Міністерство освіти і науки молоді та спорту України
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка

ВІСНИК
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка
Фізико-математичні науки

Випуск 4

Кам'янець-Подільський
2011

УДК 378(477ю43):51+53](082)
ББК 74.58+22

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації:
Серія КВ № 14707- 3678 ПР від 12.12.2008 р.

Друкується згідно з ухвалою вченої ради Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (протокол № 9 від 28 жовтня 2011 р.).

Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. - Випуск 4. - Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. - 188 с.

Рецензенти:
Величко С.П. – доктор педагогічних наук, професор,
Городецький В.В. – доктор фізико-математичних наук, професор

ЗМІСТ

УДК 37.091.33. (075.8)

П.С.Атаманчук, доктор педагогічних наук, професор, академік АН ВО України

ПРОФОРІЄНТАЦІЙНА ДІЯЛЬНІСТЬ КАФЕДРИ ЩОДО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФАХОВОГО СТАНОВЛЕННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ФІЗИКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ

Стаття присвячена розв'язанню проблеми впровадження інноваційних технологій забезпечення компетентнісного та світоглядного становлення майбутніх фахівців в умовах особистісно орієнтованого навчання.

Ключові слова: *інноваційні технології, особистісно орієнтоване навчання, освітній прогноз, інтегральні вимірники якості знань та світогляду, об'єктивний контроль, управління, менеджмент якості навчання, результативність, компетенція, компетентність, світогляд***.**

Сьогодні цивілізований світ визнає пріоритетність фізико-технічної освіти в реальному бутті кожної держави. Цим пояснюємо **престижність педагогічної діяльності, спрямованої на підготовку майбутніх учителів фізико-технологічного профілю.** Адже саме ці фахівці є носіями та популяризаторами ідеології науково-технічного прогресу, тлумачами та коментаторами сучасних уявлень про наукову картину світу, новаторами та трансляторами науково-технологічних впроваджень (нанотехнології, енергозберігаючі технології, агротехнічні технології, технології створення матеріалів з наперед заданими властивостями, космічні технології тощо). Отже, основний лейтмотив у підготовці майбутніх учителів – оволодіння такою методологією впливу на процедуру навчання, що гарантовано забезпечує можливість опанування науковими та прикладними основами фізики на дієвому (а не формальному) рівні. Ця концепція була (з 1993 р.) і є провідною в діяльності колективу кафедри методики викладання фізики та дисциплін технологічної освітньої галузі Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, вона стала домінуючою в ході виконання науково-дослідних проектів по лінії функціонування наукової школи **«Теоретико-технологічні аспекти об'єктивізації контролю навчальної діяльності»** та наукової лабораторії **«Управління навчально-пізнавальною діяльністю»,** а також внаслідок здійснення наукових досліджень в рамках виконання держбюджетної теми **«Інноваційні технології формування фахівця в умовах особистісно орієнтованого навчання та ступеневої освіти»** (номер державної реєстрації: **№ 0107U004349**.

Колективні зусилля щодо обґрунтування вироблення та впровадження методології результативного і дієвого навчання майбутніх фахівців (чи учнів) формували водночас інноваційну ідеологію цього процесу. Матеріалізація інноватик у професійному становленні майбутніх фахівців (чи навчання учнів фізиці) відбувалась і відбувається на основі використання методичних, технологічних, сценаричних та середовищних (в матеріально-технічному та ідейно-ресурсному втіленні) знахідок, відображених у колективному інтелектуальному продукті (специфічному інтегративному навчально-методичному комплексі): монографії, підручники, посібники, збірники, методичні рекомендації, сценарії різних видів навчальної діяльності, інструктивні матеріали, моделі, програми, засоби навчання, прилади, навчальні установки тощо. Окремі вибрані елементи цього комплексу подаємо нижче.

Монографії:

1. Атаманчук П.С. Управління процесом навчально-пізнавальної діяльності: Монографія. – Кам'янець-Подільський: К-ПДПІ, 1997. – 136 с.
2. Атаманчук П.С. Інноваційні технології управління навчанням фізики: Монографія. – Кам.-Под.: Інф.-вид. відділ, 1999. – 172 с.
3. Атаманчук П.С., Панчук О.П. Дидактичні основи формування фізико-технологічних компетентностей учнів: Монографія.. – Кам'янець-Подільський: К-ПНУ, 2011. – 252 с.
4. Атаманчук П.С., Самойленко П.И. Дидактика физики (основные аспекты): Монография. – Московский государственный университет технологий и управления, РИО, 2006. – 254 с.
5. Атаманчук П.С., Семерня О.М. Методичні основи управління навчанням фізики: Монографія. – Кам′янець-Подільський: К-ПДУ, 2005. – 196 с.

Підручники:

1. Атаманчук П.С., Ляшенко О.І., Мендерецький В.В., Ніколаєв О.М. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в основній школі: Підручник для студентів вищих навчальних закладів.. – Кам'янець-Подільський: К-ПНУ, 2010. – 292 с.
2. Атаманчук П.С., Ляшенко О.І., Мендерецький В.В., Ніколаєв О.М. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в старшій школі: Підручник для студентів вищих навчальних закладів.. – Кам'янець-Подільський: К-ПНУ, 2011. – 420 с.

Навчальні посібники:

1. Атаманчук П.С., Криськов А.А., Мендерецький В.В. Збірник задач з фізики. –Київ:Школяр, 1996. - 304 с.
2. Атаманчук П.С., Кух А.М. Тематичні завдання еталонних рівнів з фізики. 7-11 класи. – Кам'янець-Подільський: „Абетка-Нова", 2004. – 136 с.
3. Атаманчук П.С., Мендерецький. В.В., Панчук О. П. Практикум з безпеки життєдіяльності в особистісно орієнтованій системі підготовки вчителя. // Навчально-методичний посібник. – Кам'янець-Подільський: П П Буйницький О. А., 2006. – 140 С.
4. Атаманчук П.С., Мендерецький В.В., Кух А.М., Ляшенко О.І. Методичні основи організації і проведення навчального фізичного

експерименту: навчальний посібник. – Кам’янець-Подільський: ПП Буйницький О.А., 2006. – 216 с.

5. Атаманчук П.С., Мендерецький В.В., Ніколаєв О.М. Методичне забезпечення навчального фізичного експерименту (10 клас): Навчальний посібник. – Кам’янець-Подільський: ФОП Сисин О.В., 2007, - 157 с.

6. Атаманчук П.С., Мендерецький В.В., Ніколаєв О.М. Методичне забезпечення навчального фізичного експерименту (11-й клас): Навчальний посібник. – Кам’янець-Подільський: ПП Буйницький, 2008. – 280 с.

7. Атаманчук П.С., Оленюк І.В. Збірник завдань з фізики для тематичного та підсумкового контролю. Гусятин, 2009. – 192 с**.**

8. Атаманчук П.С., Семерня О.М., Поведа Т.П. Дидактичне забезпечення семінарських занять курсу методики викладання фізики (загальні питання): Навчально-методичний посібник.– Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. – 392 с.

9. Атаманчук П.С., Мендерецький В.В., Панчук О.П., Чорна О.Г. Інтегрований курс безпеки життєдіяльності (теоретичні основи). Кам’янець-Подільський, 2011. – 285 с.

10. Атаманчук П.С., Мендерецький В.В., Панчук О.П. Безпека життєдіяльності та охорона праці (Практичний курс). Кам’янець-Подільський, 2011. – 152 с.

11. Пташнік Л.І., Дмитренко П.В. Основи матеріалознавства: Навчальний посібник – Кам’янець-Подільський: Думка, 2010. – 84 с.

Методичні рекомендації:

1. Планування та виконання науково-методичних проектів (курсова, дипломна, магістерська та дисертаційна роботи, наукова публікація) : методичні рекомендації / [укладачі: П.С. Атаманчук, Ю.В. Гнатюк, Ц.А. Криськов, А.М. Кух, В.С. Щирба] – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. – 28 с.

2. Педагогічна практика: програма та методичні рекомендації для підготовки бакалаврів на фізико-математичному факультеті / [укладачі: П.С. Атаманчук, Л.О. Сморжевський, В.С. Щирба, Е.І. Федорчук, Т.В. Дуткевич]. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет, 2008. – 54 с.

3. Педагогічна практика: програма та методичні рекомендації для підготовки спеціалістів на фізико-математичному факультеті / [укладачі.: П.С. Атаманчук, Л.О. Сморжевський, В.С. Щирба, Е.І. Федорчук]. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет, 2008. – 47 с.

4. Педагогічна практика: програма та методичні рекомендації для студентів-магістрантів фізико-математичного факультету / [укладачі.: П.С.

Атаманчук, Л.О. Сморжевський, В.С. Щирба]. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет, 2009. – 15 с.

Узагальнюючий об’єднувальний стрижень колективного доробку науковців-педагогів: **особистісна цілезорієнтованість процедури навчання та компетентнісно-світоглядні методики і технології її розгортання**.

У монографічних творах (вище подано їх скорочений список) відображено методологічну суть концепції цілеспрямованого управління (компетентнісно-світоглядний аспект) результативним навчанням кожного, хто це робить. Проілюструємо основні концептуальні інноватики процесу та результату формування професійних якостей майбутнього учителя фізики.

1. Одразу наголосимо, що процедура формування дієвих компетентнісно-світоглядних якостей фахівця лежить у площині такої діяльності, яка є логічним наслідком дії механізму освітньої доктрини.

Зрозуміло, що вирішальна роль належить механізмові зорієнтованості освітньої доктрини на термінальні цінності, тобто такі, які визначають, формують чи складають мету життя індивіда. Інші механізми сучасної освітньої доктрини орієнтують на перехід від інформаційно-виконавської до проектно-творчої системи навчання, забезпечують розвиток мислення й світосприймання як на раціонально-логічному, так і на емоційно-ціннісному рівнях.

Дієва освітня концепція, чи доктрина, виступає своєрідним транслятором змістовно-методологічного трактування глобальної мети освіти, специфічним каталізатором створення та впровадження високоефективних, надійних і гуманістичних технологій навчання, а також визначальником траєкторій здійснення якісного навчання. З таких позицій дидактику фізики ***варто трактувати як науку про оптимізацію та закономірності організації, контролю, управління в такій навчально-пізнавальній діяльності, предмет котрої співвідноситься з процесами заданості та формування корисних установок, прогнозованої міри обізнаності, власної системи цінностей, професійного компетентнісного та світоглядного досвіду.***

2. Прогнозовані рівні навчальних досягнень набувають одразу ж ознак самочинності, якщо вступає в дію механізм цілеспрямованого впливу на функціонування як раціонально-логічного, так і емоційно-ціннісного мислительних начал індивіда. Дія механізму формування прогнозованих навчальних досягнень в особистісно орієнтованому навчанні зводиться до поступового та гарантованого підвищення рівня обізнаності того, хто навчається .

3. Сьогодні безперечною стає теза про те, що однобокість у навчально-пізнавальній діяльності необхідно рішуче усунути і що існує єдиний шлях «взяття бар’єру» – вміле поєднання в навчанні раціонально-логічного та емоційно-ціннісного стилів діяльності. Іншими словами, про механізм

впровадження освітніх пріоритетів у реальних умовах навчання можемо вести мову як про наслідок керованої інтеграції обох вказаних начал.

4. Підготовка майбутнього учителя фізики – це одночасно набуття певних мір обізнаності з фізики та методики її навчання. Автори проекту підручників (рис. 1, рис. 2) обґрунтували та впровадили технологію бінарних цілеорієнтацій як засіб формування цілісного педагогічного кредо майбутнього фахівця.

ОБКЛАДИНКА 1-ГО ПІДРУЧНИКА

Рис. 1. Підручник перший

ОБКЛАДИНКА 2-ГО ПІДРУЧНИКА

Рис. 2. Підручник другий

Неважко довести, що в багатьох, педагогічно орієнтованих, освітньо-професійних програмах (ОПП) та освітньо-кваліфікаційних характеристиках (ОКХ) прогнозовані рівні фахових компетентностей і світогляду не детермінується об'єктивними чинниками, які мали б налаштовувати навчальний процес на формування в студента професійно значущих якостей. Для усунення такого протиріччя, – **зміст навчально-пізнавальної діяльності, з одного боку, і відсутність конкретизованих цілей цієї діяльності, з іншого боку**, – варто орієнтуватись на бінарну цільову програму, яка забезпечує можливість адекватного співвіднесення змісту конкретної навчальної дисципліни зі змістом методичної підготовки майбутнього педагога. Такий підхід реалізовано в обидвох названих підручниках і досвід підтверджує, що практика їх використаняя у навчанні ефективна.

5. Процедура формування фахівця як і результативний акт діяльності завжди мають ознаки цілісного циклу, – планування, виконання, перевірка, дія.

І вже на підставі осмислення факту невідворотності протікання (а, отже, й певної міри результативності) процедури формування предметних і професійних компетенцій, як завершеного циклу, приходимо до єдиного висновку про те, що в основі менеджменту якості підготовки фахівців має бути зорієнтованість навчання на прогнозовані предметні та професійні компетенції в змодельованих та реальних фахових умовах (ця діяльність і є засобом виявлення міри набутих індивідом компетентностей, тобто показника досягнення прогнозованих результатів навчання). Тільки об'єктивний контроль результатів навчання та реальне управління (прогнозування, співставлення, коригування, регулювання) процедурою формування компетентностей здатні забезпечити прогнозованість і якість у фаховому становленні майбутнього учителя. Трактуючи якість як системну методологічну категорію, що відображає ступінь відповідності результату поставленій меті, легко окреслити траєкторію розв'язання вказаної проблеми як взагалі, так і примінимо до освітньої галузі «фізика», а ще точніше – фахового становлення майбутнього вчителя фізики.

6. Встановлено, що основою формування професійних якостей майбутнього фахівця є його **залучення** (древня мудрість гласить: "Скажи мені – і я забуду; покажи мені – і я запам'ятаю; **залучи** мене – і я навчусь") до активної навчально-пізнавальної діяльності, причому такої, щоб "теоретик" більше практикував, а "емпірик" більше теоретизував; дієвий рівень обізнаності, професійних компетентностей та світогляду фахівця формується тільки через належне **навіювання відношень** до об'єкта пізнання; **принцип динамічного балансу** раціонально-логічного і почуттєво-емоційного, покладений в основу навчання, сприяє формуванню у студентів власного педагогічного кредо.

Підручники та навчальні посібники названого навчально-методичного комплексу виступають носіями змістових та середовищних освітніх стандартів та засобами впровадження методології, технологій і методик дієвого результативного навчання і реалізації вимог відповідних освітньо-професійних програм (ОПП) та освітньо-кваліфікаційних характеристик (ОКХ).

Крім того, необхідно наголосити, що всі ці твори концептуально обслуговують єдину глобальну мету: **забезпечення оптимальних умов для формування дієвого педагогічного кредо майбутнього вчителя фізики.** У них також знайшов своє відображення і втілення важливий педагогічний феномен: **з моменту переходу (у навчанні майбутнього фахівця) на опанування часткових методик, у бінарних цільових програмах зникає потреба жорсткої градації рівнів обізнаності за складовою методичної підготовки, хоч за складовою змісту фізики вона залишається.** Пояснення феномену випливає з того, що педагогічне кредо – це сплав найвищих рівнів професійних компетентностей та світогляду, і, отже, у кожному конкретному випадку щодо методичної підготовки необхідно задаватись вимогами найвищих компетентнісно-світоглядних орієнтирів (уміння, навичка, переконання, звичка). Звісно, що викладач, який працює на цьому зрізі зі студентом має повновісно підтримувати і стимулювати розгортання такого сценарію навчально-пізнавальної діяльності. І вже як часткові наслідки цілеспрямованої активності учасників процесу – висока успішність у навчанні, виготовлення і модернізація фізичних приладів, створення імітаційно-моделюючих навчальних програм, підготовка презентаційних матеріалів на задану тему, участь у науково-методичних конкурсах та конференціях, здійснення наукових публікацій тощо.

Остаточна «доводка», «відгранювання», формування авторського педагогічного кредо відбувається завдяки використанню (див. скорочений перелік вище) та під впливом ідеології різних методичних рекомендацій та керівництв, інструкційних матеріалів та сценаріїв навчально-пізнавальної діяльності тощо.

The article is devoted the decision of problem of introduction of innovative technologies of providing of kompetentnisnogo and world view becoming of future specialists in the conditions of the personality oriented studies.

Key words: *innovative technologies, studies, educational prognosis, integral measuring devices of quality of knowledges and world view, objective control, management, management.*

УДК 517.5

В.О.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Ю.В.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
У.В.Гудима, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ЦІЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ВІДНОСНИЙ ЧЕБИШОВСЬКИЙ ЦЕНТР КОМПАКТА ЛІНІЙНОГО НОРМОВАНОГО ПРОСТОРУ

У статті встановлено деякі властивості цільової функції узагальненої задачі про відносний чебишовський центр компакта лінійного нормованого простору .

Ключові слова: *компакт, цільова функція, чебишовський центр.*

Постановка задачі. Нехай X –лінійний над полем дійсних (комплексних) чисел нормований простір, $\mathcal{K}(X)$ -множина непорожніх компактів цього простору, $K \in \mathcal{K}(X)$, $V \subset X$, p - задана на X опукла неперервна функція.

Поставимо задачу відшукання величини

$$\alpha_V^*(K) = \inf_{x\in V} \sup_{y\in K} p(y-x). \qquad (1)$$

Якщо $p(x) = \|x\|$, $x \in X$, то задача відшукання величини (1) стає задачею про чебишовський центр компактна K відносно множини V.

Функцію $\Phi_K(x) = \sup_{y\in K} p(y-x)$, $x \in X$, назвемо цільовою функцією задачі відшукання величини (1). У роботі встановлено деякі властивості цієї функції.

Твердження1. Для кожного $x \in X$ функція $y \in X \to p(y-x)$ є неперервною на X.

Оскільки має місце твердження 1 і K - компакт простору X, то відповідно до узагальненої теореми Вейєрштрасса (див., наприклад, [1,с.28]) ця функція досягає на K свого найбільшого значення.

З огляду на вищесказане задачу відшукання величини (1) подамо у такому вигляді

$$\alpha_V^*(K) = \inf_{x\in V} \max_{y\in K} p(y-x), \qquad (2)$$

а функцію $\Phi_K(x)$, $x \in X$, запишемо у вигляді $\Phi_K(x) = \max_{y\in K} p(y-x)$, $x \in X$.

Теорема 1. Функція $\Phi_K(x) = \max_{y\in K} p(y-x)$, $x \in X$, є опуклою та неперервною на X.

Доведення. Опуклість функції $\Phi_K(x)$, $x \in X$, легко випливає з опуклості функції $p(x)$, $x \in X$, на X.

Переконаємося у неперервності функції $\Phi_K(x)$, $x \in X$, на X.

Нехай $x_0 \in X$, $A \in R$ і $\Phi_K(x_0) < A$. Звідси випливає, що

$$p(y - x_0) < A,\ y \in K. \tag{3}$$

Оскільки функція p є неперервною на X, то з урахуванням (3) можна зробити висновок, що для кожного $y \in K$ існує окіл $O(y)$ точки y та окіл $O_y(x_0)$ точки x_0 простору X такі, що

$$p(z - x) < A,\ z \in O(y),\ x \in O_y(x_0). \tag{4}$$

Оскільки K - компакт, то з його відкритого покриття $O(y)$, $y \in K$, можна виділити скінченне підпокриття $O(y_i)$, $y_i \in K$, $i = \overline{1,m}$, тобто

$$K \subset \bigcup_{i=1}^{m} O(y_i). \tag{5}$$

Нехай $O(x_0) = \bigcap_{i=1}^{m} O_{y_i}(x_0)$. З (4) випливає, що

$$p(z - x) < A, z \in \bigcup_{i=1}^{m} O(y_i),\ x \in O(x_0). \tag{6}$$

Оскільки має місце (5), то для кожного $y \in K$ $y \in \bigcup_{i=1}^{m} O(y_i)$. Відповідно до (6) тоді $p(y - x) < A,\ x \in O(x_0),\ y \in K$.

З урахуванням твердження 1 звідси одержимо

$$\Phi_K(x) = \max_{y \in K} p(y - x) < A,\ x \in O(x_0).$$

Це означає, що функція $\Phi_K(x)$, $x \in X$, є напівнеперервною зверху в точці x_0. Оскільки ця функція опукла на X, то вона неперервна в точці x_0 (див., наприклад, [2,с.312]).

З урахуванням того, що точку x_0 вибрано довільно з X, робимо висновок, що $\Phi_K(x)$, $x \in X$, є неперервною на X.

Теорему доведено.

У подальшому будемо використовувати такі позначення та поняття.

Нехай X^* - простір, спряжений з X, F - дійснозначна функція, задана на X.

Полярою F^* функції F, або функцією, спряженою з F, називається функція на X^*, означена рівністю

$$F^*(f) = \sup_{x \in X} \left(f(x) - F(x) \right), \; f \in X^*,$$

(див., наприклад, [2 , с. 319]).

Множина $domF^* = \{ f : f \in X^*, F^*(f) < +\infty \}$ називається ефективною множиною функції F^* (див., наприклад, [2, с. 306]).

Нехай C - замкнена опукла множина в X. Асимптотичним конусом C_∞ множини C називається множина таких точок $y \in Y$, що $x_0 + ty \in C$ для довільної точки $x_0 \in C$ і довільного $t > 0$ (див., наприклад, [2 , с. 345]).

Нехай F - задана на X опукла напівнеперервна знизу дійснозначна функція. Тоді функція $F_\infty(z) = \sup\limits_{f \in domF^*} f(z)$, $z \in X$, називається асимптотичною функцією для F (див., наприклад, [2, с. 346 і 347]).

Твердження 2. Справедливе співвідношення

$$-domp^* \subset dom\Phi_K^*.$$

Доведення. Нехай $f \in domp^*$ і, отже, $-f \in -domp^*$, $y \in K$. Маємо, що

$$\Phi_K^*(-f) = \sup_{x \in X} \left((-f)(x) - \Phi_K(x) \right) =$$

$$= \sup_{x \in X} \left((-f)(x) - \max_{y \in K} p(y - x) \right) \leq$$

$$\leq \sup_{x \in X} \left((-f)(x) - p(y - x) \right) = \sup_{x \in X} \left(f(y - x) - p(y - x) \right) -$$

$$-f(y) = p^*(f) - f(y) < +\infty, \; -f \in -domp^*.$$

Звідси й випливає, що $-domp^* \subset dom\Phi_K^*$.

Твердження доведено.

Теорема 2. Має місце рівність

$$(\Phi_K)_\infty(z) = p_\infty(-z), \; z \in X.$$

Доведення. Оскільки функція $\Phi_K(x)$, $x \in X$, є опуклою та неперервною на X (див. теорему1), то

$$\Phi_K{}_\infty(z) = \sup_{f \in dom\Phi_K^*} f(z), \; z \in X. \tag{7}$$

Оскільки $-domp^* \subset dom\Phi_K^*$ (див. твердження 2), то

$$\Phi_K{}_\infty(z) = \sup_{f \in dom\Phi_K^*} f(z) \geq \sup_{f \in -domp^*} f(z) = \sup_{-f \in domp^*} (-f)(-z) =$$

$$= p_\infty(-z), z \in X. \tag{8}$$

Переконаємося, що

$$\Phi_K{}_\infty(z) = p_\infty(-z), z \in X. \tag{9}$$

Припустимо, що для деякого $z \in X$

$$\Phi_K{}_\infty(z) > p_\infty(-z).$$

Тоді існує число a таке, що

$$\Phi_K{}_\infty(z) > a > p_\infty(-z). \tag{10}$$

Тому (див., наприклад, [2 , с. 346])

$$a < \sup_{t>0} \frac{\Phi_K(tz) - \Phi_K(0)}{t} = \sup_{t>0} \frac{\max_{y \in K} p(y + t(-z)) - \max_{y \in K} p(y)}{t}.$$

Звідси випливає існування числа $t_0 > 0$ такого, що

$$a < \frac{\max_{y \in K} p(y + t_0(-z)) - \max_{y \in K} p(y)}{t_0} = \frac{p(y_{t_0} + t_0(-z)) - \max_{y \in K} p(y)}{t_0} \leq$$

$$\leq \frac{p(y_{t_0} + t_0(-z)) - p(y_{t_0})}{t_0}, \text{ де } y_{t_0} \in K. \tag{11}$$

З другого боку з (10) одержимо

$$a > p_\infty(-z) = \sup_{t>0} \frac{p(y + t(-z)) - p(y)}{t} \geq \frac{p(y + t(-z)) - p(y)}{t},$$

$y \in K, t > 0$,

що суперечить (11).

Теорему доведено.

Твердження 3. Нехай V - опукла замкнена локально компактна множина простору X, в тому числі і скінченновимірний підпростір, $(z_m)_{m=1}^{\infty}$ - необмежена послідовність множини V, для якої числова послідовність $\{\Phi_K(z_m)\}_{m=1}^{\infty}$ обмежена зверху. Тоді існує ненульовий елемент z множини V_∞ такий, що $p_\infty(-z) \le 0$.

Доведення. Оскільки функція $\Phi_K(x)$, $x \in X$, є опуклою і неперервною на X (див. теорему 1), то згідно з лемою 2 [3] існує ненульовий елемент z множини V_∞ такий, що $(\Phi_K)_\infty(z) \le 0$. Відповідно до теореми 2.

$(\Phi_K)_\infty(z) = p_\infty(-z)$. Тому і $p_\infty(-z) \le 0$.

Твердження 4. Нехай V - опукла замкнена локально компактна множина простору X, в тому числі і скінченновимірний підпростір,

$$\lim_{\substack{z\in V,\\ \|z\|\to\infty}} p(-z) = +\infty. \tag{12}$$

Якщо $z_m \in V$, $m = 1, 2, \ldots$, і числова послідовність $\{\Phi_K(z_m)\}_{m=1}^{\infty}$ обмежена зверху, то послідовність $\{z_m\}_{m=1}^{\infty}$ є обмеженою послідовністю.

Доведення. Припустимо, що послідовність $\{z_m\}_{m=1}^{\infty}$ необмежена. Тоді внаслідок твердження 3 існує ненульовий елемент $z \in V_\infty$ такий, що $p_\infty(-z) \le 0$.

Тому (див., наприклад, [2 , с. 347] і теорему 2)

$$\sup_{t>0} \frac{\Phi_K(y_0 + z_1 + tz) - \Phi_K(y_0 + z_1)}{t} = (\Phi_K)_\infty(z) = p_\infty(-z) \le 0,$$ де y_0 - довільна фіксована точка компакта K.

Звідси випливає, що

$$\Phi_K(y_0 + z_1 + tz) \le \Phi_K(y_0 + z_1), \; t \ge 0. \tag{13}$$

Для всіх $t \ge 0$ матимемо, що

$$\Phi_K(y_0 + z_1 + tz) = \max_{y\in K} p(y - (y_0 + z_1 + tz)) \ge$$

$$\ge p(y_0 - (y_0 + z_1 + tz)) = p(-(z_1 + tz)). \tag{14}$$

З урахуванням того, що $z_1 \in V$ і $z \in V_\infty$ робимо висновок, що $z_1 + tz \in V$ при всіх $t \ge 0$. Крім того, $\|z_1 + tz\| \to +\infty$ при $t \to +\infty$, що випливає з нерівності $\|z_1 + tz\| \ge t\|z\| - \|z_1\|$.

Звідси і з (12), (14) робимо висновок, що $\lim\limits_{t\to+\infty}\Phi_K\left(y_0+z_1+tz\right)=+\infty$, що суперечить (13).

Одержана суперечність доводить, що послідовність $\left\{z_m\right\}_{m=1}^{\infty}$ є обмеженою послідовністю.

Твердження доведено.

Позначимо далі через $M=\left\{f : f\in domp^*, \sup\limits_{x\in V} f\left(x\right)<+\infty\right\}$.

Твердження 5. Якщо $M\neq\varnothing$, то $\alpha_V^*\left(K\right)>-\infty$ для всіх $K\in K\left(X\right)$.

Доведення. Нехай $M\neq\varnothing$, $f_0\in M$ і $K\in K\left(X\right)$. Тоді з урахуванням теореми Фенхеля-Моро (див., наприклад, [4, с.186]) для всіх $x\in V$, $y\in K$ одержимо, що

$$p\left(y-x\right)=\max_{f\in domp^*}\left(f\left(y-x\right)-p^*\left(f\right)\right)\geq$$

$$\geq f_0\left(y\right)-f_0\left(x\right)-p^*\left(f_0\right)\geq$$

$$\geq\inf_{y\in K} f_0\left(y\right)-\sup_{x\in V} f_0\left(x\right)-p^*\left(f_0\right)>-\infty .$$

Звідси випливає, що для всіх $K\in K\left(X\right)$

$$\alpha_V^*\left(K\right)=\inf_{x\in V}\max_{y\in K} p\left(y-x\right)\geq\inf_{y\in K} f_0\left(y\right)-\sup_{x\in V} f_0\left(x\right)-p^*\left(f\right)>-\infty .$$

Твердження доведено.

Список використаних джерел:

1. Канторович Л. В. Функциональный анализ/ Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. — М. : Наука, 1977. — 742 с.
2. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация/ П.-Ж. Лоран. — М. : Мир, 1975. — 496 с.
3. Гнатюк В. А. Общие свойства наилучшего приближения по выпуклой непрерывной функции / В. А. Гнатюк, В. С. Щирба // Укр. мат. журн. — 1982. — 4, №5. — С. 608—613.
4. Иоффе А. Д. Теория экстремальных задач / А. Д. Иоффе, В. М. Тихомиров. — М. : Наука, 1974. — 480 с.

In the article we prove some properties of objective function of the generalized problem are set about the relative Chebyshew center of the compact of the linear normed space .

Key words: compact, the objective function, Chebyshew center.

УДК 378.016:53(043.3)

С.І.Дмитрук, асистент,
В.В.Мендерецький, доктор педагогічних наук**,** професор

СУЧАСНА СИСТЕМА НАВЧАЛЬНОГО ПРИРОДНИЧОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

У статті розглянута проблема організації експериментальних досліджень на уроках фізики. Пропонується за допомогою різних видів експерименту здійснювати практичну підготовку школярів.

Ключові слова: *експеримент, експериментальна діяльність, експериментальні задачі, досліди, демонстрації, лабораторні робот, практикуми, спостереження.*

За умов нинішнього виробництва особливого значення набуває оволодіння працівниками прийомами експериментальної діяльності. Експеримент виступає, з одного боку, як спосіб вивчення явищ, а з іншого — як засіб доведення у розвитку наукового знання. Експериментальний метод пізнання дає можливість встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між явищами природи.

Як у науці, так і у навчанні пізнання у фізиці неможливе без колективного чи самостійного експериментування дослідниками, яке для експериментаторів є практично однаковим за своєю гносеологічною суттю. Проте, якщо для вченого невідоме є об'єктивним, то для школяра воно суб'єктивне. Процес будь-якого наукового пізнання полягає у послідовному розкритті спочатку якісного боку, а потім кількісного і, нарешті, їх єдності — встановлення міри. Лише дотримуючись послідовності наукового пізнання у процесі навчання можна досягнути свідомого і міцного засвоєння учнями навчального матеріалу. Основу розкриття кількісного аспекту в явищах, що вивчаються у школі, становить фізичний експеримент. У зв'язку з цим особливого значення набувають експерименти, які дають можливість вимірювати, встановлювати кількісні співвідношення між величинами у вигляді функцій, рівнянь тощо. Такі експерименти — дієвий засіб розумової діяльності учнів на уроках [11].

Фізика як одна з природничих наук завжди була і залишається наукою експериментальною. Навчальний експеримент у школі є основою вивчення фізики. Рівень знань і практичних умінь учнів перебуває у прямій залежності від якості їх експериментальної підготовки. Шкільний експеримент входить у систему методів навчання не лише фізики, але й інших природничо-математичних дисциплін. Фізичні досліди підводять учнів до розуміння сучасних методів дослідження, виробляють у них практичні вміння та навички. Завдяки навчальному фізичному експерименту учні оволодівають досвідом практичної діяльності людства в галузі здобуття фактів та їх попереднього узагальнення на рівні емпіричних уявлень, понять і законів. За таких умов він виконує функцію методу навчального пізнання, завдяки якому у свідомості учня утворюються нові зв'язки і відношення, формується суб'єктивно нове особистісне знання [2].

З іншого боку, навчальний фізичний експеримент дидактично забезпечує процесуальну складову навчання фізики, зокрема формує в учнів експериментальні вміння і дослідницькі навички, озброює їх інструментарієм дослідження, який стає засобом навчання. У процесі вивчення фізики практично завжди застосовується певна кількість самостійно виконуваних школярами дослідів та дослідів, які виконує вчитель під час демонстраційного експерименту. Різні концепції вивчення фізики передбачають збільшення кількості таких дослідів, їх урізноманітнення, диференціацію в залежності від дидактичної мети навчання.

Таким чином, навчальний фізичний експеримент як органічна складова методичної системи навчання фізики забезпечує формування в учнів необхідних практичних умінь, дослідницьких навичок та особистісного досвіду експериментальної діяльності, завдяки яким вони стають спроможними у межах набутих знань розв'язувати пізнавальні завдання засобами фізичного експерименту.

Слово експеримент походить від латинського experimentum (випробовування). Природодослідники під експериментом розуміють науково поставлений дослід, спостереження та аналіз досліджуваного явища у відповідних умовах, які дозволяють слідкувати за протіканням явища та відтворювати його кожний раз у повторенні цих умов. Складовими експериментального методу є: спостереження, порівняння, вимірювання та власне сам експеримент [12]. Сам експеримент може відбуватися з дослідницькою або критеріальною метою. Методисти вважають, що такий поділ можливий і в навчальному експерименті. Зазвичай під час проведення дослідницьких експериментів школярі одержують дані, які мають суб'єктивну новизну. А під час проведення критеріального експерименту спростовуються чи підтверджуються висунуті теоретичні положення.

Науковці [11] під навчальним експериментом розуміють відтворення на уроці чи в позаурочний час за допомогою спеціальних приладів фізичного явища за умов, найбільш сприятливих для його вивчення. У навчальному процесі експеримент здебільшого виконує роль джерела знань, методу навчання та одного з видів наочності.

Основні етапи вивчення фізики — спостереження явища, встановлення його зв'язків з іншими явищами чи процесами, введення величин, які його характеризують, — не можуть бути ефективними без застосування фізичних дослідів. Демонстрація дослідів на уроках, показ деяких з них за допомогою відео та телебачення, виконання учнями лабораторних дослідів складає основу експериментального методу навчання фізики в школі.

Яким-би не був експеримент, він передбачає втручання за допомогою спеціальних приладів у протікання явищ чи досліджуваних процесів, виокремлення досліджуваних зв'язків, нейтралізацію сторонніх впливів, відтворення і неодноразове повторення піддослідних явищ у спеціальних умовах, контрольовану зміну умов протікання явищ, організованість та цілеспрямованість з метою зведення до мінімуму випадковості. Структурно фізичний експеримент представляють за допомогою схеми (рис. 1).

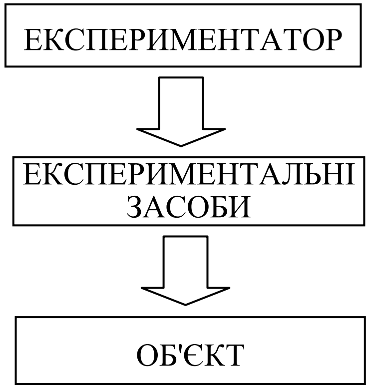


Рис. 1

Таким чином, експеримент поділяють на три складових: експериментатор (суб'єкт діяльність), засоби експериментального дослідження (інструменти, прилади, установки), об'єкт (предмет експериментального дослідження). Перша компонента у взаємозв'язку структурних елементів є суб'єктивною, а друга та третя – об'єктивною стороною експерименту. Важлива роль засобів експериментального дослідження полягає у тому, що перераховані особливості експерименту можуть бути реалізовані лише завдяки цим засобам навчання.

Використання приладів та експериментального обладнання дозволяє розширити природню обмеженість органів чуття людини, які відображають оточуючий світ у порівняно вузькому діапазоні властивостей, які сприяють пристосуванню організму до середовища. Навчальний експеримент дозволяє успішно та ефективно формувати у школярів конкретні образи, які адекватно відображають у свідомості реально існуючі фізичні явища, процеси та закони, що їх об'єднують. Ефективно організований експеримент виступає дієвим засобом виховання таких важливих рис характеру особистості, як наполегливість у досягненні поставленої мети, точність в одержанні даних та обробці фактів, уміння спостерігати та виділяти у розглядуваних явищ їх суттєві ознаки та ін.

Основні аспекти проблеми експериментальної підготовки школярів розглянуті в дослідженнях Л. І. Анциферова [1], В. А. Бурова [3], С. П. Ве-личка [4], П. О. Знаменского [6], Є. В. Коршака [7], О. І. Ляшенка [9], А. А. Покровського [13], М. І. Шута [5] та інші.

Відомий науковець С. П. Величко зазначає, що «в навчальному процесі з фізики експеримент є:

1) джерелом суб'єктивно нових для учнів емпіричних фактів, що врешті-решт сприяє розвитку і становленню теоретичного знання;

2) необхідним чинником у формуванні понятійного концептуального змісту та ідеалізованих об'єктів теоретичного знання, на основі якого з'являється і відтворюється суб'єктивно нове знання;

3) засобом ілюстрації теоретичних побудов і висновків, забезпечуючи їм зв'язок з об'єктивною дійсністю та вихід теоретичних знань у сферу їх практичної діяльності, тобто ілюструє використання теорій на практиці» [4, с. 48].

Навчальний фізичний експеримент не може існувати та розвиватися сам по собі. Він створюється та поліпшується у відповідності з рівнем розвитку школи та методики навчання фізики як галузі педагогічної науки. Одним із завдань нинішньої школи є озброєння учнів певною системою умінь практичного характеру, тобто виникає необхідність приділяти більше уваги лабораторним заняттям, на яких відбувається в основному формування таких умінь, озброєння їх експериментальним методом пізнання.

Щоб учні мали змогу одержати глибокі та міцні знання, щоб у них були сформовані важливі практичні уміння, необхідна чітка скоординованість вчителів природничо-математичних дисциплін у застосуванні різноманітних видів навчального експерименту.

Б. Ю. Миргородський зазначав, що «найефективнішою буде така система навчального експерименту, в якій методи і прийоми відображатимуть сучасні методи пізнання, а обладнання, крім постановки дослідів, цінних з педагогічного погляду, дасть змогу: а) відтворювати досліди, що становлять основу фізичної науки; б) встановлювати найважливіші кількісні закономірності й вимірювати основні фізичні величини, які вивчаються в школі; в) показувати принципово важливі практичні використання фізичних явищ» [10, с. 2].

Наразі в школі існує чітка система навчального природничо-математичного експерименту, доцільність якої підтверджена часом. Вона ґрунтується на ідеї поступового підвищення самостійності учнів у процесі здобуття знань за допомогою експерименту та формування експериментальних умінь (організаційна ознака). Система сучасного навчального експерименту містить у собі: демонстраційні досліди, фронтальні лабораторні роботи (у хімії та біології – лабораторні досліди), короткочасні фронтальні досліди, експериментальні задачі, фізичний практикум (у хімії та біології – практичні заняття), позакласні та домашні досліди та спостереження.

1. *Демонстраційні досліди* (демонстраційний експеримент). Виконуються вчителем для всього класу [1]. Їх постановка та проведення вимагає від демонстратора високої експериментаторської довершеності. Переважна більшість таких дослідів проводиться з використанням складного лабораторного обладнання та приладів. Перелік обов'язкових демонстрацій з кожної теми курсу наводиться в програмах з фізики [14]. До переліку входить невелика кількість так званих фундаментальних дослідів, які складають експериментальну основу сьогоденної фізики

(Галілея, Герца, Ерстеда, Йоффе-Міллікена, Кавендіша, Кулона, Лєбєдєва, Резерфорда, Столєтова, Фарадея, Штерна). Практична частина деяких з них може бути показана лише за допомогою відео або комп'ютерного моделювання.

Демонстраційний експеримент необхідний для вирішення завдань політехнічного навчання в процесі вивчення природничих дисциплін, для ілюстрації їх зв'язку з технікою. Актуальним є те, що при цьому учні не лише знайомляться з роботою конкретних технічних приладів, але й поглиблюють та закріплюють знання про раніше вивчені виробничі процеси та природні явища.

2. *Фронтальні лабораторні роботи*. Фронтальний метод проведення виокремлює цей вид експерименту серед інших. Школярі виконують такі завдання (ланками чи індивідуально) одночасно та на однаковому обладнанні. Вчитель здійснює безпосереднє керівництвом цим процесом, проводить вступний та поточний інструктаж, виконує на дошці необхідні зарисовки, знайомить з окремими прийомами роботи, організовує інтерпретацію та обговорення одержаних результатів.

У ході виконання лабораторних робіт кожний учень як суб'єкт діяльності є активною одиницею процесу. Школяр свідомо та цілеспрямовано складає дослідні установки, імітує досліджувані явища та процеси, здійснює вимірювання та опрацьовує їх результатів. Інтерпретуючи одержані результати переконується в об'єктивності фізичних явищ та справедливості фізичних закономірностей.

Постановка лабораторних робіт вимагає великого числа комплектів обладнання, яке має бути в кожному кабінеті фізики. Тому для фронтальних досліджень відбирають здебільшого конструктивно прості досліди, які не вимагають складного обладнання. Лабораторні роботи вважаються головною та визначальною ланкою у процесі розвитку експериментальних умінь.

Діюча програма з фізики виділяє три рівні виконання лабораторних робіт:

- репродуктивний (виконання роботи за даною інструкцією);
- частково-пошуковий (за поданою метою, обладнанням та загальними вказівками, учні самостійно розробляють конкретний план діяльності, реалізовують його та роблять власні висновки);
- дослідницький (за поданою ситуацією або метою дослідження, учням необхідно самостійно підібрати обладнання, розробити план діяльності, реалізувати його та зробити висновки) [7].

Лабораторні роботи з фізики здійснюють як внутрішньопредметні (між різними темами і розділами курсу фізики), так і міжпредметні зв'язки. Прикладом лабораторної роботи, яка здійснює реально міжпредметні зв'язки, слугує вивчення будови мікроскопу з подальшим дослідженням різних біологічних препаратів. Внутрішньопредметні зв'язки здійснють, наприклад, за допомогою лабораторної роботи, у якій вивчається будова і принцип дії електродвигунів. У цій роботі пропонували учням знайти ККД двигуна, його механічну потужність та її залежність від струму збудження та інших параметрів. Тематика лабораторних робіт здебільшого є різноманітною, але головне, що надає їм інтегруючого значення і завжди наявне – єдність законів природи і вивчення на цій основі різноманітності виявів цих законів у явищах та процесах, які в силу специфіки вивчаються у межах різних дисциплін [15].

3. *Короткочасні фронтальні досліди*. Здебільшого під фронтальним дослідом розуміють спостереження чи вимірювання, яка виконується під безпосереднім керівництвом учителя. Фронтальні досліди відрізняються від лабораторних робіт тривалістю часу на проведення (5-10 хв.), звуженістю завдань та використанням портативного обладнання. Такий підхід дає змогу найбільш повно реалізувати переваги фронтального експерименту, органічно поєднати з поясненнями вчителя.

У ході проведення фронтальних дослідів учням використовують комплекти простого саморобного обладнання чи лабораторних приладів. Таке обладнання учителі природничо-математичних дисциплін називають роздатковим матеріалом. Кожне таке дослідження обов'язково має завершуватись інтерпретацією результатів та формулюванням певного висновку.

4. *Експериментальні задачі*. Під експериментальними задачами розуміють завдання, в яких експеримент виступає засобом визначення величин, які необхідні для розв'язування задачі, дає відповідь на поставлене у задачі питання чи є засобом перевірки зроблених згідно умови розрахунків. Вони відрізняються від фронтальних лабораторних робіт та дослідів і не заміють їх. Головна мета фронтальних експериментальних досліджень полягає у дослідженні явищ, у формуванні у школярів експериментальних умінь. Розв'язуючи експериментальні завдання школярі ці вміння використовують та розвивають.

До експериментальних віднесять два типи задач. Задачі, які у постановці проблеми містять дослідження та пояснення конкретного експерименту, задля чого використовується достатньо серйозний теоретичний матеріал, належать до першого типу. До другого типу експериментальних задач відносяться експериментальні дослідження, у яких суто експериментальними методами вивчаються процеси, явища, їх особливості та закономірності [15]. Вихідні дані для розв'язування експериментальних задач учні одержують з досліду, який учитель виконує на демонстраційному столі чи виконаного ними самими (що є більш доцільним).

Експериментальні задачі дають можливість відтворювати в навчальному процесі процедуру перевірки наукових припущень, що дозволяє реалізувати ідею випробовування гіпотези в експерименті і показати шлях становлення фізичної теорії [8, с. 27]. Щоб успішно розв’язувати експериментальні задачі школяр має володіти здатністю підібрати обладнання для виконання завдання, знати методи та прийоми, які використовуються для їх розв'язування. За допомогою експериментальних завдань та задач зникає зайва математизація фізики. Експериментуючи школярі вчаться застосовувати методи аналізу, синтезу та будувати моделі (гіпотези).

Використання експериментальних завдань передбачає наявність у фізичному кабінеті відповідного роздаткового матеріалу. Прийоми розв'язування таких завдань залежать від ролі експерименту в цьому процесі. Якщо він слугує для одержання даних, то на перший план виступає його постановка та проведення вимірювань. Отримавши потрібні дані, далі процедура розв'язування протікає як для звичайної обчислювальної. Якщо в ході експерименту необхідно перевірити результати обчислень, то поступають аналогічно, але в зворотному напрямку.

5. *Фізичні практикуми.* В старшій школі ними завершується вивчення фізики у кожному класі. Учні виконують роботи самостійно або ланками по 2-3 чоловіки, використовуючи письмові інструкції, які завчасно готуються до виконання експерименту. Роботи практикуму значно складніші, ніж фронтальні лабораторні роботи, тому на виконання відводять дві години (хоча можливе проведення і одночасових робіт). Для постановки та проведення таких робіт використовують більш складні прилади та обладнання, яке є в кабінеті фізики.

Організовуючи виконання робіт фізичного практикуму, слід виходити з тих дидактичних функцій, які визначаються його специфікою. Фізичний практикум є окремим видом навчальної діяльності і структурним елементом у системі навчального експерименту. Проводиться з метою закріплення, поглиблення, систематизації знань, формування практичних умінь і навичок, розвитку творчих здібностей, самостійності й ініціативи учнями в класі, але передбачає використання побутових приладів та застосування здобутих знань [2].

6. *Домашні та позакласні досліди та спостереження.* Традиційно педагоги такими вважають досліди, які виконуються учнями вдома, спостереження, які проводяться у буденному оточенні, на природі, у ході екскурсій на промислові та сільськогосподарські об’єкти. Безпосередній контроль з боку учителя за ходом таких експериментальних досліджень виключається. Для проведення таких операцій переважно використовують предмети домашнього вжитку та підручні матеріали, саморобні прилади, іграшкові набори, "конструктори" та комплекти, які випускаються промисловістю.

На теперішньому етапі дещо змінилася роль позакласної роботи з фізики. Формування особистості у навчально-виховному процесі відбувається в активній діяльності та тісному спілкуванні з учителем і ровесниками. Позакласна робота має для цього всі можливості, а її особистісно орієнтований характер уможливлює максимально врахувати інтереси та уподобання всіх школярів [4].

Для з'ясування, акцентування з позицій сьогодення, питання про систему навчального фізичного експерименту, насамперед необхідно обрати і ретельно розглянути ту ознаку, навколо якої й здійснюється його класифікація [16]. Розглянута класифікація шкільного навчального експерименту дозволяє розглядати його з точки зору методів навчання і є найбільш загальною та поширеною. Вона вірно визначає місце кожного з його видів у системі навчальних занять з природничо-математичних дисциплін і дозволяє раціонально підібрати навчальне обладнання. У педагогіці та методичній науці зустрічаються й інші види класифікацій [2]. Науковці [9] розрізняють кількісні та якісні досліди, виокремлюють експериментальні задачі та творчі завдання, фундаментальні досліди та демонстрації технічних установок.

У загальноосвітніх закладах існує традиційно сформована система навчального експерименту, яка дає певні позитивні результати. У методиці викладання природничих предметів накопичено значний досвід у проведенні всіх видів експерименту, створено велику кількість навчально-методичних посібників, які адресуються учителям та учням школи. Всі праці в основному спрямовані на удосконалення змісту експериментальних робіт. Актуальними питаннями методики навчання фізики виступають створення нових за змістом демонстрацій, лабораторних робіт та пошук більш ефективних способів організації та реалізації можливостей навчального експерименту.

Список використаних джерел:

1. Анциферов Л. И. Практикум по методике и технике школьного физического эксперимента: Учеб. пособ. для студентов пед. инст. по физ.–мат. спец. / Л. И. Анциферов, И. М. Пищиков. – М. : Просвещение, 1984. – 255 с.

2. Атаманчук П. С. Методична система експериментальної підготовки майбутніх учителів фізики / П. С. Атаманчук, С. І. Дмитрук, В. В. Мендерецький // Матеріали ІІ Міжнародної науково-практичної конференції «Фізико-технічна і фізична освіта у гуманістичній парадигмі». – Керч 6 : РВВ КДМТУ, 2009. – 216 с. – С. 5–7. – (м. Керч, 10–13 вересня 2009 року).

3. Буров В. А. Демонстрационный эксперимент по физике в старших класах средней школы / В. А. Буров, Б. С. Зворыкин, А. А. Покровский, И. М. Румянцев. – М.: Просвещение, 1967. – 367 с. – (Механика, теплота ; т. 1).

4. Величко Л. П. Теорія і практика навчання органічної хімії у загальноосвітніх навчальних закладах : [Монографія] / Л. П. Величко . – К.: Генеза, 2006. – 330 с.

5. Демонстраційний експеримент з фізики: Навч. посіб. / М. І. Шут, В. Ю. Биков, О. М. Кучменко, І. І. Адаменко, Ю. О. Жук, О. М. Плахтієнко, А. В. Касперський, Л. Ю. Благодаренко, В. П. Сергієнко, В. Ф. Заболотний; За заг. ред. М. І. Шута, В. Ю. Бикова. – К.: НПУ, 2003. – 237 с.: іл., табл.

6. Знаменский П. А. Методика преподавания физики в средней школе: Пособ. для учителя / П. А. Знаменский. – Л.: Учпедгиз, 1954. – 552 с.: ил., табл.

7. Коршак Є. В. Методика і техніка шкільного фізичного експерименту. Практикум : Навч. посіб. для пед. ін-в / Є. В. Коршак, Б. Ю. Миргородський. – К. : Вища шк., 1981. – 280 с. : іл., табл.

8. Кучменко О. М. Експериментально-розрахункові задачі з фізики / О. М. Кучменко, А. В. Касперський // Зб. наук. пр. Кам’янець-Поділ. держ. ун-ту. – Кам’янець-Подільський: К-ПДУ, інформ.-вид. від., 2004. – Вип. 10. – С. 26–30.

9. Ляшенко О. І. Особливості формування експериментальних умінь учнів 7–8 класів / О. І. Ляшенко, В. В. Мендерецький // Методика викладання математики і фізики: Респ. наук-метод. зб. / Під ред. О.І. Бугайова. – К., 1991. – Вип. 7. – С. 93–99.

10. Миргородський Б. Ю. Проблеми шкільного навчального експерименту з фізики / Б. Ю. Миргородський // Викладання фізики в школі: 36. ст. За ред. Є. В. Коршака. — К.: Рад. шк., 1978. — 153 с.

11. Мендерецький В. В. Навчальний експеримент в системі підготовки вчителя фізики: [монографія] / В. В. Мендерецький – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний університет, редакційно-видавничий відділ, 2006. – 256 с.

12. Основы методики преподавания физики в средней школе / В. Г. Разумовский, А. И. Бугайов, Ю. И. Дик [Под ред. А. В. Перышкина, В. Г. Разумовского, В. А. Фабриканта]. – М. : Просвещение, 1984. – 398 с.

13. Покровский А. А. Фронтальные лабораторные занятия по физике в средней школе / А. А. Покровский, Б. С. Зворыкин. – М. : Учпедгиз, 1956. – 200 с.

14. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Фізика. Астрономія 7–12 класи. – Київ : Перун, 2005. – 79 с.

15. Сергєєв О. В. Міжпредметні задачі, їх класифікація та місце у вивченні фізики у сучасній загальноосвітній середній школі / О.В.Сергєєв, Л.А.Шаповалова // Зб. наук, праць. Пед. науки. Вип. 24. – Херсон : Айлант, 2001. – С. 251–257.

16. Тищук В. І. Канонічний навчальний фізичний експеримент / В. І. Тищук, О. М. Желюк // 36. наук. пр. Кам'янець-Поділ. держ. пед. ун-ту : Серія педагогічна. – Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Поділ. держ. пед. ун-т, інформ.-вид. від., 1999. – Вип. 5. – С. 198–202.

In the article the problem of organization of experimental researches is considered on the lessons of physics. It is suggested by the different types of experiment to carry out practical preparation of schoolboys.

Key words: *experiment, experimental activity, experimental tasks, experiments, demonstrations, laboratory robot, practical works, supervisions.*

УДК 519.711

Т.В. Думанська, асистент

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ІМПУЛЬСНИХ СИСТЕМ У СКІНЧЕННОВИМІРНОМУ ПРОСТОРІ

У статті чисельно-аналітичним методом А.М.Самойленка побудовано періодичні розв'язки нелінійних систем диференціальних рівнянь з імпульсним впливом у скінченновимірному просторі.

Ключові слова: *диференціальне рівняння з імпульсним впливом, чисельно-аналітичний метод, керування* μ *, періодичний розв'язок.*

Постановка задачі.

Нехай R^n – евклідів простір. Елемент $x \in D \subset R^n$, де D – замкнута, обмежена область простору R^n. Функція $f(t,x)$ неперервна (кусково-неперервна по *t* з розривами першого роду при $t = \tau_i$), $I_i(x)$ – неперервні функції, визначені при

$$(t,x) \in R \times D = (-\infty, \infty) \times D.$$

Функція $f(t,x)$ є *T*-періодичною по *t* рівномірно відносно $x \in D$, а функція $I_i(x)$ і моменти τ_i такі, що

$$I_{i+p}(x) = I_i(x), \tau_{i+p} = \tau_i + T$$

при всіх $i \in Z, x \in D$ і при деякому натуральному *p*.

Припустимо також, що функції $f(t,x)$ і $I_i(x)$ задовольняють умову Ліпшиця по $x \in D$ рівномірно відносно $t \in R, i \in Z$

$$\left\| f(t,x') - f(t,x'') \right\| \le K_1 \left\| x' - x'' \right\|, \left\| I_i(x') - I_i(x'') \right\| \le K_2 \left\| x' - x'' \right\|$$

з сталими Ліпшиця K_1 і K_2 .

Нехай

$$\max_{\substack{t \in [0,T] \\ x \in D}} \left\| f(t,x) \right\| \le M, \max_{\substack{1 \le i \le p \\ x \in D}} \left\| I_i(x) \right\| \le M.$$

Під *d*-околом точки $x_0 \in R^n$ будемо розуміти множину точок $x \in R^n$, для яких $\left\| x - x_0 \right\| < d$.

Періодичні нелінійні диференціальні рівняння, піддані імпульсному впливу, подамо у вигляді:

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x), t \neq \tau_i, \Delta x\Big|_{t=\tau_i} = I_i(x). \tag{1}$$

Вважатимемо, що система рівнянь (1) є *T*-періодичною по *t*[1].

Чисельно-аналітичний метод Самойленка полягає у тому, що для системи рівнянь з імпульсним впливом вводиться керування μ, таке, що дана система має *T*-періодичний розв’язок. Значення μ залежить від початкового значення розв’язку. Але початкове значення розв’язку треба так підібрати, щоб в результаті знаходження розв’язку системи μ дорівнювало нулю [2].

Метою роботи є з’ясування питання про існування періодичних розв’язків нелінійних імпульсних систем диференціальних рівнянь (1).

Допоміжні твердження.

Лема 1. Нехай в системі рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = f(t) - \mu, t \neq \tau_i, \Delta x\Big|_{t=\tau_i} = I_i \tag{2}$$

функція $f(t)$ є Т-періодичною, а сталі вектори I_i і послідовність моментів τ_i такі, що $I_{i+p} = I_i, \tau_{i+p} = \tau_i + T$. Тоді існує сталий вектор μ, при якому розв’язок рівняння (2), що проходить при t=0 через задану точку x_0, є Т-періодичним.

