Міністерство освіти і науки України
Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Дипломна робота
магістра

з теми: **«МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ФУНКЦІЇ, МНОГОЧЛЕНИ, РІВНЯННЯ ТА НЕРІВНОСТІ» В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 10 КЛАСУ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ»**

Виконала: студентка 2 курсу ступеня вищої освіти магістр, групи М1-М22 спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Рудько Аліна Михайлівна

Керівник: **Теплінський Ю.В.**, доктор фізико-математичних наук, професор

Рецензент: **Моцик Р.В.**, кандидат педагогічних наук, доцент

Кам’янець-Подільський – 2023

ЗМІСТ

ВСТУП

XXI ст. – це час переходу до високотехнологічного інформаційного суспільства, у якому якість людського потенціалу, рівень освіченості і культури всього населення набувають вирішального значення для економічного і соціального поступу країни. Інтеграція і глобалізація соціальних, економічних і культурних процесів, які відбуваються у світі, перспективи розвитку української держави на найближчі два десятиліття вимагають глибокого оновлення системи освіти.

Актуальність теми дослідження полягає в тому, що старші класи перейшли на нові програми і підручники, а методика вивчення є застаріла. Тема «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» є однією з основних в шкільній програмі з математики в школі. Функції, многочлени, рівняння і нерівності є також одними з важливих змістовних ліній шкільного курсу математики, осмислення ролі яких у реалізації сучасних підходів до навчання є актуальним методичним завданням. Функціональна лінія акумулює всі знання і прийоми діяльності з інших змістових ліній, має велике значення для забезпечення математичної компетентності – здатності розв'язувати прикладні задачі, задачі з «життя», адже функції слугують математичними моделями різноманітних закономірностей і явищ природи.

У процесі вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» учні повторюють, систематизують, розширюють і поглиблюють знання про функції, многочлени, рівняння і нерівності; розвивають вміння читати і будувати графіки функцій, досліджувати функції елементарними методами, застосовувати функції до моделювання реальних процесів; навчаються розв'язувати нерівності методом інтервалів. Ця тема повинна сприяти кристалізації функціонального типу мислення школярів.

У новій програмі з математики [24] зроблено суттєвий крок на шляху до посилення функціональної змістової лінії: на вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» за новою програмою профільного рівня виділяється 60 годин, навчання в 10 класах здійснюється за новими підручниками [17], [21].

Методика вивчення теми дослідження має відповідати вимогам нової програми, а повнота реалізації вивчення теми можлива за умови усвідомлення особливостей функціонального мислення, характерних для нього дій і прийомів діяльності. Також необхідне системне дидактичне проектування теми, яке передбачає діагностичне проектування цілей навчання, розробку змісту навчання, спрямованість методичних шляхів навчання математики на широке використання функцій, рівнянь та нерівностей.

Дослідженням цієї проблеми займалися М.І. Лобачевський, М.І. Бурда, А.Г. Мерзляк, Є.П. Нелін, М.Г. Попруженко, Ю.Н. Макаричев, Л.В. Єршов, Н.Я. Віленкін, Г.П. Бевз, В.Г. Бевз та ін.

Однак, в зв’язку з переходом старших класів на нові програми і підручники з математики виникає потреба розробити методику вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності», яка б відповідала цим новим програмам і підручникам.

Все це зумовило вибір теми нашого дослідження.

Об’єктом дослідження є процес навчання математики.

Предметом дослідження є методика вивчення функцій, многочленів, рівнянь та нерівностей в курсі алгебри 10 класу на профільному рівні змісту освіти.

Мета дослідження полягає в тому, щоб розробити методику вивчення функцій, многочленів, рівнянь та нерівностей в 10 класі на профільному рівні змісту освіти, яка дасть можливість учням краще засвоїти курс алгебри і початків аналізу середньої школи, розвинути математичне мислення, увагу, пам'ять в учнів.

Гіпотеза: впровадження такої методики, яка ґрунтується на сучасній концепції рівневого навчання за 12-бальною шкалою, забезпечить процес засвоєння учнями навчального матеріалу з теми «Функції, многочлени, рівняння та нерівності», сприятиме розвитку в них стійкого інтересу до успішного вивчення матеріалу.

Для досягнення мети пропонується розв'язати такі *завдання:*

– розкрити дидактичну суть профільного рівня змісту освіти;

– з'ясувати, які підручники задовольняють умови викладу матеріалу;

– розробити методику вивчення функцій, многочленів, рівнянь та нерівностей;

– експериментально перевірити ефективність розробленої методики.

Для розв'язання поставлених завдань і перевірки гіпотези планується використати комплекс теоретичних та експериментальних *методів:* аналіз методичної літератури, підручників з математики, проведення тематичного контролю, практична діяльність по організації і проведенню навчального процесу на уроках математики, педагогічний експеримент, опрацювання його результатів з використанням методів математичної статистики.

Практичне значення дослідження полягає в тому, що розроблена методика допоможе вчителям при вивченні теми «Функції, многочлени, рівняння та нерівності» в підборі та складанні відповідних завдань до кожного уроку з даних тем, підвищить ефективність та цілеспрямованість навчання.

РОЗДІЛ І. АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРИ ПО ТЕМІ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Дидактична суть профільного рівня змісту освіти

Мета навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів полягає у забезпеченні загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації і достатньої для успішного вивчення фізики та інших, в першу чергу природничих, предметів, продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями, безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів [24].

