

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра інформатики

Дипломна робота

з теми: **«Програмна реалізація алгоритмів розв'язування нестационарних
задач теплопровідності на основі теплових потенціалів»**

Виконав: студент 2 курсу ступеня вищої освіти
магістр групи KN1-M18
спеціальності 122 Комп'ютерні науки
Фурман Олександр Ігорович

Керівник:

Іванюк В. А., кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри інформатики

Рецензент:

Кріль С.О., кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри математики

Кам'янець-Подільський — 2019

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. Метод теплових потенціалів отримання інтегральних динамічних моделей	5
1.1. Використання методу потенціалів для побудови інтегральних моделей на основі теплових потенціалів	5
1.2. Задача теплопровідності з рухомою границею	7
1.3. Хвильові потенціали	17
Розділ 2. Методи та алгоритми числової реалізації інтегральних моделей	21
2.1. Застосування методу квадратурних формул при моделюванні інтегральних моделей	21
2.2. Алгоритми розв'язування систем інтегральних рівнянь Вольтерри II роду.....	24
2.3. Сингулярність систем інтегральних рівнянь	25
2.4. Апроксимаційні представлення інтегральних моделей при розв'язуванні прямих задач.....	26
2.5. Апроксимаційні представлення інтегральних моделей при розв'язуванні обернених задач	29
Розділ 3. Розробка програмних засобів та проведення обчислювальних експериментів	32
3.1. Огляд програмних засобів математичного спрямування	32
3.2. Метод скінченних елементів.....	37
3.3. Програмні засоби розв'язування систем інтегральних рівнянь	41
3.4. Обчислювальні експерименти	42
Висновки	51
Список використаних джерел	52

ВСТУП

При розв'язуванні прикладних задач теплообміну виникають труднощі ефективного застосування стандартних методів, які розділяються на числові, точні та наближені аналітичні [6]. Сучасні числові методи не завжди можна ефективно використати через складність і великі часові затрати, які збільшуються при зменшенні кроку дискретизації. До таких методів варто віднести методи скінченних різниць, скінченних елементів, граничних елементів та ін. [13, 16]. Точні аналітичні методи потребують високої математичної підготовки та можуть використовуватись тільки при дослідженні невеликої частини крайових задач. Найбільш поширеними методами є метод інтегральних перетворень, метод функції Гріна, метод інтегральних представлень, теплових потенціалів та ін. [2, 10, 13, 14, 22]. Основним недоліком наближених методів є те, що при малі значеннях кроку дискретизації часової координати призводять до великих погано обумовлених систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Такими методами є методи Рітца, Треффтца, Канторовича, Гальоркіна, зважених нев'язок, колокацій та ін. [10].

Тому вдосконалення методів моделювання процесів теплообміну шляхом комбінування аналітичних, наближених та обчислювальних методів, які можна реалізувати в сучасних засобах комп'ютерного моделювання є актуальною задачею.

Пропонується підхід, який дозволяє розв'язувати нестационарні задачі теплопровідності при застосуванні методу теплових потенціалів та методу квадратур, що дає змогу враховувати переваги аналітичних, наближених та числових методів.

Метою даної роботи є розробка алгоритмів та засобів розв'язування задач нестационарної теплопровідності на основі методу теплових потенціалів.

Завдання дипломної роботи:

- дослідження методу потенціалів при побудові моделей нестационарних задач теплопровідності в інтегральній формі;

- розробка алгоритмів числової реалізації інтегральних моделей;
- розробка програмних засобів числової реалізації інтегральних моделей;
- проведення обчислювальних експериментів.

Об'єктом дослідження є динамічні процеси теплопередачі в об'єктах із розподіленими параметрами.

Предметом дослідження є числові алгоритми та засоби розв'язування нестационарних задач теплопровідності на основі теплових потенціалів.

Методи дослідження, за допомогою яких розв'язувались поставлені в роботі задачі, наступні: методи математичного моделювання для перетворень моделей; методи обчислювальної математики для апроксимації моделей; елементи теорії програмування для побудови програмних засобів; методи обчислювального експерименту для дослідження обчислювальних моделей.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному: отримав подальшого розвитку метод розв'язування нестационарних задач теплопровідності на основі застосування методу теплових потенціалів шляхом побудови ефективних обчислювальних алгоритмів розв'язування як прямих, так і обернених задач.

Практичне значення одержаних результатів полягає в наступному: розроблено програмні засоби розв'язування нестационарних задач теплопровідності можуть ефективно використовуватись при розв'язуванні задач керування теплообміну в об'єктах із розподіленими параметрами.