Дійсно, проінтегрувавши рівняння (2), переконуємося, що за μ слід взяти вектор

$$\mu = \frac{1}{T}\left[\int_0^T f(t)dt + \sum_{i=1}^{p} I_i\right].$$

Позначимо через $\overline{f(t)}$ інтегральне середнє функції $f(t)$ на проміжку $[0,T]$, тобто

$$\overline{f(t)} = \frac{1}{T}\int_0^T f(\sigma)d\sigma.$$

Основний результат.

Перейдемо до побудови періодичних розв’язків системи рівнянь (1). Припустимо, що система рівнянь (1) має *T*-періодичний розв’язок і відома точка $x_0 \in D_0$, через яку даний розв’язок проходить при *t=0*. Алгоритм побудови цього розв’язку вказує теорема.

Теорема 1. Якщо система рівнянь (1), яка задовольняє вказані вище умови, має Т-періодичний розв'язок $x = \varphi(t)$, що проходить через точку $x_0 \in D_0$, то цей розв'язок є границею рівномірно збіжної послідовності періодичних функцій

$$\varphi(t) = \lim_{m \to \infty} x_m(t, x_0),$$

визначених на періоді $t \in [0, T]$ за формулою

$$x_{m+1}(t, x_0) = x_0 + \int_0^t \left[f(\sigma, x_m(\sigma, x_0)) - \overline{f(\sigma, x_m(\sigma, x_0))} \right] d\sigma +$$

$$+ \sum_{0<\tau_i<t} I_i(x_m(\tau_i, x_0)) - t\overline{I(x_m(\tau_i, x_0))}, x_0(t, x_0) \equiv x_0, m = 0,1,2,...$$

.

де $\overline{f(t, x(t))} = \frac{1}{T} \int_0^T f(\sigma, x(\sigma)) d\sigma, \overline{I(x(\tau_i, x_0))} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{p} I_i(x(\tau_i, x_0)).$

Питання існування періодичних розв'язків системи виду (1) пов'язане із питанням нулів функції

$$\Delta(x_0) = \frac{1}{T} \int_0^T f(\sigma, x_m(\sigma, x_0)) d\sigma + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{p} I_i(x_m(\tau_i, x_0)) .$$

Однак відшукати функцію $\Delta(x_0)$ практично неможливо, тому постає задача: як, виходячи з функцій

$$\Delta_m(x_0) = \frac{1}{T} \int_0^T f(\sigma, x_m(\sigma, x_0)) d\sigma + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{p} I_i(x_m(\tau_i, x_0)),$$

твердити про існування нулів функції $\Delta(x_0)$, а, як наслідок, розв'язати питання існування періодичних розв'язків рівнянь (1)?

Дану задачу можна розв'язати за допомогою наступної теореми.

Теорема 2. Нехай для системи рівнянь з імпульсним впливом (1) виконуються умови: а) для деякого цілого числа $m \geq 0$ відображення $\Delta_m : D_0 \to R^n$ має ізольовану особливу точку, тобто $\Delta_m(x_0) = 0$ є ненульовим індексом; б) існує замкнута опукла область $\overline{D}_1 \subseteq D_0$ з єдиною особливою точкою x^0 така, що на її границі $\Gamma_{\overline{D}_1}$ виконується нерівність

$$\inf_{x\in\Gamma_{\overline{D}_1}}\|\Delta_m(x)\| > \frac{q^m}{1-q}\left(K_1+\frac{K_2 p}{T}\right)\frac{MT}{2}\left(1+\frac{4p}{T}\right),$$

де q – додатне власне число матриці

$$\begin{pmatrix} \dfrac{K_1 T}{3} & K_1 \\ pK_2 T & 2pK_2 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Тоді система рівнянь (1) має Т-періодичний розв'язок $x=\varphi(t)$, для якого $\varphi(0)\in D_0$.

Доведення. Індекс ізольованої особливої точки x^0 неперервного відображення $\Delta_m(x)$ характеристично рівний векторному полю, породженому цим відображенням на сфері S^{n-1} досить малого радіуса з центром в x^0. Оскільки в D_1 міститься лише одна особлива точка x^0 і D_1 гомеоморфна кулі із R^n, то характеристика векторного поля Δ_m на сфері S^{n-1} дорівнює характеристиці цього ж поля на Γ_{D_1}. Векторні поля $\Delta_m(x)$ і $\Delta(x)$ гомотопні на Γ_{D_1}. Останнє випливає з того, що неперервно залежна від параметра $\theta, 0\le\theta\le 1$ сім'я скрізь неперервних на Γ_{D_1} векторних полів

$$V(0,x_0)=\Delta_m(x_0)+\theta(\Delta(x_0)-\Delta_m(x_0)),$$

які з'єднують поля $V(0,x_0)=\Delta_m(x_0)$ і $V(1,x_0)=\Delta(x_0)$, ніде не перетворюється в нуль. Дійсно, маємо

$$\|\Delta(x_0)-\Delta_m(x_0)\| \le \frac{1}{T}\int_0^T K_1\|x_\infty(\sigma,x_0)-x_m(\sigma,x_0)\|d\sigma +$$

$$+\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{p} K_2\|x_\infty(\tau_i,x_0)-x_m(\tau_i,x_0)\| \le$$

$$\leq q^m (1-q)^{-1}\left(K_1 + \frac{pK_2}{T}\right)\frac{MT}{2}\left(1+\frac{4p}{T}\right).$$

Звідси з урахуванням (3) випливає, що при всіх $x \in \Gamma_{D_1}$

$$\|V(0,x)\| \geq \|\Delta_m(x)\| - \|\Delta_m(x) - \Delta(x)\| > 0.$$

Оскільки характеристики гомотопних на компакті полів рівні, то характеристика на Γ_{D_1} поля $\Delta(x)$ рівна індексу особливої точки і знаходження області D_1, на межі якої виконується нерівність (3). У двовимірних системах рівнянь (1) визначити індекс завжди можна. Для простору розмірності, більшої ніж 2, підрахунок індексу ускладнюється. Однак і в цьому випадку існує ряд ряд критеріїв, які дозволяють зробити висновок, чи відмінний індекс від нуля.

Так, якщо функція $\Delta_m(x)$ неперервно диференційована в околі точки x^0 і $\det \frac{\partial \Delta_m(x)}{\partial x}\Big|_{x=x^0} \neq 0$, то індекс точки x^0 відмінний від нуля.

Вибір області D_1, на межі якої повинна виконуватись нерівність (3), може бути дещо довільним. В тому числі, для періодичних за часом систем з імпульсним впливом в стандартній формі

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon f(t,x), t \neq \tau_i, \Delta x\Big|_{t=\tau_i} = \varepsilon I_i(x),$$

де ε – малий додатній параметр, областю D_1 може бути будь-яка достатньо малого радіуса куля з центром в ізольованій особливій точці.

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. *Самойленко А.М., Перестюк Н.А.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. – Киев.: «Вища школа», 1987. – 287 с.
2. *Самойленко А.М.* Численно–аналитический метод исследования периодических систем обыкновенных дифференциальных уравнений. II // Укр. мат. журн., 1966, 18, № 2, с. 50–59.

In the article numeral analytical the method of A.M.Samoylenko is build the periodic upshots of the nonlinear systems of differential equalizations with impulsive influence in скінченновимірному space.

Key words: *differential equalization with impulsive influence, numeral analytical method, management, periodic decision.*

УДК 517.5

Ю.В.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
У.В.Гудима, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
В.О.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ФУНКЦІОНАЛА ДЛЯ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ВІДНОСНИЙ ЧЕБИШОВСЬКИЙ ЦЕНТР КОМПАКТА ЛІНІЙНОГО НОРМОВАНОГО ПРОСТОРУ

У статті встановлено деякі властивості екстремального функціонала для узагальненої задачі про чебишовський центр компакта лінійного нормованого простору.

Ключові слова: *компакт, чебишовський центр, екстремальний функціонал.*

Постановка задачі. Нехай X – лінійний над полем дійсних (комплексних) чисел нормований простір, $K(X)$ - множина непорожніх компактів цього простору, $K \in K(X)$, $V \subset X$, p - задана на X неперервна функція.

Узагальненою задачею про чебишовський центр компакта K простору X відносно множини цього простору назвемо задачу відшукання величини $\alpha_V^*(K) = \inf_{x \in V} \max_{y \in K} p(y - x)$. (1)

Якщо $p(x) = \|x\|$, $x \in X$, то задача відшукання величини (1) стає задачею про чебишовський центр компактна K відносно множини V цього простору.

При фіксованій множині V величина (1) задає на $K(X)$ функціонал $\alpha_V^*(K)$, $K \in K(X)$, який назвемо екстремальним функціоналом для задачі відшукання величини (1).

У статті встановлено деякі властивості цього функціонала, які узагальнюють властивості функціонала найкращого наближення для задачі найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору, встановлені у праці [1].

За відстань між $K_1, K_2 \in K(X)$ приймемо хаусдорфову відстань:

$$H(K_1, K_2) = \max\left\{\max_{x \in K_1} \max_{y \in K_2} \|x - y\|, \max_{y \in K_2} \max_{x \in K_1} \|x - y\|\right\}. \qquad (2)$$

Величина H задовольняє всім аксіомам метрики на множині $K(X)$ і перетворює цю множину у метричний простір $(K(X), H)$ (див., наприклад, [2,с.130]).

Нехай X^* - простір, спряжений з X.

Перетворенням Юнга-Фенкеля фукнції p, або функцією, спряженою з p, називається функція на X^*, означена рівністю

$$p^*(f) = \sup_{x\in X}\left(f(x) - p(x)\right), \ f \in X^*,$$

(див., наприклад, [3 , с. 319]).

Множина $domp^* = \{f : f \in X^*, p^*(f) < +\infty\}$ називається ефективною множиною функції p^* (див., наприклад, [3, с. 306]).

Твердження 1. Нехай $M = \{f : f \in domp^*, \sup\limits_{x\in V} f(x) < +\infty\}$ і $M \neq \varnothing$. Тоді $\alpha_V^*(K) > -\infty$ для всіх $K \in K(X)$.

Доведення. Нехай $K \in K(X)$. Для будь-якого $x\in V$, $y\in K$ одержимо, що

$$p^*(f_0) = \sup_{z\in X}\left(f_0(z) - p(z)\right) \geq f_0(y-x) - p(y-x).$$

Звідки

$$p(y-x) \geq f_0(y) - f_0(x) - p^*(f_0) \geq \min_{y\in K} f_0(y) - \sup_{x\in K} f_0(x) - p^*(f_0) > -\infty.$$

Тому і $\alpha_V^*(K) = \inf\limits_{x\in V}\max\limits_{y\in K} p(y-x) > -\infty$.

Твердження доведено.

Надалі будемо припускати, що $\alpha_V^*(K) > -\infty$ для всіх $K \subset K(X)$. Згідно з твердженням 1 це має місце, зокрема, коли $M \neq \varnothing$.

Теорема1. Якщо p є ліпшіцевим функціоналом на X, то екстремальний функціонал $\alpha_V^*(K)$, $K \in K(X)$, є неперервним на метричному просторі $(K(X), H)$.

Доведення. Нехай $L > 0$ і $|p(x_1) - p(x_2)| \leq L\|x_1 - x_2\|$, $x_1, x_2 \in X$. Для довільного додатнього числа ε покладемо $\delta = \dfrac{\varepsilon}{2L}$. Нехай $K_0 \in K(X)$, $K \in K(X)$ і $H(K, K_0) < \delta$. З останньої нерівності та з рівності (2) випливає, що

$$K \subset K_0 + O(0,\delta), \tag{3}$$

$$K_0 \subset K + O(0,\delta), \tag{4}$$

де $O(0,\delta) = \{z : z \in X, \|z\| < \delta\}$.

Для $x \in V$ одержимо, що

$$\max_{y \in K} p(y-x) - \max_{y \in K_0} p(y-x) = p(y_x - x) - \max_{y \in K_0} p(y-x), \tag{5}$$

де $y_x \in K$.

Оскільки $y_x \in K$, то внаслідок (3) $y_x = y_x^0 + z_x^0$, де $y_x^0 \in K_0$, $z_x^0 \in O(0,\delta)$. З урахуванням цього і (5) отримаємо, що

$$\max_{y \in K} p(y-x) - \max_{y \in K_0} p(y-x) \le p(y_x - x) - p(y_x^0 - x) \le$$

$$\le L\left\|y_x - y_x^0\right\| = L\left\|z_x^0\right\| < L\delta = \frac{\varepsilon}{2} < \varepsilon.$$

Тому

$$\inf_{x \in V} \max_{y \in K} p(y-x) - \inf_{x \in V} \max_{y \in K_0} p(y-x) < \varepsilon,$$

$$\alpha_V^*(K) - \alpha_V^*(K_0) < \varepsilon. \tag{6}$$

Аналогічно з використанням (4) доводиться, що

$$\alpha_V^*(K_0) - \alpha_V^*(K) < \varepsilon. \tag{7}$$

З (6), (7) робимо висновок, що для довільного $\varepsilon > 0$ існує $\delta = \dfrac{\varepsilon}{2L}$ таке, що для всіх $K \in K(X)$, для яких $H(K, K_0) < \delta$, справджується нерівність

$$\left|\alpha_V^*(K) - \alpha_V^*(K_0)\right| < \varepsilon.$$

Це й означає, що функціонал $\alpha_V^*(K)$, $K \in K(X)$, є неперервним у точці K_0 метричного простору $(K(X), H)$. Оскільки K_0 вибрано довільно з цього простору, то $\alpha_V^*(K)$, $K \in K(X)$, є неперервним на $(K(X), H)$.

Теорему доведено.

Теорема 2. Якщо V - підпростір і p - півадитивна функція на X, то функціонал $\alpha_V^*(K)$, $K \in K(X)$, є півадитивним по K.

Доведення. Нехай p є півадитивна функція на X і V - підпростір простору X. Для будь-яких $x_1, x_2 \in V$ маємо

$$\alpha_V^*(K_1 + K_2) = \inf_{x \in V} \max_{y \in K_1 + K_2} p(y - x) \le$$

$$\le \max_{y \in K_1 + K_2} p(y - x_1 - x_2) = \max_{\substack{y \in K_1, \\ y \in K_2}} p(y_1 + y_2 - x_1 - x_2) \le$$

$$\le \max_{y\in K_1} p \;\; y_1 - x_1 \;\; + \max_{y\in K_2} \;\; y_2 - x_2 \;\; .$$

Перейшовши у правій частині цієї нерівності до інфімуму по $x_1 \in V$, $x_2 \in V$, отримаємо

$$\alpha_V^* \;\; K_1 + K_2 \;\; \le \alpha_V^* \;\; K_1 \;\; + \alpha_V^* \;\; K_2 \;\; .$$

Теорему доведено.

Теорема 3. Якщо p є додатно однорідною функцією на X і V - підпростір простору X, то функціонал $\alpha_V^* \;\; K$, $K \in K \;\; X$, є додатно однорідним на $K \;\; X$, тобто

$$\alpha_V^* \;\; \lambda K \;\; = \lambda \alpha_V^* \;\; K$$

для всіх $K \in K \;\; X$, $\lambda > 0$.

Доведення. Нехай p є додатно однорідна функція на X, V - підпростір простору X, $K \in K \;\; X$, $\lambda > 0$. Маємо

$$\alpha_V^* \;\; \lambda K \;\; = \inf_{x\in V} \max_{y\in \lambda K} p \;\; y - x \;\; = \inf_{\frac{x}{\lambda}\in V} \max_{\frac{y}{\lambda}\in K} p\left(\lambda\left(\frac{y}{\lambda} - \frac{x}{\lambda}\right)\right) =$$

$$= \lambda \inf_{x\in V} \max_{y\in K} p \;\; y - x \;\; = \lambda \alpha_V^* \;\; K \;\; .$$

Це й означає, що функціонал $\alpha_V^* \;\; K$, $K \in K \;\; X$, є додатно однорідним на $K \;\; X$.

Теорему доведено.

Наслідок 1. Якщо p є сублінійним функціоналом на X і V - підпростір простору X, то функціонал $\alpha_V^* \;\; K$, $K \in K \;\; X$, є сублінійним функціоналом на $K \;\; X$.

Список використаних джерел:

1. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения / Н.П.Корнейчук – М.: Наука, 1976. – 320с.
2. Борисович Ю.Г.Многозначные отображения/ Ю.Г.Борисович, Б.Д.Гельман, А.Д.Мышкис, В.В. Обуховский // Итоги науки и техники/ ВИНИТИ. Мат. анализ. – 1982. – 19. – С.127 – 231.
3. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.-Ж. Лоран. — М. : Мир, 1975. — 496 с.

We established the properties of functional of best approximation for the generalized problem are set about the relative Chebyshew center of the compact of the linear normed space.

Key words: compact, functional of best approximation, Chebyshew center.

УДК 517.947

І.М.Конет, доктор фізико-математичних наук, професор

ІНТЕГРАЛЬНІ ЗОБРАЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ГІПЕРБОЛІЧНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ В НАПІВОБМЕЖЕНИХ КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ ПРОСТОРОВИХ ОБЛАСТЯХ

Методом функції впливу та функції Гріна (головних розв'язків) побудовано інтегральні зображення точних аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру гіперболічних крайових задач в напівобмежених кусково-однорідних просторових областях. Для побудови головних розв'язків залучено відповідні інтегральні перетворення Фур'є на декартових півосі та сегменті, а також інтегральне перетворення Фур'є на декартовій півосі з n точками спряження.

Ключові слова: *гіперболічне рівняння, початкові та крайові умови, умови спряження, інтегральні перетворення, головні розв'язки.*

Вступ. Теорія крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними – важливий розділ сучасної теорії диференціальних рівнянь, який в теперішній час інтенсивно розвивається. Її актуальність обумовлена як значимістю її результатів для розвитку багатьох розділів математики, так і численними застосуваннями її досягнень при дослідженні різноманітних математичних моделей різних процесів і явищ фізики, хімії, біології, механіки, медицини, економіки та техніки.

Добре відомо, що складність досліджуваних крайових задач суттєво залежить від коефіцієнтів рівнянь (різні види вироджeностей і особливостей) та геометрії області (гладкість її межі, наявність в неї кутових точок), в якій розглядається задача. На цей час досить детально вивчено властивості розв'язків крайових задач для лінійних, квазілінійних та певних класів нелінійних рівнянь в однозв'язних областях (однорідних середовищах), які обумовлені згаданими вище властивостями коефіцієнтів рівнянь і геометрії області, та побудовано функціональні простори коректності задач для тих чи інших областей [1-5].

Водночас багато важливих прикладних задач теплофізики, термомеханіки, теорії пружності, теорії електричних кіл, теорії коливань приводять до крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними не тільки в однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівнянь є неперервними, але й в кусково-однорідних та неоднорідних середовищах, коли коефіцієнти рівняння є кусково-неперервними чи, зокрема, кусково-сталими [6-9].

Окрім методу відокремлення змінних [10] одним з важливих і ефективних методів вивчення крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними є метод інтегральних перетворень, який дає можливість будувати в аналітичному вигляді розв'язки тих чи інших лінійних крайових задач через їх інтегральне зображення. Варто також зауважити, що для досить широкого класу задач (в кусково-однорідних середовищах) ефективним виявився метод гібридних інтегральних перетворень, які породженні гібридними диференціальними операторами, коли на кожній компоненті зв'язності кусково-однорідного середовища розглядаються або ж різні диференціальні оператори, або ж диференціальні оператори того ж самого вигляду але з різними наборами коефіцієнтів [11-16].

Інтегральні зображення розв'язків гіперболічних крайових задач в необмежених двоскладових та тришарових просторових областях одержано у працях автора [17-19].

У цій статті, яка є логічним продовженням [20, 21], ми пропонуємо точні аналітичні розв'язки гіперболічних крайових задач в напівобмежених кусково-однорідних просторових областях, які описуються декартовою системою координат.

Постановка задачі. Розглянемо задачу побудови обмеженого на множині

$$D_3 = \{(t,x,y,z);\, t>0;\ (x,y)\in\Omega_2 = \langle a;b\rangle\times\langle c;d\rangle;$$

$$z\in \mathrm{I}_n^+ = \bigcup_{j=1}^{n+1}\mathrm{I}_j \equiv \bigcup_{j=1}^{n+1}(l_{j-1};l_j),\ l_0\geq 0;\ l_j;\ l_{n+1}=\infty\}$$

розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь гіперболічного типу [10]

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} - \left[a_{xj}^2\frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_{yj}^2\frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_{zj}^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_j + \chi_j^2 u_j = \tag{1}$$

$$= f_j(t,x,y,z);\ z\in\mathrm{I}_j;\ j=\overline{1,n+1}$$

з початковими умовами

$$u_j\Big|_{t=0} = g_j^1(x,y,z);\ \frac{\partial u_j}{\partial t}\Big|_{t=0} = g_j^2(x,y,z);\ z\in\mathrm{I}_j;\ j=\overline{1,n+1}; \tag{2}$$

крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0\frac{\partial}{\partial z} + \beta_{11}^0\right)u_1\Big|_{z=l_0} = g_0(t,x,y);\ \frac{\partial^k u_{n+1}}{\partial z^k}\Big|_{z=+\infty} = 0;\ k=0,1; \tag{3}$$

умовами спряження [16]

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j1}^k\right)u_k - \left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j2}^k\right)u_{k+1}\right]\Big|_{z=l_k} = 0;\ j=1,2;\ k=\overline{1,n} \tag{4}$$

та відповідними крайовими умовами на межі області Ω_2, де a_{xj},

a_{yj}, a_{zj}, χ_j, α^k_{js}, β^k_{js} - деякі невід'ємні сталі; $c_{jk} = \alpha^k_{2j}\beta^k_{1j} - \alpha^k_{1j}\beta^k_{2j} \neq 0; \left|\alpha^0_{11}\right| + \left|\beta^0_{11}\right| \neq 0; c_{1k}c_{2k} > 0;$ $f(t,x,y,z) = (f_1(t,x,y,z), f_2(t,x,y,z), \ldots, f_{n+1}(t,x,y,z));$

$g^1(x,y,z) = (g^1_1(x,y,z), g^1_2(x,y,z), \ldots, g^1_{n+1}(x,y,z));$ $g^2(x,y,z) = (g^2_1(x,y,z), g^2_2(x,y,z), \ldots, g^2_{n+1}(x,y,z));$ $g_0(t,x,y)$ - задані обмежені неперервні функції; $u(t,x,y,z) = (u_1(t,x,y,z), u_2(t,x,y,z), \ldots, u_{n+1}(t,x,y,z))$ - шукана функція.

Основна частина. Побудуємо розв'язок розглянутої задачі в залежності від структури області Ω_2.

1. $\Omega_2 = (0;+\infty) \times (0;b)$. У цьому випадку вважаємо, що на межі області Ω_2 виконуються крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial x} + p\right)u_j\Big|_{x=0} = \theta_j(t,y,z);\ \frac{\partial^k u_j}{\partial x^k}\Big|_{x=+\infty} = 0; k = 0,1;\ j = \overline{1,n+1} \quad (5)$$

щодо змінної *x* та крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial y} + h_1\right)u_j\Big|_{y=0} = \omega^1_j(t,x,z);\ \left(\frac{\partial}{\partial y} + h_2\right)u_j\Big|_{y=b} = \omega^2_j(t,x,z) \quad (6)$$

щодо змінної *y*, де $p, h_s\ (s = 1,2)$ – деякі невід'ємні сталі; $\theta(t,y,z) = (\theta_1(t,y,z), \theta_2(t,y,z), \ldots, \theta_{n+1}(t,y,z));$ $\omega^1(t,x,z) = (\omega^1_1(t,x,z), \omega^1_2(t,x,z), \ldots, \omega^1_{n+1}(t,x,z));$ $\omega^2(t,x,z) = (\omega^2_1(t,x,z), \omega^2_2(t,x,z), \ldots, \omega^2_{n+1}(t,x,z))$ – задані обмежені неперервні функції.

Припустимо, що розв'язок задачі (1)-(6) існує і задані й шукані функції задовольняють умови застосовності залучених нижче інтегральних перетворень [22, 16].

До задачі (1)-(6) застосуємо інтегральне перетворення Фур'є на декартовій півосі $(0;+\infty)$ щодо змінної x [22]:

$$F_{+x}\left[g(x)\right]=\int\limits_{0}^{+\infty} g(x)\,K_x(x,\sigma)\,dx\equiv\tilde{g}(\sigma), \tag{7}$$

$$F_{+x}^{-1}\left[\tilde{g}(\sigma)\right]=\int\limits_{0}^{+\infty}\tilde{g}(\sigma)\,K_x(x,\sigma)\,d\sigma\equiv g(x), \tag{8}$$

$$F_{+x}\left[\frac{d^2g}{dx^2}\right]=-\sigma^2\tilde{g}(\sigma)+K_x(0,\sigma)\left(-\frac{dg}{dx}+pg\right)\Bigg|_{x=0}, \tag{9}$$

де ядро перетворення

$$K_x(x,\sigma)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\sigma\cos(\sigma x)+p\sin(\sigma x)}{\sqrt{\sigma^2+p^2}}.$$

Інтегральний оператор F_{+x} за правилом (7) внаслідок тотожності (9) початково-крайовій задачі (1)-(6) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D_3'=\{(t,y,z);\,t>0;\,y\in(0;b);\,z\in \mathrm{I}_n^+\}$ розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2\tilde{u}_j}{\partial t^2}-\left[a_{yj}^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}+a_{zj}^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\tilde{u}_j+\left(a_{xj}^2\sigma^2+\chi_j^2\right)\tilde{u}_j=\\&=\tilde{F}_j(t,\sigma,y,z);\;z\in\mathrm{I}_j;\;j=\overline{1,n+1}\end{aligned} \tag{10}$$

з початковими умовами

$$\tilde{u}_j\Big|_{t=0}=\tilde{g}_j^1(\sigma,y,z),\;\frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial t}\Bigg|_{t=0}=\tilde{g}_j^2(\sigma,y,z);\,z\in\mathrm{I}_j;\;j=\overline{1,n+1}; \tag{11}$$

крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{11}^0\right)\tilde{u}_1\Bigg|_{z=l_0}=\tilde{g}_0(t,\sigma,y);\;\frac{\partial^k\tilde{u}_{n+1}}{\partial z^k}\Bigg|_{z=+\infty}=0;\,k=0,1; \tag{12}$$

$$\begin{aligned}&\left(-\frac{\partial}{\partial y}+h_1\right)\tilde{u}_j\Bigg|_{y=0}=\omega_j^1(t,\sigma,z);\;\left(\frac{\partial}{\partial y}+h_2\right)\tilde{u}_j\Bigg|_{y=b}=\\&=\omega_j^2(t,\sigma,z);\,z\in\mathrm{I}_j;\;j=\overline{1,n+1}\end{aligned} \tag{13}$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^k\right)\tilde{u}_k-\left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^k\right)\tilde{u}_{k+1}\right]\Bigg|_{z=l_k}=0;\,j=1,2;\,k=\overline{1,n}, \tag{14}$$

де

$$F_j(t,\sigma,y,z)=f_j(t,\sigma,y,z)+a_{xj}^2K_x(0,\sigma)\theta_j(t,y,z);\ j=\overline{1,n+1}.$$

До задачі (10)-(14) застосуємо скінченне інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $[0;b]$ щодо змінної y [22]:

$$\Lambda_{yk}\left[g(y)\right]=\int_0^b g(y)v_k(y)\,dy\equiv g_k, \tag{15}$$

$$\Lambda_{yk}^{-1}[g_k]=\sum_{k=1}^{\infty}g_k\frac{v_k(y)}{\|v_k\|^2}\equiv g(y), \tag{16}$$

$$\Lambda_{yk}\left[\frac{d^2g}{dy^2}\right]=-\gamma_k^2g_k+v_k(0)\left(-\frac{dg}{dy}+h_1g\right)\Bigg|_{y=0}+$$

$$+v_k(b)\left(\frac{dg}{dy}+h_2g\right)\Bigg|_{y=b}, \tag{17}$$

де ядро перетворення

$$v_k(y)=\frac{\gamma_k\cos(\gamma_ky)+h_1\sin(\gamma_ky)}{\sqrt{\gamma_k^2+h_1^2}},$$

$$\|v_k\|^2\equiv\int_0^b v_k^2(y)\,dy=\frac{b}{2}+\frac{(h_1+h_2)(\gamma_k^2+h_1h_2)}{2(\gamma_k^2+h_1^2)(\gamma_k^2+h_2^2)},$$

$\{\gamma_k\}_{k=1}^{\infty}$ – монотонно зростаюча послідовність дійсних різних додатних коренів трансцендентного рівняння

$$ctg(\gamma b)=\frac{\gamma^2-h_1h_2}{\gamma(h_1+h_2)},$$

які утворюють дискретний спектр.

Інтегральний оператор Λ_{yk} за правилом (15) внаслідок тотожності (17) початково-крайової задачі (10)-(14) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D_3''=\{(t,z);t>0;z\in I_n^+\}$ розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial^2\tilde{u}_{jk}}{\partial t^2}-a_{zj}^2\frac{\partial^2\tilde{u}_{jk}}{\partial z^2}+\left(a_{xj}^2\sigma^2+a_{yj}^2\gamma_k^2+\chi_j^2\right)\tilde{u}_{jk}= \\
=\tilde{G}_{jk}(t,\sigma,z);\, z\in \mathrm{I}_j;\; j=\overline{1,n+1}
\end{gathered} \tag{18}
$$

з початковими умовами

$$
\tilde{u}_{jk}\Big|_{t=0}=\tilde{g}_{jk}^1(\sigma,z);\;\frac{\partial\tilde{u}_{jk}}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\tilde{g}_{jk}^2(\sigma,z);\; z\in \mathrm{I}_j;\; j=\overline{1,n+1}; \tag{19}
$$

крайовими умовами

$$
\left(\alpha_{11}^0\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{11}^0\right)\tilde{u}_{1k}\bigg|_{z=l_0}=\tilde{g}_{0k}(t,\sigma);\;\frac{\partial^s\tilde{u}_{n+1,k}}{\partial z^s}\bigg|_{z=+\infty}=0;\; s=0,1 \tag{20}
$$

та умовами спряження

$$
\left[\left(\alpha_{j1}^s\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^s\right)\tilde{u}_{sk}-\left(\alpha_{j2}^s\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^s\right)\tilde{u}_{s+1,k}\right]\bigg|_{z=l_s}=0;\; s=\overline{1,n}, \tag{21}
$$

де

$$
\begin{gathered}
\tilde{G}_{jk}(t,\sigma,z)=\tilde{F}_{jk}(t,\sigma,z)+a_{yj}^2\nu_k(0)\,\tilde{\omega}_j^1(t,\sigma,z)+ \\
+a_{yj}^2\nu_k(b)\,\tilde{\omega}_j^2(t,\sigma,z);\; j=\overline{1,n+1}.
\end{gathered}
$$

До задачі (18)-(21) застосуємо інтегральне перетворення Фур'є на декартовій півосі $(l_0;+\infty)$ з n точками спряження щодо змінної z [16]:

$$
F_{n,+}\left[g(z)\right]=\int_{l_0}^{+\infty}g(z)\,V(z,\beta)\,\sigma(z)\,dz\equiv\tilde{g}(\beta), \tag{22}
$$

$$
F_{n,+}^{-1}\left[\tilde{g}(\beta)\right]=\frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\tilde{g}(\beta)\,V(z,\beta)\,\Omega_n(\beta)\,d\beta\equiv g(z), \tag{23}
$$

$$
\begin{gathered}
F_{n,+}\left[\sum_{j=1}^{n}a_{zj}^2\theta(z-l_{j-1})\,\theta(l_j-z)\frac{d^2g}{dz^2}+a_{z,n+1}^2\theta(z-l_n)\frac{d^2g}{dz^2}\right]= \\
=-\beta^2\tilde{g}(\beta)-\sigma_1a_{z1}^2\left(\alpha_{11}^0\right)^{-1}V_1(z,l_0)\left(\alpha_{11}^0\frac{d}{dz}+\beta_{11}^0g\right)\bigg|_{z=l_0}- \\
-\sum_{j=1}^{n+1}k_j^2\int_{l_{j-1}}^{l_j}g(z)\,V_j(z,\beta)\,\sigma_j dz.
\end{gathered} \tag{24}
$$

У формулах (22)-(24) беруть участь величини і функції:

$$V(z,\beta)=\sum_{k=1}^{n}V_k(z,\beta)\,\theta(z-l_{k-1})\,\theta(l_k-z)+V_{n+1}(z,\beta)\,\theta(z-l_n);$$

$$\sigma(z)=\sum_{k=1}^{n}\sigma_k\theta(z-l_{k-1})\,\theta(l_k-z)+\sigma_{n+1}\theta(z-l_n);\Omega_n(\beta)=$$

$$=\frac{\beta}{b_{n+1}(\beta)\,\omega_n(\beta)};V_m(z,\beta)=\prod_{j=m}^{n}c_{2j}a_{z,j+1}^{-1}b_{j+1}(\beta)\,G_m(z,\beta);$$

$$m=\overline{1,n};V_{n+1}(z,\beta)=\omega_{n2}(\beta)\cos\left(\frac{b_{n+1}z}{a_{z,n+1}}\right)-\omega_{n1}(\beta)\sin\left(\frac{b_{n+1}z}{a_{z,n+1}}\right);$$

$$\sigma_k=\prod_{j=k}^{n}\frac{c_{1j}\cdot a_{z,n+1}}{c_{2j}\cdot a_{zj}^{2}};\sigma_n=\frac{c_{1n}\cdot a_{z,n+1}}{c_{2n}\cdot a_{zn}};\sigma_{n+1}=\frac{1}{a_{z,n+1}};G_k(z,\beta)=$$

$$=\omega_{k-1,2}(\beta)\cos\left(\frac{b_kz}{a_{zk}}\right)-\omega_{k-1,1}(\beta)\sin\left(\frac{b_kz}{a_{zk}}\right);k=\overline{1,n};b_j(\beta)=$$

$$=\left(\beta^2+k_j^2\right)^{1/2};j=\overline{1,n+1};\omega_n(\beta)=\omega_{n1}^2(\beta)+\omega_{n2}^2(\beta);$$

$$\omega_{01}(q_1l_0)=-\upsilon_{11}^{01}(q_1l_0);\omega_{02}(q_1l_0)=-\upsilon_{11}^{02}(q_1l_0);\omega_{jm}(\beta)=$$

$$=\omega_{j-1,2}(\beta)\,\Psi_{1m}^{j}(q_jl_j;q_{j+1}l_j)-\omega_{j-1,1}(\beta)\,\Psi_{2m}^{j}(q_jl_j;q_{j+1}l_j);$$

$$m=1,2;\Psi_{jm}^{k}(q_kl_k;q_{k+1}l_k)=\upsilon_{11}^{kj}(q_kl_k)\,\upsilon_{22}^{km}(q_{k+1}l_k)-$$

$$-\upsilon_{21}^{kj}(q_kl_k)\,\upsilon_{12}^{km}(q_{k+1}l_k);$$

$$\upsilon_{ij}^{k1}(q_sl_m)\equiv\left(\alpha_{ij}^{k}\frac{d}{dz}+\beta_{ij}^{k}\right)\cos(q_sz)\Big|_{z=l_m}=$$

$$=-\alpha_{ij}^{k}q_s\sin(q_sl_m)+\beta_{ij}^{k}\cos(q_sl_m);$$

$$\upsilon_{ij}^{k2}(q_sl_m)\equiv\left(\alpha_{ij}^{k}\frac{d}{dz}+\beta_{ij}^{k}\right)\sin(q_sz)\Big|_{z=l_m}=$$

$$=\alpha_{ij}^{k}q_s\cos(q_sl_m)+\beta_{ij}^{k}\sin(q_sl_m);$$

$\theta(x)$ - одинична функція Гевісайда [22].

Запишемо систему диференціальних рівнянь (18) та початкові умови (19) у матричній формі

$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}-a_{z1}^2\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}+q_1^2(\sigma,\gamma_k)\right)\tilde{u}_{1k}(t,\sigma,z) \\ \left(\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}-a_{z2}^2\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}+q_2^2(\sigma,\gamma_k)\right)\tilde{u}_{2k}(t,\sigma,z) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \left(\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}-a_{z,n+1}^2\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}+q_{n+1}^2(\sigma,\gamma_k)\right)\tilde{u}_{n+1,k}(t,\sigma,z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{1k}(t,\sigma,z) \\ \tilde{G}_{2k}(t,\sigma,z) \\ \dots\dots\dots \\ \tilde{G}_{n+1,k}(t,\sigma,z) \end{bmatrix}, \tag{25}$$

$$\left.\begin{bmatrix} \tilde{u}_{1k}(t,\sigma,z) \\ \tilde{u}_{2k}(t,\sigma,z) \\ \dots\dots\dots \\ \tilde{u}_{n+1,k}(t,\sigma,z) \end{bmatrix}\right|_{t=0} = \begin{bmatrix} \tilde{g}_{1k}^1(\sigma,z) \\ \tilde{g}_{2k}^1(\sigma,z) \\ \dots\dots\dots \\ \tilde{g}_{n+1,k}^1(\sigma,z) \end{bmatrix}; \left.\frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} \tilde{u}_{1k}(t,\sigma,z) \\ \tilde{u}_{2k}(t,\sigma,z) \\ \dots\dots\dots \\ \tilde{u}_{n+1,k}(t,\sigma,z) \end{bmatrix}\right|_{t=0} = \begin{bmatrix} \tilde{g}_{1k}^2(\sigma,z) \\ \tilde{g}_{2k}^2(\sigma,z) \\ \dots\dots\dots \\ \tilde{g}_{n+1,k}^2(\sigma,z) \end{bmatrix}, \tag{26}$$

де

$$q_j^2(\sigma,\gamma_k) = a_{xj}^2\sigma^2 + a_{yj}^2\gamma_k^2 + \chi_j^2;\ j=\overline{1,n+1}.$$

Інтегральний оператор $F_{n,+}$, який діє за правилом (22), зобразимо у вигляді операторної матриці-рядка

$$F_{n,+}[\dots] = \left[\int_{l_0}^{l_1}\dots V_1(z,\beta)\sigma_1 dz \int_{l_1}^{l_2}\dots V_2(z,\beta)\sigma_2 dz \dots \int_{l_n}^{+\infty}\dots V_{n+1}(z,\beta)\sigma_{n+1}dz\right] \tag{27}$$

і застосуємо за правилом множення матриць до задачі (25), (26). Внаслідок тотожності (24) одержуємо задачу Коші

$$\sum_{j=1}^{n+1}\left(\frac{d^2}{dt^2}+\beta^2+q_j^2(\sigma,\gamma_k)+k_j^2\right)\tilde{\tilde{u}}_{jk}(t,\sigma,\beta) = \\ =\sum_{j=1}^{n+1}\tilde{\tilde{G}}_{jk}(t,\sigma,\beta)-\sigma_1 a_{z1}^2(\alpha_{11}^0)^{-1}V_1(l_0,\beta)\tilde{g}_{0k}(t,\sigma), \tag{28}$$

$$\left.\sum_{j=1}^{n+1}\tilde{\tilde{u}}_{jk}\right|_{t=0} = \sum_{j=1}^{n+1}\tilde{\tilde{g}}_{jk}^1(\sigma,\beta);\ \left.\frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{n+1}\tilde{\tilde{u}}_{jk}\right|_{t=0} = \sum_{j=1}^{n+1}\tilde{\tilde{g}}_{jk}(\sigma,\beta), \tag{29}$$

де

$$\tilde{\tilde{u}}_{jk}\;\; t,\sigma,\beta \;\; = \int\limits_{l_{j-1}}^{l_j} \tilde{u}_{jk}\;\; t,\sigma,z\;\; V_j\;\; z,\beta\;\; \sigma_j dz;\; j=\overline{1,n+1};$$

$$\tilde{\tilde{G}}_{jk}\;\; t,\sigma,\beta \;\; = \int\limits_{l_{j-1}}^{l_j} \tilde{G}_{jk}\;\; t,\sigma,z\;\; V_j\;\; z,\beta\;\; \sigma_j dz;\; j=\overline{1,n+1};$$

$$\tilde{\tilde{g}}^{1}_{jk}\;\; \sigma,\beta \;\; = \int\limits_{l_{j-1}}^{l_j} \tilde{g}^{1}_{jk}\;\; \sigma,z\;\; V_j\;\; z,\beta\;\; \sigma_j dz;\; j=\overline{1,n+1};$$

$$\tilde{\tilde{g}}^{2}_{jk}\;\; \sigma,\beta \;\; = \int\limits_{l_{j-1}}^{l_j} \tilde{g}_{jk}\;\; \sigma,z\;\; V_j\;\; z,\beta\;\; \sigma_j dz;\; j=\overline{1,n+1};\, l_{n+1}=+\infty.$$

Припустимо, не зменшуючи загальності, що $\max\;\; q_1^2, q_2^2, \ldots$

$\ldots q_{n+1}^2 \;\; = q_1^2$ і покладемо всюди $k_j^2 = q_1^2 - q_j^2 \quad j=\overline{1,n+1}$.

Задача Коші (28), (29) набуває вигляду

$$\frac{d^2\tilde{\tilde{u}}_k}{dt^2} + \Delta^2\;\; \sigma,\gamma_k,\beta\;\; \tilde{\tilde{u}}_k = \tilde{\tilde{G}}_k\;\; t,\sigma,\beta\;\; - \\ -\sigma_1 a_{z1}^2\;\; \alpha_{11}^0\;\;^{-1} V_1\;\; l_0,\beta\;\; \tilde{g}_{0k}\;\; t,\sigma\;\; , \tag{30}$$

$$\tilde{\tilde{u}}_k\Big|_{t=0} = \tilde{\tilde{g}}_k^1\;\; \sigma,\beta\;\; ,\; \frac{d\tilde{\tilde{u}}_k}{dt}\Bigg|_{t=0} = \tilde{\tilde{g}}_k^2\;\; \sigma,\beta\;\; , \tag{31}$$

де $\tilde{\tilde{u}}_k\;\; t,\sigma,\beta\;\; = \sum\limits_{j=1}^{n+1} \tilde{\tilde{u}}_{jk}\;\; t,\sigma,\beta\;\; ;\Delta^2\;\; \sigma,\gamma_k,\beta\;\; = \beta^2 + a_{x1}^2\sigma^2 +$

$$+a_{y1}^2\gamma_k^2 + \chi_1^2; \tilde{\tilde{G}}_k\;\; t,\sigma,\beta\;\; = \sum_{j=1}^{n+1} \tilde{\tilde{G}}_{jk}\;\; t,\sigma,\beta\;\; ; \tilde{\tilde{g}}_k^1\;\; \sigma,\beta\;\; =$$

$$= \sum_{j=1}^{n+1} \tilde{\tilde{g}}_{jk}^1\;\; \sigma,\beta\;\; ; \tilde{\tilde{g}}_k^2\;\; \sigma,\beta\;\; = \sum_{j=1}^{n+1} \tilde{\tilde{g}}_{jk}^2\;\; \sigma,\beta\;\; .$$

Безпосередньо перевіряється, що єдиним розв’язком задачі (30), (31) є функція

$$
\begin{gathered}
\tilde{\tilde{u}}_k(t,\sigma,\beta) = \frac{\sin(\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)\,t)}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)}\,\tilde{\tilde{g}}_k^2(\sigma,\beta) + \\
+\frac{d}{dt}\frac{\sin(\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)\,t)}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)}\,\tilde{\tilde{g}}_k^1(\sigma,\beta) + \int_0^t \frac{\sin(\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)(t-\tau))}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)} \times \\
\times\left[\tilde{\tilde{G}}_k(\tau,\sigma,\beta) - \sigma_1 a_{z1}^2 (\alpha_{11}^0)^{-1} V_1(l_0,\beta)\,\tilde{g}_{0k}(\tau,\sigma)\right] d\tau.
\end{gathered}
\tag{32}
$$

Оскільки суперпозиція операторів $F_{n,+}$ та $F_{n,+}^{-1}$ є одиничним оператором, то оператор $F_{n,+}^{-1}$, зобразимо у вигляді операторної матриці-стовпця

$$
F_{n,+}^{-1}[\ldots] = \frac{2}{\pi}\begin{bmatrix} \int_0^{+\infty} \ldots V_1(z,\beta)\,\Omega_n(\beta)\,d\beta \\ \int_0^{+\infty} \ldots V_2(z,\beta)\,\Omega_n(\beta)\,d\beta \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \int_0^{+\infty} \ldots V_{n+1}(z,\beta)\,\Omega_n(\beta)\,d\beta \end{bmatrix}.
\tag{33}
$$

Застосуємо за правилом множення матриць операторну матрицю-стовпець (33) до матриці-елемента $\left[\tilde{\tilde{u}}_k(t,\sigma,\beta)\right]$, де функція $\tilde{\tilde{u}}_k(t,\sigma,\beta)$ визначена формулою (32). Одержуємо єдиний розв’язок початково-крайової задачі (18)-(21):

$$
\begin{gathered}
\tilde{u}_{jk}(t,\sigma,z) = \frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\left[\frac{\sin(\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)\,t)}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)}\,\tilde{\tilde{g}}_k^2(\sigma,\beta) + \right. \\
\left. +\frac{\partial}{\partial t}\frac{\sin(\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)\,t)}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)}\,\tilde{\tilde{g}}_k^1(\sigma,\beta)\right] V_j(z,\beta)\,\Omega_n(\beta)\,d\beta + \\
+\int_0^t \frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty} \frac{\sin(\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)(t-\tau))}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\beta)}\left[\tilde{\tilde{G}}_k(\tau,\sigma,\beta) - \sigma_1 a_{z1}^2 (\alpha_{11}^0)^{-1} \times \right. \\
\left. \times V_1(l_0;\beta)\,\tilde{g}_{0k}(\tau,\sigma)\right] V_j(z,\beta)\,\Omega_n(\beta)\,d\beta\, d\tau;\ j = \overline{1,n+1}.
\end{gathered}
\tag{34}
$$

До функцій $\tilde{u}_{jk}(t,\sigma,z)$, визначених формулами (34), застосуємо обернені оператори Λ_{yk}^{-1} за правилом (16) та F_{+x}^{-1} за правилом (8). Виконавши нескладні перетворення, одержуємо функції

$$u_j(t,x,y,z) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n+1} \int_0^t \int_0^{+\infty} \int_0^b \int_{l_{k-1}}^{l_k} E_{jk}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta) f_k(\tau,\xi,\eta,\zeta) \sigma_k d\xi d\eta d\zeta d\tau +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=1}^{n+1} \int_0^{+\infty} \int_0^b \int_{l_{k-1}}^{l_k} E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta) g_k^1(\xi,\eta,\zeta) \sigma_k d\xi d\eta d\zeta +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n+1} \int_0^{+\infty} \int_0^b \int_{l_{k-1}}^{l_k} E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta) g_k^2(\xi,\eta,\zeta) \sigma_k d\xi d\eta d\zeta + \tag{35}$$

$$+ \int_0^t \int_0^{+\infty} \int_0^b W_j(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z) g_0(\tau,\xi,\eta) d\xi d\eta d\tau +$$

$$a_{xj}^2 \sum_{k=1}^{n+1} \int_0^t \int_0^b \int_{l_{k-1}}^{l_k} W_{xjk}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta) \theta_k(\tau,\eta,\zeta) \sigma_k d\eta d\zeta d\tau +$$

$$a_{yj}^2 \sum_{k=1}^{n+1} \int_0^t \int_0^{+\infty} \int_{l_{k-1}}^{l_k} \Big[W_{xjk}^1(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta) \varphi_k^1(\tau,\xi,\zeta) -$$

$$+ W_{yjk}^2(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta) \varphi_k^2(\tau,\xi,\zeta) \Big] \sigma_k d\xi d\zeta d\tau; \; j = \overline{1,n+1},$$

які визначають єдиний розв'язок гіперболічної початково-крайової задачі (1)-(6).

У формулах (35) застосовано компоненти

$$E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta) = \frac{2}{\pi} \sum_{r=1}^{\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{\sin \Delta(\sigma,\gamma_r,\beta) t}{\Delta(\sigma,\gamma_r,\beta)} V_j(z,\beta) \times$$

$$\times V_k(\zeta,\beta) \Omega_n(\beta) K_x(x,\sigma) K_x(\xi,\sigma) \frac{v_r(y) v_r(\eta)}{\|v_r\|^2} d\sigma d\beta; \; j,k = \overline{1,n+1}$$

матриці впливу (функції впливу), компоненти

$$W_j(t,x,\xi,y,\eta,z) = -\sigma_1 a_{z1}^2 (\alpha_{11}^0)^{-1} E_{j1}(t,x,\xi,y,\eta,z,l_0)$$

аплікатної матриці Гріна (функції Гріна), компоненти

$$W_{xjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta) = E_{j1}(t,x,0,y,\eta,z,\zeta)$$

абсцисної матриці Гріна, компоненти

$$W_{yjk}^1(t,x,\xi,y,z,\zeta) = E_{jk}(t,x,\xi,y,0,z,\zeta)$$

лівої ординатної матриці Гріна та компоненти

$$W_{yjk}^{2}\;\; t,x,\xi,y,z,\zeta \;\; = E_{jk}\;\; t,x,\xi,y,b,z,\zeta$$

правої ординатної матриці Гріна розглянутої задачі.

З використанням властивостей функцій впливу $E_{jk}\;\; t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta$ і функцій Гріна $W_{j}\;\; t,x,\xi,y,\eta,z$, $W_{xjk}\;\; t,x,y,\eta,z,\zeta\;\; ,W_{yjk}^{s}\;\; t,x,\xi,y,z,\zeta$, $s=1,2$ безпосередньо перевіряється, що функції $u_{j}\;\; t,x,y,z$, визначені формулами (35), задовольняють рівняння (1), початкові умови (2), крайові умови (3), (5), (6) та умови спряження (4) в сенсі теорії узагальнених функцій [23].

Зауваження 1. У випадку $a_{xj}^{2}=a_{yj}^{2}=a_{zj}^{2}\equiv a_{j}^{2}>0$ формули (35) визначають структуру розв'язку гіперболічної крайової задачі (1)-(6) в ізотропному (*n+1*) – шаровому напівобмеженому просторовому середовищі.

Зауваження 2. Параметри $\alpha_{11}^{0},\ \beta_{11}^{0}$ дають можливість виділяти із формул (35) розв'язки крайових задач у випадках задання на поверхні $z=l_{0}$ крайової умови 1-го роду $\alpha_{11}^{0}=0,\ \beta_{11}^{0}=1$, 2-го роду $\alpha_{11}^{0}=-1,\ \beta_{11}^{0}=0$ та 3-го роду $\alpha_{11}^{0}=-1,\ \beta_{11}^{0}\equiv h>0$.

Зауваження 3. Параметри $p,h_{j}\;\; j=1,2$ дають можливість виділяти із формул (35) розв'язки початково-крайових задач (1)-(6) у випадках задання на поверхнях $x=0;\, y=0,\, y=b$ крайових умов 1-го й 2-го роду та їх можливих комбінацій.

Зауваження 4. Аналіз розв'язку (35) в залежності від аналітичного виразу функцій $f_{j}\;\; t,x,y,z\;\; ,g_{j}^{1}\;\; x,y,z\;\; ,g_{j}^{2}\;\; x,y,z$,

$$g_{0}\;\; t,x,y\;\; ,\theta_{j}\;\; t,y,z\;\; \omega_{j}^{1}\;\; t,x,z\;\; ,\omega_{j}^{2}\;\; t,x,z\;\; ,\, j=\overline{1,n+1}$$

проводиться безпосередньо.

2. $\Omega_{2}=\;\; 0;a\;\; \times\;\; 0;b$. У цьому випадку вважаємо, що на межі області Ω_{2} виконуються крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial x}+p_{1}\right)u_{j}\Bigg|_{x=0}=\theta_{j}^{1}\;\; t,y,z\;\; ;\left(\frac{\partial}{\partial x}+p_{2}\right)u_{j}\Bigg|_{x=a}=\theta_{j}^{2}\;\; t,y,z \qquad (36)$$

щодо змінної x та крайові умови (6) щодо змінної y, де $p_{s}\;\; s=1,2$ – деякі невід'ємні сталі;

$$\theta^1(t,y,z) = (\theta_2^1(t,y,z), \theta_2^1(t,y,z), \ldots, \theta_{n+1}^1(t,y,z)); \ \theta^2(t,x,z)$$

$= (\theta_1^2(t,y,z), \theta_2^2(t,y,z), \ldots, \theta_{n+1}^2(t,y,z))$ – задані обмежені неперервні функції.

Припустимо, що розв'язок задачі (1)-(4), (36), (6) існує і задані й шукані функції задовольняють умови застосовності залучених нижче інтегральних перетворень [22, 16].

До задачі (1)-(4), (36) (6) застосуємо скінченне інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $(0;a)$ щодо змінної x [22]:

$$Z_{xm}\left[g(x)\right] = \int_0^a g(x) w_m(x)\, dx \equiv g_m, \tag{37}$$

$$Z_{xm}^{-1}(g_m) = \sum_{m=1}^{\infty} g_m \frac{w_m(x)}{\|w_m\|} \equiv g(x), \tag{38}$$

$$\begin{aligned} Z_{xm}\left[\frac{d^2 g}{dx^2}\right] = -\delta_m^2 g_m + w_m(0)\left(-\frac{dg}{dx} + p_1 g\right)\Bigg|_{x=0} + \\ + w_m(a)\left(\frac{dg}{dx} + p_2 g\right)\Bigg|_{x=a}, \end{aligned} \tag{39}$$

де ядро перетворення

$$w_m(x) = \frac{\delta_m \cos(\delta_m x) + p_1 \sin(\delta_m x)}{\sqrt{\delta_m^2 + p_1^2}},$$

$$\|w_m\|^2 = \int_0^a w_m^2(x)\, dx = \frac{a}{2} + \frac{(p_1 + p_2)(\delta_m^2 + p_1 p_2)}{2(\delta_m^2 + p_1^2)(\delta_m^2 + p_2^2)},$$

$(\delta_m)_{m=1}^{\infty}$ – монотонно зростаюча послідовність дійсних різних додатних коренів трансцендентного рівняння

$$ctg(\delta a) = \frac{\delta^2 - p_1 p_2}{\delta(p_1 + p_2)},$$

які утворюють дискретний спектр.

