Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Дипломна робота
магістра

з теми: «ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ НА ФІЗИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЯХ»

Виконала: студентка ІІ курсу, групи М1-М22,
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Боднар Ольга Миколаївна
Керівник: доцент кафедри математики,
кандидат фізико-математичних наук, доцент
Ковальська І. Б.
Рецензент: кандидат педагогічних наук, доцент
Сморжевський Ю. Л.

Кам'янець-Подільський – 2023 р.

ЗМІСТ

ВСТУП

У сучасній освіті якість знань дисциплін природничого напрямку залежить від навичок та уміння учнів аналітично відобразити природні процеси, застосувати методи математичного аналізу до розв'язування задач. Елементи диференціального та інтегрального обчислення були історично затребувані та започатковані ще за часів Галілея та Ньютона. З того часу багато фізичних величин були визначені за фізичним змістом як похідні за часом від інших фізичних величин: сила струму – від заряду, прискорення – від швидкості, ЕРС змінного струму – від магнітного потоку, та інше. Тому саме для високого рівня якості знань з фізики необхідно вільно володіти методами математичного аналізу.

Матаналіз (або математичний аналіз) - це галузь математики, яка вивчає концепцію і методи, пов'язані з аналізом функцій, теорією границь, похідних та інтегралів. Вона має довгу історію розвитку і багато вчених та математиків сприяли цьому. Це такі вчені як:

Архімед - античний грецький математик, який вивчав властивості дотичних до кривих та обчислював значення числа π (пі) шляхом наближення.

Ісаак Ньютон та Готфрід Вільгельм Лейбніц - співзасновники диференціального та інтегрального числення - основних компонент математичного аналізу.

Леонард Ейлер - швейцарський математик, який вніс важливий внесок у розвиток теорії функцій та теорії чисел.

Августин-Луї Коші - французький математик, який ввів поняття границі та вивчав теорію рядів і диференціальних рівнянь.

Карл Вейєрштрасс - німецький математик, який вдосконалив теорію наближення функцій і дав означення неперервності.

Бернхард Ріман - німецький математик, який вивчав теорію функцій комплексної змінної та дав означення інтеграла Рімана.

Генріх Лебег - німецький математик, який розвинув теорію міри та інтеграла Лебега.

Ці дослідники та багато інших вчених сприяли розвитку математичного аналізу, розробляючи теорії, методи і концепції, які допомагають розуміти і аналізувати властивості функцій та математичних об'єктів.

Математичний аналіз широко, застосовується в фізиці, інформатиці, статистиці, техніці, економіці, бізнесі, фінансах, медицині, демографії та інших областях, в яких для вирішення проблем мають бути побудовані математичні моделі та знайдені оптимальні розв'язки. Зокрема, майже всі поняття в класичній механіці та електромагнетизмі знаходяться у непорушному зв’язку між собою саме завдяки засобам класичного математичного аналізу. Наприклад, якщо відомий розподіл щільності об’єкта, то його маса, момент інерції, а також повна енергія в потенційному полі можуть бути знайдені за допомогою диференціального числення. Інший, не менш яскравий приклад застосування математичного аналізу в механіці – другий закон Ньютона: історично склалося так, що в цьому законі термін швидкість ототожнюється зі зміною. Так, згідно самого формулювання закону: «Сила дорівнює масі помноженій на прискорення», де прискорення – це є похідна за часом від швидкості або друга похідна за часом від траєкторії або просторового положення матеріальної точки. Теорія електромагнетизму Максвела та загальна теорія відносності Ейнштейна також описується мовою диференціального числення.

Вивчення матаналізу на заняттях з фізики може відбуватися багатьма способами, незалежно від рівня здобувача освіти і прагнення вчителя. Матаналіз у фізиці може допомогти краще розуміти фізичні концепції та розв'язувати складні завдання. Використання диференціювання для знаходження похідних фізичних величин, таких як швидкість та прискорення, може бути корисним для розуміння змін у фізичних системах з плином часу. Інтегрування може використовуватися для збільшення змінних величин, таких як відстань та робота. Фізичні закони часто виражаються у вигляді диференціальних рівнянь. Здобувачі освіти можуть навчитися розв'язувати прості диференціальні рівняння, що описують фізичні процеси, наприклад, закони Ньютона для руху, інтегрувати функції, які залежать від більш ніж однієї змінної, і розуміти їхнє фізичне значення. У фізиці граничні умови грають важливу роль. Студенти можуть навчитися використовувати математичні методи, щоб задовольняти граничні умови у фізичних задачах. Для опису руху тіл у тривимірному просторі можна використовувати векторний аналіз, включаючи векторні похідні, інтегральні та векторні рівняння.

Заняття з фізики, де використовується матаналіз, можуть бути більш виразними і допомогти здобувачам освіти зрозуміти математичні аспекти фізичних концепцій. Однак важливо приділяти увагу рівню підготовки та інтересам студентів і надавати матеріал у доступній формі, щоб сприяти його розумінню та успіху навчального процесу.

Тема «Особливості вивчення матаналізу на фізичних спеціальностях» залишається актуальною і важливою в галузі вищої освіти і наукових досліджень з кількох причин:

Математичний аналіз - це ключова складова фізичних наук: Фізика, астрономія, геологія, інженерія та інші фізичні спеціальності ґрунтуються на математичних концепціях і методах. Знання математичного аналізу є необхідною умовою для успішного вивчення і використання цих наук.

Сучасний розвиток фізичних наук вимагає більш глибокого розуміння математичних аспектів. Завдяки розвитку технологій, обробці даних та моделюванню, фізики та інші спеціалісти у цих галузях стикаються з більш складними математичними задачами та методами, які виходять за межі стандартного курсу математичного аналізу.

Фізичні науки тісно пов'язані з природними явищами, які іноді можна краще пояснити та передбачити за допомогою математичних моделей і аналізу. Вивчення математичного аналізу дає можливість студентам розуміти і використовувати ці моделі.

Зростання обсягу даних і розвиток обчислювальної техніки потребує вивчення аналізу і обробки у фізичних дослідженнях.

Здійснення фізичних досліджень і розробка нових технологій часто вимагає вміння вирішувати складні математичні задачі і використовувати математичний аналіз у практичних ситуаціях.

Об'єктом дослідження даної теми є процес вивчення та застосування матаналізу на фізичних спеціальностях. Наприклад, навчальний курс з математичного аналізу для студентів фізичних спеціальностей.

Предмет дослідження є особливості та методи викладання, вивчення та застосування матаналізу на фізичних спеціальностях. Це охоплює структуру курсу, підходи до навчання, важливість математики для розуміння та моделювання фізичних явищ, а також спеціальні завдання та задачі, які можуть виникнути при вивченні матаналізу в контексті фізичних дисциплін. Особливості асиміляції математичного матеріалу студентами, можливості, труднощі та шляхи їх подолання, а також вплив вивчення математичного аналізу на успішність та розуміння фізичних явищ.

Отже, вивчення математичного аналізу на фізичних спеціальностях є ключовим для підготовки кваліфікованих фахівців у галузі фізики та інших природничих наук, і актуальність цієї теми залишається незмінною у зв’язку з постійним розвитком науки і технологій.

РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ МАТАНАЛІЗУ

1.1. Матаналіз – як основна математична дисципліна.

Математи́чний ана́ліз — фундаментальний розділ математики, що веде свій відлік від XVII століття, коли було сформульовано теорію нескінченно малих величин. Сучасний математичний аналіз охоплює також теорію функцій, теорії границь і рядів, диференційне та інтегральне числення, диференціальні рівняння та диференціальну геометрію. Математичний аналіз постав визначною віхою в історії науки і сформував обличчя сучасної математики. Аналіз швидко перетворився на надзвичайно потужний інструмент для дослідників природничих наук, а також став одним із рушіїв науково-технічної революції.

