

Міністерство освіти і науки України  
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка  
Фізико-математичний факультет  
Кафедра математики

**Магістерська робота**  
на тему:  
**«Інваріантні тори диференціальних  
та різницевих рівнянь»**

Виконала: здобувач вищої освіти 2 курсу  
магістратури, групи М1-М20  
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)

**Герасімова Діана Олександрівна**

Керівник: Теплінський Ю. В. – професор, доктор  
фізико-математичних наук

Рецензент: Авдеюк П. І. – кандидат  
фізико-математичних наук, доцент

м. Кам'янець-Подільський, 2021 р.

## ВСТУП

Відомо, що у другій половині минулого століття практично завершилося створення математичної теорії інваріантних торів. Однак, у 1970 році А. М. Самойленко запропонував принципово новий підхід до побудови інваріантних торів диференціальних систем, визначених на торах, який дав змогу по-новому оцінити проблему, яка і зараз цікавить багатьох відомих математиків [5,6]. Суттєвий внесок у розв'язування цієї проблеми внесли представники української наукової школи з теорії нелінійних коливань [1-3, 7-10]. В останні десятиліття великий інтерес викликають задачі дослідження інваріантних торів різного типу рівнянь у нескінченновимірних просторах, зокрема у просторах обмежених числових послідовностей. Це було пов'язано з тим, що до розв'язування задач, де розглядалися коливання систем з нескінченною кількістю параметрів, успішно застосовувався апарат злічених диференціальних систем, основу теорії яких було закладено в роботах К. П. Персидського [4]. Ця магістерська робота присвячена застосуванню методу функції Гріна-Самойленка до побудови інваріантних торів диференціальних рівнянь у скінченновимірному просторі (перший розділ) та різницевих рівнянь у просторі обмежених послідовностей дійсних чисел (другий розділ). Розглянуто класичні задачі, що стосуються застосування функції Гріна-Самойленка до дослідження експоненціально дихотомічних інваріантних торів скінченновимірних систем диференціальних рівнянь, зокрема питання існування таких торів та умови єдиності самої функції Гріна. У другому розділі розглянуто більш сучасні задачі існування інваріантних торів у злічених систем різницевих рівнянь та проблему редукції поставлених задач до аналогічних різницевих систем у скінченновимірних просторах.

Обсяг роботи становить 50 сторінок. Нумерація параграфів суцільна у двох розділах.

## ВИСНОВКИ

Ця робота присвячена сучасній теорії інваріантних тороїдальних многовидів, яка на цей день плідно розвивається. Дипломна робота складається з двох розділів. Перший з них присвячений розгляду класичних задач, що стосуються застосування функції Гріна-Самойленка до дослідження експоненціально дихотомічних інваріантних торів скінченновимірних систем диференціальних рівнянь. Розглянуто якісні теоретичні питання існування таких торів та умови єдиності самої функції Гріна. Зміст другого розділу складають більш сучасні задачі, пов'язані з існуванням інваріантних торів у злічених систем різницевих рівнянь. Велику увагу приділено реалізації проблеми редукції поставлених задач до аналогічних, але для систем у скінченновимірних просторах.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Митропольский Ю. А., Лыкова О. Б.* Интегральные многообразия в нелинейной механике. – М.: Наука, 1973. – 512 с.
2. *Митропольский Ю. А., Самойленко А. М., Кулик В. Л.* Исследования дихотомии линейных систем дифференциальных уравнений с помощью функций Ляпунова. – Киев: Наук. думка, 1990. – 272 с.
3. *Митропольский Ю. А., Самойленко А. М., Мартынюк Д. И.* Системы эволюционных уравнений с периодическими и условно-периодическими коэффициентами. – Киев: Наук. думка, 1984. – 213 с.
4. *Персидский К. П.* Бесконечные системы дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в нелинейных пространствах. – Алма-Ата: Наука, 1976. – 247 с.
5. *Самойленко А. М.* К теории возмущения инвариантных многообразий динамических систем // Тр. V Междунар. конф. по нелинейным колебаниям. – Т.1: Аналитические методы. – Киев: ИМ АН УССР, 1970. – С. 495-499.
6. *Самойленко А. М.* Элементы математической теории многочастотных колебаний. – М.: Наука, 1987. – 302 с.
7. *Самойленко А. М., Слюсарчук В. Е., Слюсарчук В. В.* Исследование нелинейного разностного уравнения в банаховом пространстве в окрестности квазипериодического решения // Укр. мат. журн. – 1997. — 49, №12. – С. 1661-1676.
8. *Самойленко А. М., Слюсарчук В. В.* Дискретные динамические системы с инвариантным асимптотически устойчивым тороидальным многообразием // Укр. мат. журн. – 1999. – 51, №4. – С. 466-471.
9. *Samoilenko A. M. and Teplinskii Yu. V.* Countable Systems of Differential Equations. – VSP, Utrecht-Boston, 2003. – 287 p.

10. *A. M. Samoilenko, Yu. V. Teplinsky*. Elements of Mathematical Theory of Evolutionari Equations in Banach Spaces. – Singapore: World Scientific. Series A, Volume 86 – 2013, 400 p.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	2
РОЗДІЛ 1 ..... ПРО ІСНУВАННЯ ІНВАРІАНТНИХ ТОРІВ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ У СКІНЧЕННОВИМІРНОМУ ПРОСТОРИ	3
1. Достатні умови існування інваріантного тору .....	3
2. Про існування експоненціально стійкого інваріантного тору .....	6
РОЗДІЛ 2 .ПРО ІНВАРІАНТНІ ТОРИ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ У ПРОСТОРИ НЕСКІНЧЕННИХ ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ.....	15
3. Рівняння, що визначене на $m$ -вимірному торі.....	15
ВИСНОВКИ.....	49
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	50