Інтегральний оператор Z_{xm} за правилом (37) внаслідок тотожності (39) початково-крайовій задачі (1)-(4), (36), (5) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D_3' = \{(t,y,z); t > 0; y \in (0;b); z \in I_n^+\}$ розв'язку системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 u_{jm}}{\partial t^2}-\left[a_{yj}^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}+a_{zj}^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_{jm}+\left(a_{xj}^2\delta_m^2+\chi_j^2\right)u_{jm}=F_{jm}(t,y,z) \quad (40)$$

з початковими умовами

$$u_{jm}\Big|_{t=0}=g_{jm}^1(y,z);\ \frac{\partial u_{jm}}{\partial t}\Big|_{t=0}=g_{jm}^2(y,z);\ z\in \mathrm{I}_j;\ j=\overline{1,n+1}, \quad (41)$$

крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{11}^0\right)u_{1m}\Big|_{z=l_0}=g_{0m}(t,y);\ \frac{\partial^k u_{jm}}{\partial z^k}\Big|_{z=+\infty}=0;\ k=0,1; \quad (42)$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial y}+h_1\right)u_{jm}\Big|_{y=0}=\omega_{jm}^1(t,z);\ \left(\frac{\partial}{\partial y}+h_2\right)u_{jm}\Big|_{y=b}=\omega_{jm}^2(t,z) \quad (43)$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^k\right)u_{km}-\left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^k\right)u_{k+1,m}\right]=0;\ j=1,2;\ k=\overline{1,n}, \quad (44)$$

де

$$F_{jm}(t,y,z)=f_{jm}(t,y,z)+a_{xj}^2 w_m(0)\,\theta_j^1(t,y,z)+$$
$$+a_{xj}^2 w_m(a)\,\theta_j^2(t,y,z);\ j=\overline{1,n+1}.$$

До задачі (40)-(44) застосуємо скінченне інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $(0;b)$ щодо змінної y. Інтегральний оператор Λ_{yk} за правилом (15) внаслідок тотожності (17) початково-крайовій задачі (40)-(44) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D_3''=\{(t,z);\ t>0;\ z\in \mathrm{I}_n^+\}$ розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 u_{jmk}}{\partial t^2}-a_{zj}^2\frac{\partial^2 u_{jmk}}{\partial z^2}+\left(a_{xj}^2\delta_m^2+a_{yj}^2\gamma_k^2+\chi_j^2\right)u_{jmk}=G_{jmk}(t,z) \quad (45)$$

з початковими умовами

$$u_{jmk}\Big|_{t=0}=g_{jmk}^1(z);\ \frac{\partial u_{jmk}}{\partial t}\Big|_{t=0}=g_{jmk}^2(z);\ z\in \mathrm{I}_j, \quad (46)$$

крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{11}^0\right)u_{1mk}\Big|_{z=l_0}=g_{0mk}(t);\ \frac{\partial^p u_{jmk}}{\partial z^p}\Big|_{z=+\infty}=0;\ p=0,1 \quad (47)$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^{s}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^{s}\right)u_{smk}-\left(\alpha_{j2}^{s}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^{k}\right)u_{s+1,mk}\right]\Bigg|_{z=l_s}=0;\ j=1,2;\ j=\overline{1,n}, \tag{48}$$

де $G_{jmk}(t,z)=F_{jmk}(t,z)+a_{yj}^{2}v_k(0)\,\omega_{jm}^{1}(t,z)+a_{yj}^{2}v_k(b)\,\omega_{jm}^{2}(t,z);\ j=\overline{1,n+1}.$

З точністю до позначень початково-крайова задача на спряження (45)-(48) збігається із задачею (18)-(21). Отже, відповідно до формул (34), єдиний розв'язок задачі (45)-(48) визначають функції

$$u_{jmk}(t,z)=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{+\infty}\left[\frac{\sin\Delta(\delta_m,\gamma_k,\beta)t}{\Delta(\delta_m,\gamma_k,\beta)}\tilde{g}_{mk}^{2}(\beta)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial t}\frac{\sin\Delta(\delta_m,\gamma_k,\beta)t}{\Delta(\delta_m,\gamma_k,\beta)}\tilde{g}_{mk}^{1}(\beta)\right]V_j(z,\beta)\,\Omega_n(\beta)\,d\beta+ \tag{49}$$

$$+\int_{0}^{t}\frac{2}{\pi}\int_{0}^{+\infty}\frac{\sin\Delta(\delta_m,\gamma_k,\beta)(t-\tau)}{\Delta(\delta_m,\gamma_k,\beta)}\Big[\tilde{G}_{mk}(\tau,\beta)-\sigma_1 a_{z1}^{2}\left(\alpha_{11}^{0}\right)^{-1}\times$$

$$\times V_1(l_0,\beta)\,g_{0mk}(\tau)\Big]V_j(z,\beta)\,\Omega_n(\beta)\,d\beta d\tau;\ j=\overline{1,n+1}.$$

Застосувавши послідовно до функцій $u_{jmk}(z)$, визначених формулами (49), обернені оператори Λ_{yk}^{-1} та Z_{xm}^{-1}, одержуємо функції

$$u_j(t,x,y,z)=$$

$$=\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^t\int_0^a\int_0^b\int_{l_{k-1}}^{l_k}E_{jk}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,f_k(\tau,\xi,\eta,\zeta)\,\sigma_k d\xi d\eta d\zeta d\tau+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^a\int_0^b\int_{l_{k-1}}^{l_k}E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,g_k^{1}(\xi,\eta,\zeta)\,\sigma_k d\xi d\eta d\zeta+$$

$$+\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^a\int_0^b\int_{l_{k-1}}^{l_k}E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,g_k^{2}(\xi,\eta,\zeta)\,\sigma_k d\xi d\eta d\zeta+$$

$$+\int_0^t\int_0^a\int_0^b W_j(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z)\,g_0(\tau,\xi,\eta)\,d\xi d\eta d\tau+ \tag{50}$$

$$+a_{xj}^{2}\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^t\int_0^b\int_{l_{k-1}}^{l_k}\Big[W_{xjk}^{1}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\,\theta_k^{1}(\tau,\eta,\zeta)+$$

$$+W_{xjk}^{2}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\,\theta_k^{2}(\tau,\eta,\zeta)\Big]\sigma_k d\eta d\zeta d\tau+$$

$$+a_{yj}^{2}\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^t\int_0^a\int_{l_{k-1}}^{l_k}\Big[W_{yjk}^{1}(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\,\vartheta_k^{1}(\tau,\xi,\zeta)$$

$$+W^2_{xjk}\left(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta\right)\omega^2_k\left(\tau,\xi,\zeta\right)\Big]\sigma_k d\xi d\zeta d\tau,\ j=\overline{1,n+1},$$

які визначають єдиний розв'язок гіперболічної початково-крайової задачі (1)-(4), (36), (5).

У формулах (50) застосовано компоненти

$$E_{jk}\left(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta\right)=\frac{2}{\pi}\sum_{r=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\int_0^{+\infty}\frac{\sin\left(\Delta\left(\delta_m,\gamma_r,\beta\right)t\right)}{\Delta\left(\delta_m,\gamma_r,\beta\right)}V_j\left(z,\beta\right)\times$$

$$\times V_k\left(\zeta,\beta\right)\Omega_n\left(\beta\right)\frac{w_m(x)w_m(\xi)}{\left\|w_m\right\|^2}\frac{v_r(y)v_r(\eta)}{\left\|v_r\right\|^2}d\beta;\ j,k=\overline{1,n+1}$$

матриці впливу, компоненти $W_j\left(t,x,\xi,y,\eta,z\right)$ аплікатної матриці Гріна, компоненти

$$W^1_{xjk}\left(t,x,y,\eta,z,\zeta\right)=E_{jk}\left(t,x,0,y,\eta,z,\zeta\right)$$

лівої абсцисної матриці Гріна, компоненти

$$W^2_{xjk}\left(t,x,y,\eta,z,\zeta\right)=E_{jk}\left(t,x,a,y,\eta,z,\zeta\right)$$

правої абсцисної матриці Гріна, компоненти

$$W^1_{yjk}\left(t,x,\xi,y,z,\zeta\right)=E_{jk}\left(t,x,\xi,y,0,z,\zeta\right)$$

лівої ординатної матриці Гріна та компоненти

$$W^2_{yjk}\left(t,x,\xi,y,z,\zeta\right)=E_{jk}\left(t,x,\xi,y,b,z,\zeta\right)$$

правої ординатної матриці Гріна розглянутої задачі.

З використанням властивостей функцій впливу $E_{jk}\left(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta\right)$ і функцій Гріна $W_j\left(t,x,\xi,y,\eta,z\right)$, $W^s_{xjk}\left(t,x,y,\eta,z,\zeta\right)$, $W^s_{yjk}\left(t,x,\xi,y,z,\zeta\right)$, $s=1,2$ безпосередньо перевіряється, що функції $u_j\left(t,x,y,z\right)$, визначені формулами (50), задовольняють рівняння (1), початкові умови (2), крайові умови (3), (36), (6) та умови спряження (4) в сенсі теорії узагальнених функцій [23].

Зазначимо, що: 1) зауваження 1-2 поширюються на випадок розглянутої гіперболічної крайової задачі; 2) параметри $p_j,h_j\left(j=1,2\right)$ дають можливість виділяти із формул (50) розв'язки крайових задач у випадках задання на поверхнях $x=0,x=a;y=0,y=b$ крайових умов 1-го й 2-го роду та їх можливих комбінацій; 3) аналіз розв'язку (50) в залежності від аналітичного виразу функцій $f_j\left(t,x,y,z\right),g^1_j\left(x,y,z\right),g^2_j\left(x,y,z\right)$, $g_0\left(t,x,y\right)$, $\theta^1_j\left(t,y,z\right)$, $\theta^2_j\left(t,y,z\right),\omega^1_j\left(t,x,z\right),\omega^2_j\left(t,x,z\right)$ проводиться безпосередньо.

Висновки. Методом інтегральних та гібридних інтегральних перетворень Фур'є у поєднанні з методом головних розв'язків (функцій впливу і функцій Гріна) побудовано точні аналітичні розв'язки гіперболічних крайових задач в напівобмежених кусково-однорідних просторових областях, які описуються декартовою системою координат. Одержані розв'язки носять алгоритмічний характер, неперервно залежать від параметрів і даних задачі й можуть бути використані як в подальших теоретичних дослідженнях, так і в практиці інженерних розрахунків реальних процесів, які моделюються гіперболічними крайовими задачами (задачі акустики, гідродинаміки, теорії коливань механічних систем).

Список використаних джерел:

1. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа / Ж. Адамар. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
2. Городецький В.В. Граничні властивості гладких у шарі розв'язків рівнянь параболічного типу / В.В. Городецький. – Чернівці : Рута, 1998. – 225 с.
3. Миранда К. Уравнения с частными производными элиптического типа / К. Миранда. – М.: ИЛ, 1957. – 256 с.
4. Матійчук М.І. Параболічні та еліптичні крайові задачі з особливостями / М.І. Матійчук. – Чернівці : Прут, 2003. – 248 с.
5. Смирнов М.М. Вырождающиеся элиптические и гиперболические уравнения / М.М. Смирнов. – М.: Наука, 1966. – 292 с.
6. Подстригач Я.С. Термоупругость тел неоднородной структуры / Я.С. Подстригач, В.А. Ломакин, Ю.М. Коляно. – М.: Наука, 1984. – 368 с.
7. Дейнека В.С. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения / В.С. Дейнека, И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий. – К.: Наук. думка, 1998. – 614 с.
8. Сергиенко И.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека. – К.: Наук. думка, 1991. – 432 с.
9. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю.М. Коляно. – К.: Наук. думка, 1992. – 280 с.
10. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1972. – 735 с.
11. Конет І.М. Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в ортотропних сферичних областях / І.М. Конет. – К.: Ін-т математики НАН України, 1998. – 209 с.
12. Конет І.М. Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в циліндрично-кругових областях / І.М. Конет, М.П. Ленюк. – Чернівці : Прут, 2001. – 312 с.
13. Конет І.М. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях / І.М. Конет, М.П. Ленюк. – Чернівці : Прут, 2004. – 276 с.

14. Громик А.П. Стаціонарні задачі теплопровідності в кусково-однорідних просторових середовищах / А.П. Громик, І.М. Конет. – Кам'янець-Подільський : Абетка – Світ, 2008. – 120 с.

15. Громик А.П. Нестаціонарні задачі теплопровідності в кусково-однорідних просторових середовищах / А.П. Громик, І.М. Конет. – Кам'янець-Подільський : Абетка – Світ, 2009. – 120 с.

16. Ленюк М.П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях / М.П. Ленюк. – К.: Ін-т математики НАН України, 1997. – 188 с.

17. Конет І.М. Гіперболічні крайові задачі в необмежених двоскладових просторових областях / І.М. Конет // Крайові задачі для диференціальних рівнянь: зб. наук. пр. – Чернівці : Прут, 2010. – Вип. 19, ч. 1. – С. 47-59.

18. Конет І.М. Інтегральні зображення розв'язків гіперболічних крайових задач в необмежених двоскладових просторових областях / І.М. Конет // Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський нац. ун-т імені Івана Огієнка, 2010. – Вип. 3. – С. 55-71.

19. Конет І.М. Гіперболічні крайові задачі в необмежених тришарових областях / І.М. Конет, М.П. Ленюк. – Львів, 2011. – 48 с – (Препр./ НАН України Ін-т прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача; 01.11).

20. Конет І.М. Гіперболічні крайові задачі в напівобмежених кусково-однорідних просторових областях / І.М. Конет // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. / Ін-т кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Кам'янець-Подільський нац. ун-т імені Івана Огієнка. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський нац. ун-т імені Івана Огієнка, 2011. – Вип. 5.

21. Конет І.М. Гіперболічні крайові задачі в напівобмежених багатошарових просторових областях / І.М. Конет // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. / Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський нац. ун-т імені Івана Огієнка, 2011. – Вип. 6.

22. Ленюк М.П. Интегральные преобразования с разделенными переменными (Фурье, Ханкеля) / М.П. Ленюк. – К.,1983. – 60 с. – (Препр. / АН УССР. Ин-т математики; 83.4).

23. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс / Г.Е. Шилов. – М.: Наука, 1965. – 328 с.

The method of influence functions and Green's function (key solutions) developed integral image accurate analytical solutions of algorithmic nature of hyperbolic boundary value problems in semiconfined piecewise-homogeneous spatial regions. To *build a major integrated solutions are involved corresponding Fourier transform on semi-axles and Cartesian segment and the Fourier integral in Cartesian semi-axles with n coupling points.*

Key words: *hyperbolic equations, initial and boundary conditions, matching, integral transformation, the main solution.*

УДК 621.382.233

Криськов А.А., старший викладач кафедри фізики
Криськов Ц.А., кандидат фізико-математичних наук, професор
Поведа Р.А., кандидат фізико-математичних наук, доцент

РОБОТА ТРАНЗИСТОРА В РЕЖИМІ ЛАВИННОГО ПРОБОЮ

У статті повідомляються результати експериментального дослідження роботи малопотужних транзисторів в режимі лавинного пробою колекторного p-n-переходу. Наводяться характеристики транзистора ГТ308В.

Ключові слова: *транзистор, лавинний пробій, характеристики.*

Дослідження роботи транзисторів у режимі лавинного пробою почались практично одночасно з появою самих транзисторів. Ці роботи носили переважно теоретичний характер, і практичне використання їх результатів до цих пір невелике. В періодичній літературі час від часу з’являються статті, які розкривають суть лавинного пробою і особливості роботи транзисторів в цьому режимі [3,5]. Наводяться також описи деяких конструкцій з використанням лавинного режиму [1, 2, 4, 6, 8]. Промисловістю був освоєний випуск лавинних транзисторів ГТ338А-В с низькою напругою пробою (5…15 В). Деякі параметри цих транзисторів наводяться в довідниках, але їх характеристики там відсутні.

В даній работі досліджені пробійні, вихідні та вхідні характеристики ряду малопотужних транзисторів. У статті наводяться характеристики одного з екземплярів транзистора ГТ308В.

МЕХАНІЗМ ЛАВИННОГО ПРОБОЮ

Суть лавинного пробою p-n-переходу діоду чи транзистора зводится до наступного. Електрон, прискорюючись електричним полем p-n-переходу, на довжині вільного пробігу набуває енергії, достатньої для іонізації атома основної речовини (кремнію або германію). Зустрічаючись з атомом, він його іонізує і сам «відскакує» від цього атома. В результаті іонізації виникає пара носіїв – електрон і дірка. Таким чином, після першого акту іонізації маємо три носії – два електрони і дірку. Кожен з цих носіїв знову прискорюється і, взаємодіючи з атомами, породжує електронно-діркові пари. В результаті другого акту іонізації з’являється 9 носіїв. Далі цей процес продовжується, і концентрація вільних носіїв зростає приблизно в геометричній прогресії.

Звичайно, наведений механізм дуже спрощений. По-перше, паралельно з процесами іонізації відбуваються процеси рекомбінації носіїв. По-друге, лавинний пробій починається не з одного електрона, а з великої їх кількості. По-третє, треба мати на увазі, що дірка – це не частинка в повному смислі цього слова, і «за власним бажанням» вона рухатись не може. Рух дірки обумовлений перескоками електронів із заповнених валентних зв’язків на вакантні місця. Але в теоретичних дослідженнях діркам приписують певну ефективну масу, певну рухливість , імпульс і енергію. Тому можна вважати , що і дірка здатна іонізувати атом.

В результаті лавинного пробою різко зростає зворотний струм p-n-переходу за рахунок інтенсивної генерації носіїв. Лавинний пробій оборотний – при зменшенні напруги на p-n-переході рівноважна концентрація носіїв повністю відновлюється. Саме явище лавинного пробою покладено в принцип роботи більшості типів напівпровідникових стабілітронів. Але якщо зворотний струм не обмежити, то лавинний пробій переходить в тепловий. При цьому напівпровідниковий прилад безповоротно виходить з ладу.

ПРОБИВНІ НАПРУГИ

Напруги лавинного пробою залежать від матеріалу, з якого виготовлений p-n-перехід, типу транзистора, режиму його роботи, температури. Можливий вплив інших факторів, не врахованих в даній роботі.

Можна виділити дві характерні пробивні напруги: U_{β}, яка відповідає режиму з «обірваною» базою (тобто, вивід бази гальванічно не з’єднаний з виводами інших електродів транзистора) і U_m, яка відповідає діодному режимові (виводи бази і емітера з’єднані між собою). Як правило, $U_m \rangle$ U_{β}. В табл. 1 наведені ці напруги для деяких типів транзисторів. В таблиці також вказана кількість досліджених транзисторів (N) і розкид коефіцієнту підсилення струму (h_{21e}), а також середнє значення відношення U_m/U_{β}. Як видно з таблиці, напруги Um перевищують U_{β} в середньому в 2,19 рази. Виняток належить транзисторам типу КТ3107, для яких U_{β} і U_m приблизно однакові, а у деяких екземплярів U_m навіть менша від U_{β}.

При ввімкненні резистора $R_б$ між базою і емітером пробивні напруги приймають проміжні значення між $U\beta$ і U_m. Вони зменшуються при збільшенні опору резистора. Ввімкнення резистора в коло емітера призводить до незначного збільшення напруги пробою.

Зустічаються окремі екземпляри транзисторів, у яких U_β приймає аномально низькі значення, наприклад, 8,8 В у ГТ308В №7 при середньому значенні по останніх 9 екземплярах 17,6 В. На величині U_m ця особливість не відображається. Для кожного типу транзистора існує тенденція до зменшення напруг пробою при збільшенні параметра h_{21e}. Але встановити кількісний зв'язок не вдається – розкид експериментальних точок надто великий.

ХАРАКТЕРИСТИКИ

З погляду на конструювання електронних прриcтроїв найбільше значення мають три типи характеристик: залежності напруги на колекторі $U_к$ від напруги живлення Е (умовно назвемо їх пробійними характеристиками), залежності струму колектора $I_к$ від напруги на колекторі $U_к$ (вихідні характеристики) і залежності струму бази $I_б$ від напруги на базі $U_б$ (вхідні характеристики). Тут напруги на електродах ($U_к$, $U_б$) виміряні відносно «спільного» проводу. Вказані характеристики в даній статті наводяться для транзистора ГТ308В №4, у якого h_{21e}=53, U_β=20,1 В, U_m=54,1 В. Всі характеристики побудовані без врахування знаків напруг і струмів (у першому квадранті координатної системи).

Таблиця .1

Тип	N	h_{21e}	$U\beta$, В	U_m, В	$(U_m/U\beta)_{ср}$
ГТ308А	10	14…30	21,9…25,5	48,5…54,6	2,33
ГТ308Б	9	24…59	18,8…26,0	47,1…57,7	2,49
ГТ308В	10	46…71	15,7…21,1	42,3…54,0	3,12
ГТ309В,Г,Е	8	56…112	9,8…17,7	15,8…53,9	2,89
ГТ313Б,В	8	21…61	9,6…13,3	18,8…33,0	2,26
ГТ311А,Б	9	16…40	17,6…20,8	26,5…30,3	1,48
П416Б	10	42…84	14,5…21,1	25,9…54,6	2,28
КТ306Б,Г	9	28…112	16,9…27,2	32,7…57,3	2,19
КТ312А	7	15…59	31,1…81,8	72,1…133,9	1,94
КТ312Б	9	17…69	57,9…89,1	126,7…149,8	1,86
КТ312В	9	71…142	53,7…83,5	113,6…157,4	2,31
КТ315Б	8	60…180	23,8…70,0	48,7…149,0	1,89
КТ3102А,Б	10	129…325	53,6…88,9	105,3…147,5	1,85
КТ3107В,Е	9	70…199	30,8…52,7	30,6…66,7	1,05
П308	7	12…41	109…142	214…278	2,00
П309	10	14…33	114…226	246…302	2,00

Характеристики знімались за схемою, наведеною в [7]. Резистор $R_к$ (100 кОм) запобігає переходу електричного пробою в тепловий.

Наявність цього резистора не дозволяє назвати характеристики статичними. Резистори $R_б$ і $R_е$ визначають режим роботи транзистора. Опір резистора $R_б$ вибирався рівним 0; 3 кОм; 10 кОм; 30 кОм; 100 кОм; ∞, а резистора $R_е$ – 0 або 1,1 кОм. У виміряні значення струмів $I_к$ та $I_б$ вводились поправки на величини струмів, які протікали через електронні вольтметри V_2 і V_1 (їх вхідний опір 1 МОм). При зніманні характеристик з $R_б=\infty$ вивід бази від'єднувався від приладів. Режим $R_б$=0 досягався замиканням вольтметра V_1.

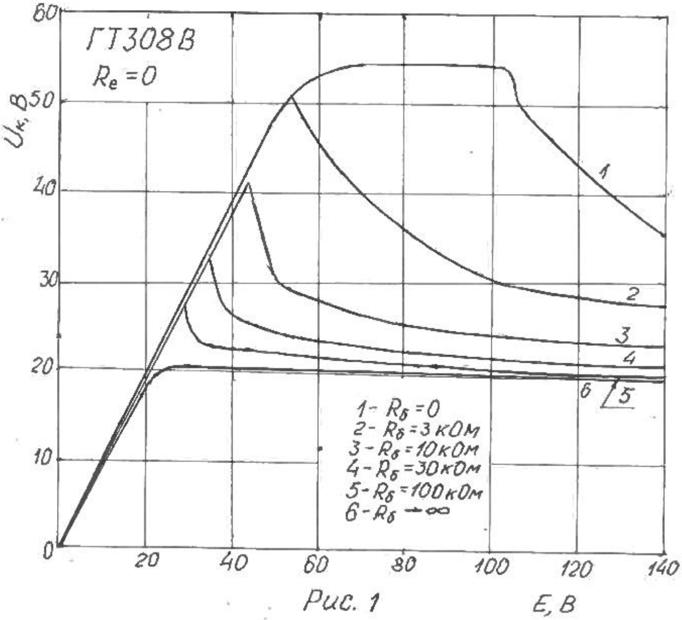


Рис. 1

Пробійні характеристики наведені на рис.1. В допробійній області колекторний p-n-перехід закритий, його опір значно більший від $R_к$, і напруга на колекторі пропорціональна до напруги живлення. У післяпробійній області p-n-перехід відкривається внаслідок генерації неосновних носіїв і прямого зміщення емітерного переходу, його опір різко зменшується і $U_к$ стабілізується або зменшується.

При ввімкненні резистора в коло бази пробій відбувається різко, в дуже малому діапазоні змін Е. Після пробою настає швидке зменшення колекторної напруги, яке переходить потім в повільний її спад. В області пробою не вдається чітко зафіксувати напругу на колекторі, оскільки спочатку виникають хаотичні локальні пробої, які при невеликому збільшенні E об’єднуються в загальний пробій по всій площі p-n-переходу. При $R_б$=0 і $R_б = \infty$ пробій наступає плавно. Напруги пробою при цьому легше знаходити за вихідними характеристиками, орієнтуючись на швидкий ріст колекторного струму.

Пробійна характеристика, яка відповідає $R_б$=0, має особливість. При E=105 В (у різних єкземплярів транзисторів 94…119 В) після відносної стабілізації $U_к$ настає її швидкий спад. Враховуючи, що транзистор працює як звичайний діод, такого явища не повинно бути. Але воно спостерігається у всіх транзисторів. Пояснення такому ходові характеристики, на наш погляд, може бути наступним. Той факт, що виводи бази і емітера з’єднані накоротко, не означає, що *вся* база з’єднана з емітером, оскільки вона виготовляється з високоомного матеріалу. В областях бази поза контактними площадками виникає повторний пробій p-n-переходу. Підтвердженням такого механізму є перерозподіл струмів між базою та емітером. Поки $E \langle$ 105 В, струм емітера близький до 0, а струм бази практично рівний струмові колектора. При досягненні напругою живлення значення 105 В струм емітера швидко збільшується, а струм бази зменшується.

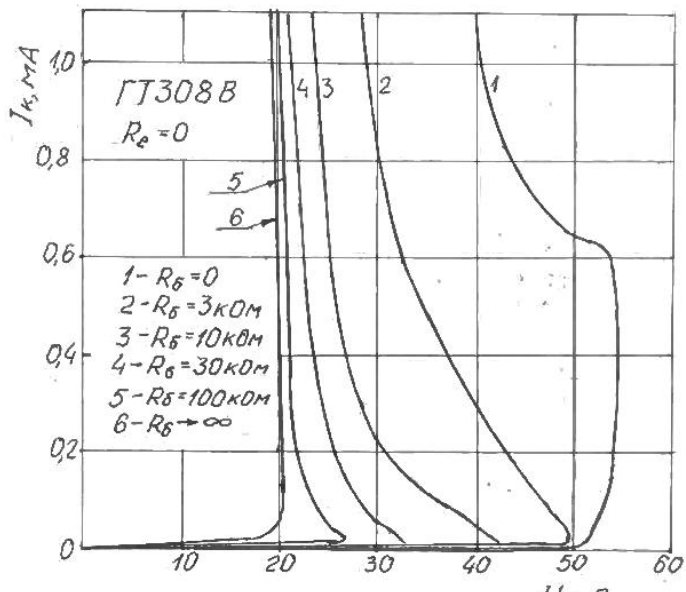


Рис.2.

Вихідні характеристики наведені на рис.2. Характерною особливістю їх є зменшення колекторної напруги при одночасному зростанні колекторного струму. Це свідчить про наявність у транзистора від'ємного диференціального опору $R_д=\Delta U_к/\Delta I_к$. В допробійній області струм колектора малий (до 15 мкА) і зростає пропорціонально до колекторної напруги, однак, у масштабі характеристики це майже не відображається. У післяпробійній області він значно збільшується внаслідок генерації неосновних носіїв. Можна виділити дві ділянки характеристик: «пологі», які з'являються відразу після пробою, і «круті», в які плавно переходять «пологі» ділянки. Протяжність «пологих» ділянок зручно визначати інтервалами колекторних струмів. Так, при $R_б$=10 кОм протяжність «пологої» ділянки відповідає зміні $I_к$ 0,002…0,2 мА, «крутої» – $I_к \rangle$ 0,35 мА. В межах від 0,2 до 0,35 мА знаходиться перехідна ділянка. При $R_б=\infty$ «полога» ділянка відсутня, при $R_б=0$ вона простягається від 0,6 до 0,66 мА. Ділянки відрізняються також величиною від'ємного диференціального опору. Усереднені значення цих опорів зведені в табл.2.

На рис.2 вихідні характеристики обмежені $I_к$=1,1 мА. При більших $I_к$ (до 1,8 мА) ніяких особливостей вихідних характеристик не виявлено. Відмітимо, що на «крутих» ділянкахс струм колектора з достатньою точністю може бути визначений за законом Ома

Таблиця 2.

$R_б$, кОм	Від'ємний диференціальний опір, кОм	
	«пологі» ділянки	«круті» ділянки
0	135,7	24,3
3	37,5	7,76
10	22,0	2,35
30	60,0	4,74
100	62,5	1,02
∞	-	1,05

$I_к=(E-U_к)/R_к$. На «пологих» ділянках необхідно враховувати наскрізний опір транзистора.

Вхідні характеристики (рис.3), тобто, залежності $I_б=f(U_б)$, лінійні. Для $R_б=0$ і $R_б=\infty$ такі характеристики відсутні. Для інших значень $R_б$ напруги на базі не перевищують 250 мВ, а базові струми – 60 мкА. Відношення цих величин дає опір резистора $R_б$, тобто, вхідний опір каскаду постійному струмові визначається цим резистором. Відмітимо, що в допробійній області характеристики заходять в третій квадрант координатної сітки. В цій області напрям протікання струму бази протилежний до напряму в післяпробійній області.

Вплив негативного зворотного зв'язку за напругою на форму вихідних характеристик ілюструє рис.4. В коло емітера ввімкнений резистор R_e опором 1,1 кОм. При цьому незначно збільшується напруга пробою (відносно «загального» проводу) і зникають «пологі» ділянки. Від'ємний диференціальний опір зменшується і при певному значенні $I_к$ (0,6 мА для $R_б$=3 кОм) стає додатнім, але дуже малим. Вплив НЗЗ за струмом не досліджувався.

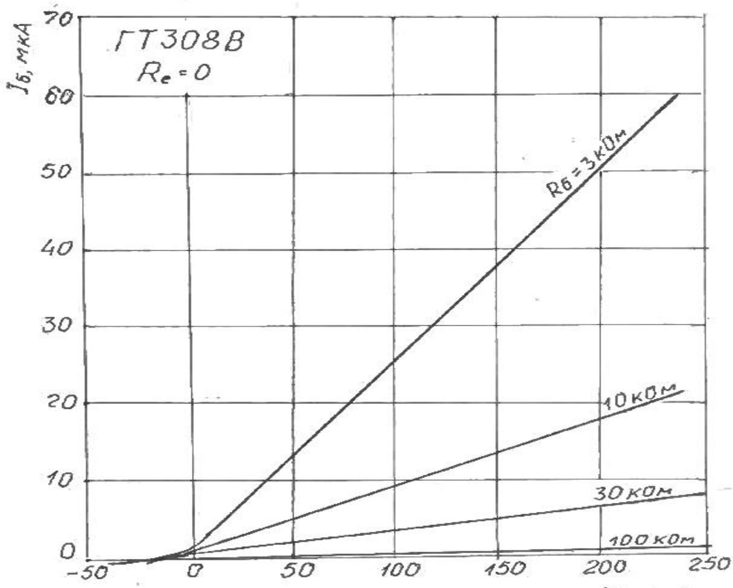


Рис. 3.

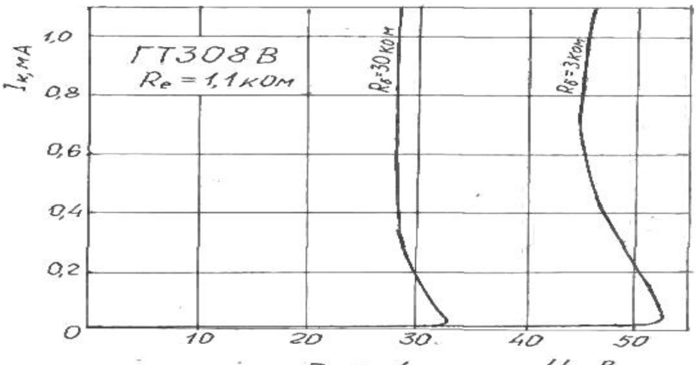


Рис. 4. Uк, В

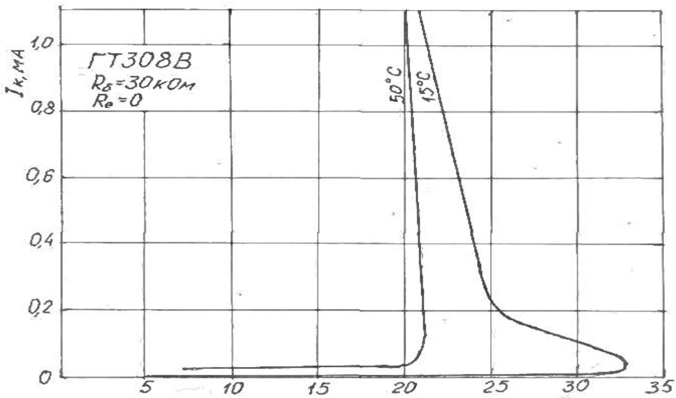


Рис. 5. Uк, В

Вплив температури (рис.5) досить суттєвий. При температурі корпусу 50°С майже вдвічі (порівняно з $T_к$=15°С) зменшилась напруга пробою, зникла «пологa» ділянка характеристики, зменшився від'ємний диференціальний опір.

Список використаних джерел:

1. Гильманов И. Сенсорные переключатели на лавинных транзисторах.// Радио. – 1982. - №11. – С.30.
2. Дьяконов В. Генератор запускающих импульсов.// Радио. – 1965. - №10. – с.56. 57.
3. Дьяконов В. Использование транзисторов в лавинном режиме.// Радио. – 1969. - №5. – С.50-52.
4. Зайцев Е. Транзистор в режиме лавинного пробоя.// Радио. – 1975. - №5. – С.29.

5. Зиновьев Г.С. О лавинном режиме работы транзисторов. Полупроводниковые приборы и их применение. – Вып. 12. - М.: «Советское радио». – 1964.

6. Линник М. Простые конструкции на транзисторе в лавинном режиме.// Радио. – 1982. - №2. – С.50, 51.

7. Криськов А.А., Поведа Р.А. Дослідження транзистора в режимі лавинного пробою./ Наукові праці Кам'янець-Подільського державного педагогічного інституту. Серія педагогічна. Вип. 5. – Кам'янець-Подільський. – 1999. – С. 157-159.

8. Яковлев Е. Генератор качающейся частоты // Радио. – 1975. - №12. – С. 40, 41

The article reported results of experimental investigation of the malopotuzhnyh transistors in avalanche breakdown mode collector p-n-junction. Navoidyatsya characteristics of transistor ГТ30В.

Key words: *transistor, flood breakdown, characteristics.*

УДК 517.91:532.2

І.М. Конет, доктор фізико-математичних наук, професор,

М.П. Ленюк, доктор фізико-математичних наук, професор

СКІНЧЕННЕ ГІБРИДНЕ ІНТЕГРАЛЬНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ БЕССЕЛЯ -(КОНТОРОВИЧА-ЛЄБЄДЄВА) - ФУР'Є НА СЕГМЕНТІ ПОЛЯРНОЇ ОСІ

Запроваджено скінченне гідридне інтегральне перетворення, породжене на сегменті $[R_0, R_3]$ полярної осі з двома точками спряження гібридним диференціальним оператором Бесселя – (Конторовича - Лєбєдєва) – Фур'є. Одержано інтегральне зображення точного аналітичного розв'язку гіперболічної крайової задачі на трискладовому сегменті.

Ключові слова: *гібридний диференціальний оператор, скінченне гібридне інтегральне перетворення, дискретний спектр, спектральна функція, основна тотожність.*

Вступ. Вивчення фізико-технічних характеристик композитних матеріалів, які знаходяться в різних умовах експлуатації, математично приводить до задачі інтегрування сепаратної системи диференціальних рівнянь другого порядку на кусково-однорідному інтервалі з відповідними початковими та крайовими умовами [1–5]. Одним із ефективних методів побудови точних аналітичних розв'язків таких задач є метод гібридних інтегральних перетворень. Основні положення теорії скінченних гібридних інтегральних перетворень (СГІП) закладено в монографії [6]. Ця стаття, яка є логічним продовженням [7], присвячена запровадженню одного з типів СГІП та їх застосуванню до розв'язування задач математичної фізики кусково-однорідних середовищ.

Основна частина. Запровадимо інтегральне перетворення, породжене на множині

$$I_2 = \{r : r \in (R_0, R_1) \cup (R_1, R_2) \cup (R_2, R_3); R_0 > 0, R_3 < \infty\}$$

гібридним диференціальним оператором (ГДО)

$$M_{\nu,(\alpha)} = \theta(r-R_0)\theta(R_1-r)B_{\nu,\alpha_1} + \theta(r-R_1)\theta(R_2-r)B_{\alpha_2} + \theta(r-R_2)\theta(R_3-r)\frac{d^2}{dr^2}, \quad (1)$$

де $\theta(x)$ - одинична функція Гевісайда, B_{ν,α_1} - диференціальний оператор Бесселя [8]; B_{α_2} - диференціальний оператор (Конторовича-Лєбєдєва) [9]; $\nu \geq \alpha_1, 2\alpha_j + 1 > 0,\ (\alpha) = (\alpha_1, \alpha_2)$; $\frac{d^2}{dr^2}$ – диференціальний оператор Фур'є [10].

Означення. За область визначення ГДО $M_{\nu,(\alpha)}$ приймемо множину G вектор-функцій $g(r) = \{g_1(r); g_2(r); g_3(r)\}$ з такими властивостями:

1) вектор-функція $f(r) = \{B_{\nu,\alpha_1}[g_1(r)]; B_{\alpha_2}[g_2(r)]; g_3''(r)\}$ неперервна на множині I_2;

2) функції $g_i(r)$ задовольняють крайові умови

$$(\alpha_{11}^0 \frac{d}{dr} + \beta_{11}^0) g_1(r)|_{r=R_0} = 0,\ (\alpha_{22}^3 \frac{d}{dr} + \beta_{22}^3) g_3(r)|_{r=R_3} = 0; \quad (2)$$

3) функції $g_j(r)$ задовольняють умови спряження

$$[(\alpha_{j1}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j1}^k) g_k(r) - (\alpha_{j2}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j2}^k) g_{k+1}(r)]|_{r=R_k} = 0;\ j,k = 1,2 \cdot \quad (3)$$

Диференціальний оператор $M_{\nu,(\alpha)}$ самоспряжений і на множині I_2 не має особливих точок [11], тому його спектр дійсний і дискретний. Спектральному параметру β відповідає дійсна спектральна функція

$$V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta) = \sum_{i=1}^{3} \theta(r-R_{i-1})\theta(R_i-r) V_{\theta,(\alpha);i}(r,\beta) \cdot$$

При цьому функції $V_{\nu,(\alpha);i}(r,\beta)$ задовольняють відповідно диференціальні рівняння

$$(B_{\nu,\alpha_1} + b_1^2) V_{\nu,(\alpha);1}(r,\beta) = 0, r \in (R_0, R_1),$$
$$(B_{\alpha_2} + b_2^2) V_{\nu,(\alpha);2}(r,\beta) = 0, r \in (R_1, R_2), \quad (4)$$
$$(\frac{d^2}{dr^2} + b_3^2) V_{\nu,(\alpha);3}(r,\beta) = 0, r \in (R_2, R_3),$$

крайові умови (2) та умови спряження (3).

В силу лінійності задачі будуватимемо функції $V_{\nu,(\alpha);j}(r,\beta)$ як лінійну комбінацію фундаментальної системи розв'язків:

$$V_{\nu,(\alpha);1}(r,\beta) = A_1 J_{\nu,\alpha_1}(b_1 r) + B_1 N_{\nu,\alpha_1}(b_1 r),$$
$$V_{\nu,(\alpha);2}(r,\beta) = A_2 C_{\alpha_2}(\lambda r, b_2) + B_2 D_{\alpha_2}(\lambda r, b_2), \quad (5)$$
$$V_{\nu,(\alpha);3}(r,\beta) = A_3 \cos b_3 r + B_3 \sin b_3 r\,.$$

Крайові умови (2) та умови спряження (3) для визначення величин $A_j,\ B_j\,(j=\overline{1,3})$ дають однорідну алгебраїчну систему із шести рівнянь:

$$\begin{aligned}
&u^{01}_{\nu,\alpha_1;11}(b_1R_0)A_1 + u^{02}_{\nu,\alpha_1;11}(b_1R_0)B_1 = 0,\\
&u^{11}_{\nu,\alpha_1;j1}(b_1R_1)A_1 + u^{12}_{\nu,\alpha_1;j1}(b_1R_1)B_1 - X^{11}_{\alpha_2;j2}(\lambda R_1,b_2)A_2 - X^{12}_{\alpha_2;j2}(\lambda R_1,b_2)B_2 = 0,\\
&X^{21}_{\alpha_2;j1}(\lambda R_2,b_2)A_2 + X^{22}_{\alpha_2;j1}(\lambda R_2,b_2)B_2 - v^{21}_{j2}(b_3R_2)A_3 - v^{22}_{j2}(b_3R_2)B_3 = 0,\ j=1,2,\\
&v^{31}_{22}(b_3R_3)A_3 + v^{32}_{22}(b_3R_3)B_3 = 0.
\end{aligned} \qquad (6)$$

Визначимо функції:

$$\delta_{\nu,\alpha_1;j1}(b_1R_0,b_1R_1) = u^{01}_{\nu,\alpha_1;11}(b_1R_0)u^{12}_{\nu,\alpha_1;j1}(b_1R_1) - u^{02}_{\nu,\alpha_1;11}(b_1R_0)u^{11}_{\nu,\alpha_1;j1}(b_1R_1),$$
$$\delta_{\alpha_2;jk}(\lambda R_1,\lambda R_2,b_2) = X^{11}_{\alpha_2;j2}(\lambda R_1,b_2)X^{22}_{\alpha_2;k1}(\lambda R_2,b_2) - X^{12}_{\alpha_2;j2}(\lambda R_1,b_2)X^{22}_{\alpha_2;k1}(\lambda R_2,b_2),$$
$$\delta_{j2}(b_3R_2,b_3R_3) = v^{21}_{j2}(b_3R_2)v^{32}_{22}(b_3R_2) - v^{22}_{j2}(b_3R_2)v^{31}_{22}(b_3R_3),$$
$$a_{\nu,(\alpha);j}(\beta) = \delta_{\nu,\alpha_1;11}(b_1R_0,b_1R_1)\delta_{\alpha_2;2j}(\lambda R_1,\lambda R_2,b_2) - \delta_{\nu,\alpha_1;21}(b_1R_0,b_1R_1)\delta_{\alpha_2;1j}(\lambda R_1,\lambda R_2,b_2),$$
$$b_{\alpha_2;j}(\beta) = \delta_{22}(b_3R_2,b_3R_3)\delta_{\alpha_2;j1}(\lambda R_1,\lambda R_2,b_2) - \delta_{12}(b_3R_2,b_3R_3)\delta_{\alpha_2;j2}(\lambda R_1,\lambda R_2,b_2),\ j=1,2.$$

Алгебраїчна система (6) має ненульовий розв'язок тоді і тільки тоді, коли її визначник дорівнює нулю [12]:

$$\begin{aligned}
&\delta_{\nu,(\alpha)}(\beta) \equiv a_{\nu,(\alpha);1}(\beta)\delta_{22}(b_3R_2,b_3R_3) - a_{\nu,(\alpha);2}(\beta)\delta_{12}(b_3R_2,b_3R_3) =\\
&= \delta_{\nu,\alpha_1;11}(b_1R_0,b_1R_1)b_{\alpha_2;2}(\beta) - \delta_{\nu,\alpha_1;21}(b_1R_0,b_1R_1)b_{\alpha_2;1}(\beta) = 0.
\end{aligned} \qquad (7)$$

Ми одержали трансцендентне рівняння для визначення власних чисел (спектру) ГДО $M_{\nu,(\alpha)}$.

Власне число β_n підставимо у систему (6) і відкинемо останнє рівняння системи в силу лінійної залежності рівнянь. Візьмемо $A_1 = -A_0 u^{02}_{\nu,\alpha_1;11}(b_{1n}R_0),\ B_1 = A_0 u^{01}_{\nu,\alpha_1;11}(b_{1n}R_0)$, де A_0 підлягає визначенню. Перше рівняння системи стає тотожністю.

Розглянемо алгебраїчну систему стосовно A_2, B_2:

$$X^{11}_{\alpha_2;j2}(\lambda R_1,b_{2n})A_2 + X^{12}_{\alpha_2;j2}(\lambda R_1,b_{2n})B_2 = A_0\delta_{\nu,\alpha_1;j1}(b_{1n}R_0,b_{1n}R_1),\ j=1,2.$$

Звідси знаходимо, що

$$\begin{aligned}
A_2 = -\frac{A_0}{q_{\alpha_2}(\beta_n)}[&\delta_{\nu,\alpha_1;11}(b_{1n}R_0,b_{1n}R_1)X^{12}_{\alpha_2;22}(\lambda R_1,b_{2n}) -\\
&- \delta_{\nu,\alpha_1;21}(b_{1n}R_0,b_{1n}R_1)X^{12}_{\alpha_2;12}(\lambda R_1,b_{2n})],
\end{aligned}$$

$$B_2=\frac{A_0}{q_{\alpha_2}(\beta_n)}[\delta_{\nu,\alpha_1;11}(b_{1n}R_0,b_{1n}R_1)X^{11}_{\alpha_2;22}(\lambda R_1,b_{2n})-$$
$$-\delta_{\nu,\alpha_1;21}(b_{1n}R_0,b_{1n}R_1)X^{11}_{\alpha_2;12}(\lambda R_1,b_{2n})],$$
$$q_{\alpha_2}(\beta_n)=c_{21}sh(\pi b_{2n}):\lambda^{2\alpha_2}R_1^{2\alpha_2+1}.$$

Розглянемо тепер алгебраїчну систему стосовно A_3, B_3:

$$v^{21}_{j2}(b_{3n}R_2)A_3+v^{21}_{j2}(b_{3n}R_2)B_3=\frac{A_0}{q_{\alpha_2}(\beta_n)}a_{\nu,(\alpha);j}(\beta_n),\ j=1,2.$$

Звідси одержуємо, що

$$A_3=\omega_{\nu,(\alpha);2}(\beta_n), B_3=-\omega_{\nu,(\alpha);1}(\beta_n),\ A_0=c_{22}b_{3n}q_{\alpha_2}(\beta_n),$$
$$\omega_{\nu,(\alpha);1}(r,\beta_n)=a_{\nu,(\alpha);1}(\beta_n)v^{2j}_{22}(b_{3n}R_2)-a_{\nu,(\alpha);2}(\beta_n)v^{2j}_{12}(b_{3n}R_2).$$

Підставивши визначені A_j, B_j у рівності (5), маємо:

$$V_{\nu,(\alpha);1}(r,\beta_n)=c_{22}b_{3n}q_{\alpha_2}(\beta_n)[u^{01}_{\nu,\alpha_1;11}(b_{1n}R_0)N_{\nu,\alpha_1}(b_{1n}r)-u^{02}_{\nu,\alpha_1;11}(b_{1n}R_0)J_{\nu,\alpha_1}(b_{1n}r)],$$

$$V_{\nu,(\alpha);2}(r,\beta_n)=c_{22}b_{3n}[\delta_{\nu,\alpha_1;11}(b_{1n}R_0,b_{1n}R_1)\psi^1_{\alpha_2;22}(\lambda R_1,\lambda r,b_{2n})- \qquad (8)$$
$$-\delta_{\nu,\alpha_1;21}(b_{1n}R_0,b_{1n}R_1)\psi^1_{\alpha_2;12}(\lambda R_1,\lambda r,b_{2n})],$$
$$\psi^1_{\alpha_2;j2}(\lambda R_1,\lambda r,b_{2n})=X^{11}_{\alpha_2;j1}(\lambda R_1,b_{2n})D_{\alpha_2}(\lambda r,b_{2n})-X^{12}_{\alpha_2;j1}(\lambda R_1,b_{2n})C_{\alpha_2}(\lambda r,b_{2n});$$
$$V_{\nu,(\alpha);3}(r,\beta_n)=\omega_{\nu,(\alpha);2}(\beta_n)\cos b_{3n}r-\omega_{\nu,(\alpha);1}(\beta_n)\sin b_{3n}r.$$

Отже, вектор-функція $V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)$ визначена.

Введемо до розгляду числа

$$\sigma_1=\frac{c_{11}c_{12}R_1^{2(\alpha_2-\alpha_1)}}{c_{21}c_{22}R_2^{2\alpha_2+1}},\ \sigma_2=\frac{c_{12}}{c_{22}}\frac{1}{R_2^{2\alpha_2+1}},\ \sigma_3=1,$$

вагову функцію

$$\sigma(r)=\theta(r-R_0)\theta(R_1-r)\sigma_1 r^{2\alpha_1+1}+\theta(r-R_1)\theta(R_2-r)\sigma_{21}r^{2\alpha_2-1}+\theta(r-R_2)\theta(R_3-r)\sigma_3 \qquad (9)$$

та квадрат норми спектральної (власної) функції

$$\|V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)\|^2=\int_{R_0}^{R_3}[V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)]^2\sigma(r)dr\equiv\int_{R_0}^{R_1}[V_{\nu,(\alpha);1}(r,\beta_n)]^2\sigma_1 r^{2\alpha_1+1}dr+ \qquad (10)$$
$$+\int_{R_0}^{R_{21}}[V_{\nu,(\alpha);2}(r,\beta_n)]^2\sigma_2 r^{2\alpha_2-1}dr+\int_{R_2}^{R_3}[V_{\nu,(\alpha);3}(r,\beta_n)]^2\sigma_3 dr.$$

Згідно з [6] маємо такі твердження.

Теорема 1 (про дискретний спектр). Корені β_n трансцендентного рівняння $\delta_{\nu,(\alpha)}(\beta)=0$ складають дискретний спектр ГДО $M_{\nu,(\alpha)}$: дійсні, різні (за винятком, можливо, нуля), симетричні відносно $\beta = 0$ і на піввісі $\beta > 0$ утворюють монотонно зростаючу числову послідовність з єдиною граничною точкою $\beta = \infty$.

Теорема 2 (про спектральну функцію). Система $\{V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)\}_{n=1}^{\infty}$ власних функцій ГДО $M_{\nu,(\alpha)}$ ортогональна на множині I_2 з ваговою функцією $\sigma(r)$, повна і замкнена.

Теорема 3 (про зображення рядом Фур'є). Будь-яка вектор-функція $g(r) \in G$ зображається за системою $\{V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)\}_{n=1}^{\infty}$ абсолютно й рівномірно збіжним на множині I_2 рядом Фур'є:

$$\begin{aligned} g(r) &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_{R_0}^{R} g(\rho) V_{\nu,(\alpha)}(\rho,\beta_n)\sigma(\rho)d\rho \frac{V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)}{\| V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)\|^2} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_{R_0}^{R_3} g(\rho) \frac{V_{\nu,(\alpha)}(\rho,\beta_n)}{\| V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)\|}\sigma(\rho)d\rho \frac{V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)}{\| V_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)\|} \equiv \\ &\equiv \sum_{n=1}^{\infty} \int_{R_0}^{R_3} g(\rho) v_{\nu,(\alpha)}(\rho,\beta_n)\sigma(\rho)d\rho v_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n). \end{aligned} \tag{11}$$

Ряд Фур'є (11) визначає пряме $H_{\nu,(\alpha)}$ та обернене $H_{\nu,(\alpha)}^{-1}$ скінченне гібридне інтегральне перетворення (СГІП), породжене на множині I_2 ГДО $M_{\nu,(\alpha)}$:

$$H_{\nu,(\alpha)}[g(r)] = \int_{R_0}^{R_3} g(r) v_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n)\sigma(r)dr \equiv \tilde{g}_n, \tag{12}$$

$$H_{\nu,(\alpha)}^{-1}[\tilde{g}_n] = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{g}_n v_{\nu,(\alpha)}(r,\beta_n) \equiv g(r). \tag{13}$$

Теорема 4 (про основну тотожність). Якщо вектор-функція $f(r) = \{B_{\nu,\alpha_1}[g_1(r)]; B_{\alpha_2}[g_2(r)]; g_3''(r)\}$ неперервна на множині I_2, а функції $g_j(r)$ задовольняють крайові умови

$$(\alpha_{11}^0 \frac{d}{dr} + \beta_{11}^0) g_1(r)|_{r=R_0} = g_0, \; (\alpha_{22}^3 \frac{d}{dr} + \beta_{22}^3) g_3(r)|_{r=R_3} = g_R \tag{14}$$

та умови спряження

$$[(\alpha_{j1}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j1}^k) g_k(r) - (\alpha_{j2}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j2}^k) g_{k+1}(r)]|_{r=R_k} = \omega_{jk}; \; j,k = 1,2, \tag{15}$$

то справедлива основна тотожність СГІП ГДО $M_{\nu,(\alpha)}$:

$$H_{\nu,(\alpha)}[M_{\nu,(\alpha)}[g(r)]] = -\beta_n^2 \tilde{g}_n - \sum_{i=1}^{3} k_i^2 \tilde{g}_{in} + (-\alpha_{11}^0)^{-1} \sigma_1 R_0^{2\alpha_1+1} v_{\nu,(\alpha);1}(R_0, \beta_n) g_0 + \tag{16}$$
$$+(\alpha_{22}^3)^{-1} v_{\nu,(\alpha);3}(R_3, \beta_n) g_R + \sum_{k=1}^{2} d_k [Z_{\nu,(\alpha);12}^k(\beta_n)\omega_{2k} - Z_{\nu,(\alpha);22}^k(\beta_n)\omega_{1k}].$$

У рівності (16) прийняті позначення:

$$d_k = \sigma_k R_k^{2\alpha_k+1} : c_{1k},\ (k = 1,2),\quad \tilde{g}_{1n} = \int_{R_0}^{R_1} g_1(r) v_{\nu,(\alpha);1}(r, \beta_n) \sigma_1 r^{2\alpha_1+1} dr,$$

$$\tilde{g}_{2n} = \int_{R_1}^{R_2} g_2(r) v_{\nu,(\alpha);2}(r, \beta_n) \sigma_2 r^{2\alpha_2-1} dr,\quad \tilde{g}_{3n} = \int_{R_2}^{R_3} g_3(r) v_{\nu,(\alpha);3}(r, \beta_n) \sigma_3 dr,$$

$$Z_{\nu,(\alpha);i2}^k(\beta_n) = (\alpha_{i2}^k \frac{d}{dr} + \beta_{i2}^k) v_{\nu,(\alpha);k+1}(r, \beta_n)\,|_{r=R_k},\ i,k = 1,2.$$

Формулами (12), (13), (16) задано досить ефективний математичний апарат для розв'язування задач математичної фізики неоднорідних середовищ. Сюди відносяться у першу чергу задачі статики, квазістатики та динаміки (еліптичні, параболічні та гіперболічні крайові задачі). Логічну схему застосування запровадженого СГІП покажемо на одній із таких задач.