Змістове наповнення програми реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей і ставлення, яка дає змогу обґрунтовано судити про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в різних сферах. Передбачається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

• розпізнає проблеми, які можна розв'язати математичними методами, формулює їх математичною мовою, досліджує та розв'язує ці проблеми, використовуючи математичні знання та методи, інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов і цілей дослідження, оцінює похибку обчислень, застосовує математичні моделі при вивченні фізики та інших навчальних предметів (інформатики, астрономії, хімії, біології);

• логічно мислить (аналізує, порівнює, узагальнює і систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить контрприклади, висуває та перевіряє гіпотези); володіє алгоритмами та евристиками;

• користується джерелами математичної інформації, може самостійно її відшукати, проаналізувати та передати інформацію, подану в різних формах (графічній, табличній, знаково-символьній);

• виконує математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, наближені обчислення тощо), раціонально поєднуючи усні, письмові, інструментальні обчислення;

• виконує тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів при розв'язуванні різних задач (рівнянь, нерівностей, їх систем, геометричних задач із застосуванням тригонометрії);

• аналізує графіки функціональних залежностей, досліджує їхні властивості; використовує властивості елементарних функцій для аналізу та опису реальних явищ, фізичних процесів, залежностей;

• володіє методами математичного аналізу в обсязі, що дозволяє досліджувати властивості елементарних функцій, будувати їх графіки і розв'язувати нескладні прикладні задачі фізичного змісту;

• обчислює ймовірності випадкових подій, оцінює шанси їх настання, вибирає оптимальні рішення;

• зображує геометричні фігури, встановлює і обґрунтовує їхні властивості; застосовує властивості фігур при розв'язуванні задач; вимірює геометричні величини, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходить кількісні характеристики фігур (площі, об'єми) [24].

Навчання математики за математичним, фізичним та фізико-математичним профілями передбачає поглиблену, порівняно з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в органічному поєднанні з вивченням усіх природничих предметів, міжпредметну інтеграцію на основі застосування математичних методів (зокрема, методу математичного моделювання). При цьому математична та природничо-наукова підготовка в профільних математичних, фізичних і фізико-математичних класах має бути орієнтована як на обов'язкове засвоєння учнями конкретних знань, так і на формування вмінь моделювання реальних процесів.

Навчання в профільних фізико-математичних та математичних класах передбачає істотне збільшення частки самостійної пізнавальної та практичної діяльності учнів. При цьому основна функція вчителя полягатиме у педагогічному супроводі кожного учня в його пізнавальній діяльності, корекції його навчальних досягнень, допомозі школярам в актуалізації необхідних знань, отриманих ними раніше.

Навчання математики в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів має враховувати мету і завдання вивчення курсу, особливості його змісту і структури.

Вивчаючи математику в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів, старшокласники мають усвідомити, що процес її застосування до розв'язування будь-яких прикладних задач розподіляється на три етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної у задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї – до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задачі у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язку задачі та його застосування до вихідної ситуації [26].

Система завдань для класів математичного та фізико-математичного профілів має містити тренувальні вправи, теоретичні (на доведення та дослідження) і прикладні завдання різного ступеня складності.

Основною формою проведення занять залишається система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь розв'язувати задачі, узагальнення та систематизації знань, контролю та корекції знань. Поряд із цим ширше, ніж при вивченні курсу математики на академічному рівні, використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, а також нетрадиційні форми навчання (динамічні слайд-лекції, дидактичні ігри, уроки «однієї задачі», «однієї ідеї», математичні «бої», інтегровані уроки математики і фізики, поєднання вивчення алгебри і початків аналізу з обробкою (у тому числі комп'ютерною) даних, одержаних під час проведення лабораторних і практичних робіт на уроках фізики, астрономії, хімії, біології тощо. Можливі й різні форми індивідуальної або групової діяльності учнів, такі, наприклад, як звітні доповіді за результатами «пошукової» роботи на сторінках книг, журналів, сайтів в Інтернеті, «Допишемо підручник» тощо.

Сформульовані у програмі навчальні досягнення учнів до кожної теми полегшать вчителю планування цілей і завдань уроків, дадуть змогу визначити адекватні технології проведення занять, поточного і тематичного оцінювання. Методичні підходи до навчання добираються відповідно до рівня підготовленості учнів, особливостей їх розумової діяльності, а також реальних умов навчання.

Отже, програма профільного рівня задає дещо ширший зміст і вищі вимоги до засвоєння матеріалу, у порівнянні з академічним рівнем. Крім того, за цією програмою здійснюється вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуванням.

1.2. Аналіз методичної літератури по темі дослідження

Шкільна математика – це не наука, а предмет, основна мета якого – вивчення реальних ситуацій за допомогою математичних моделей. Математика вивчає реальні ситуації, а первинна математична модель – функція, тому функції, як у явній, так і в неявній формі складають стрижень шкільного курсу математики. З погляду досягнень сучасної математики шкільний курс її – це курс елементарний, але його застосування велике.

Одним із основних призначень вивчення функцій у шкільному курсі математики є формування специфічного типу мислення – функціонального. Цей вид мислення дає змогу людині бачити і досліджувати причинно-наслідкові зв'язки, аналізувати процеси і явища, прогнозувати їх поведінку в майбутньому, оптимізувати їхні параметри. Він передбачає сформованість багатьох загально-пізнавальних прийомів діяльності (аналіз, синтез, узагальнення, конкретизація тощо) і разом з цим сприяє їх розвитку. В свою чергу, цілеспрямований розвиток функціонального мислення вдосконалює і збагачує зазначені прийоми пізнавальної діяльності [1, С. 20].

В методичній літературі [3], [27] стали звичними висловлювання про те, що поняття функції повинно бути центральним стержнем, навколо якого повинні групуватися всі інші питання шкільного курсу математики. Не дивлячись на те, що ця теза була висловлена ще в минулому столітті, вона визнана більшістю і повторюється до наших днів. Але втілити її в достатній мірі на практиці навчання, а також в методичних дослідженнях поки що не вдалося.

Основні недоліки традиційної методики навчання алгебри в школі виражаються в тому, що вивчення функціонального матеріалу проводиться ізольовано від інших розділів курсу алгебри. Головним стимулом до вивчення поняття функції є його застосування, показ його місця в більш широкій області знань, ніж та, в якій воно було отримано, зв'язок його з іншими поняттями, які вивчаються і вже вивчені. «Знання, отримані поза чіткою, пов'язаною їх разом структурою, – це такі знання, які, напевно, будуть забутими. Незв'язний ряд фактів дуже недовго затримується в пам'яті».

Однією із головних причин слабкого оволодіння учнями поняттям функції вважають те, що в шкільному курсі мало наводяться прикладів функціональної залежності із інших дисциплін і безпосередньо із практики. Безперечно, наведення прикладів функцій із різних областей знань, із практики є необхідним ланкою в процесі вивчення функціональної залежності. Але не можна погодитися, що цієї умови достатньо для успішного вивчення поняття функції. Досвід показує, що в школярів, яким стали більше наводити прикладів функціональної залежності, підвищився інтерес до вивчення, однак їх знання не значно зросли.

