \beta_i, p, n$ та відносно $f \in L_{\beta}^q L_p$.

Нерівності такого вигляду для інших класів функцій доведені в [3]. Там же звернено увагу на те, що такі нерівності є точними на деяких важливих підмножинах досліджуваних функцій. Приведемо декілька випадків таких нерівностей.

Якщо $f \in L_{\beta}^q$, то $\left\| f_{\beta}^{(q)} \right\|_p \leq 1$ і, отже, $E_n(f_{\beta}^{(q)})_p \leq 1$. Розглядаючи верхні межі обох частин нерівності приведені вище теореми на множині $L_{\beta, p}^{(q)}$,

$$\varepsilon_n(L_{\beta, p}^q)_p = \sup_{f \in L_{\beta, p}^q} \left\| \rho_n(F; x) \right\|_p \leq \frac{8q^n}{\pi^2} K\left(\frac{q}{q_1}\right) + O(1) \frac{q^n}{\left(1 - \frac{q}{q_1}\right)^2 n},$$

яка

при $q_1 = 1$ співпадає із результатом О. І. Степанця, А. С. Сердюка [4, с. 799].

Співставляючи ж останнє співвідношення із результатами С. М. Нікольського [5, с. 221], який довів, що

$$\varepsilon_n(L_{\beta, p}^q)_p = 8 \frac{q^n}{\pi^2} K(q) + O(1) \frac{q^n}{n}, p = 1, q = \infty,$$

робимо висновок, що при $p = 1$ і $p = \infty$

нерівність в теоремі перетвориться в рівність.

Список використаних джерел:

1. Дзядык В. К. Введение в теорию приближения функций полиномами / В. К. Дзядык. – М. : Наука, 1977. – 512 с.
2. Степанец А. И. Классификация и приближение периодических функций / А. И. Степанец. – : Наук. думка, 1987. – 268 с.
3. Степанец А. И. К неравенству Лебега на классах (ψ, β) – дифференцируемых функций / А. И. Степанец // Укр. мат. журн. – 1989. – 41, №4. – с. 499 – 510.
4. Степанец А. И. Неравенства Лебега для интегралов Пуассона / А. И. Степанец, А. С. Сердюк // Укр. мат. журн. – 2000. – 52, №6. – с. 798 – 808.
5. Никольский С. М. Приближение функций тригонометрическими полиномами в среднем / С. М. Никольский // Изв. АН СССР, сер. мат. – 1946. – 10, №3. – с. 207 – 256.

The asymptotically unimproved estimation of approaching are got by the sums of Fourier linear combinations of the Poisson integrals, the best approaching of the integrals expressed through a value by trigonometric polynomials.

Key words: kernel of Poisson, Poisson integral, inequality of Lebesgue, elliptic integral.

УДК 53(07) + 372.853

Шостацький А.І., студент 4-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Ніколаєв О.М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ ТА ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ З ФІЗИКИ У 7 КЛАСІ НА ТЕМУ: «ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ВІДБИВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ПЛОСКОГО ДЗЕРКАЛА»

У статті розглянуто особливості проведення лабораторної роботи в курсі фізики 7 класу на тему: «Вивчення законів відбивання за допомогою плоского дзеркала».

Ключові слова: лабораторна робота, плоске дзеркало, особливість проведення.

Постановка проблеми. Лабораторні роботи в курсі фізики основної школи є однією з ефективних форм формування в учнів експериментальних вмінь і навичок з фізики, розвитку наукової картини світу. Зрештою, цикл лабораторних робіт підвищує в учнів інтерес до фізики як навчального предмету та природничої науки. Тому, перед вчителем постає важливе завдання щодо організації та проведення лабораторної роботи на належному рівні, адже від цього залежить рівень засвоєння учнями навчального матеріалу. Особливо гостро це питання постає в сучасних умовах роботи вчителя фізики в школі та рівня обладнання фізичного кабінету.

Аналіз досліджень та публікацій. Значний вклад у розробку проблеми організації та проведення експерименту в процесі навчання фізики зробили А. О. Мовчан, М.О. Петракова, І.М. Гельфгат.