Задача (динаміки). Побудувати обмежений в області $D_2 = \{(t,r) : t \in (0,\infty); r \in I_2\}$ розв'язок сепаратної системи диференціальних рівнянь гіперболічного типу зі сталими коефіцієнтами [13]

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \gamma_1^2 u_1 - B_{\nu,\alpha_1}[u_1] = f_1(t,r), r \in (R_0, R_1),\\
&\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \gamma_2^2 u_2 - B_{\alpha_2}[u_2] = f_2(t,r), r \in (R_1, R_2),\\
&\frac{\partial^2 u_3}{\partial t} + \gamma_3^2 u_3 - \frac{\partial^2 u_3}{\partial r^2} = f_3(t,r), r \in (R_2, R_3)
\end{aligned} \tag{17}$$

з початковими умовами

$$u_j(t,r)\,|_{t=0} = \varphi_j(r),\ \frac{\partial u_j}{\partial t}\,|_{t=0} = \psi_j(r),\ j = \overline{1,3}, \tag{18}$$

крайовими умовами

$$(\alpha_{11}^0 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{11}^0) u_1(t,r)\Big|_{r=R_0} = g_0(t),\ (\alpha_{22}^3 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{22}^3) u_3(t,r)\Big|_{r=R_3} = g_R(t) \tag{19}$$

та умовами спряження

$$[(\alpha_{j1}^k \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j1}^k) u_k(t,r) - (\alpha_{j2}^k \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j2}^k) u_{k+1}(t,r)]\Big|_{r=R_k} = \omega_{jk}(t);\ j,k = 1,2. \tag{20}$$

Розв'язання. Запишемо гіперболічну систему рівнянь (17) і початкові умови (18) у матричній формі:

$$\begin{bmatrix} (\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\gamma_1^2-B_{\nu,\alpha_1})u_1(t,r) \\ (\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\gamma_2^2-B_{\alpha_2})u_2(t,r) \\ (\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\gamma_3^2-\frac{\partial^2}{\partial r^2})u_3(t,r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t,r) \\ f_2(t,r) \\ f_3(t,r) \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$\left.\begin{bmatrix} u_1(t,r) \\ u_2(t,r) \\ u_3(t,r) \end{bmatrix}\right|_{t=0} = \begin{bmatrix} \varphi_1(r) \\ \varphi_2(r) \\ \varphi_3(r) \end{bmatrix}, \ \frac{\partial}{\partial t}\left.\begin{bmatrix} u_1(t,r) \\ u_2(t,r) \\ u_3(t,r) \end{bmatrix}\right|_{t=0} = \begin{bmatrix} \psi_1(r) \\ \psi_2(r) \\ \psi_3(r) \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Інтегральний оператор $H_{\nu,(\alpha)}$ згідно правила (12) зобразимо у вигляді операторної матриці-рядка

$$H_{\nu,(\alpha)}[...] = \left[\int_{R_0}^{R_1} ...v_{\nu,(\alpha);1}(r,\beta_n)\sigma_1 r^{2\alpha_1+1}dr \right. \tag{23}$$

$$\left. \int_{R_1}^{R_2} ...v_{\nu,(\alpha);2}(r,\beta_n)\sigma_2 r^{2\alpha_2-1}dr \ \int_{R_2}^{R_3} ...v_{\nu,(\alpha);3}(r,\beta_n)\sigma_3 dr \right].$$

Застосуємо операторну матрицю-рядок (23) за правилом множення матриць до задачі (21), (22). Внаслідок основної тотожності (16) отримуємо задачу Коші [10]

$$\frac{d^2\tilde{u}_n(t)}{dt^2}+\omega_n^2\tilde{u}_n(t)=F_n(t),\ \tilde{u}_n(t)|_{t=0}=\tilde{\varphi}_n,\ \frac{d\tilde{u}_n}{dt}|_{t=0}=\tilde{\psi}_n, \tag{24}$$

де

$$\omega_n^2=\beta_n^2+\gamma^2,\ \gamma^2=\max\{\gamma_1^2;\gamma_2^2;\gamma_3^2\};$$

$$k_i^2=\gamma^2-\gamma_i^2\ge 0,\ \tilde{\varphi}_n=\sum_{i=1}^{3}\tilde{\varphi}_{in},\ \tilde{\psi}_n=\sum_{i=1}^{3}\tilde{\psi}_{in},$$

$$F_n(t)=\tilde{f}_n(t)+(-\alpha_{11}^0)^{-1}\sigma_1 R_1^{2\alpha_1+1}v_{\nu,(\alpha);1}(R_0,\beta_n)g_0(t)+(\alpha_{22}^3)^{-1}\sigma_1 R_1^{2\alpha_1+1}v_{\nu,(\alpha);3}(R_0,\beta_n)g_R(t)+$$

$$+\sum_{k=1}^{2}d_k[Z_{\nu,(\alpha);12}^k(\beta_n)\omega_{2k}(t)-Z_{\nu,(\alpha);22}^k(\beta_n)\omega_{1k}(t)],\quad \tilde{u}_n(t)=\tilde{u}_{1n}(t)+\tilde{u}_{2n}(t)+\tilde{u}_{3n}(t).$$

Розв'язком задачі Коші (24) є функція [10]

$$\tilde{u}_n(t)=\frac{\sin\omega_n t}{\omega_n}\tilde{\psi}_n+\frac{d}{dt}\frac{\sin\omega_n t}{\omega_n}\tilde{\varphi}_n+\int_0^t\frac{\sin\omega_n(t-\tau)}{\omega_n}F_n(\tau)d\tau. \tag{25}$$

Оператор $H_{\nu,(\alpha)}^{-1}$ згідно правила (13) як обернений до (23) зобразимо у вигляді операторної матриці-стовпця

$$H_{(\alpha)}^{-1}[...] = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{\infty} ..v_{\nu,(\alpha);1}(r,\beta_n) \\ \sum_{n=1}^{\infty} ..v_{\nu,(\alpha);2}(r,\beta_n) \\ \sum_{n=1}^{\infty} ..v_{\nu,(\alpha);3}(r,\beta_n) \end{bmatrix}. \qquad (26)$$

Застосуємо за правилом множення матриць операторну матрицю-стовпець (26) до матриці-елемента $[\tilde{u}_n(t)]$, де функція $\tilde{u}_n(t)$ визначена формулою (25). У результаті низки елементарних перетворень одержуємо інтегральне зображення точного аналітичного розв'язку гіперболічної крайової задачі (17)-(20):

$$\begin{gathered} u_j(t,r) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{u}_n(t) v_{\nu,(\alpha);j}(r,\beta_n) = \sum_{k=1}^{3} \int_0^t \int_{R_{k-1}}^{R_k} H_{\nu,(\alpha);jk}(t-\tau,r,\rho)[f_k(\tau,\rho) + \\ +\delta_+(\tau)\psi_k(\rho)]\sigma_k h_k(\rho) d\rho d\tau + \frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=1}^{3} \int_{R_1}^{R_2} H_{\nu,(\alpha);jk}(t,r,\rho)\varphi_k(\rho)\sigma_k h_k(\rho) d\rho + \\ + \int_0^t [W_{\nu,(\alpha);1}(t-\tau,r) g_0(\tau) + W_{\nu,(\alpha);2}(t-\tau,r) g_R(\tau)] d\tau + \\ + \sum_{k=1}^{2} d_k [\int_0^t R_{\nu,(\alpha);12}^{k,j}(t-\tau,r)\omega_{2k}(\tau) d\tau - \int_0^t R_{\nu,(\alpha);22}^{k,j}(t-\tau,r)\omega_{1k}(\tau) d\tau], \ j=\overline{1,3}, \\ h_1(r) = r^{2\alpha_1+1}, \ h_2(r) = r^{2\alpha_2-1}, \ h_3 = 1. \end{gathered} \qquad (27)$$

У рівностях (27) беруть участь головні розв'язки задачі:

1) породжені неоднорідністю системи функції впливу (джерела)

$$H_{\nu,(\alpha);jk}(t,r,\rho) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} v_{\nu,(\alpha);j}(r,\beta_n) v_{\nu,(\alpha);k}(\rho,\beta_n), \ j,k = \overline{1,3};$$

2) породжені крайовими умовами функції Гріна

$$W_{\nu,(\alpha);1}(t,r) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \omega_n t}{(-\alpha_{11}^0)\omega_n} v_{\nu,(\alpha);1}(R_0,\beta_n) v_{\nu,(\alpha);j}(r,\beta_n)\sigma_1 R_1^{2\alpha_1+1}, \ j=\overline{1,3}$$

;

$$W_{\nu,(\alpha);2}(t,r) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \omega_n t}{\alpha_{22}^3 \omega_n} v_{\nu,(\alpha);3}(R_3,\beta_n) v_{\nu,(\alpha);j}(r,\beta_n)\sigma_3, \ j=\overline{1,3};$$

3) породжені неоднорідністю умов спряження функції Гріна

$$R_{\nu,(\alpha);i2}^{k,j}(t,r) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} Z_{\nu,(\alpha);i2}^{k}(\beta_n) v_{\nu,(\alpha);j}(r,\beta_n)\sigma_3, \ i,k=1,2, \ j=\overline{1,3}.$$

За наведеною вище логічною схемою будуються інтегральні зображення точних аналітичних розв'язків задач статики та квазістатики.

Висновки. Запроваджено новий клас СГІП. Одержано інтегральне зображення точного аналітичного розв’язку гіперболічної крайової задачі. Розв’язок (27) носить алгоритмічний характер. Це дає можливість використовувати його як в теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках. Наявність параметрів у формулюванні гіперболічної задачі дозволяє безпосередньо виділити із загальних структур будь-який практично важливий випадок (у рамках розглянутої моделі).

Список використаних джерел:

1. Подстригач Я.С. Термоупругость тел неоднородной структури / Я.С. Подстригач, В.А. Ломакин, Ю.М. Коляно. – М. : Наука, 1984. — 368 с.
2. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю.М. Коляно. — К.: Наук, думка, 1992. — 280 с.
3. Ленюк М.П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях / М.П. Ленюк. – К.: Ін-т математики НАН України, 1997. – 188 с.
4. Конет І.М. Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в ортотропних сферичних областях / І.М. Конет. – К. : Ін-т математики НАН України, 1998. —209 с.
5. Конет І.М. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях / І.М. Конет, М.П.Ленюк. — Чернівці: Прут, 2004. — 276 с.
6. Комаров Г.М. Скінченні гібридні інтегральні перетворення, породжені диференціальними рівняннями другого порядку / Г.М. Комаров, М.П. Ленюк, В.В. Мороз. – Чернівці: Прут, 2001 – 228 с.
7. Конет І.М. Скінченні гібридні інтегральні перетворення типу (Конторовича – Лєбєдєва) – Бесселя – Фур’є та їх застосування / І.М. Конет, М.П. Ленюк // Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць / Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка. – Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2010. – Вип. 3. – С. – 103-118.
8. Ленюк М.П. Исследование основных краевых задач для диссипативного волнового уравнения Бесселя / М.П. Ленюк. – К., 1983. – 62 с. – (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 83.3)
9. Ленюк М.П. Інтегральні перетворення типу Конторовича – Лєбєдєва / М.П. Ленюк, Г.І. Міхалевська. – Чернівці : Прут, 2002. – 280 с.
10. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений / В.В. Степанов. – М.: Физматгиз, 1959. – 468 с.

11. Ленюк М.П. Гібридні інтегральні перетворення (Фур'є, Бесселя, Лежандра). Частина 1 / М.П. Ленюк, М.І. Шинкарик. – Тернопіль: Економ. думка, 2004. – 368 с.

12. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Наука, 1971. – 432 с.

13. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1972. – 735 с.

Introduced a finite integral transformation hydride, generated on the segment $[R_0, R_3]$ polar axis of the two coupling points differential hybrid Bessel operator - (Kontorovich - Lebedev) - Fourier. Integral image obtained exact analytical solution of hyperbolic boundary value problem in three-part segment.

Key words: *hybrid differential operator, finite hybrid integral transform, discrete spectrum, spectral function, the main identity.*

УДК 517.5

У.В.Гудима, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Ю.В.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
В.О.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ТЕОРЕМИ ІСНУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ВІДНОСНИЙ ЧЕБИШОВСЬКИЙ ЦЕНТР КОМПАКТА ЛІНІЙНОГО НОРМОВАНОГО ПРОСТОРУ

У статті встановлено деякі теореми існування екстремального елемента для узагальненої задачі про відносний чебишовський центр компакта лінійного нормованого простору.

Ключові слова: *компакт, чебишовський центр, теореми існування.*

Постановка задачі. Нехай X –лінійний над полем дійсних (комплексних) чисел нормований простір, $K(X)$ -множина непорожніх компактів цього простору, $K \in K(X)$, $V \subset X$, p - задана на X опукла неперервна функція.

Поставимо задачу відшукання величини

$$\alpha_V^*(K) = \inf_{x \in V} \sup_{y \in K} p(y - x). \quad (1)$$

Якщо $p(x) = \|x\|$, $x \in X$, то задача відшукання величини (1) стає задачею про чебишовський центр компактна K відносно множини V.

Якщо існує елемент $x^* \in V$ такий, що

$$\sup_{y \in K} p(y - x^*) = \alpha_V^*(K),$$

то його будемо називати екстремальним елементом для величини (1).

У статті для задачі відшукання величини (1) встановлено деякі теореми існування екстремального елемента, які узагальнюють на випадок цієї задачі відповідні теореми існування екстремального елемента для задачі найкращого у розумінні опуклої неперервної функції наближення елемента лінійного нормованого простору опуклою множиною цього простору, встановлені у праці [1], розглянуто допоміжні твердження, які представляють і самостійний інтерес.

Твердження1. Для кожного $x \in X$ функція $y \in X \to p(y-x)$ є неперервною на X.

Оскільки має місце твердження 1 і K - компакт простору X, то відповідно до узагальненої теореми Вейєрштрасса (див., наприклад, [2, с.28]) ця функція досягає на K свого найбільшого значення.

З огляду на вищесказане задачу відшукання величини (1) подамо у такому вигляді

$$\alpha_V^*(K) = \inf_{x \in V} \max_{y \in K} p(y-x), \tag{2}$$

екстремальним елементом для величини (2) назвемо такий елемент $x^* \in V$, для якого $\max_{y \in K} p(y-x^*) = \alpha_V^*(K)$ (за умови, звичайно, що такий елемент існує).

Теорема 1. Функція $\Phi_K(x) = \max_{y \in K} p(y-x)$, $x \in X$, є опуклою та неперервною на X.

Твердження 2. Нехай V - опукла замкнена локально компактна множина простору X, в тому числі і скінченновимірний підпростір,

$$\lim_{\substack{z \in V, \\ \|z\| \to \infty}} p(-z) = +\infty. \tag{3}$$

Якщо $z_m \in V$, $m = 1, 2, \ldots$, і числова послідовність $\{\Phi_K(z_m)\}_{m=1}^{\infty}$ обмежена зверху, то послідовність $\{z_m\}_{m=1}^{\infty}$ є обмеженою послідовністю.

В подальшому будемо використовувати наступні позначення та поняття.

Нехай X^* - простір, спряжений з X, F - дійснозначна функція, задана на X.

Полярою p^* фукнції p, або функцією, спряженою з p, називається функція на X^*, означена рівністю

$$p^*(f) = \sup_{x \in X} \{f(x) - p(x)\}, \quad f \in X^*,$$

(див., наприклад, [3 , с. 319]).

Множина $domp^* = \{f : f \in X^*, p^*(f) < +\infty\}$ називається ефективною множиною функції p^* (див., наприклад, [3, с. 306]).

Функція $p_\infty(z) = \sup\limits_{f \in domp^*} f(z)$, $z \in X$, називається асимптотичною функцією для p (див., наприклад, [3, с. 346 і 347]).

Якщо V - замкнена опукла множина в X, то асимптотичним конусом V_∞ множини V називається множина таких точок $y \in X$, що $x_0 + ty \in V$ для довільної точки $x_0 \in V$ і довільного $t > 0$ (див., наприклад, [3 , с. 345]).

Нехай $M = \{f : f \in domp^*, \sup\limits_{x \in V} f(x) < +\infty\}$.

Твердження 3. Якщо $M \neq \varnothing$, то $\alpha_V^*(K) > -\infty$ для всіх $K \in K(X)$.

Теорема 2. Якщо V - опукла замкнена локально компактна множина простору X, в тому числі і скінченновимірний підпростір, $M \neq \varnothing$, $\lim\limits_{\substack{z \in V, \\ \|z\| \to \infty}} p(-z) = +\infty$, то V є множиною існування екстремального елемента для величини (2).

Доведення. Нехай $\{x_m\}_{m=1}^{\infty}$ є мінімізуючою послідовностю для величини (2), тобто

$$\lim_{m \to \infty} \Phi_K(x_m) = \alpha_V^*(K), \; x_m \in V, \; m = 1, 2, ... \tag{4}$$

Оскільки $M \neq \varnothing$, то $\alpha_V^*(K) \in R$. Зі співвідношення (4) випливає, що послідовність $\{\Phi_K(x_m)\}_{m=1}^{\infty}$ є обмеженою. Згідно з твердженням 2 обмеженою буде також послідовність $\{x_m\}_{m=1}^{\infty}$. Оскільки V є локально компактною множиною, то існує збіжна підпослідовність $\{x_{m_j}\}_{j=1}^{\infty}$ послідовності $\{x_m\}_{m=1}^{\infty}$. Нехай $\lim\limits_{j \to \infty} x_{m_j} = x^*$. Внаслідок замкненості V $x^* \in V$. Оскільки $\lim\limits_{j \to \infty} \Phi_K(x_{m_j}) = \alpha_V^*(K)$ і функція $\Phi_K(x)$, $x \in X$, є неперервною на X (див. теорему 1), то

$$\Phi_K(x^*) = \max_{y \in K} p(y - x^*) = \alpha_V^*(K).$$

Це й означає, що x^* є екстремальним елементом для величини (2).

Теорему доведено.

Теорема 3. Нехай V — опукла замкнена локально компакна множина, в тому числі і скінченновимірний підпростір, $M \neq \varnothing$, $p_\infty \; -z \; > 0$ для всіх $z \in V_\infty, z \neq 0,$ то V є множиною існування екстремального елемента для величини (2).

Доведення. Переконаємось, що за умов теореми має місце співвідношення (3). Припустимо супротивне. Тоді існує $c \in R$ і послідовність $z_m \,{}_{m=1}^{\infty}$, $z_m \in V,\ m = 1, 2, \ldots,\ \lim\limits_{m\to\infty} \|z_m\| = \infty,$ такі, що $p \; -z_m \; \leq c$.

Згідно з лемою 2 [1] існує ненульовий елемент $z \in V_\infty$, для якого $p_\infty \; -z \; \leq 0$, що суперечить умові теореми.

Отже, рівність (3) має місце. Згідно з теоремою 2 V є множиною існування.

Теорему доведено.

Наслідок 1. Якщо V — опукла замкнена локально компактна множина, що містить 0, в тому числі скінченновимірний підпростір, $M \neq \varnothing$ і $p_\infty \; -z \; > 0$ для всіх $z \in V,\ z \neq 0,$ то V є множиною існування екстремального елемента для величини (2).

Доведення. Нехай $z \in V_\infty$, $z \neq 0$. Тоді $0 + tz = tz \in V$ для всіх $t \geq 0$ в тому числі і для $t = 1$. Отже, $z \in V,\ z \neq 0.$ Згідно з умовою теореми $p_\infty \; -z \; > 0.$ Згідно з теоремою 3 V є множиною існування екстремального елемента для величини (2).

Наслідок доведено.

Теорема 4. Нехай V — скінченновимірний підпростір простору X, $V_1 = \; z : z \in V,\ p_\infty \; z \; \leq 0$ — підпростір, $M \neq \varnothing$. Тоді V є множиною існування екстремального елемента для величини (2).

Доведення. Нехай V_2 — підпростір V, що доповнює V_1 до V. Тоді кожна точка $x \in V$ подається у вигляді $x = x_1 + x_2$, де $x_1 \in V_1$, $x_2 \in V_2$.

Тому, враховуючи теорему Фенхеля-Моро (див., наприклад, [4, с. 186]), властивості точної верхньої межі і зазначене вище, для $y \in K$ та $x = x_1 + x_2$, $x_1 \in V_1$, $x_2 \in V_2$, можна записати наступні співвідношення

$$p(y-x) = p(y-x_1-x_2) = \max_{f \in dom\, p^*} \left(f(y-x_2) - p^*(f) - f(x_1) \right) \geq$$

$$\geq \max_{f \in dom\, p^*} \left(f(y-x_2) - p^*(f) \right) - \sup_{f \in dom\, p^*} f(x_1) =$$

$$= p(y-x_2) - p_\infty(x_1) \geq p(y-x_2).$$

Звідси випливає, що

$$\inf_{x \in V} \max_{y \in K} p(y-x) \geq \inf_{x_2 \in V_2} \max_{y \in K} p(y-x_2). \tag{5}$$

Оскільки $V_2 \subset V$, то з (5) маємо

$$\inf_{x \in V} \max_{y \in K} p(y-x) = \inf_{x_2 \in V_2} \max_{y \in K} p(y-x_2). \tag{6}$$

Звідси випливає, що для завершення доведення теореми достатньо переконатися, що існує екстремальний елемент для величини

$$\inf_{x_2 \in V_2} \max_{y \in K} p(y-x_2). \tag{7}$$

Нехай $x_2 \in V_2$ і $x_2 \neq 0$. Оскільки підпростір V_2 доповнює підпростір V_1 до V, то $-x_2 \notin V_1$.

Звідси випливає, що $p_\infty(-x_2) > 0$.

Згідно з теоремою 3 V_2 є множиною існування екстремального елемента для величини (7). Оскільки має місце рівність (6), то кожний екстремальний елемент для величини (7) буде також екстремальним елементом для величини (2).

Теорему доведено.

Теорема 5. Якщо V — слабко компактна множина простору X, $M \neq \varnothing$, то для будь-якого $K \in K(X)$ екстремальний елемент для величини (2) існує.

Доведення. Нехай V є слабко компактною множиною простору X, $K \in K(X)$ і $\{x_m\}_{m=1}^{\infty}, x_m \in V, m = 1, 2, \ldots,$ — мінімізуюча послідовність для величини (2), тобто

$$\lim_{m \to \infty} \Phi_K(x_m) = \alpha_V^*(K). \tag{8}$$

Оскільки $M \neq \varnothing$, то $\alpha_V^*(K) \in R$ (див. твердження 3).

Внаслідок того, що V є слабко компактною множиною простору X і $x_m \in V, m=1,2,\ldots$, то існує підпослідовність $\{x_{m_j}\}_{j=1}^{\infty}$ послідовності $\{x_m\}_{m=1}^{\infty}$, яка слабко збігається до $x^* \in V$. Переконаємося, що

$$\Phi_K(x^*) = \max_{y\in K} p(y-x^*) = \alpha_V^*(K). \tag{9}$$

Припустимо, що $\Phi_K(x^*) > \alpha_V^*(K)$. Тоді існує $\varepsilon > 0$ таке, що

$$\Phi_K(x^*) > \alpha_V^*(K) + \varepsilon. \tag{10}$$

Розглянемо множину

$$D = \{x : x \in X, \Phi_K(x) \le \alpha_V^*(K) + \varepsilon\}.$$

Згідно з (10) $x^* \notin D$. З неперервності та опуклості функції $\Phi_K(x), x \in X$, та властивостей точної нижньої межі випливає, що множина D є непорожньою замкненою опуклою множиною. Згідно з теоремою про розділяючу гіперплощину (див., наприклад, [5, с. 31]) існує ненульовий функціонал $\Psi \in X^*$ та число c такі, що

$$\Psi(x^*) > c > \Psi(x),\ x \in D. \tag{11}$$

Маємо $\lim\limits_{j\to\infty} \Phi_K(x_{m_j}) = \alpha_V^*(K)$ (див. (8)).

Звідси випливає, що існує номер $j_0 \in N$ такий, що $x_{m_j} \in D$ для всіх $j \ge j_0$.

Згідно з (11) тоді

$$\Psi(x^*) > c > \Psi(x_{m_j}),\ j \ge j_0. \tag{12}$$

Оскільки $x_{m_j} \xrightarrow[j\to\infty]{сл.} x^*$, то $\lim\limits_{j\to\infty} \Psi(x_{m_j}) = \Psi(x^*)$.

Перейшовши в (12) до границі при $j \to \infty$ одержимо, що $\Psi(x^*) > c \ge \Psi(x^*)$.

Одержана суперечність доводить, що наше припущення про те, що $\Phi_K(x^*) > \alpha_V^*(K)$, невірне. Отже, має місце рівність (9). Це означає, що x^* є екстремальним елементом для величини (2).

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Гнатюк В. А. Общие свойства наилучшего приближения по выпуклой непрерывной функции / В. А. Гнатюк, В. С. Щирба // Укр. мат. журн. — 1982. — 4, №5. — С. 608—613.
2. Канторович Л. В. Функциональный аналіз / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. — М. : Наука, 1977. — 742 с.
3. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация/ П.-Ж. Лоран. — М. : Мир, 1975. — 496 с.
4. Иоффе А. Д. Теория экстремальных задач / А. Д. Иоффе, В. М. Тихомиров. — М. : Наука, 1974. — 480 с.
5. Гольштейн Е. Г. Теория двойственности в математическом программировании и ее приложения / Е. Г. Гольштейн. — М. : Наука, 1971. — 352 с.

We prove some existence theorems of extreme elements for the generalized problem are set about the relative Chebyshew center of the compact of the linear normed space .

Key words: *compact, Chebyshew center, theorem existence*

УДК 37.091.33. (075.8)

О.П. Панчук, кандидат педагогічних наук, доцент

ТВОРЧИЙ ПІДХІД У ПРОЦЕСІ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ ТРУДОВОГО НАВЧАННЯ

В статті розкрито проблеми творчого підходу до підготовки майбутнього вчителя трудового навчання, зокрема застосування проектно-технологічного підходу навчання учнів.

Ключові слова: *творчість, творчі здібності, трудове навчання, проектна діяльність.*

Якість професійної підготовки педагога залежить не тільки від об'єму засвоєних ним знань і умінь, а й значною мірою від рівня розвитку його творчих здібностей. Існування нескінченної різноманітності конкретних умов учительської діяльності вимагає від майбутнього спеціаліста як знання загальних закономірностей навчально-виховного процесу, так і вміння застосовувати ці закономірності до поодиноких педагогічних явищ. А саме це і потребує самостійності творчого мислення, уяви, уміння прогнозувати та планувати свою діяльність, здатності працювати творчо і правильно в кожній конкретній ситуації [1].

Ця проблема у педагогічній науці не нова, її розглядали у своїх працях багато відомих психологів і педагогів як минулого так і сучасності. Ще А. С. Макаренко зауважив, що люди, які до роботи ставляться зі страхом, які бояться затратити зусилля і працюють, думаючи про щось інше, не можуть працювати творчо і тому пріоритетного значення у вищій школі набувають проблеми, пов'язані із розвитком студентської педагогічної ініціативи.

Розвиток творчих здібностей та вмінь студентів у значній мірі залежить від уміння викладачів підібрати доцільні форми організації навчального процесу. Перед ними постає важливе завдання: навчити студента самостійно здобувати необхідні знання впродовж навчання у вузі, озброїти його науковою методологією і методикою дослідження. Це можливо лише за умови використання різних форм проблемного навчання, які сприяють ефективності розвитку пізнавальної активності молоді, творчого мислення, виховання потреби та вміння постійно збагачувати свої знання.

Довший час основною метою трудового навчання було прищеплення школярам наснаги до фізичної праці та набуття ними знань, умінь та навичок ручної праці і ознайомлення з основами виробництва. При цьому передбачалось, що кожен з випускників загальноосвітньої школи має можливість придбати одну чи дві спеціальності на рівні 1-2 розрядів.

Пропонуючи дещо новий підхід до підготовки вчителя трудового навчання, тобто налаштовуючись на організацію творчої діяльності студентів ми доб'ємось потрібної нам мети, а саме сформувати технічно і технологічно грамотну особистість, зможемо дати їм загальні відомості про основи виробництва з елементами підприємницької діяльності, різноманітні технології, у тому числі зі сфери домашнього господарювання, прищепити навички конструкторської діяльності, сформувати у них поняття ринкової економіки, менеджменту і маркетингу та вміння застосовувати їх в своїй практичній діяльності [2].

Таким чином, на відміну від існуючого раніше напряму підготовки фахівців, даний напрям передбачає більш гармонійний зв'язок теорії з практикою.

Найбільш ефективно ці завдання можуть бути вирішені шляхом використання в навчанні сучасних педагогічних і технологічних систем, які забезпечують цілісний розвиток особистості, становлення її творчого потенціалу. До таких необхідно віднести проектно-технологічну систему, що забезпечує одночасний розвиток, навчання і виховання учнів шляхом залучення їх в активну творчу діяльність, результатом якої є розвиток її творчого потенціалу [3].

Конкретизуємо більш детально зміст спільної роботи вчителя і учнів (див. табл. 1) на уроках трудового навчання в процесі проектно-технологічної діяльності на всіх етапах її виконання. Ця діяльність має відповідати правильній та логічній послідовності організації роботи як учня, так і вчителя також за визначеним, попередньо спланованим і обґрунтованим планом.

Таблиця 1

Зміст діяльності вчителя і учнів у процесі проектно-технологічної діяльності

№ з/п	Стадія виконання проекту	Зміст діяльності вчителя і учня
		Організаційно-підготовчий етап
1.	Пошук проблеми	*Учні* уважно слухають вчителя і аналізують його запропоновані проблеми. *Вчитель* пропонує учням ряд проблем, орієнтовний перелік об'єктів проектування, розповідає їм вимоги, які ставляться до проектів, якої необхідної технології потрібно їм додержуватися під час виконання проектів і критерії їх оцінювання.
2.	Усвідомлення проблемної сфери	*Учні* вибирають одну із запропонованих вчителем проблем, ту, що їм найбільш до вподоби і актуальна. *Вчитель* надає поради, консультації, допомагає учневі в усвідомленні проблеми.
3.	Вироблення ідей та варіантів	*Учні,* спираючись на знання та потребу варіантів відповідних виробах, формують ряд ідей, а згодом і варіант конструкцій проекту. *Вчитель* спостерігає, надає консультації, допомагає більш точніше сформулювати тему проекту, надає поради щодо допоміжної літератури.
4.	Формування основних параметрів	*Учні* визначаються з основними параметрами проекту (розмір, функції і т.п.) та граничними вимогами, які ставляться до майбутнього виробу. *Вчитель* здійснює уточнення, надає поради.
5.	Вибір оптимального варіанту	*Учні* із запропонованих варіантів конструюють та найбільш вдалий, вибираючи із запропонованих позитивні сторони конструкції. *Вчитель* здійснює контроль, надає консультації уточнює, доповнює.

6.	Прогнозування майбутніх результаттів.	*Учні* узагальнюють ескіз, та оформлення проекту (дизайн, витрата матеріалу, визначаються з часом, що потрібен для виготовлення виробу). *Вчитель* слухає учнів, надає поради, консультації.
Конструкторський етап		
7.	Складання ескізу	*Учні* розробляють робочий ескіз виробу з описанням. *Вчитель* контролює, уточнює, допомагає.
8.	Добір матеріалів	*Учні* визначають і записують декілька найменувань матеріалів і вибирають той, який їм найбільш підходить. *Вчитель* надає поради.
9.	Вибір інструментів	*Учні* визначають і записують перелік необхідних інструментів і обладнань. *Вчитель* надає поради.
10.	Вибір технології обробки деталей виробу	Учні вибирають, аналізують і визначаються: якою "раціональною технологією будуть обробляти деталі виробу, який вид з'єднання деталей будуть використовувати, як оздоблять готовий виріб. Вчитель спостерігає, здійснює контроль.
11.	Економічне та екологічне обґрунтування.	Учні розраховують собівартість виробу, проводять екологічну експертизу майбутнього виробу. Вчитель надає допомогу, контролює.
12.	Мінімаркетингові дослідження.	Учні вивчають попит та пропозиції на спроектовану продукцію, розробляють власний товарний знак, здійснюють пошук пропозицій і можливостей реалізувати сконструйований об'єкт проектування. Вчитель надає поради.
13.	Організація робочого місця.	Учні підбирають і розміщують на робочому місці матеріали, інструменти, звертають увагу на освітлення, дотримання норм і правил поведінки. Вчитель надає допомогу.
Технологічний етап		

14.	Виконання технологічних операцій.	Учні виконують операції з виготовлення деталей виробу, коректують послідовність операцій, режими обробки, послідовність складання виробу. Вчитель спостерігає, контролює, надає консультації, допомогу, слідкує за дотриманням правил техніки безпеки під час виконання технологічних операцій інструментами та обладнанням.
15.	Самоконтроль своєї діяльності.	Учні здійснюють контроль якості обробки деталей конструкції під час виготовлення та складання виробу. Вчитель спостерігає, контролює.
16.	Дотримування трудової дис.-циплінни	Учні слідкують та контролюють за дотриманням дисципліни під час уроку, самовиховуються. Вчитель спостерігає та здійснює контроль за поведінкою учнів.
17.	Оцінка якості.	*Учні* оцінюють якість сконструйованого виробу, порівняно до відомих та теоретичного. *Вчитель* спостерігає, перевіряє, обговорює.
Заключний етап		
18.	Корегування і виконаного виробу.	*Учні* порівнюють виконаний проект із запланованим, усувають недоліки та неполадки. *Вчитель* аналізує, допомагає, надає поради.
19.	Випробування проекту.	*Учні* здійснюють випробовування готового виробу. *Вчитель* спостерігає, надає консультації.
20.	Самооцінка проекту.	*Учні* здійснюють самоаналіз вартості, самооцінку досягнутих результатів. *Вчитель* спостерігає, надає консультації.
21.	Аналіз підсумків.	*Учні* здійснюють аналіз проведеної роботи, підводять підсумки. *Вчитель* спостерігає.
22.	Оформлення.	*Учні* оформлюють проект із встановленими вимогами. *Вчитель* надає допомогу, консультації, поради.
23	Захист проекту.	*Учні* перед однолітками та групою експертів виконують демонстрації, відповідають на запитання. *Вчитель* здійснює контроль, слухає, бере участь в оцінці проекту.

Важливо в процесі проектно-технологічної діяльності, щоб учні усвідомили, що на всіх її етапах має бути не репродуктивне - строго послідовне дотримання стадій та елементів етапів взагалі, а оволодіння учнями алгоритмом організації, формування в них елементів технологічної культури, розвиток здатності до генерації ідей, їхнього аналізу, самостійного ухвалення рішення, формулювання власної думки, позиції, взаємодії і діалогу в процесі розв'язування спільних задач, розробці і виготовленні проектів [3].

Список використаних джерел:

1. "Національна доктрина розвитку освіти України у XXI столітті " // "Освіта України" №29, 18 липня 2001р.

2. Тхоржевский Д. О. Методика трудового і професійного навчання та викладання загальнотехнічних дисциплін / Д. О. Тхоржевський. – К. : Вища школа, 1992. – 334 с.

3. Коберник О. М. Проектно-технологічна система трудового навчання / О. М. Коберник // Трудова підготовка в закладах освіти. – 2003. – № 4. – С. 8–12.

In this article the problem of creativity in the preparation of future teachers of labor studies, including application design and technological approach for students.

Key words: *art, creativity, work training, project activities.*

УДК 004.05

В.М.Романюк, асистент

ОСОБЛИВОСТІ ГРАФІЧНОГО РЕДАКТОРА ADOBE PHOTOSHOP CS5

Проаналізовано графічні редактори Adobe Photoshop. Розглянуто особливості версії CS5 та показано доцільність його використання у різних сферах.

Ключові слова: *Adobe Photoshop CS5, інструменти, графічний редактор.*

Adobe Photoshop - багатофункціональний графічний редактор, розроблений і розповсюджується фірмою Adobe Systems. В основному працює з растровими зображеннями, проте має деякі векторні інструменти. Продукт є лідером ринку в області комерційних засобів редагування растрових зображень, і найбільш відомим продуктом фірми Adobe. В даний час Photoshop доступний на платформах Mac OS X / Mac OS і Microsoft Windows.

У 2010 році був випущений графічний редактор Adobe Photoshop CS5, CS5 Extended (12.0). Який має характерні особливості, а саме:

- текстовий пакет TLF, що розширює можливості роботи з текстом, і додає нові атрибути до тексту, спецсимволи і текстовим контейнерів;
- введення API для Text Layout Framework (TLF);
- вбудовуванні шрифти;
- видалення Carbon-елементів для Mac-версії, які не підтримуються в Mac OS X 10.6 Snow Leopard;
- реорганізований інтерфейс, що позбавляє користувача від нескінченних каскадних діалогів і меню;
- в панель «Info», тепер координати X / Y і W / H будуть оновлюватися в часі, а також при наведенні на об'єкт відобразиться його RGBA-значення;
- колор-міксер, тепер він наближений до стандартного колор-міксери Adobe, і дозволяє також створювати градієнти внизу панелі;
- новий XML-based. FLA формат, представлений у вигляді XML-основи з інформацією про документ і всіма супутніми об'єктами в одному файлі;
- поліпшення роботи з Cue Points (ключовими точками) для інтерактивного Flash-відео, тепер основне управління Cue Points перенесено на панель Properties попередній Flash-відео під час створення, за допомогою нового FLVPlayback-компонента для попереднього перегляду в реальному часі;
- поліпшення панелі Compiler Error.
- також Adobe Photoshop CS5 удосконалений новими інструментами;
- Content Aware Fill - заливка з урахуванням елементів зображення, яка дозволяє прибрати непотрібні елементи на зображенні просто видаливши їх. Фон під цими елементами домальовується з урахуванням елементів зображення;
- Інструмент Spot Healing Brush с галочкою Content Aware High Dynamic Range Imaging, HDRI або просто HDR - загальна назва технологій роботи з зображеннями і відео, діапазон яскравості яких перевищує можливості стандартних технологій.

Якщо потрібно зробити HDR зображення, то необхідно декілька знімків, знятих в одному місці з різною експозицією. Потім всі ці знімки можна додати в Photoshop і через меню File - Automate - Merge to HDR об'єднати в один. Ще одним цікавим моментом є можливість отримання імітації HDR всього з одного знімка, за допомогою корекції - HDR Toning.

У Photoshop CS5 було додано кілька нових типів кистей. Тепер вони нагадують реальні кисті. Добавлено новий інструмент Mixer Brush (Мікс-кисть), що імітує роботу художньої кисті з фарбами. Цей інструмент може змішувати кольору, міняти вологість кисті. Врезультаті можна використовувати фотографію або картинку, як свого роду полотно або кольорову палітру для живопису. Вибравши колір, кисть імітує занурення в справжню фарбу. При бажанні вибрані кольори можуть розтікатися, як при малюванні мокрим пензлем. Кольори можна змішувати. Анімована 3D кисть при попередньому перегляді змінюється від обертання і тиску на неї. Створюється повна ілюзія справжнього малювання, начебто справжня фарба наноситься на полотно.

У Photoshop CS5 знаходимо такі функції як Puppet Warp та Content-Aware Scale. За допомогою Puppet Warp можна проводити деформацію зображення, яка виконується шляхом розставлення контрольних точок які в подальшому змінюють. Content-Aware Scale дозволяє зменшувати або збільшувати розмір зображення не змінюючи при цьому важливих деталей, наприклад людей, тварин і т.д. Звичайне масштабування змінює розмір пікселів однорідно, а Content-Aware Scale в основному зачіпає пікселі в тих областях, які не містять важливої інформації. При захиститі важливих деталей, функція Content-Aware Scale дозволяє додати альфа-канал в якості захисту під час зміни розмірів.

Фільтр Lens Correction дозволяє обертати зображення, вирівнювати перспективу, автоматично обрізаючи краї зображення, додавати віньєтування, трансформувати.

Слід звернути увагу на Rule of Thirds у інструменті Crop оскільки у нього включено правило третин (rule of thirds). Воно одне з ключових правил композиції у фотозйомці. Дозволяє більш сильно передати природне сприйняття людського ока на певних частинах зображення. Дане правило являє собою уявну сітку яка кладеться поверх зображення, щоб розділити його на дев'ять рівних квадратів. Чотири точки, в яких перетинаються ці лінії, є фокусними точками. Коли на знімку присутній один об'єкт, найкраще буде розташувати його з лівого боку кадру. Виняток становлять культури, в яких інформація читається справа наліво, в цих випадках більше враження справить розташований праворуч об'єкт.

Ще однією невеликою особливістю в Photoshop CS5 є можливість використовувати інструменту Лінійки, який повинен малювати строго горизонтальні лінії. І Photoshop автоматично вирівняє зображення відповідно до поворотом фотографії. Також у списку поліпшень знаходиться збереження 16-бітових файлів JPG в один крок. І, нарешті, в Photoshop CS5 додана можливість вибрати відразу кілька шарів і налаштувати прозорість відразу всіх.

Отже, використання Photoshop CS5 є більш зручним та простішим, але не менш функціональним. Графічний редактор Photoshop CS5 є новим програмним продуктом на ринку програмного забезпечення який впевнено займає свою нішу та «авторитет» у користувачів.

Список використаних джерел.

1. Лайза Дейли, Брэд Дейли Adobe Photoshop CS5. Библия пользователя = Photoshop CS5 Bible — М.: «Диалектика», 2011. — С. 848. — ISBN 978-5-8459-1716-4.
2. Мэтт Клосковски Слои в Photoshop: полное руководство по применению самого эффективного средства, 2-е издание = Layers: The Complete Guide to Photoshop's Most Powerful Feature (2nd Edition) — М.: «Вильямс», 2011. — С. 304. — ISBN 978-5-8459-1729-4.
3. Скотт Келби Adobe Photoshop CS5: справочник по цифровой фотографии = The Adobe Photoshop CS5 Book for Digital Photographers — М.: «Вильямс», 2011. — С. 400. — ISBN 978-5-8459-1727-0.

The article deals with analysis of image editors of Adobe Photoshop. Considered the special features of CS5 version and shown the expediency of its usage in various fields.

Key words: *Adobe Photoshop CS5, tools, graphics editor.*

УДК 51:378.4:63.007.2.

І.В.Семенишина, кандидат фізико-математичних наук, доцент

РОЛЬ І МІСЦЕ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У ФОРМУВАННІ ПРОФЕСІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ АГРАРНИКІВ

У статті обґрунтовано необхідність забезпечення прикладної спрямованості викладання математики та її роль у формуванні професійної компетентності майбутніх фахівців вищої кваліфікації, розглянуто деякі шляхи її реалізації у вищому навчальному закладі аграрно-технічної освіти при читанні лекцій, проведенні практичних занять, виконанні студентами розрахунково-графічних, курсових і дипломних робіт, їх участі у науково-дослідній та винахідницькій роботі.

Ключові слова: *прикладна спрямованість викладання, професійна компетентність, ефективність і надійність навчання, методи оптимізації.*

Постановка проблеми. Основним завданням вищої школи, яке слідує з вимог і принципів Болонської декларації, є «орієнтація вищих навчальних закладів на кінцевий результат: знання, уміння та навички випускників, що повинні бути застосовані та використані на користь держави» [1]. Це вимагає глибокої перебудови психологічної, дидактичної, методичної та наукової діяльності науково-педагогічних працівників, опанування ними сучасних методів навчання та оцінювання рівня знань, умінь і професійної компетентності майбутніх фахівців.

Вища математика, як одна з базових навчальних дисциплін, що викладається на початкових курсах вищих навчальних закладів (ВНЗ) аграрно-технічної освіти, відіграє важливу роль у підготовці фахівців вищої кваліфікації сільськогосподарського виробництва, оскільки вивчення багатьох споріднених і фахових дисциплін вимагає використання тих чи інших математичних методів. Курсове і дипломне проектування, як правило, пов'язане з проведенням пошуку оптимального варіанту запропонованого технічного рішення чи технології та розрахунком економічної ефективності, що може бути досягнута внаслідок їх запровадження на виробництві. Жодна з цих задач не може бути ефективно розв'язана без застосування математики, і саме ці орієнтири мають перебувати в полі зору викладача при викладанні цього предмету.

Тому необхідною умовою математичної підготовки майбутнього аграрника у ВНЗ повинно стати формування його професійно-математичної компетентності.

Метою роботи є визначити роль і місце математичних дисциплін у формуванні професійних компетентностей аграрників.

Аналіз досліджень та публікацій. На сьогоднішній день у науці накопичено певний потенціал для вирішення теоретико-практичних завдань, пов'язаних із проблемою формування професійно-математичної компетентності аграрників. Особливе значення для обгрунтування теоретичних аспектів сучасної професійної математичної підготовки мають праці Г.Бевза, М. Бурди, М.Ігнатенко, Ю.Колягіна, З.Слєпкань, А.Столяра, І.Тесленко. У дослідженнях Р.Блохіної, Г.Жукової, Г.Іларіонової, О.Авереної розглянуто проблему формування професійно-математичної компетентності фахівців різного профілю у ВНЗ.

Виклад основного матеріалу. Для досягнення нової якості професійної освіти відповідно до її модернізації здійснюється інформатизація і оптимізація методів навчання, поглиблення у вищий школі інтераційних і міждісциплінарних програм. Тому оволодіння сучасними математичними методами та вміння застосовувати їх в професійній діяльності є одним з обов'язкових вимог, які висуваються перед випускниками вузів під час працевлаштування. Це, в свою чергу, змінює вимоги до якості фундаментальної в тому числі й математичної освіти випускників аграрно-технічних навчальних закладів.

Ефективність навчання «…характеризує стан процесу навчання не лише в автономному, але і в централізованому вираженні сторін системи навчального процесу. Наприклад, ефективність вивчення математики поширюється на ефективне вивчення фізики, опору матеріалів та інших предметів» [3, с. 26 - 27]. Ефективність навчання передбачає також його надійність, тобто якість всієї підготовки спеціаліста, що закінчує ВНЗ, до якої «…пред'являються дві вимоги: 1) обсяг і якість знань повинні відповідати вимогам, установленим по всіх параметрах до спеціаліста даного профілю; 2) отримані вміння, навички і науковий кругозір повинні забезпечувати його творчу працездатність» [3, с.27].

При викладанні вищої математики необхідно реалізувати дві основні задачі: з одного боку представити математику як цілісну фундаментальну науку, яка є абстрактною моделлю реального світу, а з іншого – показати широкі можливості математичних методів при їх використанні в інших навчальних дисциплінах і застосуванні до розв'язування прикладних задач. З цього приводу академік Б.В. Гнеденко зауважує: «Математику відносять до фундаментальних наук, і це правильно. Але щоб учень зрозумів це, йому потрібно неодноразово продемонструвати фундаментом чого і як вона стає. А для цього необхідно показати на чисельних прикладах, як і чому методи математики дозволяють розв'язувати задачі практики і як задачі практики неодмінно приводять до необхідності подальшого розвитку самої математики та її методів» [4, с.5].

При викладанні вищої математики потрібно, по можливості, використовувати термінологію, символіку і методику, яка вже знайома студентам з інших навчальних предметів, шукати можливості для звільнення програми навчальної дисципліни від застарілих понять, методів і задач, які сьогодні можуть бути ефективно розв'язані за допомогою комп'ютера, більше уваги приділити розробці математичних моделей оптимізаційних виробничих задач та їх розв'язуванню різними методами, зокрема, засобами диференціального числення.

Наведемо деякі приклади. Практика показує, що випускники шкіл, вивчаючи математику протягом тривалого часу, так і не засвоїли деяких основних понять і, в кращому випадку, можуть давати формальні відповіді, не усвідомлюючи належно їх суті. Наприклад, строге означення границі функції, яке пропонується учням у школі, є настільки абстрактним, що вони, в основному, не спроможні його зрозуміти: *число b називається границею функції* $y = f(x)$ *при* $x \to a$*, якщо для всіх значень аргументу* $x \neq a$ *і таких, що* $|x - a| < \delta$*, де* $\delta > 0$*— дійсне число, існує як завгодно мале число* $\varepsilon > 0$*, що виконується умова* $|f(x) - b| < \varepsilon$. Чи не доступнішим для студента є нестроге означення границі функції в точці $x = a$, яке ми даємо на основі графічних уявлень: *число b називається границею функції* $y = f(x)$ *при* $x \to a$*, якщо при* *прямуванні аргументу x до числа a відповідні значення функції y наближаються як завгодно близько до числа b, що записується так:* $\lim_{x \to a} f(x) = b$

Студенти спеціальності «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва»у теоретичній механіці та фізиці вивчають рух матеріальної точки *M*, траєкторія якої описується графіком функції $y = f(x)$, причому в цьому процесі береться до уваги не лише рух точки *M,* а також розглядаються закони руху її проекцій *x* і *y* на осі координат. Тому такий підхід до означення границі функції є більш сприятливим для розуміння студентами, адже в означенні, поряд з наочним представленням процесу, використовуються знайомі поняття і терміни.

При вивченні векторної алгебри вводиться поняття координат вектора. Відповідно до шкільного курсу, а також у переважній більшості підручників і навчальних посібників з вищої математики для студентів ВНЗ під координатами вектора розуміють коефіцієнти його розкладу в базисі $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, а в чому полягає їхній геометричний зміст, залишається невідомим. Ми вважаємо, що доцільно ввести поняття проекції вектора на вісь, розглянути її властивості і координати вектора визначати як його алгебраїчні проекції на осі координат. Перевага такого підходу очевидна: в загальнотехнічних та фахових дисциплінах координати вектора розглядаються саме так, причому студент повинен вміти, розпочинаючи з вивчення векторної алгебри, проектувати систему векторів на осі координат та визначати числові значення компонентів векторів. Порівняно з іншими навчальними предметами природничого циклу, математика як наука вирізняється чи не найвищим рівнем абстрактності понять і тверджень, тому при її викладанні, поряд з іншими, мають бути забезпечені такі дидактичні принципи як доступність, послідовність, систематичність та символічна наочність навчання.

Висновки і пропозиції. З метою підвищення інтересу студентів до вивчення вищої математики, ефективності та надійності навчання викладання вважаємо за необхідне:

1) під час читання лекцій і проведення практичних занять забезпечувати міжпредметні зв’язки вищої математики із спорідненими та спеціальними дисциплінами, що входять до навчального плану даної спеціальності, використовуючи при цьому, по можливості, термінологію і символіку, які знайомі студентам на основі їх досвіду, отриманого при вивченні суміжних навчальних дисциплін, або які ще будуть використовуватись при їх наступному вивченні;

2) звільнити робочу програму навчального курсу вищої математики від вивчення деяких застарілих питань і раціональніше використати навчальний час для розв’язування нескладних задач, які стосуються даного фаху і мають виробничий зміст;

3) передбачити робочою програмою з вищої математики виконання аудиторних і домашніх комплексних розрахунково-графічних робіт, пов'язаних з майбутнім фахом;

4) залучати студентів початкових і старших курсів до участі в роботі математичного гуртка і науково-практичних конференцій, на яких розглядати проблеми прикладного характеру;

Список використаних джерел:

1.Закон України про вищу освіту. Від 25.06.2001. № 2984-III // Збірник нормативних актів України щодо організації навчально-виховного процесу у вищому навчальному закладі. Випуск 1. – К.: УАЗТ, 2003 – 420 с.

2.Ортинський В.Л. Педагогіка вищої школи:[навч. посіб.] / В.Л.Ортинський. – К.: Центр учб. літ., 2009. – 472 с.

3.Архангельский С.И. Лекции по научной организации учебного процесса в высшей школе / С.И. Архангельский. – М.: Высшая. шк., 1976. – 200 с.

4.Гнеденко Б.В. О специальных курсах и семинарах естественно-научного и прикладного характера / Б.В.Гнеденко.//Сб. науч.-метод. ст. по матем. – М.: Высшая. шк., 1988. – Вып.15., С.4-9.

It is substantiated in the article the necessity of ensuring the applied derection of teaching mathematics and its role in the formation of professional competence of future high qualified specialist. It is observed some ways of its realization in the higher educational establishment of agrotechnical education while carrying out lectures and practical works; while doing essay and graduation projects by students and their participation in the scientific and research work.

Key words: *applied direction of teaching, professional competence, effectiveness and reliability of tuition, methods of optimization, physical method, computer's technologies.*

УДК 37.091.33 – 028.22:51

Л.О. Сморжевський, кандидат педагогічних наук, професор,
Ю.Л.Сморжевський, кандидат педагогічних наук, старший викладач.

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ КВАДРАТНИХ РІВНЯНЬ У КУРСІ АЛГЕБРИ 8 КЛАСУ

У статті розкрито методику використання наочних посібників при вивченні квадратних рівнянь і задач, які розв'язуються за допомогою квадратних рівнянь.

Ключові слова: *дидактичний принцип наочності, наочні посібники, їх види, квадратні рівняння.*

Перед вчителем математики стоїть завдання не лише дати учням міцні знання і навички з основ наук, а й розвинути їх мислення, зацікавити вивченням математики, активізувати їх пізнавальну діяльність, привчити працювати самостійно, щоб, закінчивши школу, вони могли самостійно підвищувати свою кваліфікацію в майбутній трудовій діяльності.

Завдання підвищення ефективності уроків з математики вимагає від учителя вміння володіти методами, засобами і формами навчання, як традиційними, виробленими віковим досвідом вчителів і методистів, так і тими, які виникли і ввійшли в шкільну практику відносно недавно. Уміле володіння арсеналом педагогічного досвіду дасть можливість творчо використовувати існуючі шляхи підвищення ефективності уроків з математики, принципи дидактики, зокрема, принцип наочності.

Зауважимо, що наочність є важливим компонентом активізації пізнавальної і навчальної діяльності учнів. Ще античні греки зазначали, що наочність сприяє кращому запам'ятовуванню інформації і швидшому її відтворенню. Наочність допомагає сконцентрувати увагу учнів на головному, конкретному, що дає позитивні результати при перевірці знань. Також, говорячи про увагу, можна сказати, що використання наочності на уроках в школі сприяє виробленню в людини звички відшукувати головне в матеріалі, сприяє більш точній концентрації уваги на конкретній інформації [1].

Питанням методики використання наочності на уроках алгебри в основній школі займалися методисти Бевз Г.П., Бобровнік М.П., Болтянський В.Г., Дубинчук О.С., Корінь Г.О., Красуля Л., Слєпкань З.І., Тарасенкова Н.А. та інші.

Однак у зв'язку з переходом середніх загальноосвітніх навчальних закладів на нову програму з математики [2] і нові підручники розроблена методика застаріла, тому виникає необхідність у розробці методики використання наочності на уроках алгебри в основній школі, яка б відповідала новій програмі і новим підручникам з алгебри у 7 – 9 класах. Нами зроблена спроба у розробці такої методики [3].

Метою даної статті є ілюстрація методики використання наочності при вивченні квадратних рівнянь у курсі алгебри 8 класу.

Таблиця 1

<table>
<tr><th colspan="2">КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ</th></tr>
<tr><th>Означення</th><th>Приклади</th></tr>
<tr><td>Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна; a, b, c – деякі числа, причому $a \neq 0$, називають квадратним рівнянням; a – перший коефіцієнт, b – другий, c – вільний член.</td><td>$4x^2 - 4x - 3 = 0$;
$x^2 + 3x - 4 = 0$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Якщо в цьому рівнянні хоча б один з коефіцієнтів b або c дорівнює нулю, то дане рівняння називають неповним квадратним рівнянням. Неповні квадратні рівняння бувають трьох видів:
1) $ax^2 = 0$; 2) $ax^2 + bx = 0$; 3) $ax^2 + c = 0$.</td></tr>
</table>

1. $ax^2 = 0$ при $b = 0$, $c = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$; рівняння має тільки один розв'язок.	$4x^2 = 0$; $x = 0$. *Відповідь*: 0.
2. При $c = 0$, $ax^2 + bx = 0$; $x(ax + b) = 0$; $x_1 = 0$ або $(ax + b) = 0$; $x_2 = -\frac{b}{a}$; рівняння завжди має два розв'язки.	$2x^2 + 3x = 0$; $x(2x + 3) = 0$; $x = 0$ або $2x + 3 = 0$; $x = -\frac{3}{2}$. *Відповідь:* 0; $-\frac{3}{2}$.
3. При $b = 0$ $ax^2 + c = 0$; $x^2 = -\frac{c}{a}$. Оскільки $c \neq 0$, то $-\frac{c}{a} \neq 0$, тоді: а) якщо $-\frac{c}{a} > 0$, то рівняння має два розв'язки: $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$; $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$; б) якщо $-\frac{c}{a} < 0$, то рівняння не має розв'язків.	$4x^2 - 25 = 0$; $x^2 = \frac{25}{4}$; $x_1 = \frac{5}{2}$; $x_2 = -\frac{5}{2}$. *Відповідь*: $\frac{5}{2}$; $-\frac{5}{2}$. $16x^2 + 1 = 0$; $x^2 = -\frac{1}{16}$; немає розв'язків. *Відповідь*: немає розв'язків.
Якщо $a = 1$, то квадратне рівняння називають ***зведеним***.	$x^2 - 5x + 6 = 0$.

Розкриємо методику використання наочності при вивченні квадратних рівнянь і задач, які розв'язуються за допомогою квадратних рівнянь у курсі алгебри 8 класу.

Означення квадратного і неповного квадратного рівнянь, видів неповного квадратного рівняння зручно розглядати, користуючись таблицею 1.

Для засвоєння алгоритмів розв'язування неповних квадратних рівнянь можна запропонувати вправи, записані на кодоплівці 1.

Кодоплівка 1

У правій колонці знайдіть відповіді до рівнянь, які розміщені у лівій колонці.	
Завдання:	*Відповіді:*

а) $-x^2 = 0$; б) $3x = x$; в) $5x(x + 2) = 6x$; г) $-3x(x + 4) = 9x$; д) $x^2 - 16 = 0$; е) $3x^2 - 12 = 0$; є) $4x^2 = 18x$.	1) 0; $-\dfrac{2}{5}$; 6) 2; –2;. 2) 0; 4,5; 7) $\dfrac{2}{3}$; 3) 0; –7; 8) 1; –2; 4) 0; 9) 0,5; 1; 5) 4; –4; 10) –1; –1.

Проводячи підсумок уроку, вчитель проектує на дошку запитання кодоплівки 2.

Кодоплівка 2

1. Які рівняння називаються квадратними? 2. Які рівняння називаються неповними квадратними рівняннями? 3. Як розв'язуються неповні квадратні рівняння виду: $ax^2 = 0$; $ax^2 + bx = =0$; $ax^2 + c = 0$? 4. Які з рівнянь не мають коренів: а) $2x^2 = -18$; б) $-4x^2 = -1$; в) $x^2 + 64 = 0$? Чому?

Вивівши формулу коренів квадратного рівняння, вчитель розглядає різні випадки для виразу D за допомогою таблиці 2.

Таблиця 2

КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ	
Повні квадратні рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, розв'язують за формулою: $x_{1,\,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, де $D = b^2 - 4ac$ називають ***дискримінантом*** даного квадратного рівняння.	
Якщо $D < 0$, то рівняння не має дійсних розв'язків.	$2x^2 - 3x + 2 = 0$; $D = 9 - 16 = -7$; $D < 0$, отже, рівняння не має дійсних розв'язків.
Якщо $D = 0$, то рівняння має два	$9x^2 + 6x + 1 = 0$; $D = 36 - 36 = 0$; $D =$

однакові розв'язки: $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$.	0, отже, рівняння має два однакові розв'язки: $x_1 = x_2 = -\dfrac{1}{3}$. *Відповідь*: $-\dfrac{1}{3}$.
Якщо $D > 0$, то рівняння має два різні розв'язки: $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$; $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$.	$2x^2 - 7x + 3 = 0$; $D = 49 - 24 = 25$; $x_1 = \dfrac{7-5}{4} = \dfrac{1}{2}$; $x_2 = \dfrac{7+5}{4} = 3$. *Відповідь*: $\dfrac{1}{2}$; 3.
Для квадратного рівняння $ax^2 + 2kx + c = 0$, другий коефіцієнт якого – парне число, формулу розв'язків зручно записати так: $x_{1,2} = \dfrac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$, де $D_1 = k^2 - ac$.	$4x^2 - 4x - 3 = 0$; $D_1 = 16$; $x_1 = \dfrac{2-4}{4} = -\dfrac{1}{2}$; $x_2 = \dfrac{2+4}{4} = \dfrac{3}{2}$. *Відповідь*: $-\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{3}{2}$.

До теореми Вієта можна підвести учнів за завданнями, записаними на кодоплівці 3.

Кодоплівка 3

1. Знайдіть корені рівняння $x^2 + px + q = 0$. 2. Знайдіть суму і добуток цих коренів. 3. Порівняйте одержані відповіді з коефіцієнтами рівняння.

Узагальнюючи відповіді учнів, вчитель формулює теорему. Для формування умінь і навичок розв'язувати квадратні рівняння варто проводити самостійні роботи, записані, наприклад, на кодоплівці 4.