Отже, головною умовою успішного вивчення функцій в шкільному курсі алгебри є широке використання функціональних понять всередині цього курсу, встановлення зв'язку з іншими поняттями курсу алгебри. Оволодіння поняттям функції приведе учнів до успіху у вивченні всього курсу. Однак, для того щоб поняття функції стало діючим засобом шкільного курсу математики в старших класах, обмежуватися тільки графічними представленнями недостатньо. Необхідно, щоб основний аналітичний функціональний апарат можна було використовувати в розв'язанні різних питань математики. На перше місце виступає функціональна символіка. Вона здатна значно розширити можливості використання поняття функції в дії; забезпечує найбільш усвідомлене засвоєння учнями навчального матеріалу.

Перехід до функціональної символіки при вивченні поняття функції в старших класах і формалізація при вивченні властивостей функцій призводить до більш високого ступеня абстракції в порівнянні з тією, що мали учні в попередніх класах. Для того, щоб знання школярів на новому ступені абстракції були міцними і дієвими, необхідне здійснення прямого і оберненого зв'язку між цим ступенем абстракції і попереднім. Іншими словами, для оволодіння загальними поняттями, такими як, наприклад, область визначення функції, області її знакосталості, нулі функції тощо, в формалізованому вигляді (з використанням функціональної символіки) необхідно, щоб ці поняття були засвоєні учнями інтуїтивно, на основі графічних представлень, і щоб між геометричними образами і цими поняттями в аналітичній формі був встановлений прямий зв'язок. З другої сторони, записуючи ту чи іншу властивість функції за допомогою аналітичного апарату, учень завжди повинен бачити відповідну їй геометричну картину. Тобто, в учнів повинні бути вироблені асоціації між геометричними образами і відповідними їм аналітичними фактами .

В цьому полягає одна сторона оволодіння поняттям функції. Друга сторона полягає у використанні властивостей функції всередині курсу (при вивченні інших питань).

Ще однією з основних змістовно-методичних ліній шкільного курсу алгебри і початків аналізу є лінія рівнянь і нерівностей, яка має розгалужену систему внутрішньопредметних зв'язків з іншими лініями курсу. Через це рівняння і нерівності традиційно широко представлені в завданнях державної атестації з математики, в завданнях зовнішнього тестування та в завданнях вступних іспитів до вищих навчальних закладів із математики, хоча результати виконання цих завдань в останні роки суттєво погіршилися. Отже, актуальною на сьогодні є проблема визначення і обґрунтування можливості удосконалення методики вивчення рівнянь та нерівностей у курсі алгебри і початків аналізу.

Питанню навчання учнів розв'язуванню рівнянь і нерівностей і формування відповідних розумових прийомів присвячені роботи З.І. Слепкань, Г.П. Бевза, Є.П. Неліна та ін.

Експеримент показав, що всі учні, з якими вивчення функцій, многочленів, рівнянь і нерівностей проводилося у відповідності з вищевикладеними принципами, легко розв'язували задачі, при цьому їх розв'язання проводилося різними способами. Таким чином, загальний метод, за допомогою якого учні оволодівають поняттям функції, многочлена, рівняння та нерівності, полягає:

в способі встановлення зв'язку між певним геометричним образом і відповідним йому аналітичним фактом;

в застосуванні поняття функції і її властивостей, многочленів до розв'язання різних видів завдань і при вивченні теорії;

у вмінні обґрунтовувати правильність виконання рівносильних перетворень рівнянь і нерівностей;

у вмінні обґрунтовувати правильність дій при одержанні рівнянь-наслідків (нерівностей-наслідків).

Система вивчення функцій, многочленів, рівнянь і нерівностей, побудована таким чином, в значній мірі сприяє активізації розумової діяльності учнів і відповідає основним дидактичним принципам. Більшість функцій, які вивчаються в шкільній математиці, утворюють класи, які задаються аналітичним способом, завдяки якому схожими будуть особливості графіків та області їх застосування [18, С. 159].

Аналізуючи, зокрема праці З.І. Сліпкань [27], ми прийшли до наступних висновків:

поняття функції доцільно трактувати з теоретико-множинних позицій, адже це дасть можливість більш чіткого визначення багатьох математичних понять;

дослідження властивостей функцій у тій чи іншій формі має супроводжувати вивчення математики протягом усього навчання;

при вивченні функцій слід робити наголос на моделюванні реальних процесів, інтерпретації фізичного процесу як функції від змінної фізичної величини; учні мають асоціювати характер реального процесу з відповідною функцією, її графіком, властивостями, а притаманні явищу властивості пов'язувати із властивостями функцій (спадання, зростання);

поняття функції здатне зв’язати різні розділи курсу алгебри в одне ціле і забезпечити, цим самим, неперервність сприймання та розуміння навчального матеріалу;

головною умовою успішного вивчення функцій в шкільному курсі алгебри є широке використання функціональних понять, встановлення зв’язку з іншими поняттями;

значну увагу слід приділити многочленам, рівнянням і нерівностям, оскільки вони широко представлені в завданнях державної атестації з математики, в завданнях зовнішнього тестування та в завданнях вступних іспитів до вищих навчальних закладів із математики;

відбувається перехід на повне профільне навчання учнів.

1.3. Аналіз викладу даного матеріалу в діючих підручниках

На сьогодні здобуття середньої освіти стало необхідністю для кожного члена суспільства. Відповідно до цього всю методичну систему перебудовано в плані забезпечення глибокої диференціації навчання з урахуванням рівня знань та можливостей всіх груп школярів. Мета рівневої диференціації – забезпечити досягнення кожним учнем базового рівня підготовки (державний стандарт освіти) і створити умови для розвитку учнів, які мають здібності і нахили до математики.

Навчання математики на профільному рівні змісту освіти у 10 класах загальноосвітніх навчальних закладів здійснюється за новими підручниками [17], [20], які створені відповідно до нової програми з математики [24]. Розглянемо ці підручники для проведення аналізу матеріалу по темі дослідження.

Розглянемо підручник [17]. Тема дослідження представлена у другому параграфі, який називається «Функції, многочлени, рівняння і нерівності». Даний параграф складається з 16 пунктів.