Метою статті є пошук особливостей організації та проведення лабораторної роботи з фізики у 7 класі на тему: «Вивчення законів відбивання за допомогою плоского дзеркала».

Виклад основного матеріалу. Особливості роботи сучасного вчителя в аспекті проведення фізичного експерименту такі, що доводиться шукати виходи зі скрутного становище. Найперше це пов'язано з матеріально-технічним станом сучасних кабінетів фізики в школі. Більшість приладів сьогодні в фізичному кабінеті слугують в якості наочності, адже вони давно перевищили термін експлуатації.

Для якісного проведення лабораторного практикуму розроблено чимало посібників. Вони містять готові розробки та методичні рекомендації щодо організації та проведенні роботи з тої чи іншої теми. Зрозуміло, що така література значно полегшує роботу вчителя при підготовці та проведенні уроку. Ось що пропонується для виконання в ході роботи:

Закріпіть аркуш паперу на картоні або пінопласті за допомогою скріпок або шпильок, щоб він не зрушився під час експерименту. Поставте дзеркало так, щоб його площина була вертикальною (перпендикулярною до площини аркушу паперу). Відмітьте олівцем положення дзеркала та не зрушуйте його з місця під час досліду. Увіткніть шпильки 1 і 2 так, як показано на рисунку. Тепер у дзеркалі можна побачити зображення шпильки 2'.

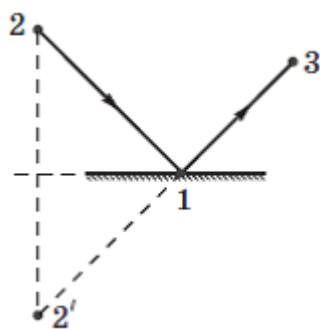


Рис. 1. Схема досліду

Увіткніть шпильку 3 так, щоб вона лежала на продовженні прямої, що проходить через точки 1 і 2'. Відмітьте олівцем положення шпильок, поставте точки 1, 2 і 3. Тепер можна забрати шпильки та дзеркало і з'єднати точки 2 і 1 прямою — це й буде падаючий промінь. Точки 1 і 3 лежать на відбитому промені. З точки 1 проведіть перпендикуляр до площини дзеркала. Відмітьте на рисунку кути падіння та відбивання. Виміряйте їх за допомогою транспортира. Запишіть отримані результати в таблицю.

Номер досліду	Кут падіння	Кут відбивання
1		

2		
3		

Повторіть експеримент ще двічі, змінюючи кут падіння променя на дзеркало. Отримані результати також занесіть до таблиці.

Як бачимо, в даному випадку потрібно дотримуватись методичних рекомендацій щодо організації та проведенні даної лабораторної роботи для успішного проведення її, але і іноді потрібно відходити від методичних рекомендацій для того, щоб дітям було простіше і зрозуміліше виконувати лабораторні роботи.

Висновки. Лабораторні роботи відіграють важливу роль в процесі навчання фізики в шкільному курсі. Вони дозволяють на практиці перевірити фізичні теорії, розвивати практичні вміння та навички дітей, стимулювати зацікавленість фізикою. Проте, не варто під час підготовки до проведення лабораторних робіт спиратись лише на методичні рекомендації та рівень забезпеченості фізичного кабінету. Адже, завдяки творчому підходу, можна на якісно новому рівні провести заплановані програмою лабораторні роботи.

Список використаних джерел:

1. Мовчан А.О. Уроки фізики в питаннях і завданнях. 7 клас / А.О. Мовчан. – Х.: Основа, 2008. – 144 с.
2. Гельфгат І.М. Усі уроки фізики. 7 клас / Гельфгат І.М., Петракова М.О. – Х.: Основа, 2007. – 144 с.