Наступним витком у розвитку математичного аналізу став сформований на початку XX століття **функціональний аналіз**. Якщо класичний аналіз вважає змінну *числом* — тобто елементом із множини дійсних (або комплексних) чисел, то в функціональному аналізі вже сама функція розглядається як *змінна*. Одночасно вводиться поняття функціоналу — узагальненої функції, що може приймати іншу функцію як аргумент (функція від функції). У сучасному формулюванні, функціональний аналіз є застосуванням теорії аналізу до довільного простору математичних об'єктів, в якому можливо визначити поняття *близькості* (топологічний простір), або ж *відстані* (метричний простір) між об'єктами.

В історії математики можна умовно виділити два основні періоди: елементарної та сучасної математики. Межею, від якої ведеться відлік епохи нової (іноді — вищої) математики, стало XVII століття. Саме в XVII столітті з'явився математичний аналіз. Передумовою його було числення нескінченно малих в роботах Валліса, Грегорі, Барроу.

До кінця XVII ст. Ісааком Ньютоном, Готфрідом Лейбніцом було створено апарат диференційного та інтегрального числення, що становить основу математичного аналізу і навіть математичну основу всього сучасного природознавства.

Рух, змінні величини і їхній взаємозв'язок оточують нас усюди. Різні види руху, їхні закономірності становлять основний об'єкт вивчення конкретних наук: фізики, геології, біології, соціології тощо. Точна мова і відповідні математичні методи опису і вивчення таких величин виявилися необхідними в усіх областях знань приблизно як числа й арифметика необхідні для опису кількісних співвідношень. Тому математичний аналіз став основою мови і математичних методів опису змінних величин та зв'язків між ними. В наші дні без математичного аналізу неможливо було б не тільки розрахувати космічні траєкторії, роботу ядерних реакторів, закономірності розвитку циклону, а й ефективно керувати виробництвом, розподілом ресурсів, організацією технологічних процесів, бо все це — динамічні процеси.

Елементарна математика була переважно математикою постійних величин, вона вивчала головним чином співвідношення між елементами геометричних фігур, арифметичні властивості чисел і алгебраїчні рівняння.

Наприкінці XVII століття навколо Лейбніца виникає гурток, найвідомішими представниками якого були брати Бернуллі і Лопіталь. В 1696 році, використовуючи лекції Й. Бернуллі, Лопіталь написав перший підручник, що викладав новий метод вивчення теорії плоских кривих. Він назвав його Аналізом нескінченно малих, даючи тим самим і одну з назв новому розділу в математиці. В основу викладання покладений термін змінних величин, між якими існує певний зв'язок, через який зміна одної тягне за собою зміну іншої. У Лопіталя цей зв'язок дається за допомогою плоских кривих: якщо M — рухома точка плоскої кривої, то її декартові координати x та y, що мають назви діаметр та ордината кривої, змінні, при чому змінна x спричинює зміну y.

До кінця XVII ст. склалася ситуація коли в математиці було накопичено знання про розв'язки деяких важливих класів задач (наприклад, задачі про обчислення площ і об'ємів нестандартних фігур, задача проведення дотичних до кривих), а також з'явилися методи розв'язання різних їх часткових випадків.

Виявилося, що ці задачі тісно пов'язані з задачами опису деякого (не обов'язково рівномірного) механічного руху, й зокрема обчислення його миттєвих характеристик (швидкості, прискорення в будь-який момент часу), а також знаходження пройденного шляху при русі, що відбувається з заданою змінною швидкістю. Розв'язок цих задач був необхідним для подальшого розвитку фізики, астрономії, техніки. До середини XVII ст. в працях Рене Декарта і П'єра Ферма було закладено основи аналітичного методу координат (так званої аналітичної геометрії), які дозволили сформулювати різноманітні за своїм походженням геометричні і фізичні задачі загальною мовою чисел і числових залежностей (числових функцій).

Всі ці обставини призвели до того, що наприкінці XVII ст. двом ученим Ісааку Ньютону і Готфріду Лейбніцу, незалежно один від одного, вдалося створити математичний апарат для розв'язання вказаних задач. У своїх працях ці вчені зібрали й узагальнили окремі результати попередників починаючи від Архімеда і закінчуючи своїми сучасниками, такими як: Бонавентура Кавальєрі, Блез Паскаль, Джеймс Грегорі, Ісаак Барроу. Цей апарат і склав основу математичного аналізу — нового розділу математики, який вивчає різні динамічні процеси, тобто взаємозв'язки змінних величин, які математики називають функціональними залежностями чи функціями.

Витоки математичного аналізу історія пов’язує з іменами великих греків Евдокса (біля 408–355 до н.е.), Архімеда (біля 287–212 до н.е.) (перший створив метод вичерпування для обчислення площ плоских фігур, другий цим методом знаходив не тільки площі плоских фігур, але й об’єми тіл, крім того з допомогою дотичних розв’язував задачу відшукання екстремуму функції). Майже 20 століть ці методи були на озброєнні цивілізацій різних часів на теренах різних регіонів. і тільки на кінець XVI і початка XVII століття європейські дослідники зробили наступний крок в оновленні елінських методів. Іоган Кеплер (1571 – 1670), Бонавентура Кавальєрі (1598–1647) створили метод неподільних, Еванджелиста Торрічеллі (1608–1647) — кінематичний метод проведення дотичних, а П’єр Ферма (1601–1665) при визначенні екстремальних значень функцій f(x) відмовився від методу дотичних і запропонував чисто алгебраїчний метод, в основі якого рівняння

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=0.5$$

Звичайно цьому сприяло встановлення Рене Декартом (1596– 1650) зв'язку алгебри з геометрією кривих. Зореносною для математичного аналізу стала друга половина XVII століття, коли два геніальні учені - англійський Ісаак Ньютон (1642–1727) і німецький Готфрід Лейбніц (1646–1716) здійснили епохальне відкриття, яке навіть за нинішних масштабів розвитку науки постає як одна з найвидатніших подій в історії науки взагалі і особливо математики. Це було відкриття диференціального та інтегрального числення і встановлення зв'язку між ними.

Хоча Ньютон отримав більшість результатів у 60–70 роках, однак першою була публікація Лейбніца (1648 р.). У цій роботі викладені основи диференціального числення, вводиться символіка (dx, dy), яка збереглася донині. У 1686 р. виходить у світ друга робота Лейбніца, у якій викладено основи інтегрального числення, зокрема введено символ R .

Відкриті нові методи були застосовані до аналізу змінних величин, які вводились або засобами геометрії, або аналітичними (складеними з певних символів) виразами, або як абстракції різних видів неперервного механічного руху (Ньютон). Необхідно було уніфікувати ті об'єкти, до яких можна було застосовувати нові операції. Таким узагальнюючим поняттям стало поняття функції.

Термін «функція» вперше з'явився у 1692 році у Лейбніца, як вираження залежності довжини відрізків, пов'язаних з кривою, від положення точки на кривій, а в 1718 р. Іоган Бернуллі (1667– 1748) запропонував під функцією розуміти просто аналітичний вираз. І уже великий будівничий математичного аналізу Леонард Ейлер (1707–1783) у своєму восьмитомному курсі аналізу констатує, що аналіз нескінченно малих обертається навколо змінних величин і їх функцій. Таким чином основний об'єкт математичного аналізу чітко визначився ще у XVIII ст.

Щодо методів дослідження функцій прерогатива була за диференціюванням (вивчення властивостей функції за допомогою розвинення у степеневий ряд) та інтегруванням (відшукання первісних).

Разом з тим не тільки теоретичні дослідження, але й розв'язання практичних задач вимагали більш точних методів і у першу чергу вимагали вияснення сутності нескінченно малих, пояснення правомірності використовуваних методів.

І знову вихід було знайдено через осмислення способу діяння древніх греків, а саме через усвідомлення того, що ті граничні переходи, які проводились в окремих задачах, можуть слугувати для побудови теорії границь. Перша спроба була зроблена ще Ньютоном (він же ввів спеціальний термін „limes“). Не обійшов цієї важливої проблеми і Ейлер. Однак ці намагання не сприймались математиками XVIII століття в основному через відсутність алгоритму обчислення границь. і тільки після того як Огюстен-Луї Коші (1789–1857) запропонував свій ε–δ інструментарій і побудував з допомогою нього курс математичного аналізу, головним методом аналізу було визнано граничний перехід.