В даному підручнику вправи поділяються на такі, що відповідають початковому і середньому; достатньому; високому рівням навчальних досягнень та задачі для математичних гуртків і факультативів.

У пункті 5, який має назву «Повторення та розширення відомостей про функцію», наводиться повторення ряду загальних понять, пов`язаних з функцією, які були розглянуті в попередніх класах, а саме: область визначення і область значень функції, способи задання функцій. Дається означення графіка числової функції, розглядається чотири приклади. В кінці пункту наведено 18 вправ початкового і середнього рівня, 4 вправи достатнього рівня, 5 вправ – високого рівня.

В 6 пункті «Зростання і спадання функції. Найбільше і найменше значення функції» даються означення нуля функції, проміжків знакосталості функції, зростаючої і спадної функцій. Далі наводиться розв’язання двох прикладів на доведення спадання і зростання функції. Після цього формулюються і доводяться три теореми та дається наслідок. Наводиться розв'язання ще двох прикладів. В кінці пункту подано вправи для розв'язування: початкового і середнього рівня – 14, достатнього – 23, високого – 4.

У пункті 7 «Парні і непарні функції» даються означення парної та непарної функції і ілюструються ці поняття на конкретних прикладах. Далі наводиться теореми: «Вісь ординат є віссю симетрії графіка парної функції», «Початок координат є центром симетрії графіка непарної функції». Перша теорема доводиться, а другу – пропонується учням довести самостійно. Наведено вправи: 5 – початкового та середнього, 11 – достатнього, 11 – високого рівня.

Наступний 8 пункт присвячений побудові графіків функцій за допомогою геометричних перетворень. У ньому повторюють відомі перетворення графіків функцій, тобто як за допомогою графіка функції $y = f(x)$ будувати графіки функцій $y = f(x) + b, y = f(x + a), y = kf(x)$ та наводять правила, які дозволяють виконати такі побудови. Також згадують означення розтягу і стиску функцій. Далі знайомлять з новими перетвореннями, такими як побудова графіків функцій $y = f(kx), y = f(-x)$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$. Наведено два приклади побудови графіків функцій та вправи: початкового і середнього рівня – 9, достатнього – 18.

Пункт 9 «Як побудувати графіки функцій $y = f(|\mathrm{x}|)$ і $y = |f(\mathrm{x})|$, якщо відомо графік функції $\mathrm{y} = f(\mathrm{x})$» містить схеми побудов даних графіків функцій та два приклади. В кінці пункту наведені вправи: 5 – початкового і середнього рівня, 2 – достатнього, 15 – високого.

У пункті 10 «Обернена функція» спочатку розглядаються рисунки, на яких зображено графіки двох функцій. На прикладі цих графіків дається означення оборотної функції. Наводиться приклади оборотних та необоротних функцій. Формулюється та доводиться теорема «Якщо функція є зростаючою (спадною), то вона є оборотною». Розглянувши конкретний приклад, дається означення взаємно обернених функцій. Наводиться приклад із розв'язанням. Далі наводяться дві теореми «Графіки взаємно обернених функцій симетричні відносно прямої $y = x$», «Якщо функція f є зростаючою (спадною), то обернена функція g є також зростаючою (спадною)» та їх доведення. Після цього даються вправи: початковий та середній рівень – 3, достатній – 12, високий – 3, та 2 вправи для математичних гуртків і факультативів. В кінці пункту наводиться довідковий матеріал про Львівську математичну школу.

У пункті 11 «Рівносильні рівняння. Рівняння-наслідок. Рівносильні нерівності» подаються означення області визначення рівняння $f(x) = g(x)$, рівносильних рівнянь, наводиться конкретний приклад. Формулюються три теореми про перетворення рівнянь на рівносильні, перша з них доводиться. Дається означення рівняння-наслідку, рівносильних нерівностей, нерівності-наслідку та до кожного означення наводяться кілька конкретних прикладів. Далі знайомлять з перетвореннями, за допомогою яких можна замінити нерівність на рівносильну. Наводяться вправи: початковий та середній рівень – 10, достатній – 3.

Пункт 12 «Метод інтервалів» спрямований на нарощування арсеналу прийомів, які використовуються для розв`язування задач. У даному пункті вводиться поняття про неперервну функцію, формулюється теорема «Якщо функція f неперервна і не має нулів на деякому проміжку, то вона на цьому проміжку зберігає постійний знак», описується метод інтервалів для розв'язування нерівностей, а також дається теорема «Функція $y = \frac{f(x)}{g(x)}$, де *f(x)* і *g(x)* – многочлени, неперервна на *D(y)*» і говориться, що доводитись вона буде в 11 класі. Наводяться шість прикладів та вправи: початковий та середній рівень – 8, достатній – 6, високий – 6.

У пункті 13 «Рівняння і нерівності з параметрами» дається означення рівняння з параметром, пояснюється, що означає розв'язати рівняння з параметром та ілюструється це на 7 конкретних прикладах. Для розв'язування подано вправи: 6 – достатнього рівня, 16 – високого.

Пункт 14 «Рівняння і нерівності, які містять знак модуля» містить означення модуля, властивості модуля, які випливають з означення, 4 теореми та 8 розв'язаних вправ. Подані вправи для розв'язування: 11 – початкового і середнього рівня, 10 – достатнього, 8 – високого.

У пункті 15 «Рівняння з двома змінними та його графік» дається поняття рівняння з двома змінними та його графіка, та наводяться правила перетворення графіків рівнянь, аналогічні до перетворення графіків функцій. Наводиться 4 розв'язаних приклади. Після цього подаються вправи: 10 – достатнього рівня, 8 – високого.

Наступний 16 пункт «Нерівності з двома змінними» містить означення: розв'язку нерівності з двома змінними, графіка нерівності з двома змінними, лінійної нерівності з двома змінними. Тут розглядається 4 приклади побудови графіків нелінійних нерівностей. Наводяться вправи: 11 – початкового і середнього рівня, 2 – достатнього, 2 – високого.

У пункті 17 «Системи нерівностей з двома змінними» вводиться поняття розв'язку системи нерівностей з двома змінними, графіка системи нерівностей та розглядається конкретний приклад. Для розв'язування подано вправи: 2 – початкового і середнього рівня, 3 – достатнього, 6 – високого.