Кодоплівка 4

Вправи для розв'язування

1. Знайдіть корені рівняння, користуючись теоремою Вієта: $x^2 + 5x + 6 = 0$.
2. Розв'яжіть рівняння за загальною формулою:
   а) $2x^2 – 7x – 4 = 0$; б) $3x^2 + 5x + 2 = 0$.
3. Розв'яжіть рівняння:
   а) $x^2 – 4x – 12 = 0$; б) $x^2 + 12x + 20 = 0$.
4. Складіть квадратне рівняння за його коренями:
   $x_1 = -\sqrt{8}; \quad x_2 = \sqrt{8}$.

Пояснення теми «Квадратний тричлен, його корені. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники» варто провести за допомогою таблиці 3.

Таблиця 3

<table>
<tr><th colspan="2">КВАДРАТНИЙ ТРИЧЛЕН ТА ЙОГО РОЗВ'ЯЗКИ</th></tr>
<tr><td colspan="2">Вираз $2x^2 – 5x + 3$ є многочленом другого ступеня з однією змінною. Такі многочлени називають квадратними тричленами.</td></tr>
<tr><th>Означення</th><th>Приклади</th></tr>
<tr><td>Розв'язком квадратного тричлена називається значення змінної, при якому значення цього тричлена дорівнює нулю. Для того, щоб знайти розв'язки квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, треба розв'язати квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.</td><td>Знайти розв'язки тричлена:
$4x^2 + 3x – 10$.
Розв'яжемо рівняння: $4x^2 + 3x – 10 = 0$. $D = 9 + 160 = 169$.
$x_1 = \frac{-3+13}{8}$; $x_2 = \frac{-3-13}{8}$;
$x_1 = \frac{5}{4}$; $x_2 = –2$.
Тобто, квадратний тричлен має два розв'язки: $\frac{5}{4}$ та $–2$.</td></tr>
<tr><td>Якщо x_1 і x_2 – розв'язки квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, то
$ax^2 + bx + c = a(x – x_1) \cdot (x – x_2)$.</td><td>$2x^2 – 5x + 3 = 2(x – 1) \cdot (x – 1{,}5) =$
$=(x – 1) \cdot (2x – 3)$,
$–2x^2 + 5x + 7 = –2(x – \ ) \cdot (x + 1) =$
$=(7 – 2x) \cdot (x + 1)$.</td></tr>
</table>

Введення поняття біквадратного рівняння і метод його розв'язування можна провести за допомогою кодоплівки 5.

БІКВАДРАТНЕ РІВНЯННЯ

Означення. Рівняння виду $ax^4 + bx^2 + c = 0$, x – змінна, a, b і c – деякі числа, причому $a \neq 0$, називають ***біквадратним рівнянням***.

Заміною $x^2 = t$ біквадратне рівняння зводиться до квадратного рівняння $at^2 + bt + c = 0$. Такий метод розв'язування рівнянь називають ***методом заміни змінної.***

Приклад.

$4x^4 – 9x^2 + 5 = 0$.

Нехай $x^2 = t$, тоді $x^4 = t^2$. Одержимо квадратне рівняння відносно t: $4t^2 – 9t + 5 = 0$. $D = (–9)^2 – 4 \cdot 4 \cdot 5 = 81 – 80 = 1$, $D > 0$, $t_1 = \frac{9+1}{8} = \frac{5}{4}$; $t_2 = \frac{9-1}{8} = 1$.

Повернемось до змінної x:

1) $x^2 = 1$; $x_1 = –1$; $x_2 = 1$;

2) $x^2 = \frac{5}{4}$; $x_3 = -\frac{\sqrt{5}}{2}$; $x_4 = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Відповідь: $x_1 = –1$; $x_2 = 1$; $x_3 = -\frac{\sqrt{5}}{2}$; $x_4 = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Розв'язуючи задачі за допомогою рівнянь, які зводяться до квадратних, треба вчити учнів виконувати схематичний запис задачі, який часто полегшує розв'язання задачі.

Пропонуючи учням задачі на рух, слід дати їм загальну схему розв'язання таких задач у вигляді таблиці 4.

Таблиця 4

Вид транспорту	S, км	V, км/год	t, год	Рівняння
Мотоцикл				
Автомобіль				

Наприклад, розв'язуючи задачу «З міста в село, відстань між якими 16 км, вийшов пішохід. Через 2 год. 40 хв. у тому самому напрямі виїхав велосипедист і прибув у село одночасно з пішоходом. Знайдіть швидкість велосипедиста, якщо вона на 8 км/год більша за швидкість пішохода», вчитель пропонує учням заповнити таблицю 5, аналогічну до таблиці 4.

Таблиця 5

Вид транспорту	S, км	V, км/год	t, год	Рівняння
Пішохід	16	$x - 8$	$\frac{16}{x-8}$	$\frac{16}{x-8} - \frac{16}{x} = 2\frac{40}{60}$
Велосипедист	16	x	$\frac{16}{x}$	

Схематичні записи у вигляді таких таблиць полегшують розв'язання текстових задач складанням квадратних рівнянь.

В учнів виникають труднощі при розв'язуванні текстових задач на рух за течією і проти течії. Для усунення цих труднощів варто запропонувати загальну схему розв'язання таких задач у вигляді таблиці 6.

Таблиця 6

	Рух		Рівняння
	За течією	Проти течії	
Шлях, км			
Швидкість, км/год			
Час, год			

Наприклад, пропонуючи учням задачу «Катер пройшов 45 км за течією і 7 км проти течії, витративши на весь шлях 3 год. Яка власна швидкість катера, якщо швидкість течії 2 км/год?», вчитель наголошує, що, заповнивши таблицю 6, одержуємо таблицю 7, яка дає нам шукане рівняння.

Таблиця 7

	Рух		Рівняння
	За течією	Проти течії	
Шлях, км	45	7	$\frac{45}{x+2} + \frac{7}{x-2} = 3$
Швидкість, км/год	$x + 2$	$x - 2$	
Час, год	$\frac{45}{x+2}$	$\frac{7}{x-2}$	

Розв'язуючи задачу на роботу, наприклад, «Бригада планувала засіяти 200 га до певного терміну, але засівала щодня на 5 га більше, ніж планувала, і тому завершила роботу на 2 дні раніше. За скільки днів бригада закінчила сівбу?», вчитель пропонує заповнити таблицю 8, яка набере вигляду:

Таблиця 8

Робота бригади	Об'єм роботи, га	Засівала щодня, га	Працювала днів	Рівняння
За планом	200	x	$\frac{200}{x}$	$\frac{200}{x}-\frac{200}{x+5}=2$
Фактично	200	$x+5$	$\frac{200}{x+5}$	

Знайшовши $x = 20$ і поділивши $\frac{200}{20+5}$, одержимо шукану відповідь: 8 днів.

Значне місце при розв'язуванні текстових задач за допомогою рівнянь займають задачі на сплави і розчини. Так, наприклад, задачу «Сплав міді і цинку, що містить 1 кг міді, сплавили з 2 кг міді. Дістали сплав, у якому відсоток міді на 25% більший, ніж у попередньому. Якою була маса початкового сплаву?» варто розв'язувати, заповнивши таблицю 9.

Використання розглянутих видів наочності при вивченні квадратних рівнянь на уроках алгебри 8 класу сприятиме свідомому засвоєнню учнями навчального матеріалу, підвищенню інтересу до математики, розвитку їх логічного мислення.

Таблиця 9

	Початковий сплав	Одержаний сплав	Рівняння
Маса сплаву, кг	x	$x+2$	$\frac{3}{x+2}\cdot 100\% - \frac{1}{x}\cdot 100\% = 25\%$
Маса міді, кг	1	3	
Відсоток міді, %	$\frac{1}{x}\cdot 100\%$	$\frac{3}{x+2}\cdot 100\%$	

Список використаних джерел:

1. Оборудование кабинета математики: Пособие для учителей / В.Г. Болтянский, М.Б. Волович, Э.Ю. Красс, Г.Г. Левитас. – 2-е изд., исп. и доп. – М.: Просвещение, 1981. – 191 с.

2. Математика. 5 – 12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Ірпінь, Перун, 2005. – 65 с.

3. Сморжевський Л.О. Методика використання наочності на уроках алгебри і геометрії в основній школі: навчальний посібник / Л.О. Сморжевський, Ю.Л. Сморжевський. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. – 184 с.

The article deals with methods of using visual aids in the study of quadratic equations and problems that are solved by using quadratic equations.

Key words: *didactic principle of visibility, visual aids, their types, square equation.*

УДК 517.5.

В. А. Сорич, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Н. М. Сорич, кандидат фізико-математичних наук, доцент

АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА НАБЛИЖЕНЬ ЛІНІЙНИХ КОМБІНАЦІЙ ФУНКЦІЙ НЕВИСОКОЇ ГЛАДКОСТІ ДЕЯКИМИ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ МНОГОЧЛЕНАМИ

Знайдено асимптотичні рівності для точних верхніх меж наближень лінійних комбінацій функцій на заданому функціональному компакті.

Ключові слова: *асимптотична рівність, похідна в сенсі Степанця, сумісне наближення.*

Вступ. У статтірозглянуто деякий новий лінійний метод наближення 2π–періодичних функцій, застосовано його до сумісного наближення на класах $C^{\psi}_{\beta,\infty}$ і вивчено асимптотичну поведінку величини, що характеризує це наближення.

Постановка задачі. Нехай $f(x) - 2\pi$-періодична функція $(f \in L)$ і

$$S[f] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos kx + b_k \sin kx) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k(f;x) \qquad (1)$$

− її ряд Фур'є. Нехай $\psi(k)$ − довільна функція натурального аргументу, $\beta \in R$.Якщо ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\psi(k)}\left(a_k \cos\left(kx + \frac{\beta\pi}{2}\right) + b_k \sin\left(kx + \frac{\beta\pi}{2}\right)\right)$$

є рядом Фур'є деякої сумовної функції, то цю функцію називають (ψ, β)-похідною функції $f(x)$ і позначають $f_\beta^\psi(x)$.

Множину функцій $f(x)$, у яких існують (ψ, β)-похідні, позначимо через L_β^ψ, а підмножину неперервних функцій із L_β^ψ— через C_β^ψ. Якщо $f(x) \in C_\beta^\psi$ і при цьому $esssup\left|f_\beta^\psi(x)\right| \leq 1$, то записуємо $f(x) \in C_{\beta,\infty}^\psi$.

В роботі основна увага приділяється класам $C_{\beta,\infty}^\psi$, у яких функція $\psi(k)$ є значенням опуклої вниз функції $\psi(t)$ неперервного аргументу $t \geq 1$ і, крім того, $\lim_{t\to\infty} \psi(t) = 0$. Множину таких функцій ψ позначають через $\mathfrak{M}$. Услід за О. І. Степанцем ([1, с. 93]) кожній функції $\psi \in \mathfrak{M}$ поставимо у відповідність характеристики:

$$\eta(t) = \eta(\psi;t) = \psi^{-1}\left(\frac{1}{2}\psi(t)\right), \qquad (2)$$

$$\mu(t) = \mu(\psi;t) = \frac{t}{\eta(t) - t}. \qquad (3)$$

Із множини $\mathfrak{M}$, використовуючи характеристику (3), виділимо підмножини $\mathfrak{M}_0$, $\mathfrak{M}_C$ *і* $\mathfrak{M}_\infty$ таким чином. До $\mathfrak{M}_C$ віднесемо усі функції $\psi \in \mathfrak{M}$, для яких існують додатні сталі K_1, K_2 (взагалі кажучи, залежні від ψ) такі, що

$$0 < K_1 \leq \mu(\psi;t) \leq K_2; \qquad (4)$$

де множини $\mathfrak{M}_0$— усі функції $\psi \in \mathfrak{M}$, для яких

$$0 < \mu(\psi;t) \leq K, \qquad (5)$$

де K— стала, яка може залежати від ψ; до $\mathfrak{M}_\infty$— усі функції $\psi \in \mathfrak{M}$, для яких $\mu(\psi;t)$ монотонно і необмежено зростає

$$\mu(\psi;t) \uparrow \infty. \qquad (6)$$

Із наведених означень випливає, що $\mathfrak{M}_0 \subset \mathfrak{M}_C$, тому далі покладемо $\mathfrak{M}'_0 = \mathfrak{M}_0 \setminus \mathfrak{M}_C$. Типовими представниками множини $\mathfrak{M}_C$ є функції $\psi(t) = t^{-r} (r > 0)$; множини $\mathfrak{M}'_0$— функції $\psi(t) = ln^{-\alpha}(t+e)$, $\alpha > 0$; множини $\mathfrak{M}_\infty$— функції $\psi(t) = e^{-\alpha t^r}, \alpha > 0, r > 0$.

Кожній функції $f(x)$ із класу $C_{\beta,\infty}^\psi$ поставимо у відповідність тригонометричний поліном $U_{n-1}^*(f;x) = U_{n-1}^*(\psi;\beta;f;x)$ вигляду

$$U_{n-1}^{*}(f;x)=\frac{a_0}{2}\lambda_0^{(n)}+\sum_{k=1}^{n-1}\{\lambda_k^{(n)}\,(a_k\cos kx+b_k\sin kx)+$$
$$+v_k^{(n)}\,(a_k\sin kx-b_k\cos kx)\}\ , \qquad (7)$$

де $a_k=a_k\big(f_\beta^\psi\big), b_k=b_k\big(f_\beta^\psi\big)$, а числа $\lambda_k^{(n)}=\lambda_k^{(n)}(\psi;\beta)$,
$v_k^{(n)}=v_k^{(n)}(\psi;\beta), k=\overline{0,n-1}, n\in N$, означаються рівностями

$$\lambda_0^{(n)}=-2\psi(2n)\cos\left(\frac{\beta\pi}{2}\right);$$
$$\lambda_k^{(n)}=\big(\psi(k)-\psi(2n-k)-\psi(2n+k)\big)\cos\left(\frac{\beta\pi}{2}\right); \qquad (8)$$
$$v_k^{(n)}=\big(\psi(k)-\psi(2n-k)+\psi(2n+k)\big)\sin\left(\frac{\beta\pi}{2}\right), k=\overline{1,n-1}.$$

Введемо, далі, відношення порядку для $(\psi;\beta)$- похідних, що дозволить вказати аналоги «молодших» похідних для функцій із класів $C_{\beta,\infty}^{\psi}$. Нехай $\psi_1(k),\psi_2(k)$— довільні послідовності дійсних чисел $\beta_1,\beta_2\in R$. Будемо говорити ([2, с. 145-148]), що пара $(\psi_1;\beta_1)$ L-передує парі $(\psi_2;\beta_2)$, якщо $L_{\beta_2}^{\psi_2}\subseteq L_{\beta_1}^{\psi_1}$, і писати $(\psi_1;\beta_1)\overset{L}{\leq}(\psi_2;\beta_2)$. Отже, «меншим» парам відповідають більші множини. Відомо (див., напр., [2, с. 145]), що для функції $f(x)\in L_{\beta_2}^{\psi_2}$ при $(\psi_1;\beta_1)\overset{L}{\leq}(\psi_2;\beta_2)$ існує $f_{\beta_i}^{\psi_1}(x)$ і $f_{\beta_i}^{\psi_1}(x)\in L_{\beta_2-\beta_1}^{\frac{\psi_2}{\psi_1}}$, при цьому

$$S\left[\big(f_{\beta_1}^{\psi_1}\big)_{\beta_2-\beta_1}^{\frac{\psi_2}{\psi_1}}\right]=S\big[f_{\beta_2}^{\psi_2}\big]. \qquad (9)$$

Розглядаючи множини $C_{\beta,\infty}^{\psi}$ та бажаючи добитися неперервності «молодших» похідних, введемо поняття C-передування пар. Будемо писати $(\psi_1;\beta_1)\overset{C}{\leq}(\psi_2;\beta_2)$ (пара$(\psi_1;\beta_1)$ C −передує парі$(\psi_2;\beta_2)$), якщо для $\forall f(x)\in C_{\beta,\infty}^{\psi}$існує неперервна її $(\psi_1;\beta_1)$-похідна.

В даній роботі встановлюється поведінка при $n\to\infty$ величини

$$\mathcal{E}_{n,m}\big(C_{\beta,\infty}^{\psi};U_{n-1}^{*}\big)=$$
$$=\sup_{f(x)\in C_{\beta,\infty}^{\psi}}\left\|\sum_{i=1}^{m}\psi_i(3n)\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}(x)-U_{n-1}^{*}\left(f_{\beta_i}^{\psi_i};x\right)\right)\right\|_C, \qquad (10)$$

якщо пари $(\psi_i;\beta_i)$ C-передують парі $(\psi;\beta)$.

Якщо $f(x)\in C_{\beta,\infty}^{\psi}$, то згідно (9) $f_{\beta_i}^{\psi_i}(x)\in C_{\beta-\beta_i;\infty}^{\frac{\psi}{\psi_i}}$. Нехай $\frac{\psi(k)}{\psi_i(k)}=\sigma_i(k)$.

Величина $\mathcal{E}_{n,m}\big(C_{\beta,\infty}^{\psi};U_{n-1}^{*}\big)$ характеризує сумісне наближення лінійної комбінації функцій із класів $C_{\beta-\beta_i;\infty}^{\sigma_i}$ деяким методом $U_{n-1}^*(f)$. Показано, що апроксимативні властивості поліномів $U_{n-1}^*(f)$ вигляду $(7-8)$ не гірші, а в деяких випадках і кращі за відповідні властивості сум Фур'є порядку $n-1$. Величина (10) при $m=1$ досліджена А. С. Сердюком в [3].

Допоміжні твердження. Інтегральні зображення відхилень $f(x)-U_{n-1}^*(f;x)$.

Основною метою даного пункту є знаходження інтегральних зображень відхилень $f(x)-U_{n-1}^*(f;x)$ для функцій із класу $C_{\beta,\infty}^{\psi}$. Якщо для послідовності $\psi(k)$ і параметру β ряд $\sum_{k=1}^{\infty}\psi(k)\cos(kt-\frac{\beta\pi}{2})$ є рядом Фур'є сумовної функції $\Psi_\beta(t)$, то (див., напр., [1, с. 51]) для $\forall f(x)\in L_\beta^\psi$ майже скрізь виконується рівність

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f_\beta^\psi\,(x-t)\Psi_\beta(t)dt=\frac{a_0}{2}+\left(\Psi_\beta * f_\beta^\psi\right)(x). \qquad (11)$$

Якщо ж $f(x)\in C_{\beta,\infty}^{\psi}$, то рівність (11) виконується скрізь. Далі в силу $(7-8)$ для довільної $f\in C_{\beta,\infty}^{\psi}$ виконується рівність

$$U_n^*(f;x)=\int_{-\pi}^{\pi}\varphi\,(x-t)Q_{n-1}^*(t)dt, \qquad (12)$$

в якій

$$Q_{n-1}^*(t)=\frac{\lambda_0^{(n)}}{2}+\sum_{k=1}^{n-1}\left(\lambda_k^{(n)}\cos kt+\nu_k^{(n)}\sin kt\right). \qquad (13)$$

Із (11) і (12) отримуємо наступне інтегральне представлення для величини $f(x)-U_{n-1}^*(f;x)$:

$$f(x)-U_{n-1}^*(f;x)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\varphi\,(x-t)\left(\Psi_\beta(t)-Q_{n-1}^*(t)\right)dt, \qquad (14)$$

де $\varphi(x)=f_\beta^\psi(x)$.

Подамо різницю $\Psi_\beta(t)-Q_{n-1}^*(t)$ у зручному для подальшого дослідження вигляді. Має місце твердження.

Лема 1. Нехай $\Psi_\beta(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\psi(k)\cos(kt-\frac{\beta\pi}{2})$, многочлен $U_{n-1}^*(t)$ визначається співвідношенням (14), тоді виконується рівність

$$\Psi_\beta(t)-Q_{n-1}^*(t)=$$

$$=2\cos\left(nt-\frac{\beta\pi}{2}\right)\left(\frac{\psi(n)}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\psi(n+k)\cos(kt)\right)-$$

$$-\sum_{k=n}^{\infty}\psi(k+2n)\cos\left(kt+\frac{\beta\pi}{2}\right), \qquad (15)$$

яка має місце в кожній точці t, в якій збіжні всі подані тригонометричні ряди.

Доведення. Згідно (8), (13), означення $\Psi_\beta(t)$

$$\Psi_\beta(t)-Q^*_{n-1}(t)=$$

$$=\sum_{k=1}^{\infty}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+\psi(2n)\cos\frac{\beta\pi}{2}-$$

$$-\sum_{k=1}^{n-1}\big(\psi(k)-\psi(2n-k)-\psi(2n+k)\big)\cos\frac{\beta\pi}{2}\cos kt-$$

$$-\sum_{k=1}^{n-1}\big(\psi(k)-\psi(2n-k)+\psi(2n+k)\big)\sin\frac{\beta\pi}{2}\sin kt=$$

$$=\sum_{k=1}^{\infty}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+\psi(2n)\cos\frac{\beta\pi}{2}-\sum_{k=1}^{n-1}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+$$

$$+\sum_{k=1}^{n-1}\psi(2n-k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+\sum_{k=1}^{n-1}\psi(2n+k)\cos\left(kt+\frac{\beta\pi}{2}\right)=$$

$$=\psi(2n)\cos\frac{\beta\pi}{2}+\sum_{k=n}^{\infty}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+$$

$$+\sum_{k=1}^{n-1}\psi(2n-k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+\sum_{k=1}^{n-1}\psi(2n+k)\cos\left(kt+\frac{\beta\pi}{2}\right). \qquad (16)$$

Далі на основі очевидних рівностей

$$\sum_{k=n}^{\infty}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)=$$

$$=\psi(n)\cos\left(nt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+\sum_{k=n+1}^{2n-1}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+$$

$$+\psi(2n)\cos\left(2nt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+\sum_{k=2n+1}^{3n-1}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)+$$

$$+\sum_{k=3n}^{\infty}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right); \qquad (17)$$

$$\sum_{k=1}^{n-1}\psi(2n-k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)=\sum_{k=n+1}^{2n-1}\psi(k)\cos\left((2n-k)t-\frac{\beta\pi}{2}\right); \qquad (18)$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} \psi(2n+k) \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right) =$$

$$= \sum_{k=2n+1}^{3n-1} \psi(k) \cos\left((2n-k)t - \frac{\beta\pi}{2}\right), \qquad (19)$$

формулу (16) можемо продовжити

$$\psi(2n) \cos\frac{\beta\pi}{2} + \sum_{k=n}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n-1} \psi(2n-k) \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right) + \sum_{k=1}^{n-1} \psi(2n+k) \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right) =$$

$$= \psi(n) \cos\left(nt - \frac{\beta\pi}{2}\right) +$$

$$+ \sum_{k=n+1}^{2n-1} \psi(k) \left(\cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right) + \cos\left((2n-k)t - \frac{\beta\pi}{2}\right)\right) +$$

$$+\psi(2n) \left(\cos\left(2nt - \frac{\beta\pi}{2}\right) + \cos\frac{\beta\pi}{2}\right) +$$

$$+ \sum_{k=2n+1}^{3n-1} \psi(k) \left(\cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right) + \cos\left((2n-k)t - \frac{\beta\pi}{2}\right)\right) +$$

$$+ \sum_{k=3n}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right) =$$

$$= \psi(n) \cos\left(nt - \frac{\beta\pi}{2}\right) +$$

$$+2 \cos\left(nt - \frac{\beta\pi}{2}\right) *$$

$$* \left(\sum_{k=n+1}^{2n-1} \psi(k) \cos(k-n)t + \psi(2n) \cos nt +\right.$$

$$\left.+ \sum_{k=2n+1}^{3n-1} \psi(k) \cos(k-n)t\right) +$$

$$+ \sum_{k=3n}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right) =$$

$$= 2 \cos\left(nt - \frac{\beta\pi}{2}\right) \left(\frac{\psi(n)}{2} + \sum_{k=n+1}^{3n-1} \psi(k) \cos(k-n)t\right) +$$

$$+ \sum_{k=3n}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right) =$$

$$= 2\cos\left(nt-\frac{\beta\pi}{2}\right)\left(\frac{\psi(n)}{2}+\sum_{k=n+1}^{\infty}\psi(k)\cos(k-n)t\right)-$$

$$-2\cos\left(nt-\frac{\beta\pi}{2}\right)\sum_{k=3n}^{\infty}\psi(k)\cos(k-n)t+\sum_{k=3n}^{\infty}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)=$$

$$= 2\cos\left(nt-\frac{\beta\pi}{2}\right)\left(\frac{\psi(n)}{2}+\sum_{k=n+1}^{\infty}\psi(n+k)\cos kt\right)-$$

$$-\sum_{k=n}^{\infty}\psi(k+2n)\cos\left(kt+\frac{\beta\pi}{2}\right). \qquad (20)$$

Об'єднуємо рівності (20) і (16), одержуємо (15). Лему доведено.

Лема 2. Нехай $\psi(k)\in\mathfrak{M}, \beta\in R$, і, крім того, якщо $\beta\neq 2l$ $(l\in Z)$, $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\psi(k)}{k}<+\infty$. Тоді для довільної функції $f(x)\in C^{\psi}_{\beta,\infty}$ для всіх x справедлива рівність

$$f(x)-U^{*}_{n-1}(f;x)=$$

$$=\frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\varphi\,(x-t)\cos\left(nt-\frac{\beta\pi}{2}\right)\Psi_n(t)dt-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\varphi\,(x-t)\sum_{k=n}^{\infty}\psi(k+2n)\cos\left(kt+\frac{\beta\pi}{2}\right)dt, \qquad (21)$$

в якій

$$\Psi_n(t)=\frac{\psi(n)}{2}+\sum_{k=n+1}^{\infty}\psi(n+k)\cos kt. \qquad (22)$$

Доведення. Якщо $\psi(k)\in\mathfrak{M}$, то [4, с. 294-298] тригонометричний ряд $\sum_{k=n+1}^{\infty}\psi(k)\cos kt$ є рядом Фур'є деякої сумовної функції скрізь, хіба що не в точках $t=2\pi k$ $(k\in Z)$. Але якщо виконується ще умова $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\psi(k)}{k}<+\infty$,

то ряд $\sum_{k=1}^{\infty}\psi(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)$ є рядом Фур'є деякої сумовної функції.

Тому об'єднуємо рівність (14) та лему 1 і одержуємо (21). Лему доведено.

Основні результати. В даному пункті одержимо асимптотичні рівності для величини (10) у випадку, коли $\sigma_i(k)\in\mathfrak{M}_0$ і $\beta-\beta_i=0$ та $\sigma_i(k)\in\mathfrak{M}_C, \beta_i\in R, i=\overline{1,m}$.

Мають місце наступні теореми.

Теорема 1. Якщо виконуються умови леми 2, то для будь-якої функції $f(x) \in C^{\psi}_{\beta,\infty}$ існує функція $g(x) \in C^{\psi_n}_{-\beta,\infty}$ така, що скрізь виконується рівність

$$f(x) - U^*_{n-1}(f;x) = -\big(g(x) - S_{n-1}(g;x)\big) + \mathcal{O}(1)\psi(n), \qquad (23)$$

причому $f^{\psi}_{\beta}(x) = g^{\psi_n}_{-\beta}(x)$, $\psi_n(k) = k(k+2n)$.

Доведення. Рівність (21) можемо записати так:

$$f(x) - U^*_{n-1}(f;x) =$$

$$= -\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \varphi\,(x-t) \sum_{k=n}^{\infty} \psi_n(k) \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt + r_n(x), \qquad (24)$$

де $r_n(x) = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \varphi\,(x-t) \cos\left(nt - \frac{\beta\pi}{2}\right) \Psi_n(t)dt,$ а $\psi_n(k) =$
$= \psi(k+2n)$.

Тоді $\|r_n(x)\|_C \le \frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |\Psi_n(t)|\,dt. \qquad (25)$

Відоме наступне твердження: якщо послідовність $C_0, C_1, \dots, C_n, \dots$ опукла онизу і нескінченно мала, то ряд $\frac{C_0}{2} +$
$\sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos kt$ збігається скрізь, д
крім хіба що точок $t = 2\pi l$, до деякої невід'ємної сумовної функції $C(x)$ і є її рядом Фур'є ([4]).

Оскільки $\psi(k) \in \mathfrak{M}$, то $\psi_n(k) \in \mathfrak{M}$, тому в силу наведенного твердження $\Psi_n(t) \ge 0$. З урахуванням даного факту нерівність (25) може бути продовжена так

$$\frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |\Psi_n(t)|\,dt = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \Psi_n(t)\,dt =$$

$$= \frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{\psi(n)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \psi(n+k)\cos kt\right) dt = 2\psi(n).$$

Отже,

$$\|r_n(x)\|_C = \mathcal{O}(1)\psi(n). \qquad (26)$$

Розглянемо клас 2π –періодичних функцій $C^{\psi_n}_{-\beta,\infty}$, породжений послідовністю $\psi_n(k) = \psi(k+2n)$ і числом $-\beta$. Нехай $\varphi(x) = f^{\psi}_{\beta}(x) =$
$= g^{\psi_n}_{-\beta}(x)$, тоді

$$g(x) - S_{n-1}(g;x) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \varphi\,(x-t) \sum_{k=n}^{\infty} \psi_n(k) \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right) dt, \qquad (27)$$

причому $g(x) \in C^{\psi_n}_{-\beta,\infty}$.

Співставимо формули (24), (26), (27) і одержимо рівність (23).

Теорема доведена.

Теорема 2. Якщо пари (ψ_i,β_i) C-передують парі (ψ,β), а пари $\left(\frac{\psi}{\psi_i},\beta-\beta_i\right)=(\sigma_i,\beta-\beta_i)$ такі, що при $\sigma_i\in\mathfrak{M}'_0$, $\beta_i=\beta$, а при $\sigma_i\in\mathfrak{M}_C$, $\beta_i\in R$, то при $n\to\infty$ справедлива рівність

$$\mathcal{E}_{n,m}\left(C^{\psi}_{\beta,\infty};U^*_{n-1}\right)=\frac{4}{\pi^2}\psi(3n)\sqrt{A^2+B^2}\ln n+\mathcal{O}(1)\psi(n), \qquad (28)$$

де $A=\sum\limits_{i=1}^{m}\cos\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)$, $B=\sum\limits_{i=1}^{m}\sin\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)$, $\mathcal{O}(1)$ – величина, рівномірно обмежена по n,β,β_i.

Доведення. Якщо $f(x)\in C^{\psi}_{\beta,\infty}$, то в силу (9) при $(\psi_i;\beta_i)\overset{C}{\leq}(\psi;\beta)$ існує $f^{\psi_i}_{\beta_i}(x)\in C^{\frac{\psi}{\psi_i}}_{\beta-\beta_i,\infty}=C^{\sigma_i}_{\beta-\beta_i,\infty}$. Пари $(\sigma_i,\beta-\beta_i)$ задовольняють умовам леми 2, а, отже, теореми 1, тому згідно теореми 1 при кожному $i=\overline{1,m}$ існує функція $g_i(x)\in C^{\sigma_{i,n}}_{\beta_i-\beta,\infty}$ така, що

$$f^{\psi_i}_{\beta_i}(x)-U^*_{n-1}\left(f^{\psi_i}_{\beta_i};x\right)=-\left(g_i(x)-S_n(g_i;x)\right)+\mathcal{O}(1)\sigma_i(n), \qquad (29)$$

де $\sigma_{i,n}(k)=\sigma_i(k+2n)$. Причому, як випливає із доведення теореми 1,

$$g_i(x)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\varphi\,(x-t)\sum_{k=1}^{\infty}\sigma_i(k+2n)\cos\left(kt+\frac{(\beta-\beta_i)\pi}{2}\right)dt,$$

де $\varphi(x)=f^{\psi}_{\beta}(x)$.

Із роботи О. І. Степанця [1, гл. III, §6] випливає, що для $\forall f(x)\in C^{\psi}_{\beta,\infty}$, якщо пара $(\psi;\beta)$ задовольняє умови теореми,

$$\rho_n(f;x)=f(x)-S_{n-1}(f;x)=$$

$$=-\frac{\psi(n)}{\pi}\int\limits_{a\leq|t|\leq n\pi}f^{\psi}_{\beta}\left(x+\frac{t}{n}\right)\frac{\sin\left(t+\frac{\beta\pi}{2}\right)}{t}dt+\mathcal{O}(1)\psi(n). \qquad (30)$$

Застосуємо до функції $g_i(x)\in C^{\sigma_{i,n}}_{\beta_i-\beta,\infty}$ асимптотичну рівність (30), оскільки пари $(\sigma_{i,n};\beta_i-\beta)$ та $(\sigma_i;\beta-\beta_i)$ одночасно задовольняють лему 2, одержимо

$$g_i(x)-S_{n-1}(g_i;x)=$$

$$=-\frac{\sigma_{n,i}(n)}{\pi}\int\limits_{a\leq|t|\leq n\pi}\varphi\left(x+\frac{t}{n}\right)\frac{\sin\left(t+\frac{(\beta-\beta_i)\pi}{2}\right)}{t}dt+\mathcal{O}(1)\sigma_{n,i}(n)=$$

$$= -\frac{\sigma_i(3n)}{\pi} \int\limits_{a \le |t| \le n\pi} \varphi\left(x + \frac{t}{n}\right) \frac{\sin\left(t + \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2}\right)}{t} dt +$$

$$+\mathcal{O}(1)\sigma_i(3n). \qquad (31)$$

Тому в силу (29) будемо мати

$$f_{\beta_i}^{\psi_i}(x) - U_{n-1}^*\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}; x\right) =$$

$$= \frac{\sigma_i(3n)}{\pi} \int\limits_{a \le |t| \le n\pi} \varphi\left(x + \frac{t}{n}\right) \frac{\sin\left(t + \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2}\right)}{t} dt +$$

$$+\mathcal{O}(1)\left(\sigma_i(n) + \sigma_i(3n)\right) =$$

$$= \frac{\psi(3n)}{\psi_i(3n)} \frac{1}{\pi} \int\limits_{a \le |t| \le n\pi} \varphi\left(x + \frac{t}{n}\right) \frac{\sin\left(t + \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2}\right)}{t} dt +$$

$$+\mathcal{O}(1)\frac{\psi(n)}{\psi_i(n)}, i = \overline{1, m}. \qquad (32)$$

Врахуємо ці асимптотичні рівності, і для лінійної комбінації

$$\sum_{i=1}^{m} \psi_i(3n)\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}(x) - U_{n-1}^*\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}; x\right)\right)$$

одержимо, що

$$\sum_{i=1}^{m} \psi_i(3n)\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}(x) - U_{n-1}^*\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}; x\right)\right) =$$

$$= \psi(3n) \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\pi} \int\limits_{a \le |t| \le n\pi} \varphi\left(x + \frac{t}{n}\right) \frac{\sin\left(t + \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2}\right)}{t} dt +$$

$$+\mathcal{O}(1) \sum_{i=1}^{m} \frac{\psi_i(3n)}{\psi_i(n)} \psi(n) =$$

$$= \psi(3n) \frac{1}{\pi} \int\limits_{a \le |t| \le n\pi} \varphi\left(x + \frac{t}{n}\right) \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{m} \sin\left(t + \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2}\right) dt +$$

$$+\mathcal{O}(1)\psi(n). \qquad (33)$$

Далі на основі очевидної рівності

$$\sum_{i=1}^{m} \sin\left(t + \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2}\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \sin\left(t + \frac{\beta\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right) + \sum_{i=1}^{m} \cos\left(t + \frac{\beta\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right) =$$

$$= \sin\left(t + \frac{\beta\pi}{2}\right)\sum_{i=1}^{m}\cos\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right) + \cos\left(t + \frac{\beta\pi}{2}\right)\sum_{i=1}^{m}\sin\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right) =:$$

$$= A\sin\left(t + \frac{\beta\pi}{2}\right) + B\cos\left(t + \frac{\beta\pi}{2}\right) = \sqrt{A^2 + B^2}\sin\left(t + \frac{(\beta+\theta)\pi}{2}\right),$$

де $\operatorname{tg}\theta\pi = \frac{B}{A}$, співвідношення (33) можна продовжити наступним чином

$$\sum_{i=1}^{m}\psi_i(3n)\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}(x) - U_{n-1}^{*}\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}; x\right)\right) =$$

$$\frac{\psi(3n)\sqrt{A^2 + B^2}}{\pi}\int\limits_{a\le|t|\le n\pi}\varphi\left(x + \frac{t}{n}\right)\frac{\sin\left(t + \frac{(\beta+\theta)\pi}{2}\right)}{t}dt +$$

$$+\mathcal{O}(1)\psi(n), n \to \infty. \qquad (34)$$

Оскільки $\varphi(x) = f_{\beta}^{\psi}(x)$, то з урахуванням (10) для величини $\mathcal{E}_{n,m}\left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; U_{n-1}^{*}\right)$ будемо мати

$$\mathcal{E}_{n,m}\left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; U_{n-1}^{*}\right) = \frac{\psi(3n)\sqrt{A^2 + B^2}}{\pi} *$$

$$* \sup_{f\in C_{\beta,\infty}^{\psi}}\left\|\int\limits_{a\le|t|\le n\pi} f_{\beta}^{\psi}\left(x + \frac{t}{n}\right)\frac{\sin\left(t + \frac{(\beta+\theta)\pi}{2}\right)}{t}dt\right\|_C +$$

$$+\mathcal{O}(1)\psi(n). \qquad (35)$$

В роботі [1, гл. III, §6] показано, що при $\forall\beta \in R, \forall a > 0$

$$\sup_{\|\varphi\|_\infty\le 1}\left\|\int\limits_{a\le|t|\le n\pi}\varphi\left(x + \frac{t}{n}\right)\frac{\sin\left(t + \frac{(\beta+\theta)\pi}{2}\right)}{t}dt\right\|_C =$$

$$= \frac{4}{\pi}\ln n + \mathcal{O}(1). \qquad (36)$$

Об'єднуємо співвідношення (35) і (36) та одержуємо (28).

Теорема доведена.

Порівняємо величину сумісного наближення класів $C_{\beta,\infty}^{\psi}$ сумами Фур'є та многочленами $U_{n-1}^{*}(f; x)$.

Як випливає із роботи [5]

$$\mathcal{E}_{n,m}\left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; S_n\right) = \sup_{f\in C_{\beta,\infty}^{\psi}}\left\|\sum_{i=1}^{m}\psi_i(3n)\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}(x) - S_{n-1}\left(f_{\beta_i}^{\psi_i}; x\right)\right)\right\|_C =$$

$$= \frac{4}{\pi^2}\sqrt{(A')^2 + (B')^2}\psi(n)\ln n + \mathcal{O}(1)\psi(n),$$

де $A' = \sum_{i=1}^{m} \frac{\psi_i(3n)}{\psi_i(n)} \cos\left(\frac{\beta_i \pi}{2}\right), B' = \sum_{i=1}^{m} \frac{\psi_i(3n)}{\psi_i(n)} \sin\left(\frac{\beta_i \pi}{2}\right)$. Тому

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\mathcal{E}_{n,m}\left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; U_{n-1}^{*}\right)}{\mathcal{E}_{n,m}\left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; S_{n-1}\right)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\psi(3n)\sqrt{A^2+B^2}}{\psi(n)\sqrt{(A')^2+(B')^2}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{A^2+B^2}}{\sqrt{\frac{\varphi^2(n)}{\varphi^2(3n)}((A')^2+(B')^2)}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{m} \cos\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{m} \sin\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)\right)^2}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i(n)}{\sigma_i(3n)} \cos\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i(n)}{\sigma_i(3n)} \sin\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)\right)^2}}.$$

Не втрачаючи загальності, можемо вважати, що $\beta_i \in [0;4)$. Оскільки $\sigma_i \in \mathfrak{M}$, то $\frac{\sigma_i(n)}{\sigma_i(3n)} < 1$. Тому якщо $\beta_i \in [0;1] \cup [2;3], i = \overline{1,m}$; або ж $\beta_i \in [1;2] \cup [3;4], i = \overline{1,m}$, то величини $\cos\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)$ як і величини $\sin\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)$ будуть однакового знаку. Тоді

$$\left(\sum_{i=1}^{m} \cos\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)\right)^2 \geq \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i(n)}{\sigma_i(3n)} \cos\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)\right)^2;$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m} \sin\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)\right)^2 \geq \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i(n)}{\sigma_i(3n)} \sin\left(\frac{\beta_i\pi}{2}\right)\right)^2,$$

звідки випливає, що

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\mathcal{E}_{n,m}\left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; U_{n-1}^{*}\right)}{\mathcal{E}_{n,m}\left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; S_{n-1}\right)} \leq 1,$$

тобто апроксимативні властивості методу U_{n-1}^{*} не гірші, а в багатьох випадках і кращі за аналогічні властивості сум Фур'є. Зокрема, на класах Вейля-Надя W_{β}^{r}

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\mathcal{E}_{n,m}\left(W_{\beta}^{r}; U_{n-1}^{*}\right)}{\mathcal{E}_{n,m}\left(W_{\beta}^{r}; S_{n-1}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{m} \cos\left(\frac{\beta_i \pi}{2}\right)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{m} \sin\left(\frac{\beta_i \pi}{2}\right)\right)^2}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{m} 3^{r_i - r} \cos\left(\frac{\beta_i \pi}{2}\right)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{m} 3^{r_i - r} \sin\left(\frac{\beta_i \pi}{2}\right)\right)^2}} < 1, 0 \le r_i < r.$$

А у випадку $m = 1, r_i = 0$ $\lim_{n\to\infty} \frac{\varepsilon_{n,m}\left(W_\beta^r; U_{n-1}^*\right)}{\varepsilon_{n,m}\left(W_\beta^r; S_{n-1}\right)} = \frac{1}{3^r}$, що було зауважено в роботі [3].

Список використаних джерел:

1. Степанец А.И. Классификация и приближение периодических функций/ А.И. Степанец. – К.: Наук.думка, 1987. – 268 с.
2. Степанец А.И. Методы теории приближений: в 2 ч./ А.И. Степанец. – К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002. – ч. 1. – 427 с.
3. Сердюк А.С. Про один лінійний метод наближення періодичних функцій / А.С. Сердюк // В кн."Проблеми теорії наближення функцій та суміжні питання": зб. праць. Ін-ту математики НАН України.-Т. 1.-№1.- Київ: Ін-т математики НАН України, 2004.-с. 295-336.
4. Зигмунд А. Тригонометрические ряды: в 2 т. / А. Зигмунд. — М.: Мир, 1965.-Т. 1. —615 с.
5. Сорич Н.Н Одновременное приближение периодических функций и их производных суммами Фурье / Н.Н. Сорич. – К., 1985. – с. 22 – 63.- (Препринт/ Ин-т математики АН УССР;85.7).

We establish asymptotic equalities for exact upper founds of approximations of line combinations of functions on some function's compacts.

Key words: *asymptotic equality, derivative of Stepanets's sense, the joint approximation.*

УДК 37.091.33 – 028.22:51

Ю.Л. Сморжевський, кандидат педагогічних наук, старший викладач,
Л.О. Сморжевський, кандидат педагогічних наук, професор

ПРО МЕТОДИКУ ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ КВАДРАТНИХ КОРЕНІВ У КУРСІ АЛГЕБРИ 8 КЛАСУ

У статті розглянуто методику використання наочних посібників при вивченні квадратних коренів і їх властивостей у курсі алгебри 8 класу.

Ключові слова: наочні посібники, їх види, квадратні корені, арифметичний квадратний корінь, властивості квадратного кореня.

В останні десятиріччя постійне вдосконалення методів, засобів і форм організації навчання математики, насамперед відшукання шляхів підвищення ефективності уроку з математики, стало предметом особливої уваги з боку школи, вчителя, педагогічної та психологічної науки.

Аналіз сучасного стану системи освіти в Україні говорить про актуальність та необхідність створення єдиного простору для інформаційно-педагогічного забезпечення освітян всім необхідним для проведення занять з використанням ілюстративного і наочного матеріалу.

Використання наочності у процесі навчання сприяє розумовому розвитку учнів, допомагає виявити зв'язок між науковими знаннями і життєвою практикою, полегшує процес засвоєння і сприяє розвитку інтересу до знань, стимулює розвиток мотиваційної сфери учнів [1].

Завдання підвищення ефективності уроків з математики вимагає від учителя вміння володіти методами, засобами і формами навчання, як традиційними, виробленими віковим досвідом вчителів і методистів, так і тими, які виникли і ввійшли в шкільну практику відносно недавно. Уміле володіння арсеналом педагогічного досвіду дасть можливість творчо використовувати існуючі шляхи підвищення ефективності уроків з математики, принципи дидактики, зокрема, принцип наочності.

Застосування принципу наочності є однією з необхідних умов успішного навчання учнів. Унаочнення підвищує ефективність уроку, допомагає подолати формалізм у навчанні, пожвавлює навчальний процес, збуджує ініціативу та мислення учнів, привчає їх до аналізу та узагальнення.

Уміле використання різноманітної наочності у процесі навчання сприяє розвитку самостійності, активності, творчої пізнавальної діяльності учнів, що значною мірою забезпечує підготовку їх до самостійної практичної роботи.

У зв'язку з переходом середніх загальноосвітніх навчальних закладів на нову програму з математики [2] і нові підручники виникає необхідність у розробці методики використання наочності на уроках математики. На жаль, на сьогодні такої методики немає.

Розглянемо методику використання наочних посібників при вивченні квадратних коренів і їх властивостей у курсі алгебри 8 класу.

Такі поняття: квадратний корінь з числа a, арифметичне значення квадратного кореня, добування квадратного кореня варто вводити учням, використовуючи таблицю 1.

Таблиця 1

КВАДРАТНІ КОРЕНІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ	
Означення	**Приклади**
Квадратним коренем з числа a називають число, квадрат якого дорівнює a.	$x^2 = 16$, $x_1 = 4$, $x_2 = -4$ – квадратні корені.
Арифметичним квадратним коренем з числа a називається невід'ємне число,	$\sqrt{16} = 4$; 4 – арифметичний

квадрат якого дорівнює *a*. Арифметичний квадратний корінь з числа *a* позначається знаком $\sqrt{a}$; *a* називається ***підкореневим виразом***. Дія, за допомогою якої знаходиться арифметичний квадратний корінь, називається ***добуванням квадратного кореня.*** Рівність $\sqrt{a}=b$ є правильною, якщо 1) $b \geq 0$; 2) $b^2 = a$.	квадратний корінь; $\sqrt{64} = 8$.
При $a<0$ $\sqrt{a}$ не має змісту, бо квадрат будь-якого числа невід'ємний.	$\sqrt{-36}$ не має змісту.
При будь-якому *a*, якщо $\sqrt{a}$ має зміст, правильна рівність: $(\sqrt{a})^2 = a$.	$(\sqrt{9})^2 = 9$; $(\sqrt{5})^2 = 5$.

Закріплення цього матеріалу можна провести у вигляді фронтального опитування за допомогою питань, сформульованих на кодоплівці 1.

Щоб підвести учнів до теорем про квадратний корінь з добутку, дробу і степеня, вчителю доцільно використати кодоплівки 2, 3 і 4 відповідно.

Кодоплівка 1

1. Що називають квадратним коренем числа *a*?
2. Скільки існує різних квадратних коренів з додатного числа *a*? з числа 0?
3. Що називають арифметичним квадратним коренем з числа *a*?
4. Скільки існує арифметичних значень квадратних коренів з додатного числа *a*? з числа 0?
5. При яких значеннях числа *a* вираз $\sqrt{a}$ не має змісту?
6. Чи має розв'язки рівняння $\sqrt{x} = m$, якщо $m \geq 0$, $m < 0$, і якщо має, то які?

Кодоплівка 2

Порівняйте вирази:

а) $\sqrt{36\cdot 4}$ і $\sqrt{36}\cdot\sqrt{4}$; в) $\sqrt{49\cdot 25}$ і $\sqrt{49}\cdot\sqrt{25}$;

б) $\sqrt{125\cdot 25}$ і $\sqrt{125}\cdot\sqrt{25}$; г) $\sqrt{9\cdot 4}$ і $\sqrt{9}\cdot\sqrt{4}$.

Кодоплівка 3

Порівняйте вирази:

а) $\sqrt{\frac{64}{81}}$ і $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}}$; в) $\sqrt{\frac{49}{4}}$ і $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}}$;

б) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ і $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$; г) $\sqrt{\frac{256}{25}}$ і $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{25}}$.

Кодоплівка 4

Порівняйте вирази:

а) $\sqrt{3^4}$ і 3^2; в) $\sqrt{2^8}$ і 2^4;

б) $\sqrt{0{,}2^6}$ і $0{,}2^3$; г) $\sqrt{0{,}1^4}$ і $0{,}1^2$.

Довівши дані теореми і закріпивши їх, слід продемонструвати таблицю 2, якою учні можуть користуватися під час розв'язування вправ.

Таблиця 2

ВЛАСТИВОСТІ АРИФМЕТИЧНОГО КВАДРАТНОГО КОРЕНЯ	
1. Якщо $a\geq 0,\ b\geq 0$, то $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$. 2. Якщо $a\geq 0,\ b>0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. 3. Якщо $a\geq 0,\ k\in N$, то	$\sqrt{4\cdot 9}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}=2\cdot 3=6$. $\sqrt{\frac{81}{25}}=\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}}=\frac{9}{5}$. $\sqrt{1{,}2^4}=1{,}2^2=1{,}44$. $\sqrt{(-2)^2}=\lvert -2\rvert=2$.

$\sqrt{a^{2k}} = a^k$. 4. Для будь-якого значення a правильна рівність $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$.	

Для перевірки засвоєння властивостей арифметичного квадратного кореня можна використати такий математичний диктант на кодоплівці 5:

Кодоплівка 5

1. Корінь з добутку $\sqrt{0{,}64 \cdot 100} = \ldots$.
2. Добуток коренів $\sqrt{121} \cdot \sqrt{36} = \ldots$.
3. Значення виразу $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ дорівнює … .
4. Корінь з дробу $\sqrt{2\frac{14}{25}} = \ldots$.
5. Частка коренів $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}} = \ldots$.
6. Значення виразу $\left(\sqrt{0{,}18}\right)^2 = \ldots$.
7. Значення виразу $\sqrt{36x^6} = \ldots$.

Способи тотожних перетворень виразів, що містять квадратні корені, доцільно пояснити, користуючись кодоплівкою 6.

Кодоплівка 6

1. Винесіть множник з-під знака кореня:

а) $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$; б) $\sqrt{x^9} = \sqrt{x^8 \cdot x} = \sqrt{x^8} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{\left(x^4\right)^2} \cdot \sqrt{x} = x^4 \cdot \sqrt{x}$.

2. Внесіть множник під знак кореня:

а) $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$;

б) $x\sqrt{2} = \begin{cases} якщо\ \ x \ge 0,\ то\ x\sqrt{2} = |x|\sqrt{2} = \sqrt{x^2}\cdot\sqrt{2} = \sqrt{2x^2} \\ якщо\ \ x < 0,\ то\ x\sqrt{2} = -|x|\sqrt{2} = -\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{2} = -\sqrt{2x^2} \end{cases}$.

3. Спростіть вирази:

а) $2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \sqrt{2}(2+4) = 6\sqrt{2}$; б) $3\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{6}$; в) $(2\sqrt{3})^2 = (2)^2\cdot(\sqrt{3})^2 = 4\cdot 3 = 12$.

г) $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$; д) $\dfrac{x^2-2}{x-\sqrt{2}} = \dfrac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{x-\sqrt{2}} = x+\sqrt{2}$.

4. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу:

а) $\dfrac{15}{\sqrt{6}-1} = \dfrac{15(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)} = \dfrac{15(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6})^2-1} = \dfrac{15(\sqrt{6}+1)}{6-1} = 3(\sqrt{6}+1)$

б) $\dfrac{a}{\sqrt{2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Для виконання тотожних перетворень виразів, які містять квадратні корені, різними способами зручно користуватися таблицею 3.

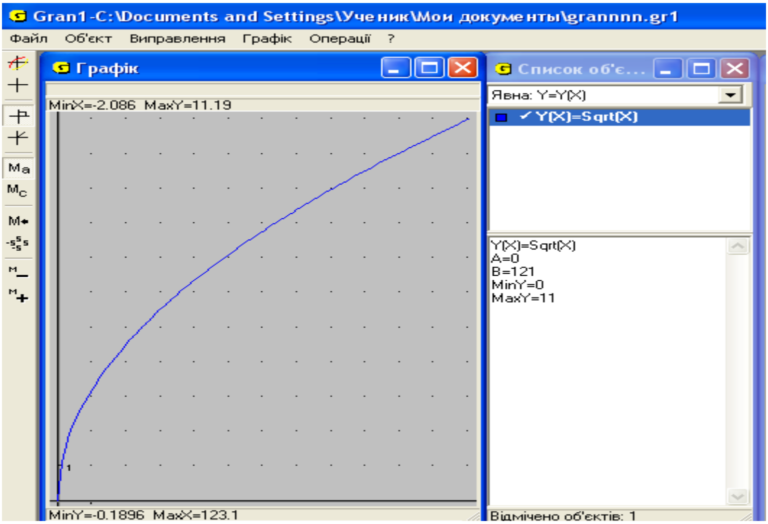
Таблиця 3

СПОСОБИ ТОТОЖНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ВИРАЗІВ, ЩО МІСТЯТЬ КВАДРАТНІ КОРЕНІ	
Способи	**Приклади**
1. Додавання, віднімання, множення, ділення і підне-сення до степе-ня виразів, які містять квад-ратні корені.	$3\sqrt{2}+5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$; $4\sqrt{5}-\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$; $2\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{10}$; $10\sqrt{6} : 5\sqrt{6} = 2$; $(2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3} = 12$.

2. Винесення множника за знак кореня.	$\sqrt{162}=\sqrt{81\cdot 2}=\sqrt{81}\cdot\sqrt{2}=9\sqrt{2}$.
3. Внесення множника під знак кореня.	$2\sqrt{3}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{4\cdot 3}=\sqrt{12}$.
4. Скорочення дробів.	$\frac{a-1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(\sqrt{a})^2-1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1}=\sqrt{a}-1$.
5. Звільнення від ірраціональ-ності в знамен-нику дробу.	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2-1}=2-\sqrt{\ }$.

Розглядаючи функцію $y=\sqrt{x}$, варто за допомогою програми GRAN–1 побудувати її графік (мал. 1).

Результати проведеного нами дослідження переконують в тому, що запропонована методика використання наочних посібників при вивченні квадратних коренів у курсі алгебри 8 класу розвиває інтерес учнів до математики, сприяє більш глибокому засвоєнню ними математики, а вчителю допомагає підвищити продуктивність уроків.



Мал. 1

Список використаних джерел:

4. Оборудование кабинета математики: Пособие для учителей / В.Г.Болтянский, М.Б.Волович, Э.Ю.Красс, Г.Г.Левитас. – 2-е изд., исп. и доп. – М.: Просвещение, 1981. – 191 с.

5. Математика. 5–12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Ірпінь, Перун, 2005. – 65 с.

6. Сморжевський Л.О. Методика використання наочності на уроках алгебри і геометрії в основній школі: навчальний посібник / Л.О. Сморжевський, Ю.Л. Сморжевський. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. – 184 с.

In the article the method of the use of visual aids is considered at the study of square roots and their properties in the course of algebra of a 8 class.

Key words: *visual aids, their kinds, square roots, arithmetic square root, properties of square root.*

УДК 37.091.26:004:51

Н.І.Судак, асистент

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНОГО ТЕСТУВАННЯ В НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

У статті розглядається комп'ютерне тестування з математики як один із видів контролю за знаннями та уміннями учнів. Наведено основні його переваги та недоліки. Розглянуто пакет для тестування SunRav TestOfficePro.

Ключові слова: *комп'ютерне тестування, математика.*

Актуальність. Процес навчання математики визначається метою набуття учнями визначеного обсягу знань, формування умінь використовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, розвитку математичного мислення і виховання математичної культури. Необхідним елементом навчального процесу, поряд з інформацією, що повідомляється, є контроль знань учнів. Якість навчання напряму залежить від кількості, глибини, сучасності і об'єктивності оцінки знань. Грамотно складені тести дозволяють визначити рівень засвоєння знань і ступінь формування навиків в навчальному процесі за допомогою тестування.

На сьогоднішній день головною умовою вступу випускника у вищий навчальний заклад є складання зовнішнього незалежного оцінювання. Не можна не враховувати стан нервової системи учня: ступінь його збудженості та врівноваженості, сили та рухливості (порушення нервової діяльності призводить до швидкої стомлюваності учня й негативно впливають на кінцевий результат). Для розв'язання цієї проблеми доцільно включати тестування в процес навчання уже починаючи з 5-го класу, яке допоможе поступово адаптувати нервову систему до можливого майбутнього стресу.

Мета – показати значення використання комп'ютера під час тестування на уроках математики.