Завершив систему логічного обгрунтування математичного аналізу Карл Вейєрштрасс (1815–1897), підвівши під нього фундамент у вигляді строгої теорії дісного числа.

Паралельно з теорією числових функцій розвивалась теорія функцій комплексної змінної, функцій багатьох змінних та їх узагальнення. А найбільш великим здобутком аналізу XX століття була побудова функціонального аналізу, основною метою якого є вивчення функцій (операторів), у яких хоча б одна змінна приймає значення з нескінченно вимірного простору. Найвищий рівень абстракції досягнуто в аналізі функцій, визначених на так званих топологічних просторах.

Підсумовуючи ще раз наголосимо, що основним об’єктом математичного аналізу (аналізу функцій) є функція, а основним методом її дослідження є метод граничного переходу.

Глобальними задачами теорії функцій є: їх конструювання, знаходження значення функції для відповідного значення аргумента, обернена задача (знаходження значення аргумента за значенням функції), вивчення властивостей функції, заданої самими різними способами, знаходження функції за її властивостями і, нарешті, використання методів математичного аналізу для розв’язування задач з інших розділів математики і прикладних задач.

1.2. Основні поняття і терміни матаналізу

Матаналіз (або математичний аналіз) - це галузь математики, яка вивчає властивості та поведінку функцій, змінних та їхніх границь. Основні поняття і терміни матаналізу включають такі:

Функція: ***Функція*** - це математичний об'єкт, який встановлює відповідність між елементами двох множин, традиційно позначають як *f(x),* де x - це аргумент, а *f(x)* - значення функції від цього аргумента. Вона визначає, як кожному елементу однієї множини (аргументу) відповідає певний елемент іншої множини (функції визначення). Формально функцію *f* можна представити як відображення з множини *X* у множину *Y*, і записати це як *f: X* -> *Y*.

Основні складові функції включають:

Аргумент (вхід): Це змінна чи параметр, який передається функції. Він традиційно позначається як *x*.

Значення (вихід): Це результат операції, визначеної функцією для конкретного аргументу *x*. Значення функції позначається як *f*(*x*).

Функції графічно представлені як графіки на координатній площині (декартовому просторі), де на осі *x* розташовані значення аргументу, а на осі *y* - відповідні значення функції. Графік функції показує, як змінюється значення функції при зміні аргументу.

Приклади включають функцій:

f(x) = x^2: Функція, яка співставляє квадрат аргументу *x*.

g(x) = sin(x): Тригонометрична функція синус.

h(x) = 2x + 3: Лінійна функція, яка збільшує аргумент удвічі та додає 3.

Функції відіграють важливу роль у математиці та науці загалом і використовуються для опису залежностей між змінними та моделюванням різних процесів і явищ.

Границя: В математиці ***«границя»*** - це поняття, яке вказує на те, як функція чи послідовність змінюється, коли її аргумент (у випадку функції) чи члени (у випадку послідовності) наближаються до певного значення чи точки. Границя є великим концептом у математичному аналізі і відіграє ключову роль у визначеннях неперервності, похідної, інтеграла та інших математичних понять.

Границя функції означається так: якщо для будь-якого додатнього числа ε (епсилон) існує доданє число δ (дельта), таке, що, коли аргумент функції знаходиться в околі точки c (але не рівний c і самому c), відстань між значеннями функцій і її границею менше ε. Тоді кажуть, що границя функції в точці *c* дорівнює L, і це позначається:

$$. \lim_{x \to c} f(x) = L,$$

Де:

lim - символ границі,

x - аргумент функції,

c - точка, до якої аргумент наближається,

f(x) - значення функції,

L - границя функції при наближенні аргументу до *c*.

Наприклад, якщо ми маємо функцію *f(x)* = x^2 і розглядаємо границю цієї функції, коли *x* наближається до *2*, то:

$$\lim_{x \to 2} x^2 = 4,$$

Це означає, що якщо ми дуже близько підійдемо до точки $x = 2$ (але не рівно 2), то значення функції буде дуже близьким до 4.

Границя послідовності означається за таким принципом: якщо для будь-якого додатного числа ε існує такий номер n, починаючи з якого всі члени послідовності знаходяться на відстані менше ε від певного числа L, то кажуть, що границя послідовності дорівнює L, і позначається як:

$$\lim_{x \to 2} x^2 = 4,$$

де:

lim - символ границі,

n - номер члена послідовності,

a_n - n-й член послідовності,

L - границя послідовності при $n \to \infty$.

Границя відіграє важливу роль в аналізі, дозволяючи розуміти, як функції та змінні наводяться поблизу певних точок або при наближенні до нескінченності.

Похідна: ***Похідна*** - це одне з основних понять математичного аналізу і показує, як змінюється функція при зміні її аргументу. Похідна функція вказує на швидкість зміни цієї функції в кожній точці її області визначення. Формально, похідна функції $f(x)$ в точці x позначається як $f'(x)$ і наступним чином:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h},$$

де:

$f'(x)$ - похідна функції $f(x)$ в точці x,

h - дуже маленьке число (при наближенні до нуля),

lim - символ границі.

Похідна вказує на швидкість зміни функції в точці x. Інтуїтивно, вона вибирає нахил (градієнт) тангенсальної лінії до графіка функції в даній точці. Якщо похідна позитивна, це означає, що функція зростає в цій точці; якщо від'ємна - функція спадає.

Значення похідної також може давати інформацію про швидкість цього зростання або спадання. Якщо похідна функції дорівнюї нулю, то функція є сталою і не змінюється при зміні аргументу.

Інтеграл: ***Інтеграл*** - це число, яке означає площу під графіком функції на певному відрізку (або багатовимірній області). Інтегрування є одна з основних операцій математичного аналізу та тісно пов'язаний з поняттями похідної. Інтегрування та диференціювання є оберненими операціями однієї до одної.

Інтеграли можна розділити на декілька категорій:

Визначений інтеграл (інтеграл Рімана): Визначений інтеграл використовується для обчислення площі під графіком функції на певному відрізку $[a,\ b]$. Він позначається як $\int_a^b f(x)\,dx$ і виникає як границя суми дрібних площ під графіком функції, коли ширина кожного дрібного відрізка прямує до нуля.

Неозначений інтеграл: Неозначений інтеграл (інтеграл без верхньої та нижньої межі) записують як $\int_a^b f(x)\,dx$, і він вказує на функцію, похідною від якої є дана функція *f(x).*

Відображення міри і інтеграли в інших просторах: Інтеграли можуть використовуватися для обчислення накопиченої кількості в багатовимірних просторах, де поняття площі перетворюється на об'єм, або в загальних просторах, де інтеграли набувають величини, таких як маса, момент і т.д. д.

Деякі інші види інтегралів: Існують інші розширені поняття інтегралів, такі як невизначений інтеграл Лебега, криволінійний інтеграл, поверхневий інтеграл і т. д., які застосовуються в різних математичних і прикладних задачах.

Інтегральне числення має велике застосування у фізиці, інженерії, економіці, статистиці, комп'ютерних науках та багатьох інших галузях, де важливо обчислити накопичені величини або знайти площу під графіком функції.

Послідовність: ***Послідовність*** - це впорядкований набір чисел, які йдуть одне за одним у певному порядку. Кожен елемент такої послідовності називається її членом. Членами спільноти можуть бути будь-які числа.

Послідовність традиційно позначають як a_n, де n - це індекс, який вказує на номер членства в колі. Наприклад, послідовність *{1, 2, 3, 4, 5, ...}* складається з натуральних чисел у зростаючому порядку, і кожне число є членом місії з певним індексом n.

Існують різні види позицій, і деякі з деяких понять включають:

Збіжність і розбіжність: Послідовність називається збіжною, якщо її члени мають границю, тобто таке число існує L таке, що члени разом стають дуже близькими до L, коли n досить велике. Послідовність називається розбіжною, якщо вона не має границі.