Пункт 18 «Ділення многочленів. Корені многочлена. Теорема Безу» містить означення: подільності націло многочленів, кореня многочлена. Тут формулюються теорема Безу та необхідна й достатня умови існування кореня многочлена та три наслідки. Розглянуто 4 конкретних приклади. Після цього подано вправи: початкового і середнього рівня – 8, достатнього – 8, високого – 4, для математичних гуртків і факультативів – 1.

У пункті 19 «Алгебраїчні рівняння» міститься означення алгебраїчного рівняння та теорема про цілий корінь алгебраїчного рівняння (з доведенням). Розглянуто конкретний приклад та наведено вправи: 2 – достатнього рівня та 2 – високого.

У пункті 20 «Метод математичної індукції» вводиться поняття індуктивних міркувань, описується метод математичної індукції та формулюється правило, що дозволяє довести правильність твердження для будь-якого натурального значення *n*. Розглядається чотири приклади на використання методу математичної індукції. Наводяться вправи: 2 – початкового і середнього рівня, 2 – достатнього, 10 – високого.

Даний підручник відрізняє велика кількість прикладів, спрямованих на підвищення ефективності його використання, індивідуального підходу до учнів, підвищення інтересу до предмету. Рівень доступності дидактичного матеріалу визначаться високим відсотковим вмістом у ньому простих і середніх за складністю задач. Велике розмаїття завдань, різних за ступенем складності, дає змогу обирати дидактичний матеріал відповідно до можливостей класу і окремих учнів, створюючи при цьому позитивну атмосферу, сприятливе виховне середовище і ситуацію успіху для всіх учнів.

У підручнику [20] «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» розглядаються у 1 розділі, який містить 8 параграфів.

Вивчення теми дослідження розпочинається з §2 «Числові функції», який розділено ще на такі пункти: 2.1. «Поняття числової функції. Найпростіші властивості числових функцій», 2.2. «Властивості і графіки основних видів функцій», 2.3. «Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій». Слід зауважити, що на відміну від попереднього підручника, вивчення оберненої функції перенесено у розділ 2 «Степенева функція».

§3 «Рівняння та їх системи» містить такі пункти: 3.1. «Рівняння-наслідки та рівносильні перетворення рівнянь», 3.2. «Системи рівнянь», 3.3. «Застосування властивостей функцій до розв’язування рівнянь».

У §4 розглядаються нерівності зі змінними, рівносильні перетворення нерівностей та загальний метод інтервалів, а в §5 розглянуто рівняння і нерівності, що містять знак модуля.

§6 «Рівняння і нерівності з параметрами» розділено на такі пункти: 6.1. «Розв'язування рівнянь і нерівностей з параметрами», 6.2. «Дослідницькі задачі з параметрами», 6.3. «Використання умов розміщення коренів квадратного тричлена $f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ відносно заданих чисел A і B».

У §7 розглядаються графіки рівнянь та нерівностей з двома змінними.

§8 «Многочлени від однієї змінної та дії над ними» містить наступні пункти: 8.1. «Означення многочленів від однієї змінної та їх тотожна рівність», 8.2. «Дії над многочленами. Ділення многочлена на многочлен з остачею», 8.3. «Теорема Безу. Корені многочлена. Формули Вієта», 8.4. «Схема Горнера», 8.5. «Знаходження раціональних коренів многочлена з цілими коефіцієнтами».

На початку кожного з параграфів і пунктів наведено довідкові таблиці, які містять основні означення, властивості та орієнтири для пошуку плану розв'язування задач з теми. Для ознайомлення з основними ідеями розв'язування задач наводяться приклади, у яких крім розв'язання міститься також коментар, що допоможе скласти план розв'язування аналогічного завдання. З метою закріплення, контролю і самоконтролю засвоєння навчального матеріалу після кожного параграфа запропоновано систему запитань і вправ. Систему вправ у підручнику подано за трьома рівнями.

Даний підручник надає можливість кожному учню знаходити своє співвідношення між науковістю матеріалу, що вивчається, і його доступністю, але недоліком цього підручника є недостатня кількість практичних вправ для самостійного розв'язування та відсутність вправ початкового рівня.

Проаналізувавши дані підручники, дійшли висновку, що із представлених кращим та оптимальнішим буде підручник [17], оскільки він розвиває закладені методичні підходи і принципи, як підручник профільного рівня змісту освіти.

РОЗДІЛ ІІ. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ФУНКЦІЇ, МНОГОЧЛЕНИ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ» В КУРСІ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ 10-ГО КЛАСУ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ ЗМІСТУ ОСВІТИ

Наведемо фрагмент календарного плану вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні змісту освіти. При вивченні даної теми будемо користуватися підручником [17].

Тема. Функції, многочлени, рівняння і нерівності (60 год.).

з\п	Тема навчального заняття	Кількість годин
1.	Множина та її елементи.	1
2.	Підмножина. Операції над множинами.	1
3.	Взаємно однозначна відповідність між елементами множин.	1
4.	Рівнопотужні множини.	1
5.	Зліченні множини.	1
6.	Числові множини. Множина дійсних чисел.	1
7.	Числові функції. Область визначення і множина значень функції. Способи задання функцій. Графік функції.	1
8.	Зростання і спадання, парність і непарність функцій, найбільше та найменше значення функції.	1
9.	Властивості і графіки основних видів функцій.	1
10.	Тренувальні вправи.	2

11.	Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій.	1
12.	Тренувальні вправи.	2
13.	КР 1	1
14.	Рівносильні перетворення рівнянь. Рівняння-наслідки.	1
15.	Тренувальні вправи.	1
16.	Застосування властивостей функцій до розв’язування рівнянь.	1
17.	Тренувальні вправи.	1
18.	Рівняння, що містять знак модуля. Метод інтервалів.	1
19.	Тренувальні вправи.	2
20.	Рівняння з параметрами	1
21.	Тренувальні вправи.	2
22.	Ділення многочленів. Теорема Безу.	1
23.	Застосування наслідків з теореми Безу до розв’зування рівнянь вищих степенів.	1
24.	Тренувальні вправи.	2
25.	Графік рівняння з двома змінними	1
26.	Тренувальні вправи.	1
27.	Системи рівнянь з двома змінними	1
28.	Тренувальні вправи.	3