Peculiarities of organization and carrying out laboratory works on physics in 7Th grade on the theme: "The Study of the laws of reflection using a flat mirror"

Key words: *laboratory work, flat mirror, a feature of.*

УДК 004.94

Яковчук Є.О., студент 6-го курсу фізико-математичного факультету

Науковий керівник: **Федорчук В.А.**, доктор технічних наук, професор

ОСОБЛИВОСТІ НАПИСАННЯ S-FUNCTION У ПАКЕТІ MATLAB МОВОЮ ПРОГРАМУВАННЯ C

У статті досліджено особливості написання S-функцій у пакеті MATLAB мовою програмування C. На основі досліджень створено C-файл, за допомогою якого дослідник пакету Simulink може створити блок, який буде реалізовувати необхідні функції.

Ключові слова: *S-function, Matlab, мова C, Simulink, програмування, функція.*

Simulink-функції (S-функції, або S-functions) є описом блоку на одній з мов програмування: MATLAB, C, C ++, Ada, або Fortran. Набір стандартних блоків Simulink досить великий, однак на практиці

моделювання зустрічаються ситуації, коли потрібного блоку немає, або структурне моделювання робить модель занадто складною. У цьому випадку актуальним є використання технології S-функцій для створення потрібного блоку. За допомогою мов програмування користувач може створити програмний код як заведено складного блоку і підключити його до Simulink-моделі, при цьому з точки зору взаємодії користувача з моделлю, блок на основі S-функції нічим не відрізнятиметься від стандартного бібліотечного блоку Simulink [3, с. 182]. Створювані блоки можуть бути неперервними, дискретними або гібридними. S-функції, створені на C, C++, Ada або Fortran компілюються у виконувані (*.dll) файли, за рахунок чого забезпечується краща швидкодія при цифровій реалізації моделі. Такі S-функції володіють ще й додатковими можливостями, які включають роботу з різними типами даних (цілими, дійсними і комплексними числами різного ступеня точності) [2, с. 77], використання матриць в якості вхідних і вихідних змінних (MATLAB S-функції можуть оперувати тільки векторами в якості вхідних і вихідних змінних), а також більшим набором внутрішніх функцій (callback-методів).

Метою статті є дослідження особливостей створення S-функцій у пакеті MATLAB мовою програмування C.

Simulink дозволяє користувачеві створювати бібліотеки власних блоків. Для цього існують два способи: програмний і графічний [3, с. 181]. У даній статті розглядається програмний спосіб, тобто створення власного блоку Simulink за допомогою написання програми. Графічний спосіб являє собою об'єднання стандартних блоків Simulink і блоків користувача, та утворення з них підсистем, які реалізують моделі об'єктів, що досліджуються.

Для полегшення та універсалізації побудови S-Function в останній версії Simulink включений S-Function Builder [2, с. 84], що дозволяє автоматизувати роботу зі створення потрібного блоку. Розглянемо проблему самостійного написання програми для блоку S-Function.

Головне завдання полягає в тому, щоб написати файл, що включає в себе програмну реалізацію рівнянь, які описують поведінку об'єкта. Потім цей файл пов'язують із самим блоком S-Function з бібліотеки Simulink (рис. 1), вставленим в модельне вікно. Після цього створюється діалогове вікно налаштувань параметрів даного блоку.

Написаний файл являє собою С-код, в якому містяться як інструкції мови С, так і callback-функції з макрокомандами, що дозволяють С-файлу працювати з типами даних пакета Simulink і виконувати операції і функції, що вмонтовані в ньому. Дані callback-функції викликаються не самим С-файлом, а середовищем Simulink. Кожна така функція в Matlab має префікс .mdl.