Арифметична прогресія: Це послідовність, у якій різниця між будь-якими двома сусідніми членами є постійною. Наприклад, послідовність *{1, 3, 5, 7, ...}* є арифметичною з різницею 2 між членами.

Геометрична прогресія: Це послідовність, у якій кожен наступний член добуток попереднього члена і певного фіксованого числа (різниця). Наприклад, послідовність *{2, 6, 18, 54, ...}* є геометричною з множником 3.

Обмеженість: Послідовність обмежена, якщо всі її члени знаходяться всередині певного інтервалу і мають абсолютний розмір меншого обмеження.

Послідовності грають важливу роль у математичному аналізі, теорії чисел, фізиці, інженерії та інших галузях. Вони застосовуються для вивчення збіжності та розбіжності компонентів, обчислення границь, моделювання динамічних процесів та розв'язання різних математичних і прикладних задач.

Ряд: ***Ряд*** - це математичний об'єкт, який представляє собою суму всіх членів певної послідовності. Кожен член послідовності при цьому додається до попереднього члена за певним правилом. Ряди в математиці відіграють важливу роль і використовують для вивчення та аналізу записаних кількостей чи сум.

Ряди традиційно позначаються як $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n + …$, де a_1, a_2, a_3, ... - це члени конфлікту. Розглянемо декілька важливих властивостей рядів:

Збіжність і розбіжність ряду: Ряд називається збіжним, якщо сума всіх його членів скінченна, тобто існує число L таке, що сума ряду стає дуже близькою до L, коли доданки ряду стають дуже малими з ростом n. Ряд називається розбіжним, якщо сума всіх його членів нескінченна або не існує.

Сума ряду: Сума ряду - це число, до якого прямує сумаскінченної кількості членів ряду (якщо ряд є збіжним). Сума ряду може бути додатною, від'ємною або навіть нульовою.

Арифметичні прогресії: Арифметична прогресія - це ряд, у якому різниця між будь-якими двома сусідніми членами є постійною константою. Наприклад, ряд 1 + 2 + 3 + 4 + ... є арифметичним рядом з різницею 1.

Геометричні прогресії: Геометричні прогресії - це ряд, у якому кожен наступний член добуток попереднього члена на фіксований множник. Наприклад, ряд 1 + 2 + 4 + 8 + ... є геометричним рядом із множником 2.

Ряди використовують для апроксимації функцій, обчислення накопичених величин, моделювання складних процесів та багатьох інших математичних і наукових задачах.

Збіжність і розбіжність : ***Збіжність і розбіжність*** - це важливо поняття в теорії симптомів і рядів. Вони вказують на те, що має обмеженість або скінченну межу послідовності чи ряду.

Збіжність послідовності: Послідовність $\{a_n\}$ називається збіжною до числа L (де L - скінченне число), якщо для будь-якого додатного числа ε (епсилон) існує номер N такий, що для всіх n > N виконується умова $|a_n - n| < \varepsilon$. Іншими словами, елементи комбінації наближаються до числа L так сильно, як завгодно близько, якщо взяти досить великий номер n. У такому випадку пишуть a_n → L, де "→" позначає збіжність.

Наприклад, послідовність {1/n} збігається до нуля, бо 1/n може стати дуже близьким до нуля, якщо взяти велике n.

Розбіжність послідовності :Послідовність називається розбіжною, якщо вона не має скінченної межі. Це означає, що немає такого числа L, до якого всі її члени прямують при зростанні n.

Збіжність ряду: Ряд $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n + …$ називається збіжним, якщо межа суми перших *n* членів цього ряду, яка обчислюється як $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$, існує і є скінченною. У такому випадку пишуть $S_n \to S$, де S - сума ряду. Наприклад, ряд 1/2 + 1/4 + 1/8 + ... є геометричним рядом і збігається до 1, бо сума цього ряду стає дуже близькою до 1 при додаванні більшої кількості членів.

Розбіжність ряду: Ряд називається розбіжним, якщо сума перших n членів не має шкірної межі при зростанні n. У такому випадку говорять, що ряд розбігається. Наприклад, ряд 1 + 2 + 3 + 4 + ... є арифметичним поруч і розбігається до нескінченності, тому сума цього ряду росте безмежно.

Знання збіжності або розбіжності послідовностей і рядів важливе для аналізу і математичного моделювання. Збіжні ряди мають конкретні суми, що дозволяють їх використовувати для апроксимації функцій і обчислення різних математичних величин. Розбіжні ряди можуть мати значення застосування в теорії чисел і фізики.

Теорема: ***Теорема*** - це важливе математичне підтвердження, яке доводиться або демонструється в межах математичного дослідження. Теорема в математиці є результатом логічного виведення з аксіом, визначених та попередньо доведених тверджень, і вона має математично обґрунтований доказ.

Основні компоненти теореми включають:

Припущення (гіпотезу): Це частина теореми, яка встановлює певні умови або припущення, за якими підтвердження є вірним. Ці припущення можуть бути аксіомами, визначеннями або раніше доведеними підтвердженнями.

Твердження (теорему): Це саме математичний висновок або ствердження, яке має бути доведено на основі припущення. Твердження виражає відносини або властивості між математичними об'єктами.

Доведення: Доведення - це логічний аргумент або ланцюжок висновків, який переконливо демонструє, що підтвердження вірне на основі припущено. Доведення використовує логічні і математичні методи, такі як виведення, операції зі змінними, математичні закони і властивості.

Висновок (результат): Висновок теореми після підтвердження забезпечує її вірність. У цьому висновку наводяться назви або номери теорем, які були використані під час доведення, та можливо вказують на важливість теорем у контексті математичних досліджень.

Теореми в математиці використовують для розв'язання проблем, встановлення властивостей і взаємозв'язків між простими математичними об'єктами. Вони є основою математичного аналізу і математичної логіки, і важливі для розвитку та розширення математичних знань і теорії. Теореми також використовують у прикладних науках для розв'язання різних завдань і завдань.

Диференціальне рівняння: ***Диференціальне рівняння*** - це рівняння, яке містить похідні функції невідомої змінної (або функції) і може включати також саму невідому функцію. Основна мета диференціального рівняння - знайти функцію (функції), яка задовольняє це рівняння.

Диференціальні рівняння можуть бути класифіковані за декількома ознаками, включаючи степінь, тип та порядок. Основні типи диференціальних рівнянь включають звичайні диференціальні рівняння (ЗДР) та диференціальні рівняння з частковими похідними (ЧДР).

Звичайні диференціальні рівняння (ЗДР) містять лише одну незалежну змінну та одну або більше похідних саме цієї змінної. Прикладом ЗДР є таке рівняння:

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

Це рівняння має розв'язок $y(x) = x^2 + C$, де C - довільна константа.

Диференціальні рівняння з частковими похідними (ЧДР) містять багато незалежних змінних і їх похідних за всіма цими змінними. Вони використовуються для моделювання фізичних явищ, що залежать від багатьох змінних. Прикладом ЧДР є рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\nabla^2 u$$

де u - температура, t - час, k - коефіцієнт теплопровідності, ∇^2 - оператор Лапласа.

Розв'язок диференціальних рівнянь може бути аналітичним або чисельним, залежно від складності рівняння та доступних методів розв'язання. Диференціальне рівняння є інструментом у багатьох галузях математики та науки, включаючи фізику, інженерію, економіку та багато інших.

Конвергенція і дивергенція ряду: Конвергенція і дивергенція ряду - це поняття в теорії рядів, які вказують на те, чи має ряд скінченну граничну суму (конвергує) або росте нескінченно (дивергує). Давайте розглянемо ці поняття докладніше:

Конвергенція ряду: Кажуть, що ряд чисел $\{a_n\}$ конвергує до деякого числа L, якщо за достатньо великих n сума перших n членів ряду наближається до числа L.

Якщо таке L існує, то ряд зветься збіжним, і L називається граничним значенням ряду.

Дивергенція ряду: Коли ряд чисел $\{a_n\}$ дивергує, це означає, що сума перших n членів ряду не має граничного значення і росте нескінченно або розходиться. У цьому випадку ми говоримо, що ряд розбіжний .