29.	Системи рівнянь з n-невідомими. Метод Гауса.	1
30.	Тренувальні вправи.	2
31.	КР 2	1
32.	Нерівність з двома змінними.	1
33.	Рівносильні перетворення нерівностей.	1
34.	Тренувальні вправи.	1
35.	Нерівності, що містять знак модуля. Метод інтервалів.	1
36.	Тренувальні вправи.	2
37.	Нерівності з параметрами.	1
38.	Тренувальні вправи.	2
39.	Графік нерівності з двома змінними.	1
40.	Тренувальні вправи.	2
41.	Системи нерівностей.	1
42.	Тренувальні вправи.	3
43.	Метод математичної індукції	1
44.	Тренувальні вправи.	2
45.	Узагальнення, систематизація та оцінювання з теми.	1
46.	КР 3	1

Оскільки обсяг дипломної роботи обмежений, а на вивчення цієї теми відводиться 60 год. і 3 контрольні роботи, тому розглянемо лише методику вивчення функцій.

2.1. Методика вивчення теми «Числові функції. Область визначення і множина значень функції. Способи задання функцій. Графік функції»

Попередні уроки були присвячені розгляду множин, операцій над ними, зокрема числових множин та множини дійсних чисел. Наступний урок слід розпочати із повторення матеріалу, вивченого учнями в 7 класі: поняття функції, числової функції, позначення функцій, області визначення та множини значень функцій.

Під час вивчення поняття функції учні повинні не тільки формулювати означення функції, але й чітко розуміти його зміст. У зв'язку з цим учителю доречно нагадати, що функція увійшла до математики через дослідження явищ природи, зокрема, фізичних, хімічних, біологічних явищ і процесів. Другою причиною виникнення функції є внутрішні потреби самої математики.

Вчитель: У повсякденному житті нам часто доводиться спостерігати процеси, у яких зміна однієї величини (незалежної змінної) призводить до зміни іншої величини (залежної змінної). Вивчення цих процесів потребує створення їх математичних моделей. Однією з таких найважливіших моделей є функція.

Нехай X – множина значень незалежної змінної , Y – множина значень залежної змінної. Пригадаємо, що називають функцією?

Учень 1: Функція – це правило, за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної з множини X можна знайти єдине значення залежної змінної з множини Y.

Вчитель: Як позначать залежну і незалежну змінні?

Учень 2: Зазвичай незалежну змінну позначають буквою x, залежну – буквою y, функцію (правило) – буквою f. Кажуть, що змінна y функціонально залежить від змінної x. Цей факт позначають так: $y = f(x)$. Незалежну змінну ще називають аргументом функції.

Вчитель: Що називають областю визначення функції?

Учень 3: Множину значень, яких набуває аргумент, тобто множину X, називають областю визначення функції і позначають *D(f)* або *D(y).*

Далі слід проілюструвати дане означення на конкретному прикладі.

Вчитель: Що є областю визначення функції $y = \frac{1}{x^2-1}$?

Учень 4: Областю визначення функції $y = \frac{1}{x^2-1}$ є множина $D(y) = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

Вчитель: Що називають областю значень функції? Наведіть приклад.

Учень 5: Множину значень, яких набуває залежна змінна *y*, тобто множину Y, називають областю значень функції і позначають *E(f)* або *E(y).* Наприклад, областю значень функції $y = x^2 + 1$ є множина $E(y) = [1; +\infty)$.

Вчитель: Яку функцію називають числовою?

Учень: Коли $D(f)$ с R і $E(f)$ с R функцію f називають числовою.

Вчитель: Якщо областю визначення функції f є множина X, а областю значень – множина Y, то функцію f також називають відображенням множини X на множину Y.

Після повторення доцільно з учнями узагальнити та закріпити ці знання, розв’язуючи вправи різної складності. Наведемо приклади таких завдань.

Вчитель: Знайдіть значення функції в зазначених точках:

а) $f(x) = 2x - 6$ у точках з абсцисами $3, -\frac{1}{2}, 0$;   б) $f(x) = 2x^2 - 4$ у точках з абсцисами 0, – 1, 1.

Учень 1: Підставляємо відповідні значення абсцис точок у функцію. У випадку а): $f(x) = 2 \cdot 3 - 6 = 6 - 6 = 0$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 6 = -1 - 6 = -7$, $f(0) = 2 \cdot 0 - 6 = 0 - 6 = -6$;

Учень 2: Підставляємо відповідні значення абсцис точок у функцію і отримаємо в другому випадку такі значення функції: $f(0) = 2 \cdot 0^2 - 4 = 0 -$

$4 = -4, \quad f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 - 4 = 2 - 4 = -2, \quad f(1) = 2 \cdot 1^2 - 4 = 2 - 4 = -2.$

Вчитель: Знайдіть значення аргументу, при якому значення функції $f(x) = 10 - 2x$ дорівнює 2.

Учень 1: Потрібно розв'язати рівняння $2 = 10 - 2x$.

Учень 2: Розв'язуємо його $2 - 10 = -2x, -8 = -2x, 4 = x$ і отримаємо значення аргументу 4.

Вчитель: Знайдіть область визначення функції:

$$\text{а) } f(x) = 3x^2 + 6x - 4; \ \text{ б)} f(x) = \frac{3}{x^2 + 4}; \ \text{ в) } f(x) = \frac{\sqrt{12 - x}}{x - 4}.$$

Учень 1: В першому випадку $D(f) = R$, оскільки $3x^2 + 6x - 4$ – многочлен.

Учень 2: У випадку б) $D(f) = R$, оскільки $x^2 + 4 \neq 0$ для будь-яких $x \in R$.

Учень 3: В останній функції $D(f)$: $\begin{cases} 12 - x \geq 0, \\ x \neq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 12, \\ x \neq 4; \end{cases}$ $x \in (-\infty; 4) \cup (4; 12]$.

Після цього доцільно повторити відомі учням способи задання функції.

Вчитель: Коли функцію вважають заданою?

Учень 1: Функцію вважають заданою, якщо вказано її область визначення і правило, за яким за кожним значенням незалежної змінної з області визначення можна знайти значення залежної змінної з області значень.