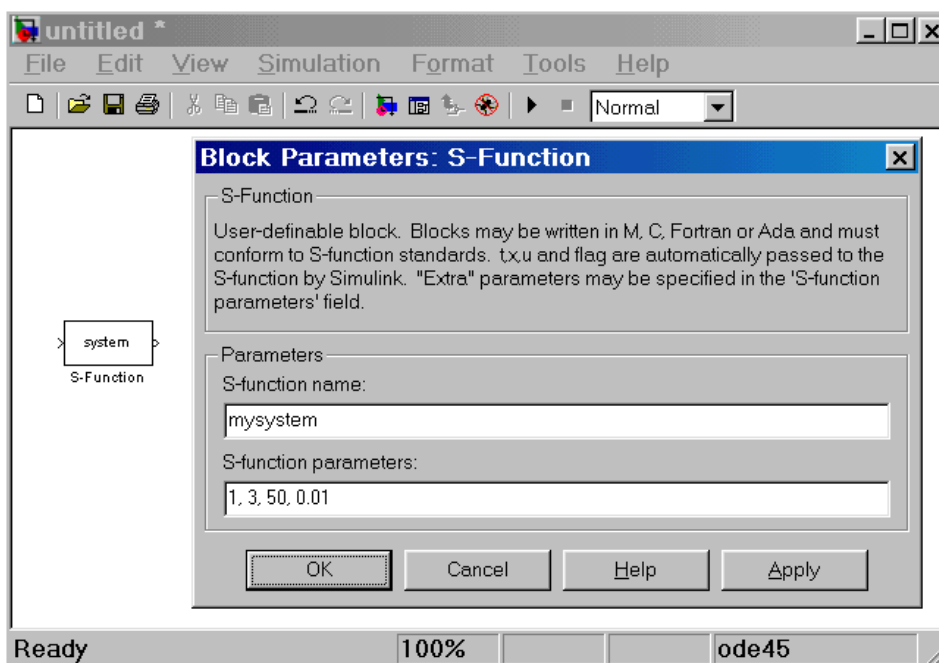


Рис. 1. Параметри блоку S-функції

Макрокоманди, що входять до callback-функції, мають префікс ss - вони спрямовані на роботу із структурою SimStruct, що містить всю інформацію, яка використовується при моделюванні. Ці макрокоманди дозволяють вводити дані в структуру SimStruct, а також виводити дані, які містяться в даній структурі.

Аргументами всіх callback-функцій є змінна - покажчик S типу SimStruct, яка використовується також як перший аргумент всіх макрокоманд.

Залежно від других і третіх аргументів визначають розмірності векторів стану, розмірності і число векторів входу і виходу, число точок дискретизації, число діалогових параметрів, число входів з прямим зв'язком і т.д. Макрокоманди, що містять слово Get після ss, повертають в якості значень покажчики (адреси) на конкретні блоки пам'яті структури SimStruct, в яких зберігаються елементи того чи іншого масиву.

Крім callback-функцій і макрокоманд, С-файл містить інструкції, що викликають інтерфейсні функції, які є в пакеті Matlab. Для даних операцій призначені функції з префіксом mex.

Мінімальна структура вихідного С-файлу виглядає наступним чином:
`#define S_FUNCTION_NAME імя_ S-функції`


```

#define S_FUNCTION_LEVEL 2
#include "simstruc.h"
static void mdlInitializeSizes (SimStruct * S) {
}
<Додаткові callback-функції вихідного файлу>
static void mdlTerminate (SimStruct * S) {
}
#ifdef MATLAB_MEX_FILE #include "simulink.c"
#else #include "cg_sfun.h" #endif

```

mdlInitializeSizes - перша підпрограма S-function, що викликається Simulink. Далі Simulink викликає інші callback-функції. Всі їхні назви починаються із префікса .mdl. При закінченні симуляції Simulink викликає останню callback-функцію, що має назву mdlTerminate. Далі розглянемо призначення деяких обов'язкових для будь-якого файлу callback-функцій та інших необхідних складових файлу.

Будь-який файл починається з визначення назви функції і визначення її рівня за допомогою директиви #define, а також включенням інших необхідних файлів - #include. Перша оголошена callback-функція static void mdlInitializeSizes (SimStruct * S) визначає кількість і розмірність вхідних і вихідних сигналів, змінних стану і т.д.

