

Міністерство освіти і науки України  
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка  
Фізико-математичний факультет  
Кафедра математики

**ДИПЛОМНА РОБОТА**  
**МАГІСТРА**  
**НА ТЕМУ:**  
**«ІНВАРІАНТНІ МНОЖИНИ ТА ПЕРІОДИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ**  
**ІМПУЛЬСНИХ СИСТЕМ»**

**Виконала:**

Студентка 2 курсу, М1-М18 групи  
спеціальності 014 «Середня освіта  
(математика)» денної форми  
навчання

**Залецька Вікторія Русланівна**

**Керівник:**

Доктор фізико-математичних наук,  
професор

**Теплінський Ю. В.**

**Рецензент:**

Кандидат фізико-математичних  
наук,  
доцент

**Авдеюк П. І.**

## Зміст

|                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Вступ</b> .....                                                                         | 3  |
| <b>Розділ 1. Деякі класичні результати для рівнянь у скінченновимірному просторі</b> ..... | 4  |
| 1.1 Поняття інваріантного тору та інваріантного многовиду .....                            | 4  |
| 1.2 Інтегральний многовид одного класу імпульсних систем.....                              | 13 |
| 1.3 Періодичні системи з імпульсним впливом .....                                          | 24 |
| <b>Розділ 2. Зліченні системи з імпульсним впливом</b> .....                               | 36 |
| 2.1 Інтегральні множини та інваріантні тори.....                                           | 36 |
| 2.2 Періодичні розв'язки імпульсних систем з малим параметром.....                         | 48 |
| <b>Висновок</b> .....                                                                      | 58 |
| <b>Список використаних джерел</b> .....                                                    | 59 |

## Вступ

Інваріантні множини та, зокрема, інваріантні тороїдальні многовиди і сьогодні викликають інтерес багатьох математиків, оскільки вони становлять один з центральних об'єктів досліджень в теорії диференціальних рівнянь, динамічних систем, а також теорії нелінійних коливань. Починаючи з 60-их років минулого століття під коливними рухами динамічних систем розуміють рекурентні рухи, до яких належать періодичні, квазіперіодичні та майже-періодичні рухи. При цьому стало відомим, що носіями квазіперіодичних рухів є саме інваріантні тори. Перші фундаментальні результати про інваріантні тороїдальні многовиди систем нелінійної механіки були одержані в роботах М.М. Боголюбова і М.М. Крилова. Пізніше ці результати були розвинуті в роботах Ю.О. Митропольського, що привело до створення методу інтегральних многовидів. В 1970 році А.М. Самойленко запропонував новий метод побудови і дослідження інваріантних тороїдальних многовидів систем звичайних диференціальних рівнянь, визначених на  $m$ -вимірних торах [1, 3]. Тепер цей метод називають методом функції Гріна-Самойленка задачі про інваріантні тори. У роботах А.М. Самойленка та Ю.В. Теплінського вказаний метод застосовано до дослідження інваріантних торів злічених систем диференціальних та диференціально-різницевих рівнянь, визначених на торах [5-7], а у роботах А.М. Самойленка та М.О. Перестюка [4] – до імпульсних систем диференціальних рівнянь. Зауважимо, що початок розвитку теорії імпульсних систем було покладено в роботі А.М. Самойленка та А.Д. Мишкіса [2].

У цій дипломній роботі розглянуто сучасні математичні задачі, що стосуються інваріантних многовидів та періодичних розв'язків диференціальних рівнянь з імпульсами різних типів, що визначені як у скінченновимірному просторі, так і у нескінченновимірному банаховому просторі обмежених числових послідовностей.

## Висновок

Дипломна робота складається з вступу, двох основних розділів, висновків та списку використаної літератури. Перший розділ складається з трьох, другий – з двох підрозділів. Обсяг роботи становить 60 сторінок комп'ютерного набору.

В роботі розглянуто сучасні математичні задачі, що стосуються інваріантних многовидів та періодичних розв'язків диференціальних рівнянь з імпульсами різних типів, що визначені у нескінченновимірному банаховому просторі обмежених числових послідовностей.

Перший розділ присвячений основним поняттям і методам, які на цей час стали класичними. Цей розділ має скоріше допоміжний та ознайомчий характер, оскільки у ньому розглянуто рівняння у скінченновимірному просторі. У другому розділі розглянуто сучасні задачі для систем рівнянь у нескінченновимірному просторі, які стосуються інваріантних множин та інваріантних торів, а також періодичних розв'язків імпульсних рівнянь з малим параметром. Усі основні твердження подано в роботі разом з чітким та докладним математичним обґрунтуванням.

## Список використаних джерел

1. *Митропольский Ю.А., Самойленко А.М., Кулик В.Л.* Исследования дихотомии линейных систем дифференциальных уравнений с помощью функций Ляпунова. – Киев: Наукова думка, 1990. – 270 с.
2. *Мышкис А.Д., Самойленко А.М.* Система с толчками в заданные моменты времени // Мат. сб. – 1967. – 74, вып. 2. – С. 202-208.
3. *Самойленко А.М.* Элементы математической теории многочастотных колебаний. Инвариантные торы. –М: Наука, 1987. – 302 с.
4. *Самойленко А.М., Перестюк Н.А.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. – Киев: Вища школа, 1987. – 287 с.
5. *Самойленко А.М., Теплинский Ю.В.* Счетные системы дифференциальных уравнений. – Киев: ИМ НАН Украины, 1993. – 308 с.
6. *Теплінський Ю.В.* Інваріантні торі диференціально-різницевиx рівнянь у просторах обмежениx числовиx послідовностей. – Кам'янець-Подільський. 2015. – 130 с. (Препр. / МОН України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка; 2015).
7. *Теплінський Ю.В.* Інваріантні торі різницевиx рівнянь у просторах обмежениx числовиx послідовностей (Навчальний посібник для студентів та аспірантів математичних спеціальностей). – Кам'янець-Подільський: 2018. – 194 с. (Препр. / МОН України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка; 2018).