Для визначення конвергенції або дивергенції ряду можуть використовуватися різні інтегральні методи і критерії, такі як критерій Даламбера, критерій Коші, і багато інших. Важливо розуміти, що конвергенція ряду означає, що сума ряду обмежена, тоді як дивергенція показує, що сума не має граничного значення.

Це лише кілька ключових понять і термінів, які застосовуються в матаналізі.

РОЗДІЛ ІІ. ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ МАТАНАЛІЗУ НА ФІЗИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЯХ.

2.1. Аналіз сучасних методик викладання матаналізу на фізичних факультетах

Сучасний соціально-економічний розвиток суспільства вимагає використовувати нові інноваційні методи та технології навчання студентів у вищих навчальних закладів, які дозволять майбутнім фахівцям бути більш конкурентоспроможними на ринку праці. На думку, Бистрова Ю.В., поняттям «інноваційні методики викладання» є полікомпонентним, оскільки об'єднує всі ті нові й ефективні способи освітнього процесу (здобуття, передачі й продукування знань), які, власне, сприяють інтенсифікації та модернізації навчання, розвивають творчий підхід і особистісний потенціал здобувачів вищої освіти.

Сьогодні інновації в галузі освіти поділяють на:

- психолого-педагогічні – нововведення в навчальний, виховний, управлінський процес;
- науково-виробничі – комп'ютерні та мультимедійні технології;
- соціально-економічні – правові, юридичні та економічні нововведення.

В свою чергу інноваційні технології у вищому навчальному закладі характеризують, як технології, засновані на нововведеннях: організаційних (пов'язаних із оптимізацією умов освітньої діяльності), методичних (спрямованих на оновлення змісту освіти та підвищення її якості); які дозволяють студентам ефективно використовувати навчально-методичну літературу та матеріали; засвоювати професійні знання; розвивати проблемно-пошукове мислення; формувати професійне міркування; активувати науково-дослідницьку роботу; розширювати можливості самоконтролю отриманих знань.

Ці методики можуть залежати від конкретної програми, викладача та рівня вищої освіти. Головною метою викладання математичного аналізу на фізичних факультетах є забезпечення студентів глибокими математичними знаннями та навичками, які вони можуть використовувати в подальших наукових і практичних дослідженнях.

Лекції та практичні заняття: загальний математичний аналіз викладається через комбінацію лекцій і практичних занять. Лекції використовуються для представлення основних концепцій та теорії, в той час як практичні поняття можна студентам вирішувати завдання та розв'язувати практичні завдання.

Використання підручників та онлайн-ресурсів є дуже важливим для забезпечення якісного навчання. Підручники надають структурований матеріал, який може служити основою для вивчення математичного аналізу. Вони допомагають студентам отримувати систематичні та наступні знання, удосконаленню навичок у розв'язанні математичних задач. Для деяких студентів друковані підручники можуть бути зручнішими для використання, особливо, якщо вони бажають робити записи та позначки на сторінках. Онлайн-ресурси дозволяють студентам легко отримувати доступ до матеріалів з будь-якого місця та в будь-який час, що дуже зручно для самостійного навчання.

Інтерактивність: Багато онлайн-ресурсів мають інтерактивні вправи та відеоуроки, які допомагають краще зрозуміти складні концепції.

Актуальність: Онлайн-ресурси можуть легко оновлюватися та включати актуальні матеріали та інформацію, що особливо важливо в сучасному інформаційному середовищі.

Спільнота та підтримка: Інтернет також дозволяє студентам об'єднуватися в онлайн-спільноті для обговорення та вирішення питань.

Активне навчання: Сучасні методики включають активне навчання, де студенти активно беруть участь у процесі навчання. Це може включати в себе обговорення та групові завдання, які сприяють розвитку критичного мислення.

Прикладні завдання: Деякі курси математичного аналізу можуть включати прикладні завдання, які допомагають студентам побачити застосування математичної компетентності.

Використання комп'ютерних програм: Сучасні методики викладання можуть включати в себе використання математичних програм, таких як MATLAB, Python або Mathematica, для числового аналізу та вирішення завдань.

Важливо, щоб методики викладання відповідали потребам студентів та сприяли їхньому успішному навчанню. Крім того, викладачі повинні отримати різний рівень підготовки студентів і намагатися підтримувати їх у навчанні. Також важливо виконати сучасні тренди у викладанні математики та інформатики, щоб створити актуальну та ефективну програму для фізичних факультетів.

2.2. Оцінка труднощів, з якими стикаються студенти фізичних спеціальностей під час вивчення матаналізу.

Математичні дисципліни відіграють особливу роль у підготовці майбутніх спеціалістів в плані формування наукового світогляду, розуміння сутності прикладної і практичної спрямованості математичних дисциплін, оволодіння методами математичного моделювання.

Аналіз стану навчання студентів фізичних спеціальностей показує, що результати навчання та рівень їхньої математичної культури, пізнавальної активності і самостійності досить низький, а проблема активізації навчально-пізнавальної діяльності при вивченні математичних дисциплін залишається нерозв’язною. Все це негативно відбивається на якості знань і умінь здобувачів вищої освіти, їх інтелектальному розвиткові, рівні фахової підготовки. Крім того, серед цілої низки проблем, з якими стикаються студенти під час вивчення математичного аналізу виділити декілька основних:

1) низький рівень базової теоретичної підготовки з математики;

2) недостатній рівень практичних умінь та навичок щодо використання теоретичних знань; під час складання іспитів з вищої математики та фізики студенти досить часто незв’язно будують доведення теорем, фрагментарно

відтворюють знання теоретичного матеріалу і зовсім не розв’язують практичні завдання, які саме вимагають практичних умінь та навичок їх застосування;

3) низька мотивація при вивченні предметів математичного циклу;

4) недостатній рівень навчально-пізнавальної діяльності студентів;

5) невміння і небажання студентів працювати самостійно;

6) невміння застосовувати математичні знання для формалізації практичних задач та їх розв'язування; підтвердженням слугують нездатність студентів використовувати отримані знання під час розв’язування прикладних задач та неспроможність робити висновки з інженерної точки зору, проаналізувавши отримані результати;

7) відсутність якісних сучасних підручників, посібників та інших методичних матеріалів.

2.3. Роль матаналізу в формуванні фахової компетентності науковців у фізичних науках

Сучасне суспільство ставить перед закладом вищої освіти завдання підготовки компетентного фахівця, який має ґрунтовну теоретичну підготовку, вміє творчо мислити та самостійно здобувати і застосовувати здобуті знання на практиці. Отже, основною метою освітнього процесу у закладах вищої освіти є набуття майбутніми фахівцями певної низки компетентностей, які створять базу для успішної професійної діяльності. Результати навчання є відображенням того рівня компетентностей, якого досягла особа у процесі навчання. Вони акумулюють в собі перевірені оцінюванням знання, навички та особисті, соціальні здатності й уміння їх використовувати в робочих чи навчальних ситуаціях і в професійному та особистісному розвитку.

Математичний аналіз грає ключову роль у формуванні фахової компетентності науковців у фізичних науках. Ця галузь математики стає фундаментом для розуміння та опису фізичних явищ та процесів у природі.

Розглянемо, яким чином математичний аналіз важливий для науковців у фізичних науках:

1. **Моделювання фізичних явищ.**

Моделювання фізичних явищ є важливою частиною фізичних наук і використовує математичні методи для створення спрощених представлень фізичних систем та процесів. Це допомагає науковцям легше розуміти та передбачати поведінку природних явищ та вирішувати практичні завдання. Ось декілька ключових аспектів моделювання фізичних явищ:

Математичні моделі. Математичні моделі представляють собою системи математичних рівнів або виразів, які описують фізичні явища. Ці моделі можуть включати диференціальні рівняння, інтегральні рівняння, алгебраїчні вирази, стохастичні процеси тощо.

Уточнення параметрів. Для правильного моделювання фізичних явищ необхідні параметри та умови, які впливають на систему. Це може включати в себе збирання даних, вимірювання властивостей матеріалів, встановлення початкових та граничних умов тощо.