ВИСНОВКИ

В дипломній роботі розроблено алгоритми та програмні засоби розв'язування задач нестационарної теплопровідності на основі методу теплових потенціалів, в тому числі отримано такі результати:

- досліджено метод потенціалів при побудові моделей нестационарних задач теплопровідності в інтегральній формі, що дозволило побудувати моделі ряду задач, зокрема одновимірної із різними типами крайових умов;
- розроблено алгоритми числової реалізації інтегральних моделей у вигляді інтегральних операторів та систем інтегральних рівнянь Вольтерри першого та другого роду;
- розроблено програмні засоби числової реалізації інтегральних моделей у вигляді програмних модулів середовища Matlab;
- ефективність алгоритмів та програмних засобів досліджено на основі метода обчислювальних експериментів.

Запропонований метод розв'язування нестационарних задач теплопровідності дає змогу враховувати особливість та використати переваги як аналітичного методу теплових потенціалів, так і обчислювальних квадратурних методів. Така постановка задачі дозволяє знаходити розв'язки в необхідних точках, не шукаючи розв'язки у всіх точках просторової координати.

Запропонований підхід є основою для побудови алгоритмів розв'язування прямих і обернених задач для об'єктів із розподіленими параметрами.

Даний підхід можна застосовувати і до інших типів об'єктів із розподіленими параметрами, зокрема, застосувавши хвильові потенціали отримують розв'язки рівнянь гіперболічного типу у вигляді систем інтегральних рівнянь із сингулярними ядрами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ануфриев И. Е., Смирнов А. Б., Смирнова Е. Н. Matlab 7. Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. 1194 с.
2. Белоносов С. М., Овсиенко В. Г., Карачун В. Я. Применение интегральных представлений к решениям задач теплопроводности и динамики вязкой жидкости. Київ : Вища школа, 1989. 163 с.
3. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Київ : Наукова думка, 1986. — 542 с.
4. Верлань А. Ф., Горошко І. О., Контрарес Д. Е., Федорчук В. А., Юзвенко В. Ф. Моделирование систем управления в среде Matlab. Київ : ЦКІС АПНУ, 2002. 68 с.
5. Верлань А.Ф., Федорчук В.А., Іванюк В.А. Інтегральні моделі нестационарних задач теплопровідності на основі методу теплових потенціалів. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2019. Вип. 19. С. 24-30.
6. Верлань А.Ф., Федорчук В.А., Іванюк В. А. Комп'ютерне моделювання в задачах динаміки електромеханічних систем. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. 204 с.
7. Дьяконов В. П. Matlab 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения. Серия «Библиотека профессионала». Москва : СОЛОН-Прес, 2005. 800 с.
8. Іванюк В.А. Математичні пакети прикладних програм : навчальний посібник. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2015. 160 с.
9. Іванюк В.А. Метод відновлення сигналів на вході нелінійних динамічних об'єктів з розподіленими параметрами. *Моделювання-2018*. Київ : ІПМЕ ім. Г.Є.Пухова, 2018. С. 154-157.

10. Карташов Э. М., Кудинов В. А., Калашников В. В. Теория тепломассопереноса: решение задач для многослойных конструкций : учеб. пособ. для бакалавриата, специалитета и магистратуры. Москва : Издательство Юрайт, 2018. 435 с.
11. Лященко М. Я., Лященко М. Я., Головань М. С.. Чисельні методи. Київ : Либідь, 1996. 288 с.
12. Мэтьюз Д. Численные методы. Использование Matlab. Москва : Издательский дом “Вильямс”, 2001. 720 с.
13. Пилипенко Н. В. Методы и приборы нестационарной теплотерии на основе решения задач теплопроводности. Санкт-Петербург : СПбГУ ИТМО, 2011. 180 с.
14. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. Москва : Наука, 1978. 592 с.
15. Самарский А. А. Теория разностных схем. Москва : Наука, 1989. 616 с.
16. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. Москва : Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
17. Самарский А.А., Вабищев П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики : учебное пособие. Москва : Издательство ЛКИ, 2009. 480 с.
18. Сизиков В. С., Смирнов А. В., Федоров Б. А. Численное решение сингулярного интегрального уравнения Абеля обобщенным методом квадратур. Изв. вузов. Матем. 2004. № 8. С. 62–70.
19. Скопецкий В. В., Стоян В. А., Кривонос Ю. Г. Математичне моделювання прямих та обернених задач динаміки систем з розподіленими параметрами. Київ : Наукова думка, 2002. 361 с.
20. Тихонов А. Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Москва : Наука, 1986. 288 с.
21. Федорчук В.А., Иванюк В.А., Верлань Д.А. Інтегральні рівняння в задачах математичного моделювання : навчальний посібник. Кам’янець-

Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2014. – 144 с.

22. Carslaw H. S., Jaeger J. C. Conduction of Heat in Solids. Oxford Science Publications. Oxford University Press, 1986. 520 p.