Другий аргумент ssSetNumSFcnParams (S, 2) визначає число діалогових параметрів. ssSetNumInputPorts (S, 1) - макрокоманда, яка визначає кількість вхідних сигналів (в даному випадку - один). Макрокоманда ssSetInputPortWidth (S, 0, 1) у загальному випадку встановлює за допомогою третього аргументу розмірність векторного вхідного сигналу, що надходить на (i - 1)-й вхід блоку S-Function. В даному випадку i = 1 (один вхідний сигнал), тому другий аргумент дорівнює 0, а третій аргумент дорівнює 1, тому що єдиний вхідний сигнал є скалярним і його розмірність (input port width) дорівнює одиниці. Макрокоманди ssSetNumOutputPorts (S, 1) і ssSetOutputPortWidth (S, 0, 1) діють аналогічно, тільки для вихідних сигналів.

ssSetNumSampleTimes (S, 1) - визначає число точок дискретизації, використовуваних в створюваному блоці.

ssSetSampleTime (SimStruct * S, st_index, time_T period) і ssSetOffsetTime (SimStruct * S, st_index, period) в парі визначають період дискретизації і час зсуву моментів дискретизації.

Для обчислення вихідного сигналу і майбутніх значень змінних стану дискретного регулятора вводиться в callback-функцію mdlInitializeSizes макрокоманда ssSetNumSampleTime (S, 2) і дві парні конструкції:

```
ssSetSampleTime (S, 0, CONTINUOUS_SAMPLE_TIME);  
ssSetOffsetTime (S, 0, 0.0); ssSetSampleTime (S, 1, 0.1);  
ssSetOffsetTime (S, 1, 0.0);
```

У цих конструкціях першому (неперервному) стану відповідає другий аргумент 0, а другому (дискретному стану) - 1.

Дані callback-функції і макрокоманди являють собою необхідний мінімум для написання файлу на мові С для створення власного блоку S-Function для Simulink.

За допомогою описаного вище методу створення S-функцій користувач пакету Simulink може розширити набір стандартних блоків новими блоками, які будуть реалізовувати необхідні для розв'язання практичних задач функції. Даний спосіб створення блоку S-Function є найбільш універсальним, оскільки при його використанні не накладається ніяких програмних обмежень, як наприклад при розробці з використанням S-Function Builder.

Список використаних джерел:

1. Верлань А. Ф. Моделирование систем управления в среде matlab / А. Ф. Верлань, І. О. Горошко, Д. Е. Контрарес, В. А. Федорчук, В. Ф. Юзвенко. – К. : ЦКІС АПНУ, 2002. – 68 с.
2. Лазарев ю. Моделирование процессов и систем в matlab. Учебный курс. – СПб.: Питер; Пиев: Издательская группа ВHV, 2005. – 512 с.
3. Черных И. В. Simulink: инструмент моделирования динамических систем / И. В. Черных. – М.: Бином. Лаб. Знаний, 2003. – 252 с.

The given work is devoted to the writing S-functions in a package MATLAB by programming language C. On the basis of research created the file wrapper, using such a file package Simulink user can create any desired block it, which will implement almost any function.

Key words: S-function, Matlab, C, Simulink, programming, function, wrapper, callback.

УДК 53(07) +372.853

Яроменко В. М., студент 5-го курсу фізико–математичного факультету

Науковий керівник: **Ніколаєв О.М.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОГО УЧНЯ ШЛЯХОМ СИСТЕМАТИЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

У статті розглядаються проблеми та шляхи вирішення компетентісного формування систематизації навчальної діяльності учнів.

Ключові слова: систематизація, навчання, фізика, урок, знання.

У кожної людини хоч раз у житті з'являлася потреба представити великий обсяг інформації у стислій формі: неможливість записати виступ зі

швидкістю відтворення мови, змушує людину конспектувати матеріал; іноді студенту на іспиті потрібно за короткий проміжок часу відтворити той чи інший матеріал. При цьому сама відповідь має бути ясним, чітким і логічним у викладі. Для цього необхідно попередньо переробити подану інформацію. Такого роду розумовий процес, в якому досліджувані об'єкти організовуються в певну систему на основі вибраного принципу називають систематизацією.