Чисельне моделювання. Багато фізичних систем неможливо аналітично розв'язати, тому для їх моделювання вибирають чисельні методи. Це включає в себе використання комп'ютерів для апроксимації розв'язків математичних моделей.

Експерименти та порівняння з реальністю. Моделі завжди потрібно порівнювати з реальними фізичними явищами та експериментальними даними. Це дозволяє перевірити правильність моделі та її адекватність реальному світу.

Прогнозування та оптимізація. Моделі можуть бути використані для прогнозування майбутніх подій або для пошуку оптимальних рішень у фізичних системах. Наприклад, моделювання погоди для прогнозу погоди або оптимізація траєкторії для авіації.

Розробка нових теорій та гіпотез. Моделювання може допомогти вам знайти нові закономірності та зв'язки у фізичних системах, що можна призвести до розробки нових теорій та гіпотез.

Моделювання фізичних явищ є інструментом для вивчення та розвитку фізичних наук. Воно дозволяє науковцям легше розуміти та передбачати складні процеси, що відбуваються в природі, і використовувати ці знання для розв'язання різних практичних завдань.

2. Розв'язування диференціальних рівнянь.

Розв'язування диференціальних рівнів є важливою складовою фізичних наук та інших галузей наук. Диференціальні рівні не дозволяють описати залежність фізичних величин від часу, місця та інших факторів. Вони використовують для моделювання та аналізу різних фізичних процесів і систем. Ось кілька ключових аспектів розв'язування диференціальних рівнянь:

Типи диференціальних рівняння. Диференціальні рівняння можуть бути різних типів, таких як звичайні диференціальні рівняння (ODEs) або часткові диференціальні рівняння в частинних похідних (PDEs). ODE описують залежність однієї змінної від іншої, у той час як PDE описують функції залежні від кількох змінних.

Розв'язання ODEs. Для звичайних диференціальних рівнянь, є загальні методи розв'язування, такий як відокремлення змінних, розкладання в ряд, методи інтегрувань, Ейлера, Рунге-Кутта та інші чисельні методи.

Розв'язання PDEs. Для диференціальних рівнянь в частинних похідних методи розв'язання можуть бути більш складними. Вони включають в себе методи розділення змінних, методи прямих та обернених перетворень Фур'є, методи скінченних різниць, методи скінченних елементів тощо.

Початкові та граничні умови. Для успішного розв'язання диференціальних рівнянь часто потрібно встановити початкові умови (для ODEs) або граничні умови (для PDEs). Ці умови початкоихі значень функцій та їх поведінки на границі області.

Чисельне моделювання. Для багатьох складних диференціальних рівнянь не існує аналітичних розв'язків, тому вони розв'язуються чисельно. Це включає в себе використання комп'ютерів для апроксимації розв'язків і системи вивчення поведінки.

Застосування у фізиці. Диференціальні рівняння використовують для опису фізичних явищ, таких як рух тіл, теплопередача, електродинаміка, квантова механіка тощо. Вони допомагають науковцям аналізувати та передбачати поведінку фізичних систем.

Розв'язування диференціальних рівнянь є потужним інструментом для аналізу та розуміння фізичних процесів. Воно допомагає вирішувати складні завдання у фізичних науках та робити прогнози щодо розвитку системи та явищ у природі.

3. Аналіз функцій та графіків.

Аналіз функцій та графіків є важливою складовою математичного аналізу і виконує провідну роль у різних галузях науки, включаючи фізику, інженерію, економіку та інші. Аналіз функцій та графіків роботи допомагає розуміти та вивчати властивості функцій, їх зміну та взаємозв'язки. Ось декілька ключових аспектів аналізу функцій та графіків:

Змінні та функції. Аналіз функцій включає в себе вивчення функцій, які відображають залежність однієї змінної від іншої. Функції можуть бути елементарними, такими як лінійні або квадратичні, або складними, такими як тригонометричні чи експоненціальні.

Графічне задання функції. Представлення функцій у вигляді графіків дозволяє візуалізувати їхню поведінку та властивості. Графіки можуть показувати, як змінилися функції залежно від змін вхідних значень.

Знаходження нулів і максимумів. Аналіз графіків дозволяє знаходити нульові функції (точки, де функція дорівнює нулю) та точки максимуму та мінімуму функцій.

Похідні та інтеграли. Аналіз функцій включає в себе вивчення похідних та інтегралів від функцій, що дозволяє розглядати їхню швидкість зміни та площі під кривою, відповідно. Це важливо для розв'язання завдань з фізики та інших галузей.

Асимптоти та границі. Аналіз функцій дозволяє встановити асимптоти, тобто прямі або криві, які наближаються до графіка функції на нескінченності. Також досліджуються границі функцій.

Застосування в науці та інженерії. Аналіз функцій та графіків використовується для моделювання фізичних явищ, систем проектування та розв'язання складних завдань у науці та інженерії.

Аналіз функцій та графіків є інструментом для розв'язання різноманітних завдань та розуміння властивостей функцій, дозволяє вивчати та прогнозувати відносини процеси у різних наукових та практичних аспектах.

4. **Інтеграл та теорія ймовірностей**.

Інтегральне числення важливе для визначення площі під графіками функцій та визначення центру маси систем.

Визначення інтегралу. Інтеграл - це математична операція, яка вводиться для обчислення площі під кривою функції на певному інтервалі або для обчислення суми невеликих змінних у незкінченно малих відрізках.

Види інтегралів. Існують два основних види інтегралів - визначений інтеграл, який обчислює площу під кривою на конкретному відрізку, і невизначений інтеграл, який задає первісну функцію.

Застосування інтегралів. Інтеграли мають різне застосування, включаючи обчислення площі, об'ємів, визначення центру маси, обчислення роботи, визначення загальних функцій розподілу в теорії ймовірностей, розв'язання диференціальних рівнянь, а також у фізиці, інженерії, економіці та інших галузях.

Застосування теорії ймовірностей. Теорія ймовірностей використовується для моделювання та прогнозування випадкових явищ, включаючи теорію ігр, статистику, фінанси, теорію вибору, теорію надійності, телекомунікації, теорію інформації, медицину та багато інших галузей.

Загалом, інтеграли та теорія ймовірностей є основними математичними концепціями, які знаходять застосування в різних наукових та практичних застосуваннях і грають важливу роль в аналізі та моделюванні складних систем і явищ.

2.4. Порівняння різних методів викладання матаналізу та їх ефективність

Сьогодні найбільш популярними інноваційними методами навчання, які дозволяють використовувати нові технології викладання є: контекстне навчання, імітаційне навчання, проблемне навчання, модульне повне засвоєння знань, дистанційне навчання.

Розглянемо вище наведені методи більш детально.

1. Контекстне навчання. Ґрунтується на інтеграції різних видів діяльності студентів: навчальної, наукової, практичної.

2. Імітаційне навчання. Його основою є імітаційно-ігрове моделювання в умовах навчання процесів, що відбуваються в реальній системі.

3. Проблемне навчання. Здійснюється на основі ініціювання самостійного пошуку студентом знань через проблематизацію (викладачем) навчального матеріалу.

4. Модульне навчання. Становить різновид програмованого навчання, сутність якого полягає в тому, що зміст навчального матеріалу жорстко структурується з метою його максимально повного засвоєння, супроводжуючись обов'язковими блоками вправ і контролю за кожним фрагментом.

5. Повне засвоєння знань. Розробляється на основі ідей Дж. Керролла і Б.С. Блума - про необхідність зробити фіксованими результати навчання, оптимально змінюючи при цьому параметри умов навчання залежно від здібностей учнів.

6. Дистанційне навчання. Різновид (досить самостійний) заочного навчання, з опорою на використання новітніх інформаційно-комунікаційних технологій і засобів.

У *табл.1* представлено порівняльну характеристику інноваційних методів навчання.