Виклад основного матеріалу. Тестування (від англ. testing – випробування) вперше почало використовуватись Дж. Фішером для перевірки рівня знань учнів за допомогою оригінальних спеціальних книг (scale books), які з'явилися ще в 1864 р. у Великобританії [3]. Ці книги можна вважати першими зразками тестів успішності. А теоретичні основи тестування були розроблені пізніше, у 1883 р., англійським психологом Ф. Гальтоном у праці "Дослідження людських здібностей та їх розвиток". Ф. Гальтон дав визначення тестування як методу, у якому застосовуються однакові досліди щодо великої кількості індивідів із статистичною обробкою результатів та визначенням еталонів оцінки [3].

У 1890 р. у праці американських психологів Дж. Кеттела та В. Маккеона "Розумові тести та виміри" вперше був введений термін "тест".

Але у науковій літературі засновником тестової діагностики одноголосно вважається Дж. М. Кеттел, який започаткував традицію досліджень інтелекту вступників до вищих навчальних закладів, яка зберігається в американських університетах і дотепер. Для вивчення ефективності дидактичних прийомів у 1894 р. американець Дж. Райс уперше застосував свої таблиці перевірки знань з орфографії, а М. Стоун у 1908 р. надрукував перший тест з арифметики [3].

На початку XX ст. у розробці тестів спостерігається розмежування психологічного та педагогічного напрямів. Розробка першого педагогічного тесту належить американському психологу Е. Торндайку. Саме з розвитком тестування в психології та педагогіці починають застосовуватися математичні методи, які й впливають на розвиток тестології. Цей період характеризується підвищенням інтересу до тестування як засобу оцінювання академічних здібностей. З цього моменту тестування розвивається за двома головними напрямами, а саме: а) створення та використання тестів інтелектуального розвитку; б) створення та використання педагогічних тестів, призначених для оцінювання академічних здібностей та знань учнів [3].

Поступовий перехід від традиційних форм контролю й оцінювання знань до комп'ютерного тестування відповідає тенденціям сучасності і загальній концепції модернізації і комп'ютеризації української системи освіти. Її ефективність багато в чому залежить насамперед від специфіки самої навчальної дисципліни та мети навчання; від якості програмних продуктів і доцільності їх використання для конкретних навчальних цілей; а також від форм представлення навчальної інформації (зокрема, від рівня її візуалізації).

Порівняно з традиційними формами контролю комп'ютерне тестування (КТ) має ряд переваг:

- швидке одержання результатів і звільнення вчителя від трудомісткої роботи з обробки результатів тестування;
- об'єктивність в оцінці;
- конфіденційність при анонімному тестуванні;
- тестування на комп'ютері більш цікаве у порівнянні з традиційними формами опитування, що створює позитивну мотивацію у студентів;
- дозволяє проводити тестування на великих відстанях.

З огляду на це розробка різноманітних програмних засобів для підготовки й організації тестування з використанням комп'ютера є актуальною.

Говорячи про об'єктивність в оцінці, слід визначити загальні для будь-якого процесу автоматизованого контролю фактори, що, на нашу думку, сприяють більш об'єктивному підході до процедури оцінювання:

- однакові інструкції для усіх учнів;

- однакова система оцінки результатів тестування;
- автоматизований підрахунок балів.

Початковий етап організації КТ полягає в розробці методики проведення комп'ютерного тестування і припускає велику методичну роботу. Вона полягає, головним чином, у формуванні змісту тестових завдань, у розподілі їх по типам і рівням складності, а також у створенні програмного варіанта тесту. Зміст і постановка питань повинні забезпечувати валідність і надійність тестових завдань і всього тесту в цілому. Крім того, необхідно враховувати можливості програмної оболонки, що дозволяє розв’язати поставлену задачу лише певною мірою.

Тести є незамінними для перевірки засвоєння теоретичного матеріалу на репродуктивному й алгоритмічно-дійовому рівнях. Вони дають змогу охопити всіх учнів протягом короткого часу на занятті.

Об’єктивна інформація, яку може надати тестування, потрібна вчителю, керівникові освітнього закладу, шкільним психологам та керівникам більш високих рівнів управління.

Перед школою завжди гостро стояло питання об’єктивної перевірки теоретичних знань учнів. Ми пропонуємо використовувати для тестування пакет SunRav TestOfficePro.

Пакет SunRav TestOfficePro — програми для створення тестів їх проведення й обробки результатів. За допомогою SunRav TestOfficePro можливі організація й проведення тестування в будь-яких освітніх установах (вузах, коледжах, школах) з метою виявлення рівня знань з навчальних предметів і дисциплін, професійного і психологічного тестування тощо. Підприємства й організації можуть здійснювати атестацію й сертифікацію своїх співробітників. Вигляд програми SunRav TestOfficePro показано на рис. 1.

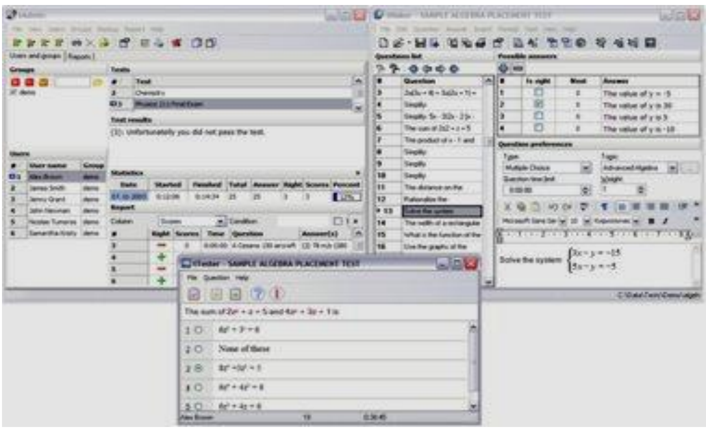


Рис. 1. *Вигляд вікна програми SunRav TestOfficePro.*

Основні переваги даного пакету:

1. Безпека. Всі тести й результати тестування шифруються методами стійкої криптографії, що повністю виключає можливість підробки результатів тестування. Крім того, можна встановити паролі: на редагування - дозволяє захистити тест від перегляду його структури, правильних відповідей і т.д.; на перегляд дозволяє запобігти пробному тестуванню з метою з’ясування правильних відповідей.

2. Візуалізація. Питання й варіанти відповіді можна повністю редагувати, використовуючи для цього потужний вбудований текстовий редактор, що мало відрізняється від MS WORD за своїми функціями та зручністю. У редакторі можна вставляти зображення, формули, схеми, таблиці, аудио- і відео- файли, HTML документи.

3. Різноманіття типів питань. У тестах можна використовувати 5 типів питань, в яких потрібно:

▪ вибрати один варіант відповіді з декількох запропонованих;

▪ вибрати один або кілька варіантів відповіді з декількох запропонованих;

▪ увести відповідь із клавіатури;

▪ впорядкувати два списки таким чином, що б вони відповідали один одному;

▪ впорядкувати список у певному порядку;

4. Розбиття питань тесту на теми. Тест може бути розділений на декілька тем. При цьому можливо оцінювати знання тестуючого як по кожній темі окремо , так і по тесту в цілому.

5. Забезпечення випадковості вибору набору питань тесту. Питання в тесті можна перемішувати. Більше того, розробник тесту може визначити, скільки питань із кожної теми одержить користувач для тестування. Наприклад, кожна тема складається з 100 запитань. Якщо вибрати випадковим чином тільки 10 питань, то тестуючі отримують зовсім різні набори питань тесту. Варіанти відповідей можна також перемішати.

6. Адаптивність тесту. Порядок проходження питань може бути не тільки лінійним, але й залежати від відповідей користувача.

7. Можливість варіювання ваги питання й варіантів відповіді. Кожне запитання й варіант відповіді може мати свою «ціну». Це дає можливість нараховувати користувачеві більше балів за правильні відповіді на складні питання й менше балів за відповіді на легкі питання.

8. Використання коментарів до питання. Кожне запитання може супроводжуватись коментарем, який може містити інформацію про правильну відповідь і т.п.

9. Забезпечення різноманітної реакції на відповідь користувача:

▪ відсутність реакції. Користувачеві просто пропонується відповістити на наступне питання.

▪ повідомлення про те, що користувач відповів правильно (неправильно).

▪ показ будь-якого документу, пов’язаного з запитанням. У ньому, безпосередньо, можна докладно пояснити причину неправильної відповіді й надати додатковий матеріал, що дозволить глибше вивчити запитання.

Можливість обмеження тестування за часом. Тестування можна обмежити за часом, як для всього тесту, так і для кожного запитання. При цьому кількість часу, виділена для кожного запитання може бути різною.

10. Забезпечення можливості інтеграції в електронні підручники. Тести можуть бути складовою частиною електронних навчальних посібників, створених за допомогою програми SunRav BookOffice.

11. Легкість установки. Є кілька способів встановлення програм для тестування на комп’ютери користувачів: за допомогою повного пакета SunRav TestOfficePro, за допомогою інсталяційного файлу програми tTester або простим копіюванням необхідних файлів на комп’ютери.

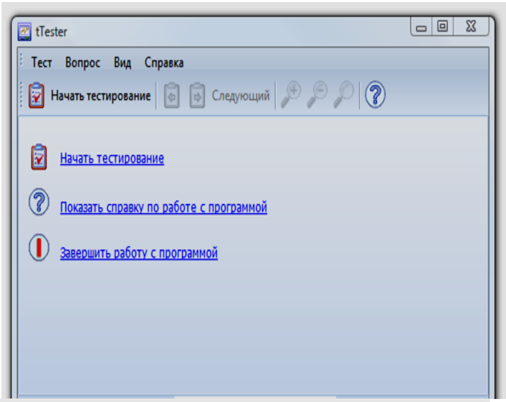
До пакету SunRav TestOfficePro входять такі програми:

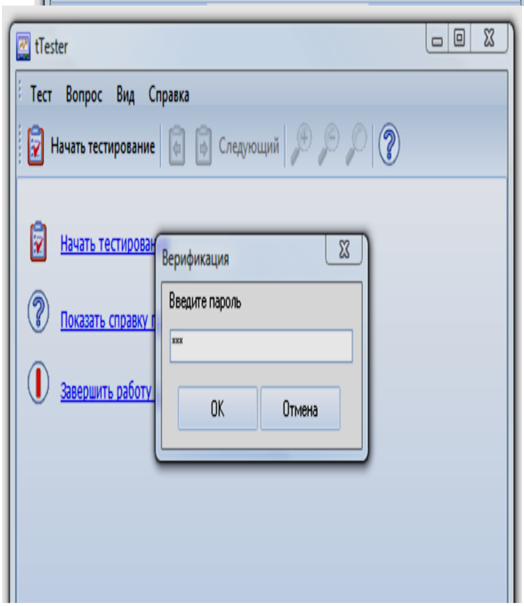
- tMaker – програма для створення тестів. Дозволяє створювати й редагувати тести користувачеві ПК із будь-яким рівнем підготовки. Можливе імпортування тестів, створених у текстовому редакторі або редакторі електронних таблиць.
- tTester – програма для проведення тестування. Має максимально простий інтерфейс. Значні настройки програми дозволяють пристосувати її роботу під будь-які вимоги.
- tAdmin – програма для вилученого адміністрування користувачів і обробки результатів тестування. Дозволяє переглядати/друкувати результати тестування користувача, а також створювати, друкувати, редагувати, експортувати звіти по тестуванню груп користувачів. Можливе створення матриці відповідей.

Програму доцільно використовувати:

- на початку вивчення теми, для самоконтролю: учні шукають у конспектах або підручнику правильні відповіді на тестові запитання;
- для проведення самостійної роботи: у тестах запропоновано приклади та задачі, які учні розв'язують у зошитах і вибирають правильну відповідь;
- у кінці вивчення теми для контролю теоретичних знань учнів (при цьому учень не має права підглядати у зошит, книжку чи інший посібник);
- для самостійного створення сильними учнями тестів до уроків з конкретних тем у позаурочний час.

Розглянемо приклади екранних форм використання програмного засобу при тестуванні з алгебри (рис.2): учням необхідно обчислити деякий алгебраїчний вираз, обравши правильну відповідь. Відповісти необхідно «прапорцем» на відповідному номері, після чого натисканням клавіші «Наступне запитання» відбувається перехід до наступного питання. Після відповіді на останнє питання, з'являється вікно, в якому виставляється оцінка за тест.





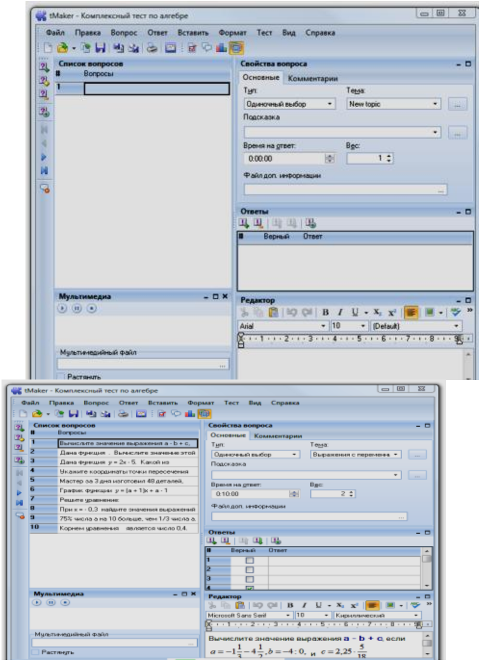


Рис. 2. Тестування в програмі SunRav TestOfficePro.

Висновки. Раціональне використання часу на уроці математики є запорукою його успішності. Тому доцільно використовувати комп’ютер під час перевірки знань учнів.

Програма, яка використовується для тестування дозволяє:

- створювати тести різного типу і змісту;
- використовувати при створенні тестів можливості представлення символьної і графічної інформації;
- проводити тестування на сучасному рівні, з дотриманням конфіденційності та у привабливій формі;
- встановлювати твердий часовий контроль над тестуванням;
- робити відновлення тестових завдань;
- обробляти результати тестування автоматично.

Таким чином, за допомогою комп'ютера вчитель може досить швидко побудувати систему контрольних або тестових завдань. При цьому значно полегшується процес обробки результатів і виставлення оцінок.

Комп’ютерне тестування є найоб’єктивнішим видом тестування, оскільки результати виконання завдань оцінюються шляхом зіставлення із заздалегідь визначеними правильними відповідями (ключами), закладеними в комп’ютерну програму. За таких умов процедура оцінювання відповідей тестованих має механічний характер і не залежить від уподобань того, хто перевіряє, тому що комп'ютер сам підраховує набрану кількість балів і виставляє оцінку.

Звичайно, у тестування як методу контролю є свої обмеження і недоліки. Дуже легко перевіряти рівень оволодіння навчальним матеріалом за допомогою тестів. Але перевірка за допомогою тестів глибинного розуміння предмету має свої труднощі.

Відсутність безпосереднього контакту з учнем, з одного боку, робить тестовий контроль більш об'єктивним, але, з іншого боку, підвищує ймовірність впливу випадкових факторів на результат оцінювання. Подолати такі недоліки допоможе правильно організована система оцінки якості навчання, в якій тести займають гідне місце. Найкращий результат, як свідчить практика викладання математики, дає симбіоз тестових та традиційних методів контролю.

Таким чином, комп'ютерне тестування, як і традиційні методи контролю, займає самостійне місце у загальній системі діагностування та моніторингу якості навчального процесу у загальноосвітніх навчальних закладах. І при правильній організації навчанні комп'ютерне тестування допомагає учням критично оцінити свої успіхи, дозволяє вчителеві отримати інформацію про те, як учні засвоюють навчальний матеріал, які елементи навчального процесу є не досить ефективними, як слід корегувати зміст та форми навчально-пізнавальної діяльності учнів. Комп'ютерне тестування, що передбачає розвиток самостійності та спеціалізацію розумових здібностей, формує індивідуальний стиль розумової діяльності як стійкої сукупності індивідуальних варіацій у способах сприйняття, запам'ятовування та мислення, за якими стоять різні шляхи одержання, накопичення, переробки та використання інформації.

Список використаних джерел:

1. Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий. Учебная книга для преподавателей вузов, учителей школ, аспирантов и студентов педвузов. / В.С. Аванесов – М.: Адепт, 1998. – 217 с.
2. Аванесов В.С. Научные основы тестового контроля знаний. / В.С. Аванесов – М. Иссл. центр, 1994. – 135 с.
3. Булах І.Є. Комп'ютерна діагностика навчальної успішності / І.Є. Булах. – К. : ЦМК МОЗ України, УДМУ, 1995. – 221 с.
4. Інформатизація середньої освіти: програмні засоби, технології, досвід, перспективи / Н.В. Вовковінська, Ю.О. Дорошенко, Л.М. Забродська, Л.М. Калініна, В.С.Коваль та ін.; За ред.. В.М. Мадзігона, Ю.О. Дорошенка. – К.: Педагогічна думка, 2003. – 272 с.
5. Михалева Т. Г. Оценка учебных достижений / Т. Г. Михалева, В. А. Хлебников // Педагогическая диагностика. – 2002. – № 2. – С. 45–52.

The paper considers computer testing in mathematics as a kind of control over knowledge and skills of students. The basic advantages and its disadvantages. We consider a package for testing SunRav TestOfficePro.

Key words: *computer testing, mathematics.*

УДК 517.9
Ю.В. Теплінський, доктор фізико-математичних наук, професор

ПРО ІСНУВАННЯ ОБМЕЖЕНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ ЗЛІЧЕННИХ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ, ЩО МІСТЯТЬ РІЗНОЗНАКОВІ ВІДХИЛЕННЯ АРГУМЕНТУ

Одержано достатні умови існування в просторі обмежених числових послідовностей сім'ї обмежених на всій осі розв'язків лінійних зліченних систем диференціально-різницевих рівнянь з нескінченною кількістю сталих різнознакових відхилень скалярного аргументу (часу).

Ключові слова: *диференціально-різницеве рівняння, зліченна система, інваріантний тор.*

Тут метод функції Гріна-Самойленка, використаний в [1] для побудови інваріантних торів систем вказаного виду з періодичними коефіцієнтами, застосовано до відшукання обмежених на всій осі розв'язків таких систем з коефіцієнтами, що не є періодичними. Розглянемо спочатку рівняння

$$\frac{d\varphi}{dt} = a(\varphi), \tag{1}$$

де $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots) \in \mathfrak{M}$; відображення $a(\varphi) = \{a_1(\varphi), a_2(\varphi), a_3(\varphi), \dots\}$ визначене функціями $a_i(\varphi)\colon \mathfrak{M} \to R^1$, $i \in N$, N – множина натуральних чисел, $\mathfrak{M}$ – банахів простір обмежених послідовностей дійсних чисел $x = (x_1, x_2, x_3, \dots)$ зі стандартною нормою $\|x\| = sup_i\{|x_i|\}$. Добре відомо, що при виконанні наступних умов **(А)**:

1) $\forall\, \varphi \in \mathfrak{M} \quad \|a(\varphi)\| = sup_i\{|a_i(\varphi)|\} \le A = const > 0$;

2) $\forall\, \{\varphi, \psi\} \subset \mathfrak{M} \quad \|a(\varphi) - a(\psi)\| \le \alpha\|\varphi - \psi\|$, де $\alpha = const > 0$,

$\forall\, \varphi \in \mathfrak{M}$ рівняння (1) має у класі функцій, обмежених за нормою на будь-якому скінченному сегменті числової осі, єдиний розв'язок $\varphi = \varphi_t(\varphi)$, що визначений на всій осі і задовольняє початкову умову $\varphi = \varphi_0(\varphi)$, який є неперервним відносно t відображенням $R^1 \to \mathfrak{M}$.

Запишемо тепер систему рівнянь, що не містить відхилень аргументу t:

$$\frac{d\varphi}{dt} = a(\varphi), \quad \frac{dx}{dt} = P(\varphi)x, \tag{2}$$

де $x \in \mathfrak{M}$, $P(\varphi) = \left[p_{ij}(\varphi)\right]_{i,j=1}^{\infty}$ – така матриця з дійсними неперервними відносно φ елементами, що

$$\sum_{j=1}^{\infty} sup_{\varphi\in\mathfrak{M}}\left|p_{sj}(\varphi)\right| < P^0 < \infty \;\; \forall s \in N. \tag{3}$$

Якщо справджуються умови **(А)** та нерівність (3), то для рівняння

$$\frac{dx}{dt} = P(\varphi_t(\varphi))x \tag{4}$$

існує матрицант $\Omega_\tau^t(\varphi)$ з неперервними відносно $\tau \quad \forall\, \tau \in R^1$ елементами, і є сенс будувати функцію виду

$$G_t(\tau,\varphi) = \begin{cases} \Omega_\tau^t(\varphi)\mathrm{C}\big(\varphi_\tau(\varphi)\big) \ \textit{при} \ x < 0, \\ \Omega_\tau^t(\varphi)\big[\mathrm{C}\big(\varphi_\tau(\varphi)\big) - E\big] \ \textit{при} \ x \geq 0, \end{cases} \tag{5}$$

яку називають функцією Гріна-Самойленка (скорочено ФГС) задачі про обмежені розв'язки, а функцію $G_0(\tau,\varphi)$ – функцією Гріна-Самойленка задачі про обмежений інваріантний многовид лінійних розширень рівняння (4) або системи рівнянь (2). Тут $\mathrm{C}(\varphi)$ – деяка обмежена за матричною нормою (див. [1]) нескінченна матриця, E – одинична нескінченна матриця.

Розглянемо тепер неоднорідне рівняння

$$\frac{dx}{dt} = P(\varphi_t(\varphi))x + c(\varphi,t), \tag{6}$$

що відповідає рівнянню (4), де функція

$c(\varphi,t) = (c_1(z_1(\varphi,t), z_2(\varphi,t), \dots), c_2(z_1(\varphi,t), z_2(\varphi,t), \dots), \dots)$

відображує $\mathfrak{M} \times R^1$ у простір $\mathfrak{M}$, тобто: $c_i(z_1, z_2, \dots)\colon \mathfrak{M}^\infty \to R^1$ для кожного натурального i; точки $z_i(\varphi,t) = (\varphi_{1_{t+\Delta_{i1}}}(\varphi), \varphi_{2_{t+\Delta_{i2}}}(\varphi), \dots)$ $\forall t \in R^1$ належать $\mathfrak{M}$, Δ_{ij} – довільні фіксовані дійсні числа (відхилення аргументу t), $\varphi \in \mathfrak{M}$, $\{i,j\} \subset N$.

Наступну умову назвемо умовою **(C)**:

функції $c_i(z)$ неперервні відносно z на $\mathfrak{M}^\infty$ і рівномірно обмежені на цій множині, тобто $\|c(z)\| = sup_i\,|c_i(z)| \leq C^0 = const > 0$.

Обмеженим інваріантним многовидом $\mathfrak{I}^0$ системи рівнянь (1), (6) (рівняння(6)) називають множину точок $x \in \mathfrak{M}$, породжену функцією

$x = u^0(\varphi) = (u_1^0(\varphi), u_2^0(\varphi), \dots)$, $\varphi \in \mathfrak{M}$, якщо вона обмежена за нормою і при будь-яких $\varphi \in \mathfrak{M}$, $t \in R^1$ задовольняє рівність

$$\frac{du(\varphi_t(\varphi))}{dt} = P\big(\varphi_t(\varphi)\big)u\big(\varphi_t(\varphi)\big) + c(\varphi,t). \tag{7}$$

Теорема 1. *Нехай виконуються умови (A), (C), (3) та для рівняння (4) існує ФГС $G_t(\tau,\varphi)$ виду (5). Тоді рівняня (6) має обмежений інваріантний многовид $\mathfrak{I}^0$, породжений функцією*

$$u^0(\varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(\tau,\varphi)\ c(\varphi,\tau)d\tau. \tag{8}$$

Легко зрозуміти, що наявність відхилень аргументу в рівнянні (6) не порушує відомої схеми побудови його інваріантної множини.

Розглянемо тепер більш складне рівняння

$$\frac{dx(t)}{dt} = P\big(\varphi_t(\varphi)\big)x(t) + B(\varphi,t)x(t+\Delta) + c(\varphi,t), \tag{9}$$

де $B(\varphi,t) = [b_{ij}(\varphi,t)]_{i,j=1}^\infty$ – нескінченна матриця; функції

$b_{ij}(\varphi,t) = b_{ij}(y_1(\varphi,t), y_2(\varphi,t), \dots)$;

точки $y_i(\varphi,t) = (\varphi_{1_{t+\Gamma_{i1}}}(\varphi), \varphi_{2_{t+\Gamma_{i2}}}(\varphi), \ldots)$ $\forall t \in R^1$ належать множині $\mathfrak{M}$; $x(t+\Delta) = (x_1(t+\Delta_1), x_2(t+\Delta_2), \ldots)$; Γ_{i1} та Δ_i – довільні фіксовані дійсні числа (сталі відхилення аргументу t); $\varphi \in \mathfrak{M}$, $\{i,j\} \subset N$.

Наступну умову назвемо умовою **(B)**:

$\forall \{i,j\} \subset N$ *функції* $b_{ij}(y)$ *неперервні відносно* y *на* $\mathfrak{M}^\infty$ *і* $\forall s \subset N$

$\sum_{j=1}^{\infty} sup_{y\in\mathfrak{M}^\infty} \left|b_{sj}(y)\right| < B^0 = const < \infty$.

Поняття обмеженого інваріантного многовиду $\mathfrak{I}$ для рівняння (9) вводиться аналогічно до наведеного раніше означення множини $\mathfrak{I}^0$, лише співвідношення (7) у ньому слід замінити рівністю

$$\frac{du(\varphi_t(\varphi))}{dt} = P\big(\varphi_t(\varphi)\big)u\big(\varphi_t(\varphi)\big) + B(\varphi,t)u(\varphi,t+\Delta) + c(\varphi,t). \qquad (10)$$

де $u(\varphi,t+\Delta) = (u_1(\varphi_{t+\Delta_1}(\varphi), u_2(\varphi_{t+\Delta_2}(\varphi), \ldots)$.

Запишемо тепер рівняння

$$\frac{dx(t)}{dt} = P\big(\varphi_t(\varphi)\big)x(t) + B(\varphi,t)u^0(\varphi,t+\Delta) + c(\varphi,t) \qquad (11)$$

і переконуємося, що воно визначає в просторі $\mathfrak{M}$ обмежений інваріантний многовид $\mathfrak{I}^1$, породжений функцією типу (8):

$$x = u^1(\varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(\tau,\varphi)\, c^1(\varphi,\tau)d\tau, \qquad (12)$$

де $c^1(\varphi,\tau) = B(\varphi,\tau)u^0(\varphi,\tau+\Delta) + c(\varphi,\tau)$. Дійсно, справджується наступне твердження.

Теорема 2. *Нехай виконуються умови теореми 1, умова* ***(B)*** *і такі вимоги:*

1) $\forall \{\varphi,\psi\} \subset \mathfrak{M}$ $\|P(\varphi) - P(\psi)\| \le p^0\|\varphi-\psi\|$, $p^0 = const > 0$;

2) $\forall \{z,\bar{z}\} \subset \mathfrak{M}^\infty$ $\|c(z) - c(\bar{z})\| \le \eta\|z-\bar{z}\|$, $\eta = const > 0$;

3) рівняння (4) не має обмежених на всій числовій осі розв'язків, крім нульового;

4) множина Δ_{ij} *відхилень аргументу* t *обмежена, тобто* $\left|\Delta_{ij}\right| \le \Delta^* = const > 0$ $\forall \{i,j\} \subset N$.

Тоді рівняння (11) має обмежений інваріантний многовид $\mathfrak{I}^1$, *породжений функцією (12).*

Запишемо тепер рівняння

$$\frac{dx(t)}{dt} = P\big(\varphi_t(\varphi)\big)x(t) + B(\varphi,t)u^1(\varphi,t+\Delta) + c(\varphi,t) \qquad (13)$$

і сформулюємо два наступні допоміжні твердження.

Теорема 3. *Нехай виконуються умови теореми 2 та наступні вимоги:*

1) $\forall \{y,\bar{y}\} \subset \mathfrak{M}^\infty$ $\|B(y) - B(\bar{y})\| \le \beta\|y-\bar{y}\|$, $\beta = const > 0$;

2) *множини відхилень* Γ_{ij} *та* Δ_i *аргументу* t *обмежені, тобто* $\left|\Gamma_{ij}\right| \le \Gamma^* = const > 0$ *та* $|\Delta_i| \le \Delta_* = const > 0$ $\forall \{i,j\} \subset N$.

Тоді рівняння (13) визначає обмежений інваріантний многовид $\mathfrak{I}^2$, *породжений функцією*

$x = u^2(\varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(\tau,\varphi)\ c^2(\varphi,\tau)d\tau,$

де $c^2(\varphi,\tau) = B(\varphi,\tau)u^1(\varphi,\tau+\Delta) + c(\varphi,\tau)$.

Індуктивна теорема 4. *Припустимо, що виконуються умови теореми 3. Тоді* $\forall\ k \in N\backslash\{0\}$ *рівняння*

$$\frac{dx(t)}{dt} = P\big(\varphi_t(\varphi)\big)x(t) + B(\varphi,t)u^k(\varphi,t+\Delta) + c(\varphi,t)$$

визначає в просторі $\mathfrak{M}$ *обмежений інваріантний многовид* $\mathfrak{I}^{k+1}$*, породжений функцією* $x = u^{k+1}(\varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(\tau,\varphi)\ c^{k+1}(\varphi,\tau)d\tau$, *де* $c^{k+1}(\varphi,\tau) = B(\varphi,\tau)u^{k+1}(\varphi,\tau+\Delta) + c(\varphi,\tau)$, *функція* $u^k(\varphi)$ *задовольняє умову Гельдера* $\|u^k(\varphi) - u^k(\overline{\varphi})\| \le \Gamma^k\|\varphi - \overline{\varphi}\|^{\frac{\nu}{2(\nu+1)}}$, $\{\varphi,\overline{\varphi}\} \subset \mathfrak{M}$*, в якій* ν *– будь-яке додатне дійсне число,таке, що* $\gamma > \frac{\nu\alpha}{\nu+1}$ *, а функція* $u^0(\varphi)$ *породжує інваріантний многовид* $\mathfrak{I}^0$ *рівняння (6).*

І, нарешті, наступне твердження надає достатні умови існування обмеженого інваріантного многовиду рівняння (9).

Теорема 5. *Нехай виконуються умови теореми 3 та нерівність* $2KB^0 < \gamma$. *Тоді послідовність* $\{u^k(\varphi)\}_{k=1}^{\infty}$ *рівномірно відносно* $\varphi \in \mathfrak{M}$ *збігається за нормою простору* $\mathfrak{M}$ *до неперервної на* $\mathfrak{M}$ *функції* $u(\varphi)\colon \mathfrak{M} \to \mathfrak{M}$*, що визначає обмежений інваріантний многовид* $\mathfrak{I}$ *рівняння (9), вкритий траєкторіями обмежених на всій осі його розв'язків. При додатковій умові* $\gamma > 2KB^0\,exp\{\alpha\Delta_*\}$ *ця функція задовольняє умову Гельдера, тобто при будь-яких* $\{\varphi,\overline{\varphi}\} \subset \mathfrak{M}$

$$\|u(\varphi) - u(\overline{\varphi})\| \le U\|\varphi - \overline{\varphi}\|^{\frac{\nu}{2(\nu+1)}},\ U = const > 0,$$

де $\nu > 0$ *– довільне дійсне число таке, що* $\gamma - \frac{\alpha\nu}{\nu+1} > 2KB^0\ exp\{\alpha\Delta_*\}$*, а константа* γ *фігурує в означенні ФГС (дивись, наприклад, [1]).*

Список використаних джерел:

1. Самойленко А.М. Про існування інваріантних торів зліченних систем диференціально-різницевих рівнянь, визначених на нескінченновимірних торах / А.М. Самойленко, Ю.В.Теплінський, К.В. Пасюк // Нелінійні коливання. – 2009. – **12**, №3. – С. 347-367.

For linear countable systems of differential-difference equations, which possess an infinite number of constant, both positive and negative, deviations in the scalar argument(time), sufficient conditions for existence of a family of solutions, which are bounded on the whole real line in the space of bounded number sequences, are established.

Key words: *differential-difference equation, countable system, invariant torus.*

УДК 378.041 – 057.87

О.З. Шулик, асистент

ДО ПРОБЛЕМИ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

У статті розглядається одна з важливих проблем – організація самостійної роботи студентів при вивченні теми «Охорона життя та здоров'я дітей під час відпочинку» – у рамках викладання дисципліни «Безпека життєдіяльності».

Ключові слова: *безпека, самостійна робота, практичні заняття, завдання.*

В умовах кредитно-модульної системи навчання особливого значення набуває проблема співвідношення обсягів аудиторних занять і самостійної роботи студентів. Її вирішення вимагає врахування специфіки та змісту конкретної навчальної дисципліни, її місця, значення і дидактичної мети в реалізації освітньо-професійної програми, а також питомої ваги у навчальному процесі практичних, семінарських і лабораторних занять. Сучасні методичні наробки демонструють посилений інтерес до організації самостійної роботи. Не залишають поза увагою цю проблему у своїх посібниках Алексюк А.М. [1], до неї звертаються Головко Л. [2], Демченко О. [3], Солдатенков М. [4] та ін. Але аналіз запропонованих матеріалів свідчить, що практичному педагогічному досвіду бракує механізму, який би поєднав практичні заняття та самостійну роботу студентів в єдину систему. На наш погляд, певні прогалини в цьому питанні пов'язані не тільки з відсутністю практичних рекомендацій та з обмеженістю впровадження у практику інноваційних методів. І хоча в рамках даної статті неможливо вирішення названої проблеми , представлена розробка – це спроба посилити практичну сторону самостійної роботи студентів, знайти шляхи, які зробили б її дієвою і дійсно потрібною. Проблема полягає в тому, що у системі викладанням дисципліни «Безпека життєдіяльності» практичні заняття займають значне місце, але студенти не завжди розуміють важливість самого предмета, а тим більше самостійної роботи, передбаченої програмою.

В той же час викладання дисципліни є складовою частиною програми професійної підготовки майбутніх спеціалістів, яка вимагає врахування специфіки галузі знань і напряму підготовки студентів. Необхідно зазначити, що більшість з них отримують після закінчення університету педагогічну спеціальність. Професійно-педагогічна компетентність майбутніх вчителів формується не тільки під час аудиторних (лекційних, практичних, лабораторних) занять. Одним із важливих етапів цього процесу стає педагогічна практика, яка не обмежується активною практикою студентів в школі, а передбачає формування навичок роботи із дітьми під час відпочинку. У зв'язку з цим актуальним стає питання охорони життя та здоров'я дітей саме в цей період.

І хоча певна логічна послідовність вивчення і викладання курсу вже обумовлена навчальними та робочими програмами, в них важко прослідкувати зв'язок практичних занять та самостійної роботи. А для того, щоб цей зв'язок став реальністю, необхідно розробити чітку систему завдань для самостійної роботи, мета якої не просто доповнити та продовжити вивчення матеріалу, який розглядається на практичних заняттях, але й спонукати студентів до творчої та дослідницької роботи.

Пропонуємо завдання для самостійної роботи студентів при вивченні теми «Охорона життя та здоров'я дітей під час відпочинку», де враховуються три взаємопов'язані форми, з яких повинна складатися ця робота: аудиторна самостійна робота; позааудиторна пошуково-аналітична робота; самостійна творчість і наукова діяльність.

У процесі лекцій, практичних та індивідуальних занять у студентів формується уявлення про безпеку дітей на воді, під час екскурсій, прогулянок на природі, перебування таборах тощо. Для самостійної роботи студентам можна запропонувати декілька тем, які стануть логічним завершенням отриманих знань. У межах статті зупинимося на одній. Наприклад:

Тема 1. Охорона життя та здоров'я дітей у таборі.

Мета: розширити знання про організацію відпочинку дітей у таборі, правила поведінки, що забезпечують їх безпеку.

Теоретичні запитання:

1. Закон України «Про оздоровлення та відпочинок дітей».
2. Правила поведінки в дитячому закладі оздоровлення та відпочинку.
3. Правила поведінки дітей під час екскурсій, прогулянок на природі.
4. Перша допомога при укусах комах.
5. Безпека дітей на воді.

Практичні завдання:

1. Розробіть план бесіди на одну з тем:

– Правила користування електроприладами;
– Правила протипожежної безпеки;
– Правила безпеки на водоймах;
– Правила безпечної їзди на велосипеді;
– Правила захисту від комах, кліщів, комарів;
– Сонце: наш друг та ворог;
– Обережно! Отруйні гриби!;
– Обережно! Не всі ягоди корисні;

2. Підготуйте програму конкурсу, вікторини, ігри на одну із запропонованих тем:

– Аукціон знань з надання першої медичної допомоги;
– Конкурс знавців правил дорожнього руху, правил пожежної безпеки;
– Гра з правил дорожнього руху «Випробування на дорозі»;

– Конкурс «Щоб не трапилось біди, правил безпеки дотримуйся завжди»;
– Вікторина «Азбука безпеки»;
– Гра «Сам собі рятувальник»;
– Конкурс малюнків «Небезпеки, що оточують нас».

3. Складіть програму тематичного конкурсу – ”Спритний рятувальник”.

Різноманітні за характером запропоновані завдання вимагають від студентів систематичної роботи над опануванням усім комплексом знань, вмінь і навичок, потрібних для забезпечення належного рівня професійної підготовки. Організована таким чином робота дозволить виявити студентів, схильних до аналітичної та творчої діяльності, залучити їх до участі у наукових семінарах та конференціях, спеціальних конкурсах.

Список використаних джерел:

1. Алексюк А.М. Педагогіка вищої освіти України / А. М. Алексюк. – К. : Либідь, 1998. – 560 с.
2. Головко Л. Активізація самостійної роботи студентів під час лекційних занять / Л. Головко // Освіта і управління. –2002. – № 1. – С. 147-150.
3. Демченко О. Дидактична система організації самостійної роботи студентів / О. Демченко // Рідна школа. – 2006. – № 5. – С. 68–70.
4. Солдатенков М. Самостійна пізнавальна діяльність студентів у контексті Болонського процесу / М. Солдатенков // Рідна школа. – 2005. – № 1. – С. 49–51.
5. Закон України «Про оздоровлення та відпочинок дітей» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://zakon1.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=375-17.
6. Інформаційно-методичний збірник матеріалів щодо оздоровлення та відпочинку дітей в Україні [на допом. організаторам оздоровл. дітей]. – Київ, 2002. – 146 с.
7. Наказний М.О. Проектування діяльності дитячого закладу оздоровлення та відпочинку: теорія і технологія: Монографія / М.О. Наказний. – Київ, 2010. – 476 с.
8. Проект Концепції Загальнодержавної Програми оздоровлення та відпочинку дітей, молоді та сімей з дітьми на 2008-2013 рр. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.kmu.gov.ua/sport/control/uk/publish/article;jsessionid=3F24EA995BB726ADC87E2A94EC321A8C?art_id=72409&cat_id=47947

The article analyzes an important issue of organizing individual work of students studying the topic “Life safety and health of children on vacation” as part of “Life safety” course.

***Key words**: safety, individual work, practical classes, objectives.*

УДК 372.5.016:53

Р.М. Білик, асистент

ОСОБЛИВОСТІ СУЧАСНОЇ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ ТЕХНОЛОГІЙ

Робота прсвячена особливостям педагогічної підготовки вчителів в Україні та закордоном.

Ключові слова: *компетентність; вчителі технології; навчальна дисципліна; професійна підготовка; якість освіти;*

На початку 90-х років минулого століття суспільна ситуація зазнає суттєвих змін - розширилися можливості для розвитку педагогічної творчості, розвитку новаторства. Все це створило передумови для включення в педагогічну практику ідеї пошуку нового з елементами розумного, обґрунтованого ризику[2]. Але негативні соціальні зміни останнього часу в сукупності з економічними проблемами зосереджують увагу більшості педагогів на власних особистих проблемах виживання у сучасному світі. Спроби окремих педагогів змінити ситуацію в кращу сторону, як і раніше не знаходить підтримки як на місцях так і у вищестоящих інстанціях. Хотілося б відзначити той факт, що в систему освіти часто потрапляють люди без попереднього спеціального відбору, вже з низькою пошуковою активністю.

Система прийому на роботу вчителів, що склалася ще з радянських часів, в нашій країні не перешкоджає потраплянню в систему освіти людей, які не здатні якісно виконувати покладені на них професійні обов’язки і підвищувати рівень своєї професійної компетентності. Така ситуація є украй небезпечною, як для системи освіти, так і суспільства в цілому.

Розглянемо порядок прийому на роботу вчителів в розвинених зарубіжних країнах і порівняємо його з практикою, яка склалася в нашій країні (на прикладі хоча б курсу ОБЖ та ООП).

Здобуття диплома вчителя за кордоном формально дає право на призначення в школу, але таке перше призначення на вчительську посаду майже завжди буває тимчасовим. Органи управління освітою в більшості розвинених країн світу сьогодні не задовольняються лише документами про академічну освіту і професійну підготовку, котрі отримуються ними у ВУЗі. Вчителі повинні пройти сертифікацію, «професійну експертизу», тобто отримати право на викладання, підтвердивши свою професійну компетентність на спеціальних сертифікаційних іспитах, які можуть проводитися на різних (національному або регіональному) рівнях. Конкурсний іспит на професію часто не пов’язаний з негайним призначенням на якусь конкретну посаду, а його результатом є офіційне визнання професійно-педагогічної компетенції вчителя, що дає право займати постійну штатну посаду. У деяких країнах, наприклад у ФРН, окрім іспиту, після закінчення курсу навчання у ВУЗі, «кандидат в учителі» повинен пройти річне стажування в школі або підтвердити проведення 650 робочих годин [3].

У більшості розвинених країн (Німеччина, Іспанія, Італія, Канада, Португалія, Сполучені Штати Америки, Франція та ін.) існує «конкурсний набір» на роботу. Невід’ємною частиною процесу підбору кваліфікованих педагогічних кадрів стало проходження обов’язкового випробувального терміну на початку кар’єри і при призначенні на нові посади з підвищенням. Залежно від особливостей національного законодавства тривалість випробувального терміну варіюється від декількох місяців до декількох років, але в середньому складає два-три роки.

Існують і інші загальні критерії і вимоги, що пред’являються до осіб, що претендують на право викладання у школі [1]:

- бездоганний характер і поведінка;
- встановлений в країні рівень академічної кваліфікації і професійно-педагогічної підготовки;
- медична довідка, котра засвідчує, задовільний стан здоров’я кандидата та дозволяє йому/їй займатися цією професією і не представляє загрози ні здоров’ю учнів, ні інших членів педагогічного колективу;
- довідка з поліції про стосунки з кримінальним правом (у ряді країн). Дискваліфікуючими обставинами є: колишня судимість (Великобританія), політична неблагонадійність (ФРН) де діє «заборона на професію» для радикальних політичних елементів, злочини проти політичного устрою (Франція).

В нас в Україні викладання дисциплін котрі забезпечують підготовку майбутніх вчителів технологій до безпечних методів навчання покладається на викладачів курсу дисциплін «Основи безпеки життєдіяльності», «Основи охорони праці та «Охорона праці в галузі». Відповідно до кваліфікаційної характеристики, до викладання відповідних дисциплін допускаються фахівці, що мають: вищу професійну освіту і відповідну спеціальну підготовку з безпеки життєдіяльності (БЖД), основ охорони праці (ООП) цивільної оборони (ЦО), в більшості випадків це спеціалісти, що мають середню технічну або медичну освіту [5].

Внаслідок цього, спеціалістів, які здійснюють викладацьку діяльність з курсу ОБЖ та ООП можна умовно поділити на дві групи:

1) ті, які мають педагогічну освіту;

2) ті, які мають середню технічну або медичну освіту.

На даний момент, педагоги з медичною та технічною освітою складають досить великий відсоток від загальної кількості вчителів ОБЖ та ООП. Виходячи з проведеного дослідження історії питання та особливостей педагогічної діяльності, вважаємо, що переорієнтація колишніх медиків та фахівців з технічною освітою є досить складним процесом [4].

Якщо в більшості зарубіжних країн до осіб, які мають наміри займатися професійною педагогічною діяльністю існує вимогливий, нерідко жорсткий, що включає в себе кілька етапів, відбір через цілу систему механізмів і процедур, то відповідно до вищезгаданої тарифно-кваліфікаційної характеристики, для осіб, які мають середню технічну чи середню медичну освіту не висуваються майже ніякі вимоги щодо стажу педагогічної роботи та підготовки з цивільної оборони, безпеки життєдіяльності та охорони праці.

Загальновідомо, що керівник будь-якого освітнього закладу не має права прийняти на роботу людину для викладання навчальної дисципліни (географії, фізики, математики, історії тощо) без спеціальної професійної підготовки. Виходячи з вищесказаного, можна сказати, що керівник навчального закладу не має права прийняти на роботу людину без відповідної педагогічної підготовки для викладання будь-якого предмета, крім основ безпеки життєдіяльності та основ охорони праці, які, за своєю складністю, зовсім не поступається класичним дисциплін[3].

Такий «допуск» до викладання курсу ОБЖ та ООП, на тлі гострого браку кваліфікованих кадрів, призводить до виникнення серйозних небажаних наслідків. Є випадки, коли курс ОБЖ ведеться людьми, які не пройшли навіть курсів підвищення кваліфікації і не мають будь-якої медичної або педагогічної освіти.

Розглядати ситуацію, коли на посаду викладача ОБЖ та ООП вступають люди, які не мають ніякої додаткової спеціальної підготовки, з точки зору підвищення вимог до викладацького складу та реалізації в навчальному процесі особливостей курсу ОБЖ та ООП, є вкрай складним завданням. Однак, це, не означає, що проблема не має розв’язку.

Огляд специфіки прийому на роботу вчителів за кордоном, є достатньою підставою для наступного висновку: вступу на посаду вчителя безпеки життєдіяльності повинен передувати обов’язковий попередній відбір на професійну придатність до педагогічної діяльності та спеціальна психолого-педагогічна підготовка. Для виправлення «викривлень» у сформованій практиці викладання в інститутах підвищення кваліфікації доцільно використовувати програми моніторингу, котрі дозволяють сформувати цілісне уявлення про стан індивідуального професійного розвитку вчителя ОБЖ та ООП і відкривають можливість для організації та здійснення педагогічної підтримки цього процесу з метою надання йому позитивної спрямованості, що визначається специфікою змісту моніторингу.

Список використаних джерел:

1. Вершловский С.Г. Педагог эпохи перемен, или Как решаются сегодня проблемы профессиональной деятельности учителя / С.Г. Вершловский С.Г. // М.: Сентябрь, 2002. – 160 с.

2 Гафнер В.В. Культура безопасности и профессиональная деятельность педагога / В.В.Гафнер // Научное исследование и российское образование: идеи и ценности XXI века: Материалы VI междисциплинарной научно–практич. конф. аспирантов и соискателей. ч.2. М., – 2003г.— С. 208–211.

3. Демин В.А. Профессиональная компетентность специалиста: виды и понятия / В.А. Демин // Стандарты и мониторинг в образовании, 2000, №4; . – С. 25-32

4. Куркин Е.Н. Школа на рубеже тысячелетий / Е.Н.Куркин // Первое сентября. – 2000. – № 3; . – С. 15-20

5. Алферов Ю.С. Модели и механизмы приема на работу учителей в развитых зарубежных странах / Ю.С.Алферов // Стандарты и мониторинг в образовании. - 2000. - №2. – С. 45-52.

Work the prsvyachena features of pedagogical preparation of teachers in Ukraine and by a foreign country.

Key words: *competence; teachers of technology; educational discipline; professional preparation; quality of education;*

УДхК 53(07):004

М.О. Мястковська, асистент

ВИКОРИСТАННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТУ SCILAB ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ

У статті описано використання можливостей математичного пакету Scilab для розв'язування задач теплопровідності, що сприяє підвищенню інтересу майбутніх учителів фізики як до фахових предметів, так і до майбутньої професійної діяльності.

Ключові слова: *розв'язування задач, математичний пакет Scilab, майбутні вчителі фізики.*

Важливим критерієм формування сучасного освітнього середовища з фізики є його відповідність новітнім технологіям дослідження навколишнього світу. Ця відповідність є одним з головних мотиваційних чинників у навчанні студентів.

Темпи появи на світовому ринку цифрової техніки та програмного забезпечення розширюють коло фізичних задач як науково-технічного, так і навчального призначення. Водночас, комерційні математичні пакети зважаючи на високу вартість недоступні для більшості науковців та педагогів. Тому значний інтерес викликають вільнопоширювані пакети, серед яких можна виділити пакет для математичних та інженерних розрахунків Scilab.

У роботах науковців А.Ф. Верланя, М.І. Жалдака, С.А. Ракова, І.Л. Семещука, І.О. Теплицького та інших значна увага приділяється навчанню прийомів роботи з комп'ютерними моделями. Але, у більшості випадків, автори досліджують використання в навчальному процесі вже готових комп'ютерних моделей.

Розглянемо можливості пакету Scilab для розв'язування задач теплопровідності.

Пакет Scilab застосовується для інженерних розрахунків і при цьому є простий в обігу, має інтерфейс, систему допомоги і можливість програмування, велику бібліотеку алгоритмів базової математики. Для візуалізації результатів існує графічна бібліотека.

Математичні моделі фізичних та інших процесів описуються за допомогою диференціальних рівнянь в частинних похідних (у літературі ці рівняння часто називають рівняннями математичної фізики).

Аргументами функцій цих рівнянь є просторові координати *x*, *y*, *z* і час *t*. У Scilab, як і в більшості математичних пакетів, немає засобів для безпосереднього розв'язування рівнянь математичної фізики. Проте можливостей пакету достатньо, для реалізації методу сіток розв'язування диференціальних рівнянь в частинних похідних.

До класичних параболічних рівнянь відноситься рівняння теплопровідності: $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u + f$.

Задача. Знайти розподіл температури в стержні завдовжки *L*, початкова температура стержня задається довільною функцією *f(x)*. Температури кінців стержня рівні $u(0,t)= U_1 = const,\ u(L,t)= U_2 = const$. На бічній поверхні стержня відбувається теплообмін за законом Ньютона з середовищем, температура якого дорівнює u_0.

Застосування неявної різницевої схеми для розв'язання задачі подано на лістингу.

Лістинг 1. Функція neiav розв'язку задачі за допомогою неявної різницевої схеми

```
//Початкова умова
function y=fi(x)
y=exp(0.15*x)
endfunction
function [u,x,t,r,k]=neiav(N,K,L,T,a,h,U1,U2,u0,eps)
//Функція розв'язку параболічного рівняння методом сіток з
//допомогою неявної різницевої схеми.
//N - кількість ділянок, на які розбивається інтервал по x
//(0,L); K - кількість ділянок, на які розбивається
// інтервал по t (0,T);
//a, h - параметри диференціального рівняння теплопровідності;
//eps - точність розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь
методом Зейделя;
//U1 - температура на лівому кінці стержня;
//U2 - температура на правому кінці стержня;
//Функція neiav повертає:
//u - матрицю розв'язку у вузлах сітки, масив x, масив t,
//r - точність розв'язку системи (12.17) методом Зейделя,
//до - кількість ітерацій при рішенні системи методом Зейделя.
```

```
//Обчислюємо крок по x
hx=L/N;
//Обчислюємо крок по t
delta=T/K;
//Формуємо масив x і перший стовпець матриці розв'яхків U
//з початкової умови
for i=1:N+1
x(i)=(i-1)*hx;
u(i,1)=fi(x(i));
end
//Формуємо масив t, першу і останній рядок матриці
//розв'язків U з граничних умов
for j=1:K+1
t(j)=(j-1)*delta;
u(1,j)=U1;
u(N+1,j)=U2;
end
//Визначаємо матрицю помилок R і заповнюємо її нулями
R(N+1,K+1)=0;
//Обчислюємо коефіцієнт gamma
gam=a^2*delta/hx^2;
r=1;
k=0;
//Цикл while для організації ітераційного процесу при розв'язуванні
//системи рівнянь методом Зейделя з точністю eps
while r>eps
//Обчислення матриці помилок R у внутрішніх точках
//і перерахунок значень u у внутрішніх точках при решеніїі СЛАУ
//методом Зейделя
for j=2:K+1
for i=2:N
V=gam*(u(i-1,j)+u(i+1,j))/(1+2*gam+delta*hx)+u(i,j-
1)/(1+2*gam+delta*hx)+delta*h*u0/(1+2*gam+delta*hx);
R(i,j)=abs(V-u(i,j));
u(i,j)=V;
end
```

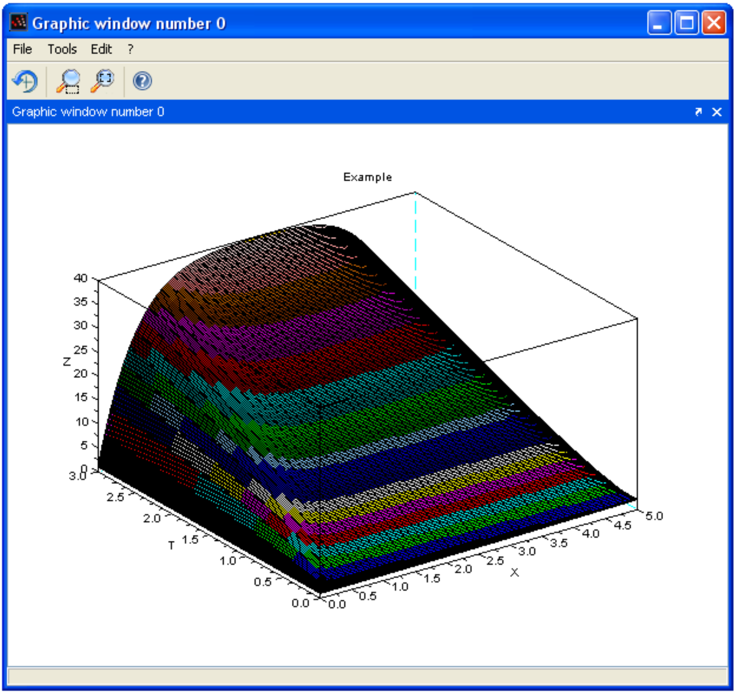
```
end
//Пошук максимуму в матриці помилок
r=R(1,1);
for i=1:N+1
for j=1:K+1
if R(i,j)>r
r=R(i,j);
end
end
end
//Збільшення кількості ітерацій
k=k+1;
end
endfunction
//Виклик функції рішення задачі 12.2.
[U,X,T,R,K]=neiav(50,200,5,3,0.4,0.5,1,2.117,30,0.001);
//Побудова графіка функції
surf(X,T,U');
title('Example');
xlabel('X');
ylabel('T');
```

Вхідні і вихідні дані функції neiav розв’язку задачі 1 описані в коментарях лістингу 1. На мал. 1 представлені розв’язки задачі.

Для ров’язування одержуваного рівняння алгебри методом Зейделя потрібно 1079 ітерацій. Тому для зменшення кількості ітерацій має сенс спробувати прискорити ітераційний процес за допомогою методів релаксації або градієнтних методів рішення систем рівнянь алгебри. Методика, висловлена в даній доповіді, може бути використана і при розв’язуванні інших параболічних рівнянь.

Можна використовувати пакет Scilab, але він не має таких потужних можливостей як MatLab. Проте на початкових етапах вивчення або ознайомлення з різними пакетами прикладних програм, Scilab може бути цікавим та корисним. Викликати інтерес до вивчення, розв’язування задач з фізики. Поглибленню міжпредметних зв’язків фізики та інформатики.

Для написання тексту програми для розв’язування фізичної задачі, студенту необхідно досконало розібрати постановку задачі, створити алгоритм та математичну модель.



Мал. 1. Графік розв’язку задачі

Список використаних джерел

1. Алексеев Е. Р. Scilab: Решение инженерных и математических задач / Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В., Рудченко Е. А. – М. : ALT Linux ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 269 с. – режим доступу: http://docs.altlinux.org/books/2008/altlibrary-scilab-20090409.pdf

The article describes the use of mathematical package Scilab for solving heat conduction, which promotes the interests of future physics teachers as professionalsubjects, and to future professional activities.

Key words: *solving problems, mathematical package Scilab, future teachers of physics.*

УДК 53 (07)

О.М. Ніколаєв, кандидат педагогічних наук, доцент

СПІВВІДНОШЕННЯ ПОНЯТЬ «КОМПЕТЕНТНІСТЬ» ТА «КОМПЕТЕНЦІЯ» У СУЧАСНІЙ ОСВІТІ

Проведено аналіз понять «компетентність» та «компетенція», встановлено їх підпорядкування.