При систематизації здійснюються такі розумові операції, як аналіз і синтез, порівняння і класифікацію, в ході яких учні виділяють подібності та відмінності з вибраними ознаками або підставами, встановлюють причинно-наслідкові зв'язки, сутнісні відносини між об'єктами і явищами. У процесі систематизації знань встановлюються не тільки смислові, причинно-наслідкові, але і структурні зв'язки, зокрема, між компонентами структури елементів фізичного знання: зв'язки всередині фізичних явищ, законів, теорій, картини світу.

Систематизація дозволяє більш продуктивно використовувати знання людини і разом з тим служить джерелом нових знань.

Можливі рішення цієї проблеми такі: складання схем, таблиць, опорних сигналів, графів, структурно-логічних схем, опорних конспектів, логічних конспектів, системно - структурний підхід, які є способами систематизації матеріалу. Аналіз перерахованих матеріалів паказує, що, в основному, вони представляють логіку досліджуваної теорії та її зміст частково скороченому і закодованому вигляді, що, безумовно, є кроком вперед у порівнянні з традиційним вивченням. Це узгоджується з твердженням психологів, про те, що людина легше запам'ятовує знак, чому його сенс, а знак у свою чергу актуалізує зміст і сенс.

Великий внесок у вирішення цієї проблеми внесли такі відомі педагоги як: Рассказова О. І., В. Ф. Шаталов, А. А. Ченцов, Е. С. Малишева, Л. М. Кузнецова, Р. Д. Луппі, Ю. С. Куперштейн, А. Е. Марон, А. А. Шаповалов, А. Н. Крутский і багато інших. [5]

Ми пропонуємо в якості одного з можливих рішень цієї проблеми фрагмент розробленого навчально-методичного комплексу, який включає в себе опорний конспект і зошит для домашніх завдань.

Передбачається, що якщо вивчати матеріал, проводячи його структурування та систематизацію, а саме використовувати вдома зошит домашніх завдань, то слід очікувати, що якість засвоєння навчального матеріалу буде краще.

Обґрунтовуючи такий вибір, зазначимо, що в останнє десятиліття методична система організації навчально-виховного процесу з

використанням опорного конспекту отримала широке поширення, що і стало вирішальним фактором при виборі основного засобу навчання. Тому доречно було б сказати кілька слів безпосередньо про .

Опорний конспект - це логічна схема викладення навчального матеріалу, виконана у вигляді фізичних формул, коротких висновків, пояснювальних малюнків і т. д. Опорний конспект розкриває закон, явище, науковий факт завжди з одного і того ж для кожного елемента знання планом. Розроблені конспекти ставляться до такого виду , які використовуються на уроках пояснення нового матеріалу. При побудові ми дотримувалися наступних принципів:

1. Відображення головних ключових моментів.
2. Складання у близькій послідовності з матеріалом підручника.
3. Розташування конспекту на двох аркушах формату А5.
4. Наочність і яскравість викладу.
5. Відсутність зрощень, незрозумілих для учнів.

Ми сподіваємося, що використання в навчальному процесі дозволить учневі глибше розібратися в досліджуваному матеріалі, легше його запам'ятати, призведе у систему отримані знання. Учителеві ж допоможе сконцентрувати увагу на окремих, найбільш складних місцях досліджуваного матеріалу, швидко перевірити, як учні зрозуміли і запам'ятали матеріал.

При розробці комплексу велику увагу було приділено домашнім завданням. Практика роботи школи показує, що домашні завдання носять стереотипно-шаблонний характер - перелік параграфів і вправ чи завдань. Домашня робота є одним з компонентів методичної структури уроку і частиною навчально-виховного процесу. Процес навчання стає істотно більш ефективним, коли вчитель обмірковує не тільки обсяг, але і характер домашнього завдання. Часто істотним недоліком домашніх завдань є негативне сприйняття їх учнями. Крім того, з'явилася можливість придбання підручників з вже вирішеними завданнями. Таким чином, додається зошит ДЗ, в якій до кожного уроку підібрані відповідні завдання.

Отже, розглянемо два типових уроки за розробленою методикою.

1. Урок вивчення нового матеріалу.