Таблиця 1

Порівняльна характеристика інноваційних методів навчання [3]

Інноваційні моделі навчання	*Ключові особливості*	*Характеристика традиційної моделі, що розвивається*
Контекстне навчання	Інтеграція різних видів діяльності студентів: навчальної, наукової, практичної. Створення умов, максимально наближених до реальних	Збільшення частки практичної роботи студента (з акцентом на прикладну)
Імітаційне навчання	Використання ігрових та імітаційних форм навчання	Збільшення частки активних методів навчання (імітації й імітаційні ігри
Проблемне навчання	Ініціювання самостійного пошуку (студентом) знань через проблематизацію (викладачем) навчального матеріалу	Зміна характеру навчального завдання і навчальної праці (з репродуктивного на продуктивний, творчий)
Модульне навчання	Зміст навчального матеріалу жорстко структурується з метою його максимально повного засвоєння, супроводжуючись	Специфічна організація навчального матеріалу в найбільш стислому і зрозумілому для студента

	обов'язковими блоками вправ і контролю за кожним фрагментом	вигляді
Повне засвоєння знань	Розроблення варіантів досягнення навчальних результатів (на основі зміни параметрів умов навчання) для учнів з різними здібностями	Увага на фіксації результатів навчання
Дистанційне навчання	Широкий доступ до освітніх ресурсів, гранично опосередкована роль викладача та самостійна й автономна роль студента	Використання новітніх інформаційно-комунікаційних засобів і технологій

Аналіз характеристик інноваційних методів навчання показав, що вище наведені методи можуть бути ефективно використані у навчальному процесі кожний окремо, але на нашу думку більш ефективний результат можливо отримати від комплексного та системного використання деяких методів, наприклад, модульне навчання можна поєднати з проблемним навчанням.

Отже, враховуючи сучасне активне використання інноваційних методів навчання, інноваційний шлях розвитку та використання інноваційних технологій викладання у вітчизняних закладах вищої освіти є запорукою їх конкурентоспроможності серед великої кількості, як у вітчизняних закладах вищої освіти так і закордонних.

2.5. Власні дослідження практичного досвіду викладачів та студентів у питанні вивчення матаналізу на фізичних спеціальностях.

Аналіз практичного досвіду викладачів та студентів у викладенні математичного аналізу на фізичних спеціальностях виявився цікавим і корисним для покращення навчального процесу. Розглянемо деякі основні аспекти цього аналізу:

Актуальність матеріалу при вивченні математичного аналізу на фізичних спеціальностях є ключовою для ефективного навчання та застосування отриманих знань у практиці. Важливо, щоб математичний аналіз не був відокремлений від фізичних концепцій, а, навпаки, інтегрувався в контекст фізичних задач. Деякі аспекти актуальності матеріалу включають:

Приклади з фізики. Викладачі повинні надавати приклади та завдання, які відображають реальні фізичні ситуації. Це дозволяє студентам бачити, як математичні концепції використовують для моделювання та розв'язання реальних проблем.

Застосування до фізичних теорій. Математичний аналіз повинен бути представлений як інструмент для формалізації та обгрунтувати різних фізичних теорій. Важливо, щоб студенти розуміли, що математика є основою та сприяє розвитку фізичних концепцій.

Реальні задачі. Викладачі можуть використовувати реальні фізичні задачі для застосування математичних методів. Це може включати розрахунки траєкторій тіл, розв'язання диференціальних рівнянь для опису фізичних процесів тощо.

Використання сучасних технологій. Залучення сучасних технологій, таких як комп'ютерні програми для обчислення, може допомогти студентам побачити конкретні застосування математичного аналізу у фізиці.

Підготовка до подальших курсів. Математичний аналіз на фізичних спеціальностях повинен бути орієнтованим на підготовку студентів до подальших фізичних та математичних курсів. Це може включати в себе вивчення конкретних математичних інструментів, які широко застосовуються у фізиці.

Актуальність матеріалу полягає в тому, щоб забезпечити студентам підґрунтя для розуміння та використання математичних інструментів у майбутній професійній діяльності за фізичними спеціальностями.

Методи викладання математичного аналізу на фізичних спеціальностях можуть варіюватись залежно від потреб студентів, характеру матеріалу та педагогічних підходів викладачів. Ось деякі ефективні методи викладання:

Практичне застосування. Використовуються реальні фізичні приклади і завдання, де студенти можуть використовувати математичний аналіз для моделювання та розв'язання конкретних задач. Це може покращити їх розуміння і показати, як математика працює на практиці.

Групова робота. Студенти залучаються до групової роботи, де вони можуть обговорювати концепції, обмінюватися ідеями та спільно розв'язувати завдання. Групова робота сприяє взаєморозумінню та співпраці.

Інтерактивні методи. Використовуються інтерактивних методів, таких як віртуальні лекції, відеоуроки або онлайн-інтерактивні завдання. Це може зробити навчання більш захоплюючим та динамічним.

Практичні демонстрації. Проводяться практичних демонстрацій або лабораторних робіт, де студенти можуть визуально спостерігати за математичними концепціями, що застосовуються до фізичних явищ.

Застосування комп'ютерних технологій. Використовуються комп’ютерні програми для обчислення та моделювання, щоб студенти могли бачити конкретні чисельні результати та впливати на різні параметри розв’язку.

Постійний зворотний зв'язок. Забезпечечується постійний зворотний зв'язок студентів через оцінювання, консультації та обговорення різних аспектів навчання. Це виявляє слабкі сторони у процесі навчання та покращує розуміння студентів.

Індивідуалізація навчання. Пристосовується методика викладання до індивідуальних потреб та темпів навчання студентів, зокрема, надається додаткова підтримка тим, хто має труднощі з розумінням матеріалу.

Ці методи можна комбінувати для створення різноманітного та ефективного навчального середовища, яке успішно сприяє вивченню математичного аналізу на фізичних спеціальностях.

Рівень абстракції. Важливо досягати, значний рівень абстракції для студентів фізичних спеціальностей. Математичний аналіз може бути високо абстрактним, і важливо забезпечити студентам зрозумілі концепції та їх реальне застосування.

Питання про рівень абстракції в навчанні математичному аналізу на фізичних спеціальностях є ключовим, оскільки представлені математичні концепції є теоретичними та досить абстрактними. Для цього мають використовуватися:

Конкретні приклади. Застосування конкретних прикладів та завдань, пов'язаних із фізикою, може допомогти студентам зрозуміти абстрактні математичні концепції. Важливо підкреслювати практичні аспекти та реальне застосування математики.

Графічне представлення. Використання графіків, діаграм та візуальних зображень для розвантаження абстрактних зображень може полегшити їх розуміння студентами, особливо якщо ці видимі засоби пов’язані з фізичними об’єктами чи явищами.

Контекст фізичних завдань. Забезпечення матеріалу в контексті фізичних завдань та ситуацій може робити абстрактні концепції більш конкретними та доступними для студентів.

Змінення абстракції для початківців. На початковому етапі можна ефективно починати з менш абстрактних понять і поступово переходити до більш складних. Це дозволяє студентам маючи фізичний фундамент, легше засвоювати більш абстрактні ідеї.

Практичні дослідження. Залучення студентів до власних досліджень чи проектів, де вони можуть створити та розробити абстрактні концепції в конкретних фізичних випадках.

Використання конкретних завдань. Застосування конкретних задач та використання математичних методів для їх розв'язання може показати студентам, як абстрактні ідеї стосуються конкретних реальних задач.

Врахування рівня абстракції викладачем допомагає створювати навчальні програми, які відповідають потребам різних рівнів студентської підготовки та забезпечують максимальне розуміння математичних концепцій фізичних спеціальностей.

Залучення студентів: може допомогти створити стимулююче навчальне середовище, де студенти відчувають зацікавленість у вивченні математичного аналізу, після чого це може позитивно вплинути на їхнє розуміння матеріалу та обізнаність у предметі.

Засоби навчання: можуть значно підвищити якість вивчення математичного аналізу на фізичних спеціальностях та зробити процес більш ефективним і зацікавлюючим. Найефективніше використовувати:

Підручники та навчальні посібники. Використання зрозумілих та компетентних підручників, які дають чіткі пояснення математичних концепцій та їх розробки у фізиці.

