Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Дипломна робота
магістра

з теми "ЗАСТОСУВАННЯ МАТРИЦЬ ПОКАЗНИКІВ В СУЧАСНІЙ АЛГЕБРІ"

Виконав: студент 2 курсу
ступеня вищої освіти магістр,
групи М1-М21
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Каліщук Вадим Володимирович

Керівник: **Зеленський О. В.**,
кандидат фізико-математичних наук

Рецензент: **Кріль С. О.**,
кандидат фізико-математичних наук, доцент

Кам'янець-Подільський – 2022

ЗМІСТ

ВСТУП 3

РОЗДІЛ І. ГРАФИ 4

РОЗДІЛ ІІ. МАТРИЦІ ПОКАЗНИКІВ 12

РОЗДІЛ ІІІ ЗАСТОСУВАННЯ МАТРИЦЬ ПОКАЗНИКІВ 27

3.1. Еквівалентність латинських квадратів 27

3.2. Частково впорядковані множини та сагайдаки 35

3.3. Звичайні вагові функції допустимих сагайдаків 43

ВИСНОВКИ 50

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 51

ВСТУП

Дипломна робота присвячена застосуваню теорії графів в теорії кілець. Один із важливих класів, що виникає в різних питаннях теорії кілець, – клас черепичних порядків. Кожний черепичний порядок повністю визначається своєю матрицею показників і дискретно нормованим кільцем [1]. Багато властивостей таких кілець повністю визначаються їх матрицями показників, зокрема, сагайдаки таких кілець [1]. Перші важливі результати в цьому напрямі належать українським алгебраїстам Ю.А. Дрозду та В.В. Кириченко. Порівняно недавно матриці показників стали окремим об'єктом вивчення. Для дослідження матриць показників та їх сагайдаків використовуються також комбінаторні та геометричні методи. Їхня прозора будова дає більше можливостей для обчислень та висновків. За допомогою матриць поазників одержано інтерпретацію зображень частково впорядкованих множин.

Метою наукової роботи є дослідити застосування матриць показників в теорії графів, в теорії кілець, та інших розділах сучасної математики.

Для досягнення мети потрібно: розглянуті латинські квадрати які є матрицями показників та знайти алгоритм визначення існування латинського квадрата еквівалентного даній зведеній матриці показників.

Об'єктом дослідження є матриці показників.

Під час дослідження використовувалися комбінаторні та геометричні методи дослідження та методи теорії графів.

Наукова новизна основних результатів роботи:

- Досліджені звичайні вагові функції допустимиз сагайдаків;
- Знайдено класи сагайдаків для яких існують звичайні вагові функції;
- Знайдено приклад сагайдака для якого не існує звичайної вагової функції.
- Створено алгоритм, який визначає існування латинського квадрата еквівалентного даній зведеній матриці показників.

ВИСНОВКИ

Дипломна робота присвячена дослідження різним застосуванням матриць показників та їх допустимим сагайдаків в сучасній алгебрі. Матриці показників визначають важливий клас, що виникає в різних питаннях теорії кілець, – клас черепичних порядків. Матриця показників визначається сагайдаком та допустимою ваговою функцією. Серед вагових функцій значний інтерес представляють вагові функції з вагою стрілок нуль або один.

В дипломній роботі розглянуті звичайні вагові функції, знайдено класи сагайдаків для яких існують звичайні вагові функції, та приклад сагайдака для якого не існує звичайної вагової функції.

В роботі також досліджено еквівлнтність лвох матриць показників. Якщо перші рядки двох квадратних матриць співпадають та одну з іншої можна одержати за допомогою елементарних перетворень першого типу то матриці рівні. Дві зведені матриці показників еквівалентні тоді і тільки тоді, коли вони мають ізоморфні сагайдаки, вага відповідних простих циклів яких однакова. Розроблений алгоритм, який визначає для матриці показників існування або не існування латинського квадрата еквівалентного цій матриці.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Hazewinkel M. Algebras Rings and Modules, vol. 1/ M. Hazewinkel, N. Gubareni, V.V. Kirichenko – Kluwer Academic Publisheers, 2004.- 380 p.

2. Hazewinkel M. Algebras Rings and Modules, vol. 2/ M. Hazewinkel, N. Gubareni, V.V. Kirichenko – Kluwer Academic Publisheers, 2007.- 400 p.

3. Kirichenko V. V. Exponent Matrices and Tiled Order over Discrete Valuation Rings/ V. V. Kirichenko , O. V. Zelenskiy, V. N. Zhuravlev // International Journal of Algebra and Computation. – 2005. – Vol. 15, № 5 & 6. – p. 1-16.

4.Зеленський О. В. Жорсткі сагайдаки зведених матриць показників / О. В. Зеленський // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. – 2007. – №3. – С. 27-31.

5. Журавлев В. Н. Допустимые колчаны./ В.Н. Журавлев// Фундаментальная и прикладная математика. Том 14, 2008. 7, с. 121-128.

6. Кириченко В.В., Журавлёв В.Н., Цыгановская И.Н., О жестких колчанах // Фундаментальная и прикладная математика. Том 12, выпуск 8, 2006. Часть 1. С. 105 – 120.

7. Журавльов В. М. Одиничні сагайдаки матриці показників/ В.М. Журавльов, О.В. Зеленський, В.М. Дармосюк // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. – 2012. – №4. – С. 27-31.

8. Зеленський О. В. Цикли допустимих сагайдаків / О. В. Зеленський// Математичні студії. Том 42, випуск 1.С. 3-8.