На дошці, крім змісту зображені додаткові малюнки і схеми, за допомогою яких вчитель ілюструє свою розповідь і обов'язково підтримує зворотний зв'язок з учнями. В ході пояснення нового матеріалу вчитель повинен виконувати необхідні досліди. Головне в процесі викладу нового матеріалу - домогтися, щоб кожен учень розібрався в кожній частині конспекту. Після викладу нового матеріалу вчитель ще раз пояснює вузлові

моменти. У робочому зошиті фіксуються основні моменти уроку. В зошиті домашніх завдань учні повинні відтворити опорний конспект, а також виконати тестове завдання. В подальшому передбачається поступовий перехід від відтворення готового до повністю самостійного складання.

2. Урок вирішення завдань.

Цей урок проходить в три етапи:

1) усне відтворення .

Опитування здійснюється наступним чином: в підпунктами викладені в стислій формі параграфи підручника, кожен підпункт дістається одному з учнів, вони виходять до дошки і відтворюють кожен пункт. В цей час інші учні беруть участь у фронтальному опитуванні. Потім слухають учнів біля дошки. Таке викладення називається відтворенням. Учень використовує свій запис як основу, а розповідь будує на базі пояснення вчителя, матеріалу підручника, власних прикладів і матеріалу, який йому вдалося прочитати додатково. Коли розповідь учня закінчується, клас коментує його, зазначає, що було розкрито добре, що залишилося не розкритим, що висвітлено невірно.

2) Вирішення завдань.

Важлива самостійна робота учнів, а не кількість завдань, вирішених у дошки вчителем. Вирішення завдань, на уроці перші завдання вирішуються вчителем, а решта учнями біля дошки. Вчителем ведеться аналіз розв'язуваної задачі, а також він контролює правильність запису даних, переведення одиниць, виведення формул і розрахунків.

3) Опитування тестовим методом за завданням.

Це експрес-контроль знань протягом 5 хвилин, що дозволяє перевірити ступінь розуміння матеріалу. Вчитель роздає листи з тестовими завданнями (зазвичай у них сім питань), а учні вибирають із запропонованих відповідей правильні. Вчитель збирає листочки і аналізує їх. Можливий ще один варіант контролю - це коли учні перевіряють один в одного тестові завдання, а вчитель зачитує правильні відповіді.

- Після вдалого вирішення завдань учням пропонуються такі завдання:

- Вирішити кількісні завдання.
- Вирішити якісні задачі.

У кінці зошита є таблиця для запису основних формул. Після кожного уроку учні записують потрібні формули в цю таблицю.

Один з найважливіших елементів даної методики - це право учнів перездавати матеріал (конспекти або завдання). Для перездачі завдань учні отримують листочки з текстом або просто номери завдань зі збірника. Після

видачі завдання з учнями проводиться консультація по теоретичному матеріалу чи рішення задач.

Таким чином, представлена методика з одного боку дозволяє кожному учневі багаторазово опрацювати кожне питання досліджуваної теми, а з іншого боку дозволяє вчителю провести об'єктивну оцінку знань учнів.

Список використаних джерел:

1. Тарасова Н. В. Стратегия реализации компетентностного подхода в образовании: историко-педагогический аспект / Н. В. Тарасова // Аналитические обзоры по основным направлениям развития высшего образования: обзор. информации. – М.: ФИРО, 2007. – № 1. – 51 с.

2. Нижегородцев В. А. Диагностика методических компетентностей будущих учителей физики / В. А. Нижегородцев // Вестник развития науки и образования. – 2013. – №1. – С. 91-97.

3. Рогов Е. И. Учитель как объект психологического исследования / Е. И. Рогов. – М.: Владос, 1998. – 496 с.

4. Нижегородцев В. О. Критеріальний підхід у діагностиці методичних компетентностей майбутніх учителів фізики / В. О. Нижегородцев // Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди». – К.: Гнозис, 2012. – Дод.1 до вип. 27, т. VII (40): Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору: тем. вип. – С. 505-512.

5. Актуальні проблеми розвитку соціальності учнів середньої загальноосвітньої школи / О. І. Рассказова // [Пробл. інж.-пед. освіти](#). - 2012. - № 36. - С. 229-235. - Бібліогр.: 2 назв. - укр.