Ключові слова: *компетентність, компетенція, фізика. Проведено аналіз понять «компетентність» та «компетенція», встановлено їх підпорядкування.*

Фахова підготовка майбутнього вчителя фізики має спиратися на такі компоненти знань, як навички і уміння самостійної роботи, розвиток креативного мислення, системний підхід до постановки і виконання завдань фахової діяльності, вибір провідного виду діяльності, розвиток творчої уяви, виховання ініціативи, уміння приймати рішення тощо [4]. Формування в майбутнього фахівця вказаних якостей є однією із передумов забезпечення компетентності (проінформованості, обізнаності, авторитетності). Компетентність у перекладі з латинської «competentia» означає коло питань, у яких людина добре обізнана, має знання та досвід. Компетентність працівника — це ступінь його кваліфікації, яка дозволяє успішно вирішувати задачі, що стоять перед ним. Компетентна в певній сфері людина має відповідні знання та здібності, що дозволяють їй обґрунтовано судити про цю сферу й ефективно діяти в ній [3].

Наразі у змісті компетентнісної освіти відрізняють синонімічні поняття «компетенція» та «компетентність», які часто використовуються поряд [1]. Компетенція – це засвідчена в установленому законом порядку здатність особи використовувати знання, навички, особисті здібності та досвід у робочих та навчальних ситуаціях, а також у професійному та особистому розвитку [5].

За видами компетенції можна класифікувати таким чином: ключові, базові і функціональні. Під ключовими розуміють компетенції, які необхідні для життєдіяльності людини і пов’язані з її професійною діяльністю [6] та вважають наступні [7]: ціннісно-смислова компетенція; загальнокультурна компетенція; навчально-пізнавальна компетенція; інформаційна компетенція; комунікативна компетенція; соціально-трудова компетенція; компетенція особистісного самовдосконалення. В основі базових компетенцій учителя фізики – компетенції функціональні, які є сукупністю характеристик конкретної діяльності. До функціональних компетенцій також можна віднести розв’язання задач, планування діяльності вчителя, методика викладання певної теми [6].

Програма "DeSeCo" [1] сьогодні робить спробу систематизувати та узагальнити досвід багатьох країн у визначенні та відборі ключових компетентностей. Експерти програми "DeSeCo" визначають поняття компетентності (competency), як здатність успішно відповідати на індивідуальні та соціальні потреби, діяти та виконувати поставлені завдання. Кожна компетентність побудована на комбінації (поєднанні) взаємовідповідних пізнавальних відношень та практичних навичок, цінностей, емоцій, поведінкових компонентів, знань та вмінь, всього того, що можна мобілізувати для активної дії.

Компетентність ґрунтується на знаннях і вміннях, але ними не вичерпується, обов'язково охоплюючи особистісне ставлення до них людини, а також її досвід, який дає змогу ці знання «вплести» в те, що вона вже знала, та її спроможність збагнути життєву ситуацію, у якій вона зможе їх застосувати. Таким чином, кожна компетентність побудована на поєднанні пізнавальних ставлень і практичних навичок, знань і вмінь, цінностей, емоцій, поведінкових компонентів, тобто усього того, що можна мобілізувати для активної дії.

Перехід до компетентнісного підходу означає переорієнтацію з процесу на результат освіти в діяльнісному вимірі, у зміщенні акценту з накопичування нормативно визначених знань, умінь і навичок на формування й розвиток в учнів здатності практично діяти, застосовувати досвід успішних дій у конкретних ситуаціях, на організацію освітнього процесу на основі тверезого урахування затребуваності навчальних досягнень випускника школи в суспільстві, забезпечення його спроможності відповідати реальним запитам швидкозмінюваного ринку й мати сформований потенціал для швидкої безболісної адаптації як у майбутній професії, так і в соціальній структурі. Перспективність компетентнісного підходу полягає в тому, що він передбачає високу готовність випускника школи до успішної діяльності в різних сферах.

Про компетентнісний підхід до формування змісту освіти зазначено в Державних стандартах освіти, його реалізовано в «Критеріях навчальних досягнень». Під поняттям компетентнісний підхід розуміють спрямованість освітнього процесу на формування й розвиток *ключових (базових, основних, надпредметних)* і *предметних компетентностей* особистості.

Серед визначених педагогами ключових компетентностей основними є такі:

- *навчальна* (вміння здобувати інформацію з різноманітних джерел різними способами, виділяти головне, аналізувати, оцінювати, використовувати на практиці; складати алгоритм навчальної діяльності; здійснювати навчальну діяльність у взаємодії; прогнозувати результат такої діяльності, докладати зусилля до його досягнення; формулювати, висловлювати, доводити власну думку; здатність навчатися протягом усього життя, підвищувати професійний рівень);
- *здоров'язберігаюча* компетентність (здатність зберігати фізичне, соціальне, психічне та духовне здоров'я – своє та інших людей);

- *соціальна* компетентність (здатність до співробітництва в групі та команді, мобільність, уміння адаптуватись і визначати особисті цілі та виконувати різні ролі й функції в колективі, планувати, розробляти й реалізовувати соціальні проекти індивідуальних і колективних дій; уміння визначати й реалізовувати мету комунікації в залежності від обставин; підтримувати взаємини; розв’язувати проблеми в різних життєвих ситуаціях);
- *загальнокультурна* компетентність (спроможність аналізувати й оцінювати досягнення національної, європейської та світової науки й культури, орієнтуватися в культурному й духовному контексті сучасного суспільства; знати рідну й іноземні мови, інтерактивно їх використовувати; опановувати моделі толерантної поведінки, створювати умови для конструктивної співпраці в умовах культурних, мовних і релігійних відмінностей між людьми та народами; застосовувати методи самовиховання, орієнтовані на систему загальнолюдських цінностей);
- компетентність *щодо інформаційних і комунікативних технологій* (уміння використовувати джерела інформації, зокрема ІКТ, для власного розвитку, технічна компетентність, уміння раціонально використовувати комп’ютер для пошуку, опрацювання й систематизації, зберігання й передавання інформації, оперувати технологіями та знаннями, що задовольнять потреби інформаційного суспільства);
- *громадянська* компетентність (здатність орієнтуватися в проблемах суспільно-політичного життя, здійснювати захист своїх громадянських прав та інтересів; взаємодіяти з органами державної влади на користь собі й суспільству);
- *підприємницька* компетентність (співвідносити власні економічні інтереси з наявними матеріальними, трудовими й природними ресурсами, інтересами інших людей та суспільства; бути готовим активно діяти, організовувати власну трудову й підприємницьку діяльність і працю колективу; змінюватись і пристосовуватись до нових потреб ринку праці; оцінювати власні професійні можливості та здібності; складати й реалізувати плани підприємницької діяльності, приймати економічно обґрунтовані
- рішення; презентувати інформацію про результати власної економічної діяльності)

А.В. Хуторской в поняття «компетенція» включає сукупність взаємопов'язаних якостей особистості (знань, умінь, навичок, способів діяльності), що задаються по відношенню до певного кола предметів і процесів, та необхідних для якісної продуктивної діяльності по відношенню до них [7]. Компетентність, на думку автора, визначається через володіння людиною відповідною компетенцією, що включає його особистісне ставлення до неї та предмету діяльності. Якщо мова йде про оцінювання та розвиток, доцільно трактувати поняття «компетенція», перш за все, як здатність робити що-небудь, а не як володіння деякими знанням, оскільки наявність знань не є гарантією успішного виконання робочих обов'язків. У цьому сенсі компетентність розглядається як володіння комплексом компетенцій, які проявляються в здібностях, необхідних для ефективної діяльності. «Здатність» в даному випадку розуміється не як «схильність», а як «вміння». Крім того, розділяючи поняття «компетенція» і «компетентність», А.В. Хуторской, розуміє під компетенцією деяку відчужену, наперед задану вимогу до освітньої підготовки учня, а під компетентністю - особистісна якість (характеристику), якою вже володіє учень. Саме зовнішнє відношення компетенції до особистості визначає головна відмінність даних понять, де компетентність - це внутрішня властивість людини, що виявляється в конкретних діях і вчинках, а компетенція - специфічні очікування від результатів діяльності [7].

Таким чином, можна стверджувати, що компетенції являють собою вимоги освітнього середовища, сформульовані відповідно до потреб (очікувань) фахівців з певним набором характеристик. А компетентність являє собою комплекс уже сформованих компетенцій, що виявляються в здатності майбутнього фахівця вирішувати завдання і готовності до виконання своєї ролі в ході професійної діяльності.

Список використаних джерел :

1. http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Mtpsa/2008/articles/Andrej.pdf
2. http://osvita.ua/school/theory/2340
3. http://uk.wikipedia.org/wiki/Компетентність
4. Атаманчук П.С. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в старшій школі / П.С. Атаманчук, О.І. Ляшенко, В.В. Мендерецький, О.М. Ніколаєв. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. – 420 с. : іл.
5. Закон України про національну систему кваліфікацій.
6. Кух А.М. Професійні компетенції учителя фізики та процес їх формування / А.М. Кух// Збірник наукових праць Кам’янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія педагогічна. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець Подільський національний університет імені Івана Огієнка. – Вип. 16. Формування професійних компетентностей майбутніх учителів фізико-технологічного профілю в умовах євроінтеграції. – С. 206-208.
7. Хуторской А.В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций / А.В. Хуторской // Интернет-журнал "Эйдос". - 2005. - 12 декабря. http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm. - В надзаг: Центр дистанционного образования "
8. Эйдос", e-mail: list@eidos.ru.

An analysis of the concepts of "competence" and "competence", found their submission.

Key words: *competence, competency, and physics.*

УДК 854.365

О.О.Пильнюк, асистент

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПІДГОТОВКИ І ПРОВЕДЕННЯ УРОКІВ З КРЕСЛЕННЯ

У статті розглядаються методичні рекомендації проведення уроку з креслення,розкривається зміст план-конспекту уроку,а також вказується забезпеченість уроку дидактичними матеріалами,та аудіовізуальними засобами навчання. Розглядається методика проведення конкретного уроку на тему "Перерізи".Стаття може бути використана вчителями креслення у школі і ПТНЗ,а також студентами ВНЗ технічного профілю

Ключові слова: *креслення, перерізи, методика план-конспект, учні, знання.*

Тема уроку "Перерізи" являється однією із основних тем предмету, так як в ній розкриваються основні положення про зображення (вигляди, перерізи, розрізи і винесені елементи) предметів на кресленнях. За допомогою цих зображень можна ясно, чітко і правильно зобразити (накреслити) предмет з вказуванням розмірів, допусків, шорсткості поверхонь і інших вимог, щоб була можливість легко і правильно прочитати креслення і по ньому виготовити якісно предмет.

Так, як з допомогою одних тільки виглядів не повністю виявляється форма деяких, особливо складних деталей і немає можливості чітко проставити розміри і інші параметри, тому крім виглядів, використовуються також інші зображення деталей, в тому числі і перерізи.

Використання перерізів в креслені дає не тільки змогу краще уявити форму в середині деталі в певному місці і чітко прочитати креслення, а також розвиває в учнів просторову уяву і мислення, заставляє їх приймати самостійні рішення по визначенню місця перерізу, дозволяє їм краще сприйняти матеріал наступної теми: *"Розрізи".* Не маловажну роль грають знання матеріалу по перерізах для вивчення теми: "Складальні креслення".

Тема "*Перерізи*" в даному курсі креслення розрахована на 1 годину і вона повністю забезпечена комплексом методичних і дидактичних матеріалів, що вказані далі в розробці даного уроку в пункті: "матеріальне забезпечення уроку".

Роздатковою літературою для уроку на тему "*Перерізи"* являється підручник.авторів М.В.Анисимов,Л.М.Анисимов "Креслення" Київ Вища школа 1998р.

Для виконання домашнього завдання учні також забезпечені такими підручниками, які вони одержують в бібліотеці.

План-конспект

Тема уроку: "Перерізи"

.*Навчальні мета уроку:* сформувати у учнів поняття про метод перерізів, навчити їх правильно зображувати і позначати перерізи та вміло читати креслення з перерізами.

Розвиваюча мета уроку : Розвинути у учнів просторову уяву та проекційне мислення.

Виховна мета уроку: сформувати в учнів вміння самостійно приймати

рішення при виконанні графічних завдань.

Тип уроку: урок повідомлення нових знань.

Метод проведення уроку: розповідь з елементами демонстрації наочних *засобів навчання.* Матеріальне забезпечення уроку:

1. Плакати №1-3 (ДП-11) "Перерізи" (ГОСТ 2.305-68) №3-4 (№3) "Перерізи".
2. Діафільм "Перерізи та розрізи" ч. 1. "Перерізи" (нове видання 89р.).
3. Стенди №С-1 "Утворення перерізу".

№ С-6 "Умовні графічні позначення матеріалів в перерізах" (ГОСТ 2.306-68)

4. Моделі деталей - роз'ємні та повні.
5. Зразки деталей.

Примітка: номера плакатів і стендів позначенні першими цифрами з кабінетної систематизації наочних засобів навчання.

Хід уроку

Організаційна частина уроку - 2 хв.

I. Підготовка учнів до сприймання нового матеріалу - 5 хв.

Повідомлення нового матеріалу - 20 хв.

1. Поняття про метод перерізів, визначення перерізу, класифікація перерізів.
2. Зображення та позначення перерізів на кресленнях.

Закріплення матеріалу уроку та оцінка знань по картах безмашинного програмованого контролю знань (К.Б.П.К.З.) - 13 хв.

II. Підведення підсумків уроку та домашнє завдання - 5 хв.

Домашнє завдання: М.В. Анисимов, Л.М. Анисимов "Креслення" Київ. Вища школа. 1998р. стор. 163. дати письмові відповіді на питання С.11-14 §20

Хід уроку

Урок розпочинаю "привітанням", далі записую в журналі дату проведення уроку і тему уроку та згідно письмового рапорту старости групи відмічаю відсутніх учнів на уроці.

Після організаційного моменту починаю підготовку учнів до сприймання нового матеріалу, яка заключається в нагадуванні учням про те, що в попередній темі йшла мова про зображення деталей на кресленнях, які називаються виглядами.

Згадуючи про вигляди, одночасно з метою повторення пройденого . матеріалу і оцінки знань задаю учням декілька питань:

Наприклад:

1. Які Ви знаєте основні вигляди, що використовуються при зображені предметів на кресленнях?

2. Що собою являє допоміжний вигляд?

3. Чи можна виготовити цю деталь (показую валик з двома пазами і внутрішнім отвором) по кресленню на якому зображений тільки один головний вигляд?

/звертаю увагу учнів на стенд №1 (на якому зображений головний вигляд)/

Оцінюю відповіді на 1-ше і'2-ге питання, а по 3-му питанні при не вірній відповіді оцінки не ставлю.Потім показую вище згадану деталь /валик/, пояснюю, що даний валик не можна виготовити за кресленням на якому є тільки один головний вигляд. Звертаю увагу на стенд №1-3, так як зовнішнього вигляду і ліній невидимого контуру не достатньо, щоб уявити всі розміри, які необхідні для його виготовлення.

Тому для того, щоб можна було краще уявити внутрішню будову деталі і уявити всі необхідні розміри, шорсткість і інші параметри, крім головного вигляду використовують ще метод перерізів (перерізи), які виконують в тих місцях, де не ясна форма і розміри деталі.

Підготовивши учнів до того, що крім виглядів в кресленні необхідні також перерізи, переходжу до повідомлення нового матеріалу.

Спочатку повідомляю тему уроку, навчальну і виховну мету уроку, після чого даю можливість учням записати в зошит тему уроку і питання, які будуть висвітлені на уроці. Одночасно звертаю увагу учнів на те, що після пояснення матеріалу буде оцінювання засвоєного матеріалу по карточках безмашинного програмованого контролю знань (КБПКЗ).

Далі переходжу до висвітлення матеріалу 1-го питання. Називаю, як звучить питання, яке учні записують в зошит, даю під запис визначення перерізу і січної площини, а саме: "Перерізом називається зображення фігури, яке одержують при уявному перетині предмета січною площиною. Січною площиною називають допоміжну площину, яка уявно перетинає предмет у визначеному місці". *

Одночасно на плакаті 1-3 і на стенді №С-1 показую січну площину і фігуру, яка утворилася в площині перетину, підкреслюючи, що це і є переріз, і вказую на те, що на перерізі показують тільки те, що знаходиться лише в січній площині, а те, що розміщене за нею або перед нею не показують.

Потім розповідаю, що перерізи на кресленнях виділяють штрихуванням, тобто заштриховують фігуру, яку отримали в результаті перетину і заштриховують її в залежності від роду матеріалу. Показую, як виконане штрихування деталі: "Валик" на стенді №С-1 і плакаті №3-5. Одночасно звертаю увагу учнів на стенд №С-6, на якому зображені різновиди штрихування різних матеріалів.

Після визначення перерізу і як він зображується, переходжу до класифікації перерізів та їх особливостей. Даю п;д запис, що в залежності від розміщення на кресленнях, перерізи бувають винесені і накладені. Підкреслюю, що слово саме винесені говорить про те, що переріз винесений за зображення предмету (валика) на кресленні, а накладений знаходиться на самому зображені. Показую ці перерізи на кадрах №1,2 і 3 діафільму. Звертаю тут же увагу учнів, що винесений переріз виконується суцільною товстою основною лінією, а накладений - тонкою суцільною, підкреслюючи те, що якщо накладений переріз зобразити суцільною товстою лінією, то він буде "замазувати" основне зображення деталі.

Повідомляю учням, що винесений переріз може розміщуватися на любому місці поля креслення, в тому числі і на місці одного із виглядів, або безпосередньо на продовженні лінії перерізів, або збоку від неї і показую різне розміщення винесених перерізів на кадрах діафільму №3,7,11,12, одночасно повідомляючи, що таке лінія перерізів і показую її.

Демонстрування кадрів діафільму не займає багато часу, так як воно виконується за допомогою указки з дистанційним управлінням діапроектором.

Повідомляю учням, що перше питання закінчене. Запитую, чи є в кого питання, кому що не ясно? Даю відповіді на запитання, якщо вони є.

Далі повідомляю учням, що переходимо до 2-го питання і називаю його: "*Зображення та позначення перерізів на кресленнях"*.

Спочатку вказую на те, що не тільки перерізи позначаються, але і позначається те місце,- де він виконується, тобто місце, де проходить січна площина. Це місце вказують на кресленні лінією перерізів - розімкнутою лінією. Показую на плакаті №3-5 цю лінію. Звертаю увагу також учнів на те, що якщо вісь симетрії перерізу співпадає з лінією перерізів на зображенні позначається штрих пунктирною лінією. Показую такий варіант на кадрі №5 діафільму.

Далі повідомляю учнів, що винесені перерізи, якщо вони є несиметричними фігурами, позначають буквами А,Б,В і ін. Крім того, до лінії перерізів примикають стрілки, які вказують на напрям,куди треба направити спостерігачеві погляд, щоб побачити необхідний переріз. Як це позначається на кресленні, показую учням на плакаті №3-5. А розміри лінії перетину стрілок і як вони розміщуються показую на кадрі №7 діафільму. Одночасно показую і як позначаються перерізи, наприклад А-А, Б-Б, В-В.

Далі учням конкретно показую, розказую про те, коли місце перерізів позначається лінією перерізів, стрілками і літерами, коли тільки позначається лінією перерізів і стрілками, а коли взагалі не позначаються ні місце, ні переріз. При цьому демонструю на кадрах діафільму всі ці варіанти і пояснюю чому позначається так або так. При цьому пояснюю, як позначаються нескладні перерізи, чому при їх позначенні не потрібні букви. Показую, яким чином позначаються винесені перерізи, що не є симетричними відносно осі, яка співпадає з лінією перерізів, а також коли не показується ні місце перерізу, ні сам переріз, тобто тоді, коли переріз є симетричний і знаходиться в розриві зображення деталі.

Після цього запитую учнів чи їм зрозуміло, як зображаються перерізи. Якщо є запитання, знову повертаюся до того чи іншого кадру діафільму або до плакату і пояснюю ще раз.

Після вияснення, як позначаються всі види перерізів розказую про деякі правила виконання перерізів, а саме показую учням на кадрі №5 діафільму валик в якому є конічне заглиблення, поперечні циліндричні створи і шпоночний паз і повідомляю їм, що якщо січна площина проходить через вісь циліндричного отвору чи конічного заглиблення, то в цьому випадку контур отвору чи заглиблення на перерізі показують повністю. І тут же пояснюю те, що контур шпоночного пазу не замикається.

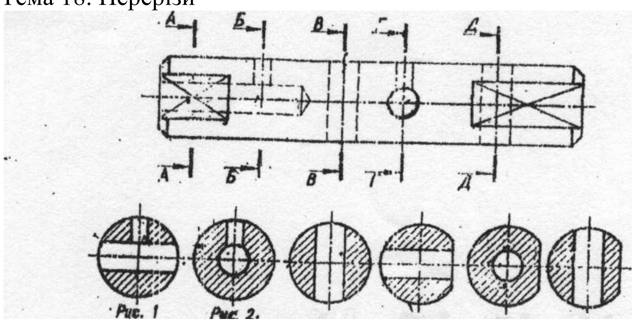
Повідомляю, що друге питання закінчене. Запитую, кому що не зрозуміло і якщо є запитання, даю на них конкретні відповіді.

Якщо учні на уроці уважно слухали новий матеріал і їм все зрозуміло, тобто не має запитань для повторних пояснень, тоді переходжу до закріплення матеріалу і оцінки знань учнів за допомогою 10 хв контрольної роботи за К.Б.П.К.З., які є в кабінеті по даній темі в 10-ти варіантах.

Варіант 3

Картка має такий вигляд:

Тема 18. Перерізи



1.На якому рисунку зображено переріз $А—А$>

2 .На якому рисунку зображено переріз $Б—Б$>

3.На якому рисунку зображено переріз $В—В$>

4.На якому рисунку зображено переріз $Г—Г$>

5.На якому рисунку зображено переріз $Д—Д$>

Для того, щоб учні не втрачали часу на шукання паперу для виконання такої контрольної роботи, то на протязі викладання предмету, я їх привчаю до того, щоб кожний учень мав “заготовку” - четвертинку паперу учнівського зошита, де вже вказано номер групи, прізвище учня і номери питань. Одержавши картки вони записують назву теми, її номер і свій варіант.

Черговий швидко роздає картки, учні на протязі 10 хв відповідають на питання, проставляючи номери правильних відповідей і після 8-10 хв черговий збирає картки з відповідями.

Вибірково за 2-3 хв за допомогою коду відповідей я перевіряю 5-6 контрольних робіт з умовою, щоб було декілька робіт “сильних” учнів і .. декілька “слабких”і виставляю оцінки. Всі інші відповіді перевіряю в позаурочний час з обов'язковим аналізом цих відповідей на наступному

уроці або після уроків.

На основі оцінок за письмову роботу і усних відповідей учнів підвожу підсумок уроку, оголошую оцінки учням, звертаю увагу учнів на ті питання, які треба доопрацювати самостійно.

Потім задаю домашнє завдання, особливо наголошую на те, що кожен учень повинен сам опрацювати матеріал і дати письмові відповіді на контрольні питання №11... 14 параграфу §20

Після дзвоника оголошую про закінчення уроку

Список використаних джерел:

1. Верхола А.П. Методика викладання креслення в школі / А.П.Верхола, В.Я.Науменнко, В.Г. Мазур // Посібник для вчителів. -К.: Раденьска школа :-1986. С-127

2. Сидоренко В.П.. Графічна культура школярів / В.П.Сидоренко, Т.В.Тохержевська // Трудрова підготовка в закладах освіти. -1993. - С-37-39.

3. Чепок В.І. Розумовий розвиток школярів / В.І.Чепок // Трудова підготовка в закладах освіти . - 1998. – С.21-24.

4. Вищнепольский И.С. Преподавание черчения в СПТУ / И.С. Вищнепольский // Методическое пособие. - Москва – Высшая школа 1989г. –С. 75-58.

In the article examined methodical recommendations of conducting a lesson from a draft, maintenance of compendium of Plan of lesson opens up, and also material well-being of lesson is specified didactics materials, and by A.V. facilities of studies. The method of leadthrough of concrete lesson is examined on a theme “Cuts”.Стаття can be utillized the teachers of draft at school and Ptnz,a also by the students of VNZ of technical type

Key words: *a draft, cuts, method, is a plan-compendium, students, knowledges.*

УДК 378.147.091.33 – 027.22: 53

П.С.Атаманчук, доктор пед.агогічних наук, професор, академік АН ВО України,
О.М.Семерня, кандидат педагогічних наук, доцент,
О.В.Шевчук, здобувач

ОРГАНІЗАЦІЯ ТА ПРОВЕДЕННЯ ЧАСТКОВО-ПОШУКОВОЇ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ З МНФ ЗА ЕТАЛОННИМИ ВИМІРНИКАМИ ЯКОСТІ ЗНАНЬ НА ТЕМУ «ПОВЕРХНЕВИЙ НАТЯГ РІДИН»

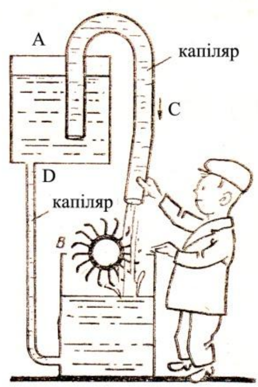
У статті описується підготовка та проведення лабораторної роботи частково-пошукового характеру для студентів педагогічних навчальних закладів з дисципліни «Методики навчання фізики»

Ключові слова: *лабораторна робота частково-пошукового характеру, управління пізнанням.*

Актуальність теми. Лабораторне заняття частково-пошукового характеру як форма навчання для вироблення вмінь і навичок має високу продуктивність, адже при такій роботі відсутня регламентація навчальної діяльності, дається простір для прояву ініціативи і винахідливості. Завдяки цьому студенти виконують великий обсяг завдань, велику кількість тренувальних дій [3].

Мислення студентів не можна закривати засвоєнням розумових дій, оскільки вміння студента теоретично розмірковувати про певну систему дій ще не забезпечує вміння виконати ці ж дії реально. Завершальним етапом у розвитку розумових операцій студентів є не становлення розумової дії, а реалізація цієї дії в практичній діяльності. Тому навчання фізики передбачає залучення до таких видів діяльності, які дозволяють використовувати набуті знання на практиці, зокрема, до виконання лабораторних робіт [4].

Мета статті. Описати підготовку і проведення лабораторної роботи частково-пошукового характеру за еталонними вимірниками якості знань для студентів вищих навчальних закладів з теми «Поверхневий натяг рідин».



Постановка проблеми.

Розглянемо приклад сценарій до підготовки і проведення лабораторної роботи частково-пошукового характеру на тему *«Поверхневий натяг рідин»* з навчальної дисципліни «Методика навчання фізики»

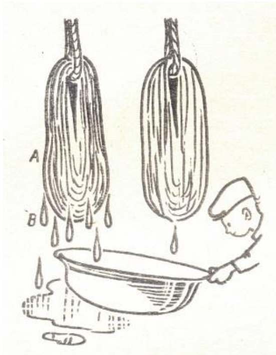
І. Підготовка до лабараторої роботи *(Моделювання мотивації пізнавальної діяльності студентів)*

(РГ)

1. На малюнку зображено проект вічного двигуна. Капіляр, в якому вода може підніматися на висоту Н, згинається на висоті H_1 (H_1<H), і верхній його кінець розгортається в широку вирву. Сили поверхневого натягу повинні підняти рідину на висоту H_1 і ввести її у воронку. У широкій частині воронки рідина відривається і скочується вниз. Падаючі краплі обертають водяне колесо, і вічний рух здійснено. У чому помилка проекту [5]?

(РГ)

2. Бавовняний і шерстяний мотки ниток намочили у воді і повісили сушитися. Чому через деякий час (хвилин десять) у вовняному мотку майже вся вода виявилася зібраної в його нижній частині А В, в той час як у бавовняному вона була розподілена більш-менш рівномірно по всьому мотка [5]?



ІІ. Основна частина лабораторного заняття з МНФ

Мета роботи: вивчити питання, що пов'язані з поверхневим натягом тіла; знайти коефіцієнт поверхневого натягу води двома способами, порівняти їх та зробити висновки.

Обладнання: капілярні трубки різних діаметрів та довжин, мікрометр, штангель-циркуль, посудина з водою, похила площина, олія, транспортир, штативи, кухонна сіль.

Експериментальні завдання методологічної спрямованості:

1 (споглядання). Встановити необхідне обладнання для виконання лабораторної роботи.

2 (наслідування). На основі лекційного матеріалу й лабораторної роботи, скласти власний план виконання роботи.

3 (спостереження). За стандартними алгоритмами дослідження фізичних явищ провести спостереження капілярних явищ, поверхневого натягу.

а. *уміння планувати експеримент,* тобто формулювати його мету, визначати експериментальний метод і давати йому теоретичне обґрунтування, складати план досліду і визначати найкращі, умови його проведення, обирати оптимальні значення вимірюванних величин та умови спостережень, враховуючи наявні експериментальні засоби [1];

б. *уміння підготувати експеримент,* тобто обирати необхідне обладнання і вимірювальні прилади, збирати дослідні установки чи моделі, раціонально розміщувати приладдя, домагаючись безпечного проведення досліду [1];

в. *уміння спостерігати,* визначати мету і об'єкт спостереження, встановлювати характерні риси плину фізичних явищ і процесів, виділяти їхні суттєві ознаки [1];

г. *уміння вимірювати фізичні величини,* користуючись різними вимірювальними приладами і Мірами, тобто визначати ціну поділки шкали приладу, її нижню і верхню межу, знімати покази приладу [1];

д. *умітш обробляти результати експерименту,* знаходив значення величин, похибки вимірювань, креслити схеми дослідів, складати таблиці одержаних даних, готувати звіт про проведену роботу, вести запис значень фізичних величи у стандартизованому вигляді тощо[1];

е. *умітш інтерпретувати результати експерименту,* описувати спостережувані явища і процеси, вживаючи фізичну термінологію, подавати результати у вигляді формул і рівнянь, функціональних залежностей, будувати графіки, робити висновки про проведене дослідження, виходячи з поставленої мети [1].

4 (повне володіння методологією здобування знань). Скласти авторський план спостереження коливальних рухів.

5 (навчання запам’ятовуванню). За складеним планом проведення спостереження розробити алгоритм визначення Поверхневий натяг рідин (ПВЗ), Коефіцієнт поверхневого натягу та способи його знаходження (У), Змочування. Капілярні явища (ПВЗ).

6 (інформаційне орієнтування). Для якісного складання плану проведення лабораторної роботи використати допоміжну необхідну літературу: довідники, підручник, алгоритми дослідження фізичних явищ.

7 (формулювання проблеми). Написати план виконання лабораторної роботи, виконати й результати роботи захистити.

III. Підсумок лабораторного заняття.

1. (ПОЗ). Опишіть процес змочування і незмочування твердого тіла рідиною [2].
2. (ПОЗ). Як веде себе рідина в капілярних трубках [2]?
3. (У). Чому із зменшенням густини речовини зменшується висота її піднімання в капілярних трубках [2]?
4. (ПОЗ). Який тиск необхідно створити для того, щоб видути бульбашку повітря через нижній кінець капілярної трубки діаметром 0,5 мм, опущений в воду на глибину 2 мм [2]?
5. (П). Доторкання до стінок намету не змінює відстаней між волокнами, а отже, і лапласівського тиску. Чому ж дощову погоду для

того, щоб не протекла вода, не рекомендується дотикатися до внутрішніх стінок [2]?

6. (П). Вода, як ви знаєте, змочує стінки скляної посудини. Отже, вона повинна виливатись вже тоді, коли горизонтальна поверхня ще не досягла країв посудини. Чому ж на практиці відбувається навпаки [2]?

Висновок. Лабораторної роботи частково-пошукового характеру з МНФ моделюють пізнавальну діяльність студентів, розвивають творчість, розумову активність

Подальший розвиток проблеми вбачаємо у розробленні дидактичного матеріалу частково-пошукової лабораторної роботи з дисципліни за еталонними вимірниками якості знань «Методики навчання фізики».

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Дидактичне забезпечення семінарських занять з курсу «Методика навчання фізики» (загальні питання) / П.С. Атаманчук, О.М. Семерня, Т.П. Поведа. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. – 392 с.
2. Атаманчук П.С. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в старшій школі / Атаманчук П.С, Ляшенко О.І., Мендерецький В.В., Ніколаєв О.М. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. – 420 с. : іл.
3. Атаманчук П.С. Методичні основи управління навчанням фізики : монографія / П.С. Атаманчук, О.М. Семерня. – Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський державний університет, інформаційно-видавничий відділ, 2005. – 196 с.
4. Бугаев А.И. Методика преподавания физики. Теоретические основы. - М.: Просвещение, 1981. – 288с.
5. Тульчинский М.Е. Занимательные задачи-парадоксы и софизмы по физике / М.Е. Тульчинский. М.: Просвещение, 1971. – 160 с.

The article describes the preparation and conduct of laboratory work part-search nature for students with discipline "methods of teaching physics".

Key words: *laboratory work part-search nature of knowledge.*

УДК 512.552

О. В. Зеленський, кандидат фізіко-математичних наук, асистент

ДОСЛІДЖЕННЯ ГОРЕНШТЙОВИХ МАТРИЦЬ ПОКАЗНИКІВ

У роботі досліджуються властивості Горенштейнових матриць

Ключові слова: *матриця показників, Горенштейнова матриця*.

Один із аспектів теорії кілець є вивчення властивостей кілець за допомогою теорії графів. Кожний черепичний порядок повністю визначається своєю матрицею показників і дискретно нормованим кільцем. Багато властивостей таких кілець повністю визначаються їх матрицями показників, зокрема, сагайдаки таких кілець. Порівняно недавно матриці показників стали окремим об'єктом вивчення. Сагайдак матриці показників співпадає з сагайдаком черепичного порядку з даною матрицею показників. Для дослідження матриць показників та їх сагайдаків використовуються також комбінаторні та геометричні методи.

В роботі продовжуються дослідження матриць показників. Вона присвячена дослідженню горенштейових матриць показників.

Означення 1. Матриця $\mathrm{E}=(\alpha_{ij})\in M_n(\mathrm{Z})$ ($M_n(\mathrm{Z})$ – це кільце матриць розмірності n з цілими елементами), для якої виконуються наступні умови:

1) $\alpha_{ij} + \alpha_{jk} \geq \alpha_{ik}$ для всіх $i, j, k =1, \dots , n$,

2) $\alpha_{ii} = 0$ для всіх $i=1, \dots , n$,

називається *матрицею показників*. Матриця показників, для якої виконується умова

3) $\alpha_{ij} + \alpha_{ji} \geq 1$ для всіх $i, j \in\{1,\dots , n\}$ $(i\neq j)$

називається *зведеною матрицею показників*.

Нехай $\mathrm{E}=(\alpha_{ij})$ – зведена матриця показників. Введемо матрицю $\mathrm{E}^{(1)}=(\beta_{ij})=\mathrm{E}+E_n \in M_n(\mathrm{Z})$, де E_n – одинична матриця. Введемо матрицю $\mathrm{E}^{(2)}=(\gamma_{ij})\in M_n(\mathrm{Z})$: $\gamma_{ij}= \min\limits_k\{\beta_{ik}+\beta_{kj}\}$.

Означення 2. Сагайдаком зведеної матриці показників $Q=Q(\mathrm{E})$ називається сагайдак, матриця суміжності якого задається формулою $[Q]= \mathrm{E}^{(2)}- \mathrm{E}^{(1)}$.

Для елементів матриці суміжності сагайдака Q маємо наступні формули:

$$q_{ij}=\gamma_{ij}-\beta_{ij}=\min\limits_k(\beta_{ik}+\beta_{kj})-\beta_{ij}=\min\left(1,\ \min\limits_{k\neq i,\, j}(\alpha_{ik}+\alpha_{kj}-\beta_{ij})\right)$$

$$=\min\left(1,\ \min\limits_{k\neq i,\, j}(\alpha_{ik}+\alpha_{kj}-\alpha_{ij})\right).$$

$$q_{ii}=\min\limits_k(\beta_{ik}+\beta_{ki})-\beta_{ii}=\min\left(2,\ \min\limits_{k\neq i}(\alpha_{ik}+\alpha_{ki})\right)-1=$$
$$\min\left(1,\ \min\limits_{k\neq i}(\alpha_{ik}+\alpha_{ki}-1)\right).$$

Звідси отримуємо, що $q_{ij}=1$ при $i\neq j$ тоді і тільки тоді, коли $\alpha_{ik} + \alpha_{kj} >$

α_{ij} для всіх $k \neq i, j$. $q_{ii}=1$ тоді і тільки тоді, коли $\alpha_{ik} + \alpha_{ki} > 1$ для всіх $k \neq i$.

Означення 3. Зведені матриці показників E_1 і E_2 називаються еквівалентними, якщо одну можна отримати з іншої за допомогою елементарних перетворень двох типів:

1) Відняти ціле число t від елементів $i^{го}$ рядка та добавити це число до елементів $i^{го}$ стовпчика,

2) Поміняти місцями два рядки і поміняти місцями два стовпчика з такими ж номерами.

Означення 4. Сагайдак Q називається *допустимим*, якщо існує зведена матриця показників E, така що $Q(\mathrm{E}) = Q$.

Означення 5. Зведена матриця показників називається *горенштейновою*, якщо існує підстановка σ для множини $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ така, що $\alpha_{ik}+\alpha_{k\sigma(i)}=\alpha_{i\sigma(i)}$ для $i, k=1, \ldots, n$.

Означення 6. Підстановка σ горенштейнової матриці називається *підстановкою Кириченка.*

Означення 7. Нехай σ – підстановка множини $\{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді $P_\sigma = \sum_{i=1}^{n} e_{i\sigma(i)}$ називається *матрицею підстановки.*

Приклад горенштейнової матриці:

$$H_n=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Це горенштейнова матриця з підстановкою Кириченка

$$\sigma=\sigma(H_n)=\begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n-1 \\ n & 1 & \ldots & n \end{pmatrix}.$$

Означення 8. Матриця $A=(\alpha_{ij})$ – називається (0, 1, 2) - матрицею, якщо $\alpha_{ij} \in \{0, 1, 2\}$.

Теорема 9. Для довільної підстановки σ без фіксованих елементів існує горенштейнова (0, 1, 2) – матриця Γ з підстановкою $\sigma(\Gamma)=\sigma$.

*Доведення***.** Задамо елементи α_{ij} матриці $\Gamma = \Gamma_\sigma$ наступним чином:

- $\alpha_{ii}=0$ та $\alpha_{i\sigma(i)}=2$ для $i=1, \ldots, n$;
- $\alpha_{ij}=1$ для $i \neq j$ та $j \neq \sigma(i)$ $(i, j=1, \ldots, n)$.

Покажемо, що E=(α_{ij}) – горенштейнова матриця.

Оскільки $\alpha_{ij} \geq 1$ для $i \neq j$, то $\alpha_{ij} + \alpha_{ji} > 0$ для $i \neq j$.

Нерівність $\alpha_{ij} + \alpha_{jk} \geq \alpha_{ik}$ виконується, якщо два індекси співпадають. Якщо всі три індекси різні, то нерівність виконується, бо $\alpha_{ij}, \alpha_{jk}, \alpha_{ik} \in \{1, 2\}$.

Покажемо, що $\alpha_{ik} + \alpha_{k\sigma(i)} = \alpha_{i\sigma(i)}$ для $i, k=1, \ldots, n$. Якщо $k=i$ або $k=\sigma(i)$, то рівність очевидна. Якщо $k \neq i$ та $k \neq \sigma(i)$, то $\alpha_{ik}=1$, $\alpha_{k\sigma(i)}=1$, $\alpha_{i\sigma(i)}=2$ і рівність виконується.

Отже, $\Gamma_\sigma = (\alpha_{ij})$ – горенштейнова зведена матриця показників з підстановкою σ. Теорема доведена.

Критерій еквівалентності для циклічних горенштейнових матриць.

Нехай $\Gamma=(\alpha_{ij}) \in M_n(\mathbb{Z})$ – горенштейнова матриця із циклічною підстановкою Кириченка, $k=\left[\dfrac{n}{2}\right]$. Позначимо $S(\Gamma, \sigma)=\sum_{i=1}^{n} \alpha_{i\sigma(i)}$.

Теорема 10. Якщо $\Gamma_1, \Gamma_2 \in M_n(\mathbb{Z})$ – горенштейнові матриці із циклічною підстановкою σ і $S(\Gamma_1, \sigma^i)= S(\Gamma_2, \sigma^i)$ для $i=1, \ldots, k$, то $\Gamma_1 ; \Gamma_2$.

Доведення. Не зменшуючи загальності можна вважати, що $\sigma=(1\ 2\ \ldots\ n)$. (Цього завжди можна досягти за допомогою елементарного перетворення 2-го типу). Нехай $\Gamma_1=(b_{ij})$, $\Gamma_2=(c_{ij})$ – горенштейнові матриці з підстановкою σ.

$$\Gamma_1=\begin{pmatrix} 0 & b_{12} & \ldots & & & \\ & 0 & \ldots & & & \\ \ldots & \ldots & \ldots & b_{n-2n-1} & \ldots & \\ & & \ldots & 0 & b_{n-1n} & \\ b_{n1} & & \ldots & & 0 & \end{pmatrix}, \quad \Gamma_2=\begin{pmatrix} 0 & c_{12} & \ldots & & & \\ & 0 & \ldots & & & \\ \ldots & \ldots & \ldots & c_{n-2n-1} & \ldots & \\ & & \ldots & 0 & c_{n-1n} & \\ c_{n1} & & \ldots & & 0 & \end{pmatrix}.$$

Виконаємо послідовність елементарних перетворень першого типу за наступним алгоритмом:

У матриці Γ_1 від другого стовпчика віднімемо b_{12}-c_{12} і до другого рядка додамо b_{12}-c_{12}. Позначимо нову матрицю через $\Gamma_1=(b_{ij})$. При цьому значення виразу $S(\Gamma_1, \sigma^i)$ не змінилося.

У матриці Γ_1 від третього стовпчика віднімемо b_{23}-c_{23} і до третього рядку додамо b_{23}-c_{23} (b_{23} – це елемент "нової" матриці Γ_1). Позначимо отриману матрицю через $\Gamma_1=(b_{ij})$. Продовжимо алгоритм. Після n-1 кроків одержимо:

$b_{12}=c_{12}, b_{23}=c_{23}, \ldots, b_{n-1,n}=c_{n-1,n}$.

Перетворення першого типу не змінює суму $\sum_{i=1}^{n} b_{i\sigma(i)}$. Тому

$b_{12} + b_{23}+\ldots+b_{n-1n}+b_{n1}=c_{12}+c_{23}+\ldots+c_{n-1,n}+c_{n1}$.

Звідси одержуємо, що $b_{n1}= c_{n1}$. Отже, в матрицях Γ_1 і Γ_2 $b_{i\sigma(i)}= c_{i\sigma(i)}$ для всіх i.

Доведемо, що $\Gamma_1 =\Gamma_2$. Нехай $x=b_{13}$. Тоді

$b_{32}=b_{12}-x,\quad b_{24}=b_{34}-b_{32}=b_{34}-b_{12}+x,\qquad b_{43}=b_{23}-b_{24}=b_{23}-b_{34}+b_{12}-x;$

$b_{35}=b_{45}-b_{43}=b_{45}-b_{23}+b_{34}-b_{12}+x$.

Продовжимо далі, поки не знайдемо всі елементи вигляду $b_{i\sigma^2(i)}$.

$S(\Gamma_1,\sigma^2)=b_{13}+b_{24}+b_{35}+\ldots+b_{n-2,n}+b_{n-1,1}+b_{n2}=nx+F(b_{12}, b_{23},\ldots,b_{n-1n}, b_{n1})$.

Нехай $y=c_{13}$. Абсолютно аналогічно одержуємо

$S(\Gamma_2,\sigma^2)=c_{13}+c_{24}+c_{35}+\ldots+c_{n-2,n}+c_{n-1,1}+c_{n2}=ny+F(c_{12}, c_{23},\ldots,c_{n-1n}, c_{n1})$.

Оскільки $S(\Gamma_1,\sigma^2)=S(\Gamma_2,\sigma^2)$, то

$ny+F(c_{12}, c_{23},\ldots, c_{n-1,n}, c_{n1})=nx+F(b_{12}, b_{23},\ldots, b_{n-1,n}, b_{n1})$. (1)

Крім того

$c_{12}=b_{12},\ c_{23}=b_{23},\ \ldots,\ c_{n1}=b_{n1}$.

Тому

$F(c_{12}, c_{23},\ldots,c_{n-1n}, c_{n1})=F(b_{12}, b_{23},\ldots,b_{n-1n}, b_{n1})$ (2)

З (1) та (2) випливає, що $nx=ny$, тому $x=y$. Отже, $b_{1\sigma^2(1)}=c_{1\sigma^2(1)}$. Аналогічними міркуваннями отримуємо, що $b_{i\sigma^2(i)}=c_{i\sigma^2(i)}$ для всіх i. Крім цього, з рівності

$$b_{i\sigma^2(i)}+b_{\sigma^2(i)\sigma(i)}=b_{i\sigma(i)}=c_{i\sigma(i)}=c_{i\sigma^2(i)}+c_{\sigma^2(i)\sigma(i)}$$

маємо $b_{\sigma^2(i)\sigma(i)}=c_{\sigma^2(i)\sigma(i)}$ або $b_{i\sigma^{n-1}(i)}=c_{i\sigma^{n-1}(i)}$.

Абсолютно аналогічно з рівності $S(\Gamma_1,\sigma^3)=S(\Gamma_2,\sigma^3)$ випливає, що

$$b_{i\sigma^3(i)}=c_{i\sigma^3(i)},\ b_{i\sigma^{n-2}(i)}=c_{i\sigma^{n-2}(i)},$$

з рівності $S(\Gamma_1,\sigma^k)=S(\Gamma_2,\sigma^k)$ випливає, що

$$b_{i\sigma^k(i)}=c_{i\sigma^k(i)},\ b_{i\sigma^{n-(k-1)}(i)}=c_{i\sigma^{n-(k-1)}(i)}.$$

Якщо n парне число, то $n-(k-1)=k+1$ і теорема доведена. Якщо n непарне число, то $n-(k-1)=k+2$ і залишилося довести, що $b_{i\sigma^{k+1}(i)}=c_{i\sigma^{k+1}(i)}$. Нескладно помітити, що для непарного n $b_{1k+2}=F_1(b_{12}, b_{23},\ldots, b_{n-1n}, b_{n1})$, тому $b_{i\sigma^{k+1}(i)}=c_{i\sigma^{k+1}(i)}$. Теорема доведена.

Список використаних джерел:

1. Dokuchaev M. A. Gorenstein matrices / M. A. Dokuchaev, V. V. Kirichenko, A. V. Zelensky, V. N. Zhuravlev // Algebra and Discrete mathematics. – 2005. – №1. – P. 8-29.
2. Roggenkamp W. Gorenstein tiled orders / K. W. Roggenkamp, V. V. Kirichenko, M. A. Khibina, V. N. Zhuravlev // Communication in Algebra. – 2001. – Vol. 29(9). – P. 4231-4247.
3. Gubareni N. M. Rings and Modules / N. M. Gubareni, V. V. Kirichenko. – Czestochowa, 2001. – 306 p.

The survey of Gorenstein matrix.

***Key words**: exponent matrix, Gorenstein matrix.*

УДК 517.927.4

С.О. Кріль, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ІТЕРАЦІЙНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ЛАГРАНЖА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

У статті ітераційні методи застосовуються до задачі Лагранжа оптимального керування.

Ключові слова:*ітераційні методи, задача Лагранжа, оптимальне керуванння*

Розглянемо задачу Лагранжа теорії оптимального керування:

$$\frac{dx}{dt} = f(t;x;u), \quad t\epsilon[t_0;T], \tag{1}$$

$$x(t_0) = x_0, \tag{2}$$

$$\int_{t_0}^{T} g(t;x;u)dt \to min, \tag{3}$$

де $f:[t_0;T]\times R^m \times U \to R^m$, $g:[t_0;T]\times R^m \times U \to R$ – неперервно-диференційовні відображення, $x(t), u(t) \in U$ – шукані вектор-функція та вектор керування, $U \subset R^r$ – обмежена замкнута множина. (Система диференціальних рівнянь (1), взагалі кажучи, є нелінійною, хоча можливий й лінійний випадок).

Вияснимо умови існування розв'язку задачі (1) – (3) та можливість застосування до цієї задачі наближених, зокрема ітераційних методів.

Спочатку розглянемо допоміжну задачу

$$\frac{dx}{dt} + A(t)x = y(t), \quad x(t_0) = x_0. \tag{4}$$

Неперервна матриця $A(t)$ розмірності $m \times m$ підбирається таким чином, що існує єдиний розв'язок $x(t) \equiv 0$ однорідної задачі

$$\frac{dx}{dt} + A(t)x = 0, \quad x(t_0) = 0.$$

Тоді існуватиме матриця $G(t;s)$ така, що єдиний розв'язок задачі (4) виражатиметься формулою

$$x(t) = h(t) + \int_{t_0}^{t} G(t;s)y(s)ds,$$

де вектор-функція $h(t)$ є розв'язком задачі $\frac{dh}{dt} + A(t)h = 0$, $h(t_0) = x_0$.

Задачу (1), (2) можна звести до інтегрального рівняння:

$$y(t;u) = F(t; h(t) + \int_{t_0}^{t} G(t;s)y(s)ds\,; u), \tag{5}$$

де $F(t;x;u) = f(t;x;u) + A(t)x$.

Неважко показати, що у випадку, коли існуватиме єдиний розв'язок цього рівняння, то й вихідна задача (1) – (3) матиме єдиний розв'язок [1].

У випадку єдиності розв'язку до заданої задачі можна застосувати метод послідовних наближень. Так, нехай наближені розв'язки – вектор-функція $x_{k-1}(t)$ та керування $u_{k-1}(t)$ знайдені.

Будуємо функцію

$$y_k(t) = F(t; x_{k-t}(t); u_{k-1}(t)). \tag{6}$$

Наближення $x_k = x_k(t; u_{k-1})$ знаходимо, розв'язавши задачу Коші

$$\frac{dx_k}{dt} + A(t)x_k = y_k(t), \;\; x_k(t_0) = x_0. \tag{7}$$

Розв'язок варіаційної задачі

$$I\big(u_k(t)\big) = \min_{u\in U} \int_{t_0}^{T} g(t; x_k(t; u); u)dt \tag{8}$$

дає наближення $u_k(t)$ до шуканого керування $u(t)$. Можна довести, що метод (6) – (8) збігатиметься у випадку, коли інтегральний оператор рівняння (5) є оператором стиску.

Ідея проекційно-ітеративного метод стосовно задачі (1) – (3) полягає в слідуючому. Так, нехай виходячи з деяких початкових, наперед заданих наближень $x_0(t)$ та $u_{k-1}(t)$ знайдені. Тоді беремо

$$z_k(t) = x_{k-1}(t) + w_k(t), \;\; w_k(t) = \sum_{j=1}^{n} a_j^k \eta_j(t). \tag{9}$$

Невідомі коефіцієнти a_j^k знаходимо із умови

$$\int_{t_0}^{T} \left(\frac{dz_k(t)}{dt} - f\big(t; z_k(t); u_{k-1}(t)\big)\right)\psi_i(t)dt = 0, \;\; i = \overline{1,n}, \tag{10}$$

$$y_k(t) = F(t; z_k(t); u_{k-1}(t)) \tag{11}$$

Наближення $x_k = x_k(t; u_{k-1})$ та $u_k(t)$ знаходимо, розв'язавши спочатку задачу Коші, а потім варіаційну задачу:

$$\frac{dx_k}{dt} + A(t)x_k = y_k(t), \;\; x_k(t_0) = x_0, \tag{12}$$

$$I\big(u_k(t)\big) = \min_{u\in U} \int_{t_0}^{T} g(t; x_k(t; u); u)dt. \tag{13}$$

Система вектор-функцій $\{\eta_j(t)\}$ в (10) – це розв'язок задачі

$$\frac{dh_j}{dt} + A(t)h_j = \varphi_j(t), \;\; h_j(t_0) = 0, \;\; j = \overline{1,n}, \tag{14}$$

$\{\varphi_j(t)\}; \{\psi_j(t)\}$ – задані системи лінійно-незалежних на $[t_0; T]$ вектор-функцій, $i, j = \overline{1,n}$.

Можна довести, що метод (9) – (14) збігатиметься при деякому фіксованому n до розв'язку задачі (1) – (3), причому швидкість збіжності зростатиме із збільшенням n.

Отримано достатні умови збіжності методу (6) – (11), які ґрунтуються на зведенні задачі (1), (2) до інтегрального рівняння (5).

Список використаних джерел:

1. Лучка А.Ю. Проекционно итеративные методы /А.Ю. Лучка – Киев: Наук. думка, 1993 – 288с.

Iterative methods is used for Lagrange theory forLagrange theory for optimal control.

***Key words**:iterative methods? Lagrage te\heory? Optimal control/*

УДК 854.365

С.В.Грабовський, асистент

ВИВЧЕННЯ ГРАФІЧНИХ ДИСЦИПЛІН ПІД ЧАС ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ ІНЖЕНЕРНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ НА СУЧАСНОМУ ЕТАПІ В КОНТЕКСТІ МОДУЛЬНОГО НАВЧАННЯ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

У статті розглянуто аспекти вивчення графічних дисциплін під час підготовки спеціалістів інженерних спеціальностей в умовах модульної системи навчання із використанням інформаційних технологій.

Ключові слова: *модуль, модульне навчання, технічне мислення, графічні дисципліни, інформаційні технології*

Аналізуючи соціально – економічній стан в Україні на даному етапі, в умовах постійного зростання рівня техніки і виробничих технологій, коли потрібні висококваліфіковані працівники, які вільно оперують комп'ютерними технологіями, мають високу здатність до самовдосконалення, оволодівання новими технологіями, технічно грамотні, прогнозують перебіг виробничих процесів, діють креативно в будь – яких екстремальних виробничих ситуаціях, сам по собі напрошується висновок про необхідність оновлення системи освіти у вищих навчальних закладах, впровадження індивідуальних підходів до особистісних характеристик кожного студента[2].

Надзвичайно важливу роль в процесі підготовки сучасного інженера відіграє блок графічних дисциплін таких, як Нарисна геометрія, Інженерна графіка, технічне креслення,і т.д. Саме ці дисципліни формують майбутнього інженера як такого, на їх основі базується і розвивається технічне мислення, що є рушійною силою наукового прогресу, адже воно спрямоване на оперування технічними образами під час виробничої та творчої діяльності людини. На разі щоб досягти справді високого кваліфікаційного рівня підготовки майбутнього інженера, на нашу думку необхідно використовувати в навчальному процесі модульну систему навчання в комплексі із новими інформаційними технологіями. Що ж таке модуль? **Модуль** (modulus) – міра, у педагогіці модуль – це функціональний вузол навчально-виховного процесу. **Навчальний модуль** – це система занять у вигляді сукупності систем знань, норм цінностей, поетапне відкриття студентом під впливом викладача цієї системи у ході пошукової пізнавальної активності[3]. **Модульне навчання** – це цілісна система, що інтегрує дидактичні засоби, необхідні для вирішення основних цілей освіти. Теорія модульного навчання базується на специфічних принципах, тісно пов'язаних із загально-дидактичними. Основним засобом модульного навчання є модульна програма, яка складається із принципово – пов'язаних частин, модулів, які спираються на загально – дидактичні цілі. Перш за все при розробці модульної програми необхідно враховувати такі фактори, як цільове призначення інформаційного матеріалу, сполучення комплексних інтегруючих і часткових дидактичних цілей, повноту навчального матеріалу в модулях, відносну самостійність елементів модуля, реалізацію оберненого зв'язку, оптимальну передачу інформаційного і методичного матеріалу. Основний принцип модульного навчання полягає у тому, що студент більш самостійно може працювати із запропонованою йому індивідуальною навчальною програмою, яка включає цільовий план дій, банк інформації і методичне керівництво щодо досягнення поставлених дидактичних цілей. Вкажемо на деякі істотні переваги модульної системи навчання над традиційними системами: модульна система забезпечує точну відповідність результатів цілям навчання, дає змогу з високою ймовірністю отримувати очікувані наслідки; модульна система підвищує особисту мотивацію і самостійність слухача в засвоєнні визначеної для нього програми навчання; модульна технологія організації навчального процесу дає змогу скоротити терміни навчання, оскільки визначає його відправний момент та тривалість з урахуванням рівня раніше накопичених знань та навичок слухачів, передбачає їх самостійну роботу в індивідуальному темпі, з яким вони можуть якісно засвоювати модульні блоки та навчальні елементи, передбачені їх особистими індивідуальними програмами.

Отже, використання модульної технології є необхідною умовою при вивченні графічних дисциплін, адже вона буде виступати як особистісно – орієнтована технологія навчання, що у свою чергу в значній мірі покращує процес засвоєння навчального матеріалу. Стосовно використання інформаційних технологій, то комп’ютерні технології можна віднести до технологічних засобів, і вони спрямовані на підготовку особистості інформаційного суспільства, формування вмінь працювати з інформацією, розвиток комунікативних здібностей, формування дослідницьких умінь та вмінь вибору оптимальних рішень, забезпечення великим обсягом якісної інформації. Комп'ютерні технології при опануванні графічних дисциплін, на нашу думку потрібно використовувати у вигляді моно технології[1], коли весь процес навчання (діагностика, управління, моніторинг) – проводяться за допомогою комп’ютера, проте не слід нехтувати і традиційними технологіями, адже вони розвивають такі вагомі риси, як графічні навички побудов, виховують точність, охайність, увагу, зосередженість тощо.