Вчитель: Якими способами можна задати функцію?

Учні: За допомогою формули, словесним описом, табличним та графічним способами.

Вчитель: Найчастіше функцію задають за допомогою формули. Потрібно пам'ятати: якщо при цьому не вказано область визначення, то вважають, що областю визначення функції є область визначення виразу, який входить до формули. Наприклад, якщо функція f задана формулою $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$, то що буде її областю визначення?

Учень 1: Областю визначення функції $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ є область визначення виразу $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$, тобто проміжок $(1; +\infty)$.

Вчитель: Спосіб задання функції однією чи кількома формулами називають аналітичним.

У тих випадках, коли область визначення функції є скінченною множиною і кількість її елементів не дуже велика, зручно використовувати табличний спосіб задання функції. Цей спосіб досить часто використовують на практиці.

Нагадаємо означення графіка функції.

Вчитель: Графіком числової функції *f* називають геометричну фігуру, яка складається з усіх тих і тільки тих точок координатної площини, абсциси яких дорівнюють значенням аргументу, а ординати – відповідним значенням функції *f*.

Далі слід зазначити, що коли якась фігура є графіком функції *f*, то виконуються умови:

1) якщо x_0 – деяке значення аргументу, а $f(x_0)$ – відповідне значення функції, то точка з координатами $(x_0; f(x_0))$ належить графіку;

2) якщо $(x_0; y_0)$ – координати довільної точки графіка, то x_0 і y_0 – відповідні значення незалежної і залежної змінних функції *f*, тобто $y_0 = f(x_0)$.

Вчитель: Як ви думаєте, де може застосовуватися графічний спосіб задання функції?

Учень 2: Графічний спосіб задання функції широко застосовується при дослідженні реальних процесів. Існують прилади, які видають оброблену інформацію у вигляді графіків.

Учень 3: Наприклад, у медицині використовують електрокардіограф. Цей прилад будує криві, які характеризують роботу серця.

На закріплення матеріалу варто запропонувати такі вправи.

Перші вправи, які належать до початкового рівня, учні розв'язують самостійно, а потім коментують відповідь з місця.

1. Функцію задано формулою $f(x) = -3x^2 + 2x$. Знайдіть:

а) $f(1)$; б) $f(-2)$; в) $f(\frac{1}{3})$.

2. Кожному натуральному числу, більшому за 10, але меншому від 20, поставили у відповідність остачу від ділення цього числа на 5.
   1) Яким способом задано цю функцію?
   2) Яка область значень цієї функції?
   3) Задайте цю функцію таблично.

Наступні вправи біля дошки виконують учні із середнім рівнем знань.

3. Знайдіть, не виконуючи побудови, точки перетину з осями координат графіка функції:

1) $f(x) = \frac{1}{7}x - 6$; 2) $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

4. Знайдіть область визначення та побудуйте графік функції:

1) $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x+2}$; 2) $f(x) = \frac{x^3}{x}$.

Два учні виконують по черзі вправи достатнього рівня біля дошки.

5. Функцію f задано описом: кожному натуральному числу поставлено у відповідність остачу від ділення цього числа на 3. Знайдіть $f(2)$, $f(0)$, $f(16)$, $f(21)$. Знайдіть $\mathrm{E}(f)$. Доведіть, що $f(x) = f(x+3)$ для будь-якого $x \in N$.

6. Знайдіть область визначення функції $f(x) = \sqrt{|x+5|(x+2)}$.

Вправу високого рівня учні виконують «ланцюжком».

7. Побудуйте графік функції: $y = \left(\sqrt{(x+2)^2 x}\right)^2 - x^3 - 4x^2$.

Отже, на уроках учні повторили раніше вивчений матеріал, а саме – що називають функцією, областю визначення і областю значень функцій, способи задання функцій, засвоїли нові поняття даної теми та з допомогою вчителя проілюстрували їх на конкретних прикладах. З огляду на те, як школярі вдало справлялись з практичними завданнями, можна зробити висновок, що запропонована методика є ефективною.

2.2. Методика вивчення теми «Зростання і спадання, парність і непарність функцій, найбільше та найменше значення функції»

Вчитель: Часто про властивості об’єкта можна робити висновки за його зображенням: фотографією, рентгенівським знімком, рисунком тощо. «Зображенням» функції може слугувати її графік. Розглянемо, як графік функції дозволяє визначити певні її властивості.

Вчитель: Розглянемо рисунок 1, на якому зображено графік деякої функції $y = f(x)$.

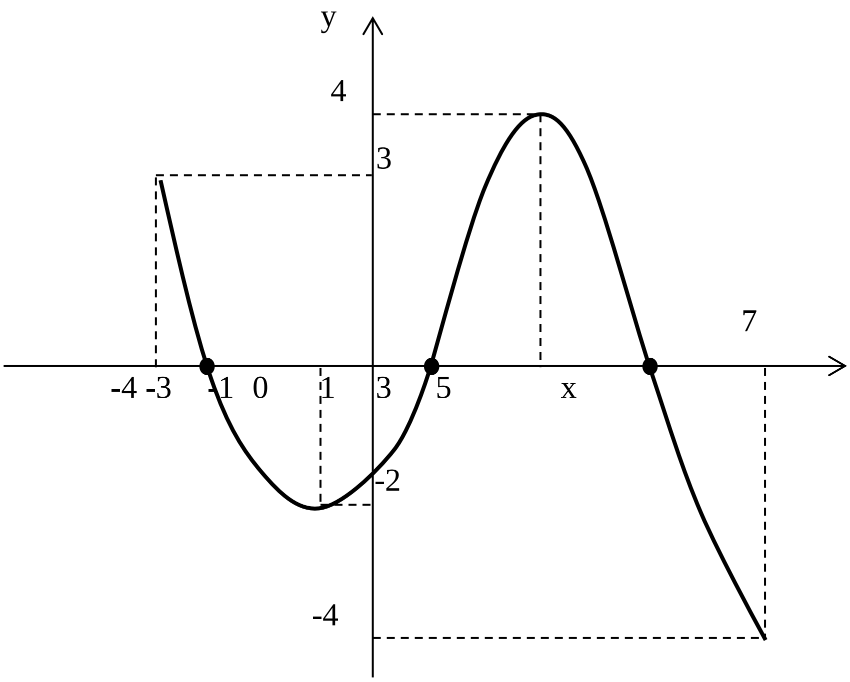


Рис. 1

Що є областю визначення і областю значень цієї функції?