In the article the problems and solutions competence formation systematize learning activities of students.

Key words: *classification, education, physics, lesson, knowledge.*

Науковий керівник АТАМАНЧУК П.С.:

1. Бугера І.О.
2. Ількович І.В.
3. Копань В.А.
4. Нацюк Л.В.
5. Сікора Г.В.
6. Панчишина О.В.
7. Цехмістер В.А.

Науковий керівник БЕРКЕЩУК М.В.:

1. Бугера О.І.
2. Маковецький Р. В.

Науковий керівник БЛИК Р.М.:

1. Левицький І.М.
2. Ткачук І.В.
3. Жук П.А.

Науковий керівник ГУБАНОВА А.О.:

1. Кушнір Г. В.

Науковий керівник ГНАТЮК В.О.:

1. Марценківська О.Ю.
2. Футорська О.М.
3. Шинкарук Н. С.

Науковий керівник ІВАНЮК В.А.:

1. Громик В.А.
2. Доротюк В.М.
3. Закордонець О.І.
4. Ільчишин С.С.
5. Качур А.В.
6. Кравчук Ю.О.
7. Райхель А.В.
8. Савицький М.Г.

Науковий керівник ІСКРЕНКО Ю.Ю.:

1. Максимчук А.О.

Науковий керівник КРИСЬКОВ Ц.А.:

1. Ткачук І.В.
2. Циканюк Б.І.

Науковий керівник КРІЛЬ С.О.:

1. Кульбаба Н.П.
2. Мариніна Н.І.
3. Торчук К. В.

Науковий керівник КУХ А.М.:

1. Пара В.В.
2. Сурікова Л. І.

Науковий керівник МЕНДЕРЕЦЬКИЙ В.В.:

1. Савіцька І.П.
2. Слободянюк Ю.М.

Науковий керівник НІКОЛАЄВ О. М.:

1. Гросуляк В.В.
2. Рубаняк Л.А.
3. Шостацький А.І.
4. Яроменко В. М.

Науковий керівник ПАНЧУК О.П.

1. Бернацький М.М.

Науковий керівник ПТАШНІК Л.І.:

1. Салецька Р.І.

Науковий керівник РОДІОНОВ А.М.:

1. Вдовичинський Д.М.

Науковий керівник СЕМЕРНЯ О.М.:

1. Онофрійчук С.Р.
2. Просандєєв О.Є.

Науковий керівник СМОРЖЕВСЬКИЙ Л.О.:

1. Хомюк Н.С.
2. Чернописька Н.С.

Науковий керівник СМОРЖЕВСЬКИЙ Ю.Л.:

1. Антіпова С.В.
2. Котуцький В.М.
3. Маковська А.В.

Науковий керівник СОРИЧ В. А.:

1. Валентюк А.В.
2. Варик Н.В.

Науковий керівник: СОРИЧ Н.М.:

1. Бурлак К.С.
2. Кіріка А.С.
3. Мазур І.С.
4. Швець А.П.
5. Шолом В.Л.

Науковий керівник ФЕДОРЧУК В.А.:

1. Яковчук Є.О.

Науковий керівник ЩИРБА В.С.:

1. Гаврушко Д.В.
2. Лехіцький П.З.

**ЗБІРНИК
МАТЕРІАЛІВ НАУКОВИХ
ДОСЛІДЖЕНЬ
СТУДЕНТІВ ТА МАГІСТРАНТІВ
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка**

**Фізико-математичні науки
Випуск 12**

Здано в набір 08.06.2015 р. Підписано до друку 26.06.2015 р.

Формат 60x84/16. Гарнітура Times.

Умовн. друк. арк. 12,74. Обл. вид. арк. 14,9.

Папір офсетний. Тираж 100 прим.

32300, Хмельницька обл., м. Кам'янець-Подільський,

вул. Івана Огієнка, 61; тел. (03849) 3-06-01

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру

від 12.12.2008 р. серія КВ № 14705- 3676 ПР