Лекції та презентації. Проведення цікавих та інтерактивних лекцій, де викладач може пояснити складні концепції та надати практичні приклади, використовуючи презентаційні засоби для візуалізації матеріалу.

Відеоуроки. Використання відеоуроків для роз'яснення складних питань та покращення розуміння концепції. Це також може бути корисним для самостійного вивчення.

Комп'ютерні програми та Середовища для обчислень. Застосування програм, які не дозволяють студентам використовувати математичний аналіз для моделювання фізичних процесів. Наприклад, використання MATLAB, Mathematica або Python з бібліотеками для чисельних обчислень.

Віртуальні лабораторії. Надають можливість студентам експериментувати з математичними концепціями у віртуальному середовищі, що дозволяє безпечно та ефективно розвивати певні явища.

Онлайн-ресурси. Вони можуть бути корисними для додаткового читання, відеоуроків та вправ. Можливо, використання електронної платформи для обміну досвідом між студентами.

Візуальні матеріали. Використовувати схеми, графіки, діаграми та інші візуальні матеріали для заміни абстрактних концепцій та полегшення їх створення.

Інтерактивні завдання. Створення інтерактивних завдань та тестів, які дозволяють студентам самостійно перевірити свій рівень засвоєння матеріалу та вирішувати завдання.

Комбінація цих засобів може створити різноманітне та ефективне середовище для вивчення математичного аналізу фізичних спеціальностях.

Зворотний зв'язок: є важливою складовою навчального процессу. Як викладачам, так і студентам важливо взаємодіяти та обмінюватися враженнями та відгуками для покращення навчального процесу. Здійснювати зворотній зв'язок можна використовуючи:

Регулярні оцінки та коментарі, що забезпечують студентам розуміння їх прогресу та дозволяють їм виправити помилки.

Обговорення на заняттях, яке сприяє обміну думками та подоланню труднощів, які можуть виникнути у студентів.

Задачі та проєкти з реальними завданнями, де викладачі надають зворотний зв'язок щодо їхньої продуктивності та того, як студенти можуть покращити свої роботи.

Анонімні опитування та оцінювання нададуть студентам можливість висловити свою думку та обурення без страху критики.

Взаємодія викладача та студента через зворотний зв’язок є важливою частиною ефективного навчання та може сприяти ідеальному навчальному процесу.

Важливим методичним аспектом впровадження методів матаналізу є доведення до відома студентів і демонстрація того, що використання вищевказаних методів є універсальним засобом розв’язування задач, який може використовуватись незалежно від тематики розділу фізики, до якого належить задача. При цьому, такий метод ні в якому разі не спростовує інші відомі способи розв'язання задачі. Найбільш переконливо може виглядати ідентичність результатів рішення задачі методами елементарної математики та методом матаналізу.

До основних типів задач, до розв’язання яких застосовуються методи матаналізу, є задачі двох типів: задачі на визначення максимального або мінімального значення фізичної величини через пошук похідної та екстремуму функції (диференціальні), та задачі на визначення фізичної величини шляхом застосування фізичних законів до безкінечно малих величин із подальшим інтегруванням отриманого виразу (інтегральні).

ВИСНОВКИ

У сучасній освіті якість знань дисциплін природничого напрямку залежить від навичок та уміння учнів аналітично відобразити природні процеси, застосувати методи математичного та векторного аналізу до розв'язування задач. Елементи диференціального та інтегрального обчислення були історично затребувані та започатковані ще за часів Галілея та Ньютона. З того часу безліч фізичних величин були визначені за фізичним змістом як похідні за часом від інших фізичних величин: сила струму – від заряду, прискорення – від швидкості, ЕРС змінного струму – від магнітного потоку, та інше. Тому саме для високого рівня якості знань фізики студентам необхідно вільно володіти методами математичного аналізу.

Елементи математичного аналізу у середній школі учні починають вивчати на уроках математики у 11 класі. В рамках шкільної програми з фізики не відведено достатнього часу на отримання учнями стійких навичок щодо їх практичного використання. Тому найбільші методичні проблеми абітурієнтів, що обирають фізичні спеціальності, виникають під час «перехідного періоду» від шкільної системи викладання предметів до рівня та системи викладання фізичних наук у вищому навчальному закладі. Інколи, за термінами, такий період розтягується на семестр або цілий навчальний рік, у результаті чого виникає додаткове психологічне навантаження на студента – початківця. Такий стан речей особливо негативно позначається на якості отриманих студентами знань із фізичних та математичних дисциплін, де застосовується диференціальне та інтегральне обчислення.

Якість фізичної освіти – актуальніше питання сьогодення, основа виховання спеціалістів із сучасною освітою. Мірою якості знань є практичне уміння та стійкі навички студентів щодо оволодіння методикою розв'язування фізичних задач. Методи математичного аналізу – найбільш універсальні і творчі методи. Для оволодіння ними учням і студентам потрібен тривалий час. Тому основи інтегрального та диференціального методів повинні впроваджуватись у програмі фізичної освіти. Ефективність такого впровадження із використанням системи критеріїв ефективності застосування методики – значення критеріїв зростають у середньому у півтора рази. Впродовж досліджень відокремлені основні методичні аспекти, що впливають на ефективність впровадження. А саме, студентам треба на прикладах довести, що методи мають універсальний характер, винятковість у окремих типах завдань, схематичну тривіальність застосування, спорідненість із методами елементарної фізики та математики, базуються на використанні фізичних законів та визначень, являються якісно новою сходинкою у загальному умінні розв’язування фізичних задач. Результатом впровадження методів матаналізу у курсі фізики, стане якісний рівень підготовки студентів, що обирають фізичні спеціальності в закладах вищої освіти, спрощення процесу прийняття рішення про власний шлях подальшої освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бистрова Ю.В. Інноваційні методи навчання у вищій школі України / Ю.В. Бистрова // Право та інноваційне суспільство. – 2015. - №1 (4). – С. 27-33.

2. Берестова А. Інноваційні технології та методи навчання у професійній освіті [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://nadoest.com/innovacijni-tehnologiyi-ta-metodi-navchannya-u-profesijnij-osv.

3. Давидов М.О. Курс математичного аналізу: підручник для студентів фіз.-мат. факультетів педагогічних інститутів. Ч.1. Функції однієї змінної / М.О. Давидов. – К.: Вища школа, 1990. – 383 с.

4. Загородний В.В. Загальна фізика. Механіка./ В.В. Загородний. – К.:НТУУ «КПУ», 2016. – 363 с.

5. Засєкіна Т. М. Фізика (профільний рівень, за навчальною программою авторського коллективу під керівництвом Локтєва В. М.): підручник для 11 кл. закладів середньої освіти/ Т. М., Д. О. Засєкін. – К.: УОВЦ «Оріон», 2019. – 304 с.

6. Істер О. С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підручник для 11 кл. закладів середньої освіти/ Олександр Істер. – Київ: Генеза, 2019. – 304 с.

7. Методика викладання фізики: Навчальні експерименти/ Уклад. Н.В.Пастернак, О.І.Конопельник, О.В.Радковська. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка,2007.–106с.

8. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Для втузов, том 2 / Н.С. Пискунов. – М.: Наука, 1972. – 560 с.

9. Савельев И.В. Курс общей физики. Том 1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1989. – 352 с.

10. Соколенко Л. О. Методика навчання курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту): Методичні рекомендації до навчання змістових модулів №6-9 навчальної дисципліни «Методика навчання

математики» для студентів спеціальності 014 Середня освіта (математика). Чернігів : НУЧК імені Т. Г. Шевченка, 2020. 132 с.

11. Шестопалюк О.В. Інноваційні моделі навчання в діяльності вищих навчальних закладів / О.В. Шестопалюк // Теорія і практика управління соціальними системами. – 2013. - №3. – С. 118-124.

12. https://naukam.triada.in.ua/index.php/konferentsiji/42

13. https://fi.npu.edu.ua/files/Zbirnik_KOSN/6/13.pdf

14. https://repository.sspu.edu.ua/bitstream/123456789/9192/1/Monografia_kaf_Phyzic.pdf

15. https://core.ac.uk/download/pdf/228638135.pdf