Аналізуючи традиційну та інформаційну форми навчання, хочеться відокремити кілька основних переваг використання комп’ютерних технологій при вивченні графічних дисциплін: можливість формування демонстраційного матеріалу, із необмеженою кількістю його переглядів аж до повного засвоєння, а також рівнева диференціація завдань; наявність електронного посібника, з усією масою необхідного матеріалу; переважає самостійна робота студентів, цим самим передбачається досягнення кінцевого результату; засоби навчання добираються із урахуванням комплексного досягнення навчальної мети; інформаційні технології забезпечують активну участь студента, який засвоює інформацію в ході діяльності з інформаційним матеріалом та графічними програмами; комп’ютерне (інформаційне) навчання може бути глибоко індивідуальним; інтерактивним методичним комплексом можна користуватись будь-коли і будь-де; можливість для невідкладного контролю знань і корекції рівня їх засвоєння. Також потрібно зауважити, що в даному випадку комп’ютер виступає в ролі інструмента (засобу моделювання), і при цьому значно покращує інформаційну забезпеченість студента. Проте на шляху впровадження інформаційних технологій у процес навчання є багато труднощів як суб’єктивного так і об’єктивного характеру, перш за все це матеріально – технічне забезпечення навчальних закладів. Основні переваги модульної системи навчання над існуючою можна побачити із таблиці:

Параметр, характеристика	Предметна система навчання	Модульна система навчання
1. Відображення сучасної тенденції інтегрування наук	Слабко відображує	Сильно відображує
2. Міжпредметні зав"язки (наука, техніка, виробництво)	Слабко відображує (викликає створення штучних міжпредметних зв"язків)	Сильно відображує і формується на них
3. Ступінь адаптації до ринкової економіки	Мінімальна	Максимальна
4. Характер системи	Тверда, закрита	Гнучка, відкрита
5. Можливість реалізації ступінчатого рівня навчання	Ускладнена	Успішно реалізується
6. Затрати часу на	Збиткові	Оптимальні
7. Направленість в навчанні	Слабко орієнтована на учнів	Орієнтована на навчаючогоавчаючого
8. Оцінка рівня професійної майстерності	У кінці терміну навчання	Поетапна при вивченні окремих модулів

Отже із усього вище сказаного можна зробити висновок, що використання модульної системи навчання в поєднанні із сучасними комп'ютерними технологіями під час вивчення графічних дисциплін дасть максимально бажаний результат засвоєння навчальної програми за рахунок стимулювання навчальної діяльності студентів, індивідуалізації підходу до процесу навчання, інформаційної забезпеченості навчання, наочності і т.д. Сучасному суспільству потрібна якісна освіта, яка на даному етапі виступає як засіб конкурентної боротьби за існуючі ринки праці.

Список використаних джерел:

1. Верхола А.П. Системний аналіз процесу навчання графічних дисциплін у технічному університеті // Вища освіта України. – 2005. – №3. – С. 70-73.

2. Вища освіта в Україні: Навч. посіб. / В.Г.Кремень, С.М.Ніколаєнко, М.Ф.Степко та н.; За ред. В.Г.Кременя, С.М.Ніколаєнка. – К.: Знання, 2005. – 327 с.

3. Вища освіта в Україні і Болонський процес: Навч. посіб. / За ред. В.Г.Кременя. Авторський колектив: М.Ф.Степко, Я.Я.Болюбаш, В.Д.Шинкарук, В.В.Грубіянко, І.І.Бабич. – К.: Освіта, 2004. – 384 с.

The article examines aspects of studying graphic disciplin during training of engineering specialties in a modular training system using information technology.

Keywords: *module, modular training, technical thinking, graphic disciplines, information technology*

УДК 378.02:272.8

О.Б.Розумовська, старший викладач

СИСТЕМА ЗАДАЧ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНО ЗНАЧУЩИХ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

В статті розглянуто використання системи задач при вивченні методів розробки алгоритмів в курсі "Теорія алгоритмів і математична логіка" для формування професійно значущих знань студентів фізико-математичного факультету.

Ключові слова: *інноваційних технологій навчання, методи розробки алгоритмів, система задач, проблемна ситуація*.

Постановка проблеми

Система освіти в Україні перебуває у стані реформування, що передбачає впровадження інноваційних технологій навчання і виховання. Нові технології навчання мають враховувати психолого-педагогічні закономірності та принципи дидактичних процесів, здійснювати інтенсивне навчання і одночасно розвивати творчі здібності, активізувати пізнавальну діяльність студента.

Важливим ланцюгом у розв'язування кола питань, пов'язаних з навчанням інформаційно-комунікаційних технологій у вищих навчальних закладах, є орієнтація процесу навчання на інноваційні технології, провідними елементами яких є система задач. Особливу частину підготовки складає система задач в природничих науках.

Дисципліна "Теорія алгоритмів і математична логіка" відноситься до однієї з основних дисциплін фундаментального циклу у підготовці спеціалістів напрямку «Прикладна математика». Метою викладання дисципліни є створення міцного фундаменту математичної освіти спеціаліста:

- навчання студента основним методам теорії алгоритмів;
- розвиток навичок творчого дослідження та математичного моделювання різних задач;
- навчання методам розв'язку математично формалізованих задач;
- вивчення логіки предикатів і її застосування для моделей подання знань.

Отримані в процесі вивчення дисципліни знання повинні створити базу, необхідну для вивчення таких дисциплін, як «Основи програмування», «Бази даних», що формують фахівця у галузі комп'ютерних наук.

Враховуючи мету курсу “Теорія алгоритмів і математична логіка”, створення системи задач, їх послідовність, різноманітність, типи і вимоги, методика їх розв'язування є однією з важливих умов підвищення рівня розвитку теорії і практики навчання.

Велике значення для систематизації знань має цілеспрямована система задач, яка передбачає осмислення, засвоєння понять, операцій, дій, залежностей у процесі формування відповідних прийомів мислення.

Система задач буде ефективною, якщо дотримуватись певних загально-методичних вимог та принципів: науковості, диференційованої реалізованості, реалізації провідних функцій задач у навчанні, методичної доцільності поєднання теоретичних та практичних аспектів змісту курсу інформатики в системі завдань; систематичності, зв'язку навчання з життям, доступності, свідомості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Питання ролі процесу розв'язування системи задач з метою розвитку мислення, здібностей, умінь під час навчання розкривається у працях Г.А.Альтшуллера, Ю.О.Жука, Я.О.Пономарьова, С.Л.Рубінштейна, Н.Ф.Тализіної, О.К.Тихомирова і інших дослідників. Багато праць також присвячено розгляду теоретичних основ методів розробки і аналізу алгоритмів. Серед них роботи Н.Вирта, Т.Кормена, Ч.Лейзерсона, Р.Риверта, Д.Хопкрофта, Р.Мотвани, Дж.Ульман, С.Гудмана, С.Хидетниеми, А.В.Левитина.

Результати даних досліджень дають підставу вважати, що створення системи задач, їх послідовність, різноманітність, типи і вимоги, методика їх розв'язування є однією з важливих умов підвищення рівня розвитку теорії і практики навчання.

Мета нашої роботи полягає в розгляді методики формування системи задач для вивчення методів розробки алгоритмів в курсі “Теорія алгоритмів і математична логіка”.

Для реалізації мети необхідно розв'язати такі **завдання**:

1. Чітко визначити розподіл годин на вивчення змістового модуля 3 “Методи розробки алгоритмів” згідно вимог КМСОНП.

2. Здійснити відбір задач для практичних робіт з врахуванням послідовністі, різноманітністі, типізації задач.

3. Розробити критерії оцінювання різних видів роботи згідно вимог КМСОНП.

Виклад основного матеріалу

Підготовка фахівців у сфері інформаційних і комп'ютерних технологій повинна бути досить гнучкою, оскільки професійні навички, які можуть бути затребувані роботодавцями, досить швидко змінюються протягом тих років, які молода людина витрачає на професійне навчання. Сучасна вища освіта повинна поєднувати масовість і стандартизацію з дуже високим рівнем індивідуалізації навчання, із збільшенням часу на самостійну навчально-пізнавальну діяльність.

Велике значення для індивідуалізації навчання та систематизації знань у будь-якій галузі має цілеспрямована система задач, яка передбачає осмислення, засвоєння понять, операцій, дій, залежностей у процесі формування відповідних прийомів мислення. Розробляючи систему задач, варто встановити основні розумові, дослідницькі вміння, які можуть і повинні бути сформовані у студентів; виділити основні прийоми і методи формування навичок і вмінь користувача комп’ютерної техніки під час розв’язування задач; визначити параметри системи завдань, що контролюють ступінь навченості і інтелектуального розвитку студентів на кожному етапі навчання.

Дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка” вивчається протягом двох семестрів. Два змістових модулі вивчаються в другому семестрі та два змістові модулі в третьому семестрі. Згідно навчальної програми вивчення змістового модуля 3 припадає на третій семестр і для цього відводиться наступна кількість годин:

№ п/п	**Тема**	**Кількість годин**		
		Лекції	**Практичні**	**Самостійна робота**
	Змістовий модуль 3 **МЕТОДИ РОЗРОБКИ АЛГОРИТМІВ**	**12**	**18**	**28**
3.1	Етапи розробки алгоритмів	2	-	4
3.2	Методи грубої сили	4	6	8
3.3	Методи декомпозиції	4	6	10
3.4	Методи зменшення розміру задачі	2	6	6

При вивченні теми “Етапи розробки алгоритмів” використовуються задачі найпростішого рівня, але такі, що дають можливість повністю проаналізувати кожен етап та розглянути його основні проблеми. До прикладу:

Годинна стрілка утворює кут φ з променем, який проходить з центру циферблату через відмітку у 12 годин. Визначити значення кута відхилу для хвилинної стрілки та кількість повних годин і хвилин, що показує годинник в даний момент часу.

I етап: постановка задачі. На цьому етапі потрібно визначити множину, на якій буде розв’язано дану задачу та з’ясувати можливі обмеження для даних і шуканих величин. Оскільки, згідно умови, нам потрібна кількість повних годин та повних хвилин, всі величини належатимуть цілим числам. Для кутів будемо використовувати градусну міру, і тому величини кутів не мають бути менші за 0^0 та перевищувати 360^0. Відповідно, величина годин має бути в межах від 0 до 11, величина хвилин — від 0 до 59.

II етап: побудова математичної моделі. Побудова математичної моделі вимагає запису усіх зв’язків за допомогою математичної символіки. Кількість повних годин: $g = \left[\frac{\varphi}{30}\right]$; кут відхилу хвилинної стрілки: $\psi = (\varphi - \left[\frac{\varphi}{30}\right] * 30) * 12$; кількість повних хвилин: $m = \left[\frac{\psi}{6}\right]$.

III етап: розробка алгоритму. На основі математичної моделі робимо висновок про те, що задача розв’язується за допомогою лінійного алгоритму. Записати алгоритм пропонуємо студентам на мові блок-схем.

Наступні етапи: написання програми на основі алгоритму; налагодження та тестування програми; аналіз отриманих результатів в деталях розглядаються при вивченні програмування.

В ході вивчення теми “Методи грубої сили” студенти отримують навики використання методу повернення назад, методу підйому, методу обробки назад. Реалізація методу підйому або сходження розпочинається з розгляду наступної задачі:

Маємо 25 золотих монет. Усі вони однакові на вигляд, але одна з них фальшива і легша за вагою. Чи можна за три зважування на терезах без гир відокремити цю монету, і якщо так, то яким чином.

Потім пропонуються завдання такого ж характеру, але складнішого рівня:

Є 12 золотих монет. Всі вони однакової ваги, за виключенням однієї монети з дефектом, яка відрізняється вагою від інших. Розробити *алгоритм, який дозволяє за три зважування виявити монету з дефектом на терезах без гир.*

Дано грецький хрест, що складається з п'яти однакових квадратів. Виконуючи лише два прямих розрізи, поділити хрест так, щоб з його частин складався квадрат.

Дано грецький хрест, що складається з п'яти однакових квадратів. Виконуючи лише два прямих розрізи, поділити хрест так, щоб з його частин складався прямокутник, одна сторона в два рази довша іншої.

Дані цілі числа n та m ($0 \le n < 12$, $0 \le m < 60$), які задають певний момент часу. Визначити найменшу кількість повних хвилин, що пройде до моменту, коли годинна і хвилинна стрілки співпадуть.

Окремо студентам пропонується також набір завдань різного рівня складності для самостійного виконання в позааудиторний час у вигляді домашніх робіт та розрахункових робіт.

Контроль за рівнем знань студентів з тем змістового модуля 3 здійснюється в ході виконання ними коротких письмових самостійних робіт та модульної контрольної роботи. Для цього можна пропонувати такі варіанти:

САМОСТІЙНА РОБОТА

Варіант 2

1. Чим відрізняється метод обробки назад та метод повернення назад?
2. Трьом братам дали всього 24 яблука, з яких кожному стільки, скільки йому років. Менший образився і запропонував наступний спосіб ділення: він залишає собі половину отриманих яблук, а другу половину старші ділять між собою порівно. Після цього середній брат робить те саме з своїми яблуками. І, на кінець, старший брат виконує теж. Після переподілу кожен брат отримав порівну яблук. Знайти вік кожного брата.

МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА №3

Варіант 1

1.

1, У чому полягає суть методу рекурсій? Приклад. (**2 бали**)

2. (*Метод підйому*) Дехто має 24 фунти дорогоцінної олії. У нього є ще три посудини на 13, 11, 5 фунтів. Як, користуючись ними, розділити масло на три рівні частини. (**3 бали**)

3. (*Метод моделювання*) Двоє робітників, старий та молодий, проживають в одній квартирі і працюють на одному підприємстві. Молодий доходить від дому до заводу за 20 хвилин, старий — за 30 хвилин. Через скільки часу молодий наздожене старого, якщо останній вийде з дому на 5 хвилин раніше за нього? (**5 балів**)

4. (*Метод часткових цілей*) В які моменти часу протягом 12 годин хвилинна стрілка з годинною складе кут в 180^0? (**8 балів**)

Всі види аудиторних, домашніх та самостійних робіт оцінюються за 12-бальною шкалою. Модульна контрольна робота оцінюється в 18 балів (з чітким розподілом балів між завданнями різного рівня складності).

Система завдань, яка використовується при вивченні дисципліни "Теорія алгоритмів та математична логіка", передбачає формування практичних навичок для підготовки до роботи з мовами програмування, створення у відповідних середовищах програмування власних програм.

Висновки з даного дослідження

Досвід роботи вказує на те, що система задач буде ефективною, якщо дотримуватись певних загально-методичних вимог та принципів: науковості, диференційованої реалізованості, реалізації провідних функцій задач у навчанні, методичної доцільності поєднання теоретичних та практичних аспектів змісту дисципліни в системі завдань; систематичності, зв'язку навчання з життям, доступності, свідомості.

Список використаних джерел:

1. Библиотека учебных алгоритмов и программ: Справ. пособие / Л.И.Білоусова, В.Д.Зоря, С.А.Раков.— К.: Рад. шк., 1988. — 135 с.
2. Гудман С., Хидетниеми С. Введение в разработку и анализ алгоритмов. — М.: Мир, 1981. — 304 с.
3. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Риверт Р. Алгоритмы: Построение и анализ / Пер. с англ. под ред. А.Шеня. — М.: МЦНМО, 2002. — 960 с.
4. Левитин А.В. Алгоритмы: введение в разработку и анализ. Пер. с англ. — М.: Издательский дом "Вильямс", 2006. — 576 с.
5. Праворська Н.І. Система задач як засіб формування професійно значущих знань з інформатики студентів економічних спеціальностей: автореф. дис. на здобуття ступеня канд. пед. наук: 13.00.02 / Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова. — К., 2005. — 18 с.

In the article, using of the system of tasks is considered for the study of methods of development of algorithms in a course "Theory of algorithms and mathematical logic" for forming professionally of meaningful knowledges of students of physical and mathematical faculty.

Key words: *innovative technologies of studies, methods of development of algorithms, system of tasks, problem situation..*

УДК 37.091.33. (075.8)

І.А.Чайковська, аспірантка

ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НА УРОКАХ ФІЗИКИ ЯК СКЛАДОВОЇ ОСОБИСТІСНО ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ

У статті розглянуто досвід впровадження інформаційних технологій, їх основні форми, методи і засоби, що активують пізнавальну діяльність учнів загальноосвітньої школи під час вивчення фізики.

Ключові слова: *інформаційно-комунікаційні технології, мультимедіа, особистісно- орієнтоване навчання , фізика, середня школа*

Стрімкий перехід сучасного суспільства до ери глобальної комп'ютеризації не може не викликати змін у викладанні навчальних предметів, в тому числі і фізики. Поступово кількість і якість комп'ютерної техніки у школах зростає, а вчителі все ширше застосовують її в своїй роботі для реалізації освітніх, виховних і розвивальних цілей уроку.

Викладання фізики, в силу особливостей самого предмета, представляє собою сприятливу сферу для впровадження сучасних інформаційних технологій. Інформаційні технологій застосовуються мною як при проведенні уроків, так і в організації позаурочної діяльності учнів. Актуальність проблеми використання комп'ютерних технологій при вивченні фізики полягає в тому, що сучасні досягнення науки і техніки вимагають сучасних уроків, які враховують ці досягнення. Уміле поєднання комп'ютерних технологій і традиційних методів викладання фізики дадуть бажаний результат: високий рівень засвоєння фундаментальних знань з фізики і усвідомлення їх практичного застосування.

На сьогодні поступово відбувається зміна ролі комп'ютера в навчанні: із засобу, що використовується лише на уроках інформатики для вивчення мов програмування, комп'ютер перетворюється на активного помічника вчителя. Уроки в комп'ютерному класі можуть бути яскравими та цікавими. На думку українських експертів, нові комп'ютерні технології навчання дозволяють підвищити ефективність практичних і лабораторних занять з природничо-наукових дисциплін як мінімум на 20%, а об'єктивність контролю знань учнів на -15-20%.

Напрямки використання інформаційних технологій при вивченні фізики можна розділити на кілька блоків:

- ✓ створення мультимедійних уроків чи фрагментів уроків;
- ✓ використання комп'ютерних моделей фізичних дослідів;
- ✓ використання комп'ютерних тренажерів для контролю знань;
- ✓ використання комп'ютера для підготовки до ЗНО;
- ✓ використання комп'ютера для позаурочної діяльності.

Формування творчого мислення учнів без використання у навчальному процесі нових інформаційних технологій неможливо. Забезпечити якість освіти, підготувати людину до повноцінного життя в умовах інформаційного суспільства можливо досягти лише за рахунок опанування та використання у своїй діяльності нових сучасних педагогічних технологій, зокрема методу проектів та модульних технологій. Упровадження сучасних інформаційних технологій навчання розкриває великі можливості для істотного зменшення навчального навантаження і водночас інтенсифікації навчального процесу, надання навчально-пізнавальній діяльності творчого, дослідницького спрямування, яке природно приваблює школяра, результати якого приносять учню задоволення, стимулюють бажання працювати, набувати нових знань.

Нагромаджений вітчизняний та світовий досвід використання інформаційних технологій в освіті свідчить, що процес їх упровадження вимагає гармонійного поєднання традиційних педагогічних технологій та сучасних інформаційно-комунікаційних. Наразі вже зроблено перші кроки у теоретичному обґрунтуванні застосування комп'ютерної техніки в процесі вивчення різних предметів, накопичено певний досвід практичного використання комп'ютера для супроводу навчального процесу під час вивчення фізики, проведено низку наукових досліджень з вивчення впливу сучасних інформаційних технологій на розумовий розвиток учнів і студентів, їх навчально-пізнавальну активність, на розкриття інтелектуального потенціалу та творчих здібностей (В.П.Бригинець, Ю.М.Галатюк, В.Г. Гриценко, О.М. Желюк, Ю.О. Жук, М.В. Каленик, В.П. Муляр, А.М. Сільвейстр, В.І. Сумський, І.О. Теплицький, С.О. Подласов, Г.Д. Холмська, А.М. .Ясінський та інші). У цьому плані важливе значення мають роботи Ю.В.Горошка, А.П.Єршова, М.І.Жалдака, Т.В.Зайцевої, С.М.Маланюка, Н.В.Морзе, А.В.Пенькова, Є.М.Смірнової та ін., в яких досліджувався вплив зазначених вище чинників на процес навчання математики та інформатики. Результати досліджень переконливо свідчать про незаперечні переваги раціонального поєднання традиційних методичних систем навчання із сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями.

Використання ІКТ допомагає учневі водночас розглядати об'єкт у кількох аспектах. Аналіз і синтез, абстракція і узагальнення виступають у наочно-діяльнісному і словесно-логічному плані та їх різноманітних співвідношеннях. Завдяки цій властивості ІКТ дають змогу не тільки стежити за перебігом мислення учня, а й формувати його розумові операції.

Переваги для учнів:

* Робить урок цікавішим, надає більших можливостей для участі в навчальному процесі, розвиває мотивацію

* Учні починають розуміти складні ідеї завдяки більш ясної і динамічної подачі матеріалу

* Розвиває особистісні й соціальні навички; учні працюють творчо, стають впевненішими у собі.

Концепція Національної програми інформатизації підкреслює, що «інформатизація освіти спрямовуватиметься на формування та розвиток інтелектуального потенціалу нації, удосконалення форм і змісту навчального процесу, впровадження комп'ютерних методів навчання та тестування, що дасть можливість вирішувати проблеми освіти на вищому рівні з урахуванням світових вимог. Серед них - індивідуалізація навчання, організація систематичного контролю знань, можливість враховувати психофізіологічні особливості кожної дитини тощо. Результатами інформатизації освіти мають бути: розвиток інформаційної культури людини (комп'ютерної освіченості); розвиток змісту, методів і засобів навчання до рівня світових стандартів».[8]

Як свідчить шкільна практика, технологічний підхід в освіті розкриває нові можливості в управлінні навчальною діяльністю учнів і дозволяє: 1) більш точно передбачати результати педагогічного процесу; 2) аналізувати і систематизувати на науковій основі педагогічний досвід; 3) сприяти розвитку особистості учня [3].

З іншого боку, велика кількість педагогічних технологій ставить питання про їх оптимальне поєднання в умовах класно-урочної системи. та особливостями організації навчального процесу.

Основні напрями реалізації ідеї:

- залучення учнів до самостійного пошуку інформації, синтез матеріалу з виходом на самостійні узагальнення й висновки; розвиток критичного мислення;
- розвиток творчих здібностей;
- розвиток особистості учня та його адаптація у світовому інформаційному просторі;
- формування інформаційної культури учнів, забезпечення їх інформаційних потреб;
- інтенсифікація навчання і виховання за рахунок використання ІКТ;
- удосконалення науково - методичного забезпечення навчально - виховного процесу;
- оптимізація освіти на основі використання інформаційно – комунікаційних технологій.

Середовище електронного навчання – це освітній простір, у якому відбувається формування в дітей якостей і вмінь необхідних сучасній людині XXI століття, таких, як медіаграмотність, критичне мислення, здатність до рішення творчих завдань, уміння мислити глобально, готовність працювати в команді й громадянська свідомість. Знання й уміння XXI століття сприяють формуванню в учнів самостійності й розвитку в них громадянських, професійних і лідерських якостей. При підготовці до уроку з використанням ІКТ вчитель не повинен забувати, що це УРОК, а значить складає план уроку виходячи з його цілей, при відборі навчального матеріалу він повинен дотримуватися основні дидактичні принципи: систематичності та послідовності, доступності, диференційованого підходу, науковості та ін.[4] При цьому комп'ютер не замінює вчителя, а тільки доповнює його.

Такому уроку властиво таке:

1. Принцип адаптивності: пристосування комп'ютера до індивідуальних особливостей дитини;

2. Керованість: у будь-який момент можлива корекція вчителем процесу навчання;

3. Інтерактивність і діалоговий характер навчання; - ІКТ мають здатність "відгукуватися" на дії учня і вчителя;

"вступати" з ними в діалог, що і становить головну особливість методик комп'ютерного навчання.

4. Оптимальне поєднання індивідуальної та групової роботи;

5. Підтримання в учня стану психологічного комфорту при спілкуванні з комп'ютером;

6. Необмежене навчання: зміст, його інтерпретації і додаток скільки завгодно великі.

7. Комп'ютер може використовуватися на всіх етапах: як при підготовці уроку, так і в процесі навчання: при поясненні (введення) нового матеріалу, закріпленні, повторенні, контролі.

При цьому комп'ютер виконує такі функції:

1. У функції вчителя комп'ютер являє собою:

- джерело навчальної інформації;
- наочний посібник;
- тренажер;
- засіб діагностики і контролю.

2. У функції робочого інструменту:

- засіб підготовки текстів,
- їх зберігання;
- графічний редактор;
- засіб підготовки виступів;
- обчислювальна машина великих можливостей.

При проектуванні уроку вчитель може використовувати різні програмні продукти:

1. Мови програмування-за їх допомогою вчитель може скласти різні програмні продукти, які можна використовувати на різних етапах уроку, але їх застосування для викладача-предметника важко. Складання проекту за допомогою мови програмування вимагає спеціальних знань і навичок і великих трудовитрат.

2. Можливо при підготовці та проведенні уроку використання готових програмних продуктів (енциклопедій, навчальних програм і т.п.). Використання комп'ютерної технології при вивченні хімії в середній школі відкриває широкі можливості для створення та використання складного наочно-демонстраційного супроводу на уроці або при виконанні лабораторної роботи. Крім того, при повторенні пройденого матеріалу учень самостійно відтворює всі демонстраційні експерименти, які вчитель показував на уроці. При цьому він може перервати експеримент, зупинити його чи повторити ту частину, яка погано засвоїла. Такий підхід розвиває ініціативу і сприяє підвищенню інтересу учнів до досліджуваного предмета.

3. Велику допомогу при підготовці та проведенні уроків надає вчителю пакет Microsoft Office, який включає в себе крім відомого всім текстового процесора Word ще й систему баз даних Access і електронні презентації PowerPoint.

4. Система баз даних передбачає велику підготовчу роботу при складанні уроку, але в підсумку можна отримати ефективну і універсальну систему навчання та перевірки знань.

5. Текстовий редактор Word дозволяє підготувати роздатковий та дидактичний матеріал.

6. Електронні презентації дають можливість вчителю при мінімальній підготовці і незначних витратах часу підготувати наочність до уроку. Уроки, складені за допомогою PowerPoint видовищні і ефективні в роботі над інформацією.

Упровадження нових технологій у навчальний процес сприяє всебічному розвитку й формуванню світогляду учнів. Сучасний розвиток інформаційних технологій дає можливість застосовувати їх на уроках фізики в основній школі. Наприклад, застосування персонального комп'ютера під час проведення занять з фізики можливе в таких випадках: супровід демонстраційного експерименту на лекційних заняттях (використання анімацій, відео-фрагментів, ілюстрацій запропонованих на дисках); застосування комп'ютерних моделей під час пояснення нового матеріалу; застосування комп'ютера в лабораторних роботах і комп'ютерному практикумі; самостійна робота з використанням комп'ютера.[2]

Найбільш складним видом занять у навчальному процесі на базі інформаційних технологій є лабораторна робота. Це пояснюється тим, що для лабораторної роботи недостатньо, щоб графічні символи на екрані монітора вели себе так, як за законами фізики мали б вести себе тіла, які зображаються цими символами. Недостатньо і того, щоб модель певного явища була б демонстраційно-наглядною. Необхідно також, щоб робота активно виконувалася учнями і навчала б їх основам експериментаторського мистецтва, основним методикам проведення експерименту й обробки його результатів.

Саме в цьому і полягає основна складність під час створення таких робіт. Комп'ютерна лабораторна робота повинна носити дослідницький характер і прививати учням навички й уміння, близькі до тих, які отримує експериментатор під час виконання звичайної лабораторної або експериментальної роботи.

Тому в процесі вивчення фізики в основній школі на базі інформаційних технологій учням пропонується спочатку виконати комп'ютерну лабораторну роботу, під час якої вони ознайомляться з необхідним обладнанням, етапами виконання роботи, навчатимуться, змінюючи необхідні параметри, передбачати області дослідження. Проведений тренінг є певним допуском до виконання реальної лабораторної роботи.

Найдоцільнішим є використання комп'ютерної моделі для демонстрацій під час пояснення нового матеріалу, розв'язування практичних задач. Краще і простіше, а також наочніше показати, як електрон за моделлю Бора перескакує в атомі з орбіти на орбіту, що супроводжується поглинанням чи випромінюванням кванта, ніж пояснювати це за допомогою дошки і крейди. А якщо взяти до уваги те, що ця модель дає можливість одночасно показати переходи електрона й на інші орбіти в динамічному режимі роботи електронних рівнів і вигляд спектральних ліній, тоді стає зрозумілим, що подану демонстраційну модель неможливо забезпечити іншими засобами.

Інтегрування звичайного уроку з комп'ютером дозволяє вчителю перекласти частину своєї роботи на ПК, роблячи при цьому процес навчання більш цікавим, різноманітним, інтенсивним. Зокрема, стає більш швидким процес запису визначень, теорем та інших важливих частин матеріалу, тому що вчителю не доводиться повторювати текст кілька разів (він вивів його на екран), учневі не доводиться чекати, поки вчитель повторить саме потрібний йому фрагмент.[3]

Цей метод навчання дуже привабливий і для вчителів: Допомагає їм краще оцінити здібності і знання дитини, зрозуміти його, спонукає шукати нові, нетрадиційні форми і методи навчання, стимулює його професійний ріст і все подальше освоєння комп'ютера.

Застосування на уроці комп'ютерних тестів і діагностичних комплексів дозволить вчителю за короткий час отримувати об'єктивну картину рівня засвоєння матеріалу, що вивчається у всіх учнів і своєчасно його скоректувати. При цьому є можливість вибору рівня складності завдання для конкретного учня

Для учня важливо те, що відразу після виконання тесту (коли ця інформація ще не втратила свою актуальність) він отримує об'єктивний результат із зазначенням помилок, що неможливо, наприклад, при усному опитуванні.

Освоєння учнями сучасних інформаційних технологій. На уроках, інтегрованих з інформатикою, учні оволодівають комп'ютерною грамотністю і вчаться використовувати в роботі з матеріалом різних предметів один з найбільш потужних сучасних універсальних інструментів - комп'ютер, з його допомогою вони вирішують рівняння, будують графіки, креслення, готують тексти, малюнки для своїх робіт. Це - можливість для учнів проявити свої творчі здібності; [5]

Але, поряд з плюсами, виникають різні проблеми як при підготовці до таких уроків, так і під час їх проведення. Існуючі недоліки та проблеми застосування ІКТ. Ні комп'ютера в домашньому користуванні багатьох учнів і вчителів, час самостійних занять у комп'ютерних класах відведено далеко не у всіх школах, у вчителів недостатньо часу для підготовки до уроку, на якому використовуються комп'ютери, недостатня комп'ютерна грамотність вчителя, відсутність контакту з учителем інформатики, у робочому графіку вчителів не відведено час для дослідження можливостей Інтернет, складно інтегрувати комп'ютер у поурочні структуру занять,не вистачає комп'ютерного часу на всіх, у шкільному розкладі не передбачено час для використання Інтернет на уроках. При недостатній мотивації до роботи учні часто відволікаються на ігри, музику, перевірку характеристик ПК і т.п;

Існує ймовірність, що, захопившись застосуванням ІКТ на уроках, учитель перейде від розвивального навчання до наочно-ілюстративним методам.

Застосування сучасних інформаційних технологій у навчанні - одна з найбільш важливих і стійких тенденцій розвитку світового освітнього процесу. У вітчизняній загальноосвітній школі в останні роки комп'ютерна техніка й інші засоби інформаційних технологій стали все частіше використовуватися при вивченні більшості навчальних предметів.

Інформатизація істотно вплинула на процес придбання знань. Нові технології навчання на основі інформаційних і комунікаційних дозволяють інтенсифікувати освітній процес, збільшити швидкість сприйняття, розуміння та глибину засвоєння величезних масивів знань.

Список використаних джерел:

1. Андрєєва В.М., Григораш В.В. Настільна книга педагога.// Х.: Основа, 2006, 352ст.

2. Використання інформаційних технологій на уроках фізики. //Бібліотека журналу Фізика в школах України. – Основа, 2007, 200ст.

3. Використання інформаційних технологій на уроках фізики в основній школі. //Інтернет ресурси.

4. Державний стандарт базової і повної середньої освіти.

5. Карпова Л.Б. Використання персонального комп’ютера на уроках фізики. //Фізика в школах України. – Основа, 2008, №17, 32ст.

6. Мельник Л.С. Формування ключових компетентностей методами інтерактивного навчання. //Фізика в школах України. – Основа, 2008, №5, 32ст.

7. Наволокова Н.П., Андрєєва В.М. Практична педагогіка для вчителя. //Основа, Х.:, 2009, 120ст.

8. Національна доктрина розвитку освіти.

9. Рябченко Ж.В. Використання комп’ютера під час проведення уроків досліджень. //Фізика в школах України. – Основа, 2010, №11-12, 88ст.

In this article are considered the methods of introduction of technoqies of information’s, basic forms and fasilities, that activate cognitive activity studying secondary school during the study of physics.

***Key words**: information and communication technology, multimedia, learner-oriented education , physics, studying education.*

УДК 517.968

С.О. Кріль, кандидат фізико-математичних наук, доцент

РІВНЯННЯ З НАБЛИЖЕНИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ

Приведено умови сумісності для рівнянь з наближеними обмеженнями.

Ключові слова:*умови сумісності, рівняння з наближеними обмеженнями*

Математичними методами багатьох процесів та явищ є диференціальні, інтегральні та інтегро-диференціальні рівняння та їх системи, про розв'язки яких відома додаткова інформація. Узагальненнями таких моделей можуть бути операторні рівняння з обмеженнями вигляду

$$x = f + Kx, \tag{1}$$

$$Sx = p, \tag{2}$$

де $f \in X,\ p \in E$ – задані елементи, $K: X \to X,\ S: X \to E$ – лінійні неперервні оператори.

Задача (1), (2) вважається сумісною, якщо існує елемент $x \in X$, який задовольняє обмеження (2) і є розв'язком рівняння (1). У противному разі задана задача є несумісною. Встановленню умов сумісності задач такого типу та розробці методів побудови їх розв'язків присвячено низку наукових праць, зокрема [1 – 3]. Але у випадку існування єдиного розв'язку рівняння (1) виконання обмежень (2) носить, взагалі кажучи, виключний характер. Іншими словами, задача (1), (2) в цьому випадку є "майже несумісною". Якщо ж ця задача сумісна, то умова (2) виступає в ролі додаткової інформації щодо шуканого розв'язку і в згаданих вище працях авторами запропоновано алгоритми методів, в яких ця інформація ефективно використовується при побудові наближених розв'язків рівняння (1). Але задачі типу (1), (2) в ряді випадків носять прикладний характер і є моделями різних природничих та технічних процесів. В зв'язку з цим обмеження (2) можуть носити наближений (наприклад експериментальний) характер і навіть незначна похибка в обчисленні величини p буде кардинально впливати на сумісність задачі. Тому замість обмеження (2) можна розглядати деякі інші, "наближені" обмеження типу

$$Sx \approx p, \tag{3}$$

і поряд із задачею (1), (2) розглядати задачу (1), (2), а точніше, один з її варіантів.

Для проведення подальших міркувань зупинимось на інтегральному рівнянні

$$x(t) = f(t) + \int_a^b K(t;\tau)x(\tau)d\tau,\ \ t \in [a;b], \tag{4}$$

яке розглядатимемо в просторі $L_2(a;b)$. Поряд з точним, традиційним обмеженням

$$\int_a^b \Phi_i(t)x(t)dt = \gamma_i,\ i = \overline{1,m}, \tag{5}$$

будемо розглядати обмеження типу оцінок

$$\gamma_i^{(1)} \le \int_a^b \Phi_i(t)x(t)dt \le \gamma_i^{(2)},\ i = \overline{1,m}; \tag{6}$$

(при $\gamma_i^{(1)} = \gamma_i^{(2)} = \gamma_i,\ \ i = \overline{1,m}$, отримуємо, як граничний випадок обмеження (5)).

З міркувань якісного характеру стає зрозумілим, що нерівності (6) розширюють "область сумісності" задачі (4), (5), створюють "коридор сумісності", межі якого певним чином визначаються двома "крайніми" обмеженнями:

$$\int_a^b \Phi_i(t)x(t)dt = \gamma_i^{(l)},\ i = \overline{1,m},\ l = 1,2. \tag{7}$$

Вияснимо якими будуть умови сумісності для задачі (4), (6) і яким чином інформацію про шуканий розв'язок рівняння (4), яка фігурує в "розмитих" обмеженнях (6), можна буде використати при побудові наближених розв'язків цієї задачі.

Міркування розпочнемо із двох традиційних задач із "крайніми", точними обмеженнями, тобто із задач (4), (7) при $l = 1,2$. Скористаємось схемою досліджень, приведеною, наприклад, в [3].

Розглянемо далі дві задачі з керуванням

$$y(t) = f(t) + \int_a^b K(t;\tau)y(\tau)d\tau,\ t \in [a;b] \tag{8}$$

$$\int_a^b \Phi_i(t)y(t)dt = \gamma_i^{(l)} + \int_a^b \Phi_i(t)u^{(l)}(t)dt,\ i = \overline{1,m}, l = 1,2, \tag{9}$$

та дві відповідні допоміжні задачі

$$y(t) = z^{(l)} + \int_a^b K(t;\tau)u^{(l)}(\tau)d\tau, \tag{10}$$

$$\int_a^b \Phi_i(t)y(t)dt = \gamma_i^{(l)} + \int_a^b \Phi_i(t)u^{(l)}(t)dt,\ i = \overline{1,m}, \tag{11}$$

$$u^{(l)}(t) = \sum_{j=1}^m \lambda_j^{(l)} \xi_j(t),\ l = 1,2 \tag{12}$$

Підставивши (12) в (10) та (11), а потім (10), - в (11), отримаємо дві системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^m a_{ij}\lambda_j^{(l)} = b_i^{(l)}, i = \overline{1,m}, l = 1,2, \tag{13}$$

де

$$a_{ij} = \int_a^b \Phi_i(t)\eta_j(t)dt\,, b_i^{(l)} = \int_a^b \Phi_i(t)z^{(l)}(t)dt - \gamma_i^{(l)}, \tag{14}$$

$$\eta_j(t) = \xi_j(t) - \int_a^b K(t;\tau)\xi_j(\tau)d\tau,\ i,j = \overline{1,m}, l = 1,2. \tag{15}$$

Розглядаємо випадок, коли матриця системи рівнянь (13) (тобто матриця $\Lambda = (a_{ij}), i,j = \overline{1,m}$) не вироджена і допоміжні задачі (10) – (12)

мають єдині розв’язки. Провівши міркування, ідентичні приведеним в [3], для функцій $z^{(l)}(t)$ отримуємо два рівняння

$$z^{(l)}(t) = g^{(l)}(t) + \int_a^b M(t;\tau) z^{(l)}(\tau) d\tau\,,\ l = 1,2. \qquad (16)$$

Сформулюємо тепер умову сумісності для задачі (4), (6).

Теорема. Якщо матриця Λ невироджена, то задача (4), (6) буде сумісною лише тоді, коли розв’язки $z^{*(l)}(t)$, $l = 1,2$ рівнянь (16) підпорядковані умовам

$$\Pi_{l=1}^{2} \left(\int_a^b \Gamma_i(t) z^{*(l)}(t) dt - \sigma_i^{(l)} \right) \le 0,\ i = \overline{1,m}, \qquad (17)$$

де

$$\Gamma_i(t) = \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \Phi_j(t),\ \sigma_i^{(l)} = \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \gamma_i^{(l)}\,,\ i = \overline{1,m}, l = 1,2, \qquad (18)$$

c_{ij} – елементи матриці Λ^{-1}.

(Обгрунтування приведеної умови сумісності задачі (4), (6) здійснюється з використанням лінійності інтегральних перетворень, які фігурують в теоретичних міркуваннях щодо традиційної задачі з обмеженнями (4), (5)).

Слід зауважити, що в граничному випадку, коли $\gamma_i^{(1)} = \gamma_i^{(2)} = \gamma_i$, $i = \overline{1,m}$, умови (17) переходять в добре відому умову сумісності задачі (4), (5):

$$\int_a^b \Gamma_i(t) z^*(t) dt = \sigma_i,\ i = \overline{1,m}\,. \qquad (19)$$

Ітераційний метод. Ітераційний метод стосовно задачі (4), (6), як і приведені вище міркування, носить двосторонній характер. Ідея цього методу полягає в тому, що, виходячи з деякого початкового наближення $x_0(t)$, подальші послідовні наближення до шуканого точного розв’язку $x^*(t)$ визначаємо за формулами

$$z_k^l(t) = f(t) + \int_a^b K(t;\tau) x_{k-1}^{(l)}(\tau) d\tau, \qquad (20)$$

$$y_k^{(l)}(t) = z_k^l(t) + \int_a^b K(t;\tau) u_k^{(l)}(\tau) d\tau, \qquad (21)$$

$$\int_a^b \Phi_i(t) x_k^{(l)}(t) dt = \gamma_i^{(l)},\ i = \overline{1,m}, \qquad (22)$$

$$u_k^l(t) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^{k(l)} \xi_j(t),\ l = 1,2,\ \ k = 1,2,3, \ldots, \qquad (23)$$

причому $x_0^{(1)}(t) = x_0^{(2)}(t) = x_0(t)$.

Для визначення невідомих параметрів $\lambda_j^{k(l)}$, $j = \overline{1,m}$, $l = 1,2$, $k = 1,2,3, \ldots,$ отримуємо системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} \lambda_j^{k(l)} = b_i^{k(l)}, \qquad (24)$$

де

$$b_i^{k(l)} = \int_a^b \Phi_i(t) z_k^{(l)}(t)dt - \gamma_i^{(l)}, \;\; i = \overline{1,m}, \;\; l = 1{,}2 \;. \qquad (25)$$

Стосовно збіжності двостороннього ітераційного методу (20) – (25) матиме місце

Теорема. Якщо матриця Λ невироджена і спектральний радіус оператора M

$$\rho(M) < 1 \qquad (26)$$

і задача (4), (6) сумісна, то вона має єдиний розв'язок $x^*(t)$ і матимуть місце співвідношення

$$\lim_{k\to\infty} x_k^{(1)}(t) = \lim_{k\to\infty} x_k^{(2)}(t) = x^*(t), \qquad (27)$$

причому

$$\lim_{k\to\infty} y_k^{(1)}(t) = y^{*(1)}(t), \; \lim_{k\to\infty} y_k^{(2)}(t) = y^{*(2)}(t), \qquad (28)$$

$$\lim_{k\to\infty} u_k^{(1)}(t) = u^{*(1)}(t), \; \lim_{k\to\infty} u_k^{(2)}(t) = u^{*(2)}(t), \qquad (29)$$

і

$$y^{*(1)}(t) - u^{*(1)}(t) = y^{*(2)}(t) - u^{*(2)}(t) = x^*(t), \qquad (30)$$

$$\lambda_j^{*(1)} \lambda_j^{*(2)} \le 0, \;\; j = \overline{1,m}, \qquad (31)$$

$$\left(u^{*(1)}(t) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^{*(1)} \xi_j(t), \qquad u^{*(2)}(t) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^{*(2)} \xi_j(t)\right)$$

Зауваження. Нерівності (31) у разі збіжності методу (20) – (25) можна розглядати як одну із умов сумісності задачі (4), (6).

Список використаних джерел:

1. Лучка А.Ю. Методи розв'язування рівнянь з обмеженнями і проекційно-ітеративний метод Ю.Д. Соколова // Укр. мат.журн.–1996. – 48 №11–с.1501–1509.
2. Лучка А.Ю. Интегральные уравнения с ограничениями и методы их решения // Кибернетика и систем. анализ. – 1996. – №3 – с. 82 – 96.
3. Лучка А.Ю. Кучерук Т.А. Ітераційний метод побудови розв'язків лінійних рівнянь з обмеженнями //Укр. мат. журн. – 2002. – 54 №4 с. 472 – 482.

We find consistency conditions for equations with inaccurate restrictions.

Key words: *consistency conditions,eguations with inaccurate restrictions.*

УДК 373.3:004.02

Т.О.Шамрай, асистент

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ІНФОРМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

У статті розглядається методика пропедевтичного вивчення інформатики. А саме, про необхідність раннього вивчення інформатики і його особливості.

Ключові слова: *комп'ютер, початкове навчання, пізнавальний процес, «Сходинки до інформатики».*

Бурхливий розвиток комп'ютерної техніки й інформаційних технологій вимагають від людини оволодіння ними. Сучасне століття називають століттям інформації. Людина повинна навчитися орієнтуватися в інформаційному потоці. І чим раніш це відбудеться, тим ефективніше буде її робота.

Сьогоднішній школяр повинен уміти користуватися комп'ютером так само вільно і легко, як користується авторучкою, олівцем і лінійкою. Тому вивчення основ інформатики повинне починатися в молодшому шкільному віці.

Коли ми говоримо про інформатику в початковій ланці освіти, то більш коректніше було б говорити про її пропедевтику, а не систематичне вивчення основ чи базового курсу інформатики. Це слід було б записати і в "Концепції програми інформатизації...". При такому підході до змісту інформатики в початковій школі слід визначити, які знання і вміння, а ще точніше, які здібності треба розвинути у дитини в процесі підготовки до оволодіння базовим курсом основ інформатики. І перед цим задатися питанням: "А чи існують специфічні комп'ютерні здібності?" Дослідження ряду авторів та досвід педагогів-практиків говорять про те, що подібні здібності можна виділити. Курс інформатики середньої школи з певними допущеннями можна розділити на два основних розділи – основи програмування та користувацький курс [3].

За дуже влучним висловлюванням академіка А.П.Єршова, "програміст повинен володіти здатністю першокласного математика до абстракції і логічного мислення в поєднанні з едісонівським талантом будувати все, що завгодно, з нулів та одиниць. Він повинен поєднувати акуратність бухгалтера з проникливістю розвідника, фантазію автора детективних романів з тверезою практичністю економіста". За цим, трохи поетичним, визначенням простежується чітка система специфічних здібностей, необхідних програмісту для досягнення успіхів у роботі. Дозволимо собі виділити їх окремо:

- абстрактне мислення;
- логічне мислення;
- здібності до моделювання;
- акуратність (вміння концентруватись на виконанні завдання, контролювати
- свої дії, що дозволяє зменшити кількість формальних помилок);
- уміння виходити за межі стандартних підходів до розв'язання задач;
- здатність до критичної оцінки вибору шляхів вирішення проблем, в
- залежності від кінцевої мети.

Комп'ютер, упевнено і надійно зайняв своє місце в житті сучасної людини, активно входить в шкільні будні. При цьому віковий кордон зустрічі з комп'ютером, його оволодінням нестримно знижується. З простими ігровими комп'ютерними пристроями дитина взаємодіє вже з 3 - 4 років. До моменту вступу до школи (6-7 років) у дітей, як правило, є деякий досвід спілкування з комп'ютерними пристроями і тоді виникають питання: як працює комп'ютер; з чого він складається; що у нього усередині; чому він виконує команди. На ці та інші питання і покликаний відповісти шкільний курс інформатики. Починати навчання доцільно з молодшого шкільного віку, оскільки відомо, що найміцніші і довічні знання і навики чоловік отримує в початковій школі. Це пов'язано з тим, що:

- молодший шкільний вік більш сприятливий до навчання;
- знання і навики, отримані в початковій школі, стають основою і засобом

всієї подальшої пізнавальної діяльності.

Проте методика початкового навчання багато років була пов'язана в основному з теорією емпіричного мислення, що мало сприяло формуванню у молодших школярів повноцінної учбової діяльності і основ теоретичного мислення. Виникла необхідність в нових підходах до навчання в початковій школі. І саме таким новим підходом є система розвиваючого початкового навчання. Навчання, яке, забезпечує повноцінне засвоєння знань, формує учбову діяльність і тим самим безпосередньо впливає на розумовий розвиток, і є розвиваюче навчання [2, с.165].

З врахуванням особливостей учбової діяльності в молодшому шкільному віці була складена програма з інформатики для учнів 1-4 класів.

У основу занять покладені наступні принципи:

- формування основ інформаційної культури, тобто опанування основних понять інформатики, такими, як команда, алгоритм, виконавець;

- розвиток логічного і образного мислення, що можливо завдяки широкому використанню графічних і звукових засобів;

- вживання ЕОМ для вирішення творчих завдань конструювання і проектування;

- закладання основ алгоритмізації, структуризації діяльності, направленої на рішення поставленої задачі;

- індивідуалізація і диференціація навчання, наочність, доступність подачі інформації, введення ігрового елементу в процесі навчання.

Згідно програми заняття в цих класах проходять по 1 годині в тиждень протягом всього навчального року. Програма орієнтована на програмно-методичні комплекси - це розвиваючі комп'ютерні ігри для дітей від 6 до 9 років, які добре вписуються в систему розвиваючого навчання в початковій школі. Освоєння комп'ютера відбувається в ігровій формі, дозволяє здійснювати зв'язок з такими предметами як українська мова (кросворди), математика (вирішення прикладів в ігровій формі), малювання, музика. Навчання мистецтву роздумувати, умінню планувати свої дії, здатність передбачати різні обставини і діяти відповідно до них - це завдання допомагає нам вирішити програмний продукт. Таким чином, учні знайомляться з комп'ютером, вчаться спілкуватися з ЕОМ в режимі діалогу, знайомляться з поняттями меню, курсор, програмними засобами, розвивають логічне і алгоритмічне мислення.

Але введення дисципліни «Сходинки до інформатики» у молодшому шкільному віці поряд з явними достоїнствами породило безліч проблем, в т.ч.:

- норматив роботи на ЕОМ для молодших школярів не більше 15 хвилин. Отже, урок розбивається на 2 частини: теоретичну і практичну, причому практична частина уроку має бути продовженням теоретичної;

- слабке уміння учнів говорити і вести записи в зошитах услід за поясненнями вчителя.

Йдучи від простого до складного, вирішуючи цікаві завдання з казковими сюжетами і героями, учень вирішує логічні завдання, направлені на опанування мистецтва складання алгоритмів; у ігровій формі знайомиться з складними поняттями: комп'ютер, монітор, клавіатура; спостережливість, аналіз і синтез матеріалу формується при виконанні завдань на установку схожості і відмінності. Потім йдуть складніші завдання, розраховані не лише на пояснення вчителя, виконання разом з вчителем, але і на самостійну роботу.

Завдання вчать дітей мислити, правильно і зв'язно викладати свої думки. Взагалі гра - істотний компонент пізнавальної діяльності дітей молодшого шкільного віку. Прагнення до гри, інтерес до ігрових ситуацій на уроці, захопленість ігровим сюжетом - це закономірне явище, обумовлене психологічною потребою дітей цього віку.

Крім того, ефективність організації розумової діяльності дітей молодшого шкільного віку в значній мірі залежить від умов протікання навчально-пізнавального процесу в школі, одним з яких є стиль взаємин вчителя і учня. Дитина повинна відчувати радість спілкування з дорослою людиною (вчителем) – лише в цьому випадку її пізнавальна праця буде ефективною, а навчання розвиваючим [1, С.81].

Таким чином, серед важливих вимог до організації пізнавального процесу шестирічних дітей в умовах розвиваючого навчання можна виділити наступні:

- гуманістичне відношення до дітей, максимальний облік їх індивідуальних особливостей, створення атмосфери, що сприяє їх всебічному розвитку;
- цілеспрямованість побудови навчання з врахуванням його ефективності для спільного розвитку дітей;
- використання всіляких видів діяльності на уроці з метою перемикання уваги учнів у зв'язку з його нестійкістю;
- поєднання ігрової форми з учбовим змістом завдань, вживаних в навчанні;
- включення нових знань в практичну діяльність учнів, як необхідну умову їх успішного засвоєння.

Отже, бурхливий розвиток комп'ютерної техніки й інформаційних технологій вимагають від людини оволодіння ними. Сучасне століття називають століттям інформації. Людина повинна навчитися орієнтуватися в інформаційному потоці. І чим раніш це відбудеться, тим ефективніше буде її робота.

Список використаних джерел:

1. Васьков Ю.В. Педагогічні теорії, технології, досвід. – Х.: Скорпіон, 2000.
2. Пєхота О.М. Освітні технології. – К. – А.С.К., 2001
3. Жалдак М.І. Комп'ютер у школі.// Інформатика. – К. – 2001. №3(99).

The article deals with methods propaedeutic study computer science. Namely, the need for early learning science and its features.

***Key words**: computer, initial training, cognitive process, "Steps to science."*

УДК 004.43

Г.О.Пономаренко, магістр

ЦИКЛИ У МОВІ ПРОГРАМУВАННЯ SMALL BASIC 1.0

У статті розглядається цикли мови програмування Small Basic 1.0.
Ключові слова: *мова програмування Small Basic 1.0, цикли.*

Швидка технічна еволюція призвела до того, що набору інструментальних засобів для програмування, якими користувалися 3-4 роки тому, програмістам не вистачає для реалізації прикладних програм. В результаті цього мови програмування все більше ускладнювалися. На ряду з ними виникла можливість навчити пересічного користувача програмуванню з використанням Small Basic.

Як і будь-яка інша мова програмування, Small Basic визначається набором лексичних, синтаксичних та семантичних правил, що задають зовнішній вигляд програми і дії, які виконуються під її управлінням. Познайомимося з деякими можливостями мови Small Basic, а саме – з циклами.

Одним з варіантів організації циклів є використання міток, тобто оператора Goto:

```
i = 1
start:
TextWindow.WriteLine(i)
i = i + 1
If (i < 25) Then
  Goto start

EndIf
```

Даний фрагмент коду виводить на екран числа від 1 до 24. Проте даний код можна спростити, скориставшись оператором For Loop:

```
For i=1 To 24
 TextWindow.WriteLine (i)
EndFor
```

Якщо, наприклад, необхідно зробити крок 2 одиниці, а не одну, то використовують в записі циклу ключове слово Step:

```
For i=1 To 24 Step 2
 TextWindow.WriteLine (i)
EndFor
```

Даний фрагмент коду виводить на екран всі непарні числа в межах між 1 та 24.

Узагальнений запис оператора циклу такий:

For <лічильник=початкове значення> **To** <кінцеве значення> **Step** <крок>

<оператор1>

<оператор2>

EndFor

Якщо змінна лічильника невідома наперед, то використовують конструкцію While Loop. На відміну від For Loop, який виконується задану кількість разів, While Loop виконується до тих пір поки не буде задовольнятися вказана у циклі умова. Запис циклу з передумовою має вигляд:

While <умова>

<оператор1>

<оператор2>

EndWhile

Виведемо на екран всі числа в межах від 1 до 25 використовуючи цикл While Loop:

i=1

While i<25

TextWindow .WriteLine (i)

i=i+1

EndWhile

Отже, цикл – це різновид керівної конструкції, призначеної для організації багаторазового виконання набору інструкцій (команд). Також циклом може називатися будь-яка багатократно виконувана послідовність інструкцій, організована будь-яким чином (наприклад, із допомогою умовного переходу). Small Basic для цього використовує конструкції For Loop та While Loop.

Список використаних джерел:

1. Small Basic Россия [Электронный ресурс]: Русскоязычное сообщество для начинающих программистов. – Режим доступа: http://www.smallbasic.ru/
2. Beginner Developer Learning Center [Електронний ресурс]: відомості про Small Basic 1.0. – Режим доступу: http://msdn.microsoft.com/en-us/beginner/ff384126.aspx.
3. Small Basic [Електронний ресурс]: One more basic. – Режим доступу: http://smallbasic.sourceforge.net/
4. MSDN Blogs. Small Basic. [Електронний ресурс]: Incredible world of programming. – Режим доступу: http://blogs.msdn.com/b/smallbasic/

In the article examined loops of Small Basic language 1.0.

Key words: *programming of Small Basic language 1.0, loops.*

ВІСНИК
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка
Фізико-математичні науки
Випуск 4

Здано в набір 29.10.2011. Підписано до друку 01.11.2011.
Формат 60x84/16. Гарнітура Times. Обл. вид. арк. 8,064.
Папір офсетний. Тираж 100 прим.

32300, Хмельницька обл., м. Кам'янець-Подільський,
вул. Івана Огієнка, 61; тел. (03849) 3-06-01
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
Серія КВ № 14707- 3678 ПР від 12.12.2008 р.