

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка  
Фізико-математичний факультет  
Кафедра математики

## **ДИПЛОМНА РОБОТА**

НА ТЕМУ:  
**«МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ»**

**Виконав:**

студент 2 курсу магістратури М1-М18  
групи спеціальності 014 «Середня  
освіта (математика)»

**Дупак Іван Олександрович**

**Керівник:**

Доктор фізико-математичних наук,  
професор

**Ю.В. Теплінський**

**Рецензент**

кандидат фізико-математичних наук,  
доцент

**Кріль С. О.**

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1 .....	4
МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНІ ФУНКЦІЇ .....	4
1.1. Майже періодичні функції в розумінні Бора.....	4
1.2. Основні властивості майже періодичних функцій.....	6
1.3. Арифметичні дії з майже періодичними функціями.....	8
1.4. Рівномірно збіжна послідовність майже періодичних функцій .....	10
1.5. Інтеграл майже періодичної функції.....	11
1.6. Теорема про середнє значення майже періодичної функції.....	14
1.7. Простір майже періодичних функцій .....	18
1.8. Квазіперіодичні функції. Простір $Cr(\omega)$ .....	20
1.9. Простори $Hr(\omega)$ та їх структура. Квазіперіодичні функції Безиковича.....	23
РОЗДІЛ 2 .....	26
МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ .....	26
2.1. Лінійна система з сталою матрицею і майже періодичною неоднорідністю	26
2.2. Квазілінійна майже періодична система.....	29
2.3. $H$ -клас майже періодичної системи.....	32
2.4. Обмежені розв'язки майже періодичних систем.....	36
2.5. Теореми Америкіо і Фавара.....	37
ВИСНОВКИ.....	43
Список використаної літератури .....	444

## ВСТУП

Добре відомо, що в багатьох галузях природознавства визначну роль відіграють коливні процеси, що описуються коливними розв'язками диференціальних рівнянь. У вивченні таких процесів фундаментальний внесок зроблено Н. М. Криловим та М. М. Боголюбовим, які вважаються фундаторами математичної теорії нелінійних коливань. Спочатку основним предметом досліджень були періодичні розв'язки нелінійних систем, які були досить добре вивчені за допомогою багатьох різноманітних математичних методів. Починаючи з 60-их років минулого століття у зв'язку з практичними задачами природознавства виникла потреба вивчення процесів, які «майже точно» повторюються через «майже один і той самий проміжок часу». Це обумовило інтерес до вивчення майже періодичних та квазіперіодичних розв'язків диференціальних систем [1-11]. В 1967 році В. В. Немицький запропонував називати «коливними» рекрентні рухи динамічних систем, до яких, звичайно, належать періодичні рухи, але не тільки вони. Один з сучасних методів відшукування квазіперіодичних розв'язків полягає у відшуванні інваріантних торів диференціальних систем, які «вкриті» такими розв'язками [8-9].

Ця дипломна робота присвячена вивченню властивостей майже періодичних функцій в сенсі Бора (одна з перших відомих робіт з цієї тематики – робота [1]), побудові простору таких функцій, а також аналогічних питань щодо квазіперіодичних функцій в сенсах Боля та Безиковича (розділ 1). Вивчено їх основні властивості та питання зв'язку між ними та тригонометричними рядами.

Розглянуто також квазілінійну та нелінійну майже періодичні системи звичайних диференціальних рівнянь і для них викладено основи теорії Америкіо-Фавара щодо існування майже періодичних розв'язків (розділ 2).

Дипломна робота складається з вступу, двох розділів, поділених на 14 параграфів, висновків та списку використаної літератури. Обсяг роботи складає 44 сторінки комп'ютерного набору.

## ВИСНОВКИ

1. В роботі розглянуто два типи неперіодичних функцій, якими визначаються коливні розв'язки диференціальних систем: майже-періодичні функції в сенсі Бора і квазіперіодичні функції в сенсах Боля та Безиковича. Вивчено їх основні властивості.
2. Розглянуто квазілінійну та нелінійну майже-періодичні системи звичайних диференціальних рівнянь і для них викладено основи теорії Американо-Фавара щодо існування майже-періодичних розв'язків.

### Список використаної літератури

1. Бор Г. Почти-периодические функции. – М 1930.
2. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. – М., 1967. – 472 с.
3. Жиков В. В. Почти-периодические решения дифференциальных уравнений в банаховых пространствах / В. В. Жиков // Теория функций и ее приложения. - Харьков, 1967. - Вып. 4. - С. 176 - 188.
4. Жиков В. В. Доказательство теоремы Фавара о существовании почти-периодического решения в случае произвольного банахова пространства / В. В. Жиков // Мат. заметки. - 1978. - Т. 23. - № 1. - С. 121-126.
5. Левитан Б.М. Почти-периодические функции. — М : ГИТТЛ, 1953. — 398 с.
6. Левитан Б.М., Жиков В.В. Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения. — М : МГУ, 1978. — 206 с.
7. Левитан Б. М. Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения / Б. М. Левитан, В. В. Жиков. М.: Изд-во МГУ, 1978. - 205 с.
8. Самойленко А.М. Элементы математической теории многочастотных колебаний. – М.: Наука, 1987. – 302.
9. *Samoilenko A.M. and Teplinskii Yu.V. Countable Systems of Differential Equations.* – VSP, Utrecht-Boston, 2003. – 287 p.
10. Тришина И. А. Теорема о среднем для почти-периодической функции / И. А. Тришина // Вестник факультета прикладной математики, информатики и механики. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2016. - Т. 12. - С. 223-227.
11. Харасахал В.Х. Почти-периодические решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – Алма-Ата: Наука, 1970. – 200 с.