

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Вивчення динамічних систем за допомогою функцій Ляпунова

Дипломна робота магістра

Виконала: студентка 2 курсу
спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)

Заєць Юлія Сергіївна

Керівник: Теплінський Ю.В., доктор
фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри математики

Рецензент:

Кріль С.О., кандидат фізико-
математичних наук, доцент кафедри
математики

Кам'янець-Подільський – 2019 р.

Зміст

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ТЕОРЕМИ ДРУГОГО МЕТОДУ ЛЯПУНОВА	4
1.1 Система збуреного руху	4
1.2 Функції Ляпунова	5
1.3 Перша теорема Ляпунова (теорема про стійкість)	7
1.4 Друга теорема Ляпунова (теорема про асимптотичну стійкість)	11
1.5 Третя теорема Ляпунова (теорема про нестійкість)	15
РОЗДІЛ 2. ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЙ ЛЯПУНОВА ДО ВИВЧЕННЯ ІНВАРІАНТНИХ МНОЖИН	18
2.1 Структура поверхонь сталого рівня знаковизначених і знакосталих функцій	18
2.2 Напівінваріантні множини динамічної системи	20
2.3 Стійкість напівінваріантних множин	28
ВИСНОВОК	34
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	35

ВСТУП

Одним з найважливіших понять в теорії диференціальних рівнянь є поняття стійкості їх розв'язків (або ж рухів динамічних систем). При цьому найбільш розповсюдженим є поняття стійкості в сенсі Ляпунова. Особливе значення має розроблений ним метод дослідження стійкості за допомогою функцій спеціального виду, який зараз називають методом функцій Ляпунова або другим методом Ляпунова. Його особливість полягає в тому, що він не потребує відшукування розв'язків заданного рівняння. Розвитку і застосуванням цього методу присвячено надзвичайно багато наукових робіт, наприклад [1-4]. Разом з тим в наш час інтерес дослідників викликають дослідження стійкості інваріантних множин динамічних систем та суміжні з цією проблемою питання. Виявилось, що для цього теж можна застосовувати функції типу функцій Ляпунова [5-8].

Ця дипломна робота присвячена розгляду вищевказаних питань. Вона складається з вступу, двох розділів, висновку та списку використаної літератури. Перший розділ носить допоміжний характер. У ньому сформульовано основні поняття та факти щодо теорії стійкості, які було введено самим Ляпуновим [3]. Цей розділ складається з п'яти підрозділів. Другий розділ містить більш сучасні результати щодо застосування функцій Ляпунова до дослідження стійкості напівінваріантних та локально напівінваріантних множин динамічних систем, визначених системами диференціальних рівнянь. Цей розділ складається з трьох підрозділів. Один з них присвячений розповсюдженню методу зведення В. А. Плісса [6] на вказані множини.

Обсяг роботи складає 35 сторінок комп'ютерного набору. У кожному розділі застосовано власну нумерацію, оскільки зміст першого розділу не перетинається із змістом другого.

можна настільки близько від α -граничної точки взяти точку на $x(t, x^0)$, щоб час, потрібний для зближення з Σ при $t > 0$ по $x(t, x^0)$, був більший від всякого наперед фіксованого числа T . Але це означає, принаймні, нерівномірність асимптотичної стійкості Σ на N_0^+ , що неможливо згідно з твердженнями теореми 12.

ВИСНОВОК

У наш час інтерес математиків викликають дослідження за допомогою функцій Ляпунова стійкості інваріантних множин динамічних систем та суміжні з цією проблемою питання. Ця дипломна робота складається з вступу, двох розділів, висновку та списку використаної літератури. Перший розділ носить допоміжний характер. У ньому сформульовано основні поняття та факти щодо теорії стійкості, які було введено самим Ляпуновим. Цей розділ складається з п'яти підрозділів. Другий розділ містить сучасні результати щодо застосування функцій Ляпунова до дослідження стійкості напівінваріантних та локально напівінваріантних множин динамічних систем. Цей розділ складається з трьох підрозділів. Останній з них присвячений розповсюдженню методу зведення В. А. Пліссана напівінваріантні множини.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Демидович Б. П.* Лекции по математической теории устойчивости.– М.: Наука, 1967. – 472 с.
2. *Зубов В. И.* Устойчивость движения.– М.: Высш. шк., 1973. – 270 с.
3. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. – ГИТТЛ, 1950. – 471 с.
4. *Малкин И. Г.* Теория устойчивости движения. – М.: Наука, 1966. –530 с.
5. *Митропольский Ю. А., Самойленко А. М., Кулик В. Л.* Исследования дихотомии линейных систем дифференциальных уравнений с помощью функций Ляпунова. –Киев: Наук.думка, 1990. – 270 с.
6. *Плисс В. А.* Принцип сведения в теории устойчивости движения // Изв. АН СССР, сер.матем., 28:6, 1964.
7. *Самойленко А.М.* Вивчення динамічних систем за допомогою знакосталих функцій //Укр. мат. журн., том 24, №3, 1972. – С.373-383.
8. *Самойленко А.М., Теплинский Ю. В.* Счетные системы дифференциальных уравнений.–Киев.: ИМ НАН Украины, 1993. –308 с.