Учень 1: Її областю визначення є проміжок [– 4; 7], а областю значень – проміжок [– 4; 4].

Вчитель: Правильно. А при $x = -3, x = 1, x = 5$ значення функції дорівнює нулю.

Означення. Значення аргументу, при якому значення функції дорівнює нулю, називають нулем функції.

Тому числа – 3, 1, 5 є нулями даної функції.

Як ви бачите з графіка функції f на проміжках [– 4; – 3) і (1; 5) він розташований над віссю абсцис, а на проміжках (– 3; 1) і (5; 7] – під віссю абсцис. Давайте подумаємо, що це означає?

Учень 2: Це означає що на проміжках [– 4; – 3) і (1; 5) функція набуває додатних значень, а на проміжках (– 3; 1) і (5; 7] – від'ємних.

Вчитель: Правильно.

Означення. Проміжок, на якому функція набуває значень однакового знаку, називають проміжком знакосталості функції.

Під час пошуку проміжків знакосталості функції прийнято вказувати проміжки максимальної довжини (точніше, ті, які не є власними підмножинами інших проміжків знакосталості).

Давайте подивимося, що буде відбуватися, коли графік функції йде вниз або вгору.

Учень 3: Якщо переміщатися по осі абсцис від – 4 до – 1, то можна помітити, що графік функції йде вниз, тобто значення функції зменшуються. Кажуть, що на проміжку [– 4; – 1] функція спадає. Із збільшенням x від – 1 до 3 графік функції йде вгору, тобто значення функції збільшуються. Кажуть, що на проміжку [– 1; 3] функція зростає.

Вчитель: Вірно.

Означення: Функцію f називають зростаючою на множині $M \subset D(f)$, якщо для будь-яких двох значень аргументу x_1 і x_2, які належать множині M, таких, що $x_1 < x_2$, виконується нерівність $f(x_1) < f(x_2)$.

Означення: Функцію f називають спадною на множині $M \subset D(f)$, якщо для будь-яких двох значень аргументу x_1 і x_2, які належать множині M, таких, що $x_1 < x_2$, виконується нерівність $f(x_1) > f(x_2)$.

Слід зауважити, що часто використовують коротше формулювання.

Означення: Функцію f називають зростаючою (спадною) на множині M, якщо для будь-яких значень аргументу з цієї множини більшому значенню аргументу відповідає більше (менше) значення функції.

Якщо функція зростає на всій області визначення, тої називають зростаючою. Якщо функція спадає на всій області визначення, то її називають спадною.

Вчитель: Нехай на рисунку 2 зображено графік $y = \sqrt{x}$. Якою є ця функція?

Учень: Ця функція є зростаючою (рис. 2).

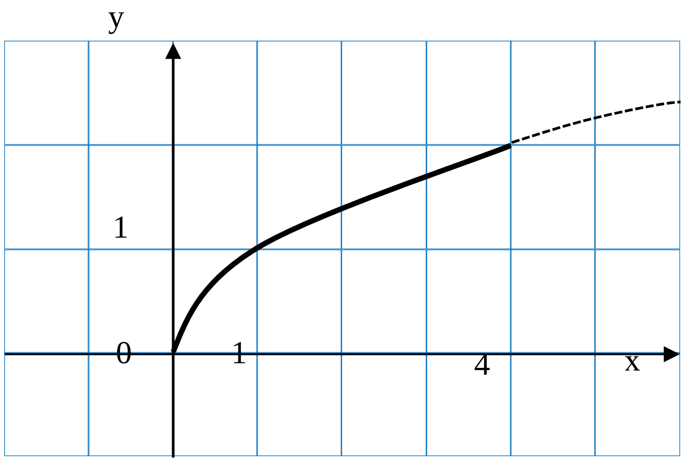


Рис. 2

Після цього слід розглянути приклад:

Вчитель: Доведіть, що функція $y = x^n$, де n – парне натуральне число, спадає на проміжку $(-\infty; 0]$.

Розв'язання.

Учень: Нехай x_1 і x_2 – довільні значення аргументу з проміжку $(-\infty; 0]$, до того ж $x_1 < x_2$. Покажемо, що $x_1^n > x_2^n$, тобто більшому значенню аргументу відповідає менше значення функції.

Вчитель: Маємо $x_1 < x_2$, $-x_1 > -x_2$. Обидві частини останньої нерівності є невід'ємними числами. Тоді, що можна записати, за властивістю числових нерівностей?

Учень: Можна записати, що $(-\,x_1)^n > (-\,x_2)^n$, оскільки n – парне, то $x_1^n > x_2^n$.

Вчитель: Слід зазначити, що в таких випадках кажуть, що проміжок $(-\infty; 0]$ є проміжком спадання заданої функції. Аналогічно можна довести, що проміжок $[0;\ +\infty)$ є проміжком зростання функції $y = x^n$, де n – парне натуральне число.

Також, потрібно зазначити, що існують функції, визначені на множині дійсних чисел, які не є зростаючими (спадними) на жодному проміжку області визначення. Прикладом такої функції є функція Діріхле.

Теорема 1. Якщо функція $y = f(x)$ є зростаючою (спадною) на множині М, то функція $y = -f(x)$ є спадною (зростаючою) на множині М.

Доведення: Нехай, наприклад, функція $y = f(x)$ є зростаючою на множині М. Тоді для будь-яких x_1 і x_2, які належать множині М і таких, що $x_1 < x_2$, виконується нерівність $f(x_1) < f(x_2)$. Звідси $-f(x_1) > -f(x_2)$. Отже, функція $y = -f(x)$ є спадною.

Аналогічно доводять, що коли функція $y = f(x)$ спадає на множині М, то функція $y = -f(x)$ зростає на множині М.

Теорема 2. Якщо функції $y = f(x)$ і $y = g(x)$ є зростаючими (спадними) на множині М, то функція $y = f(x) + g(x)$ є зростаючою (спадною) на множині М.

Вчитель: Доведіть цю теорему самостійно.

Теорема 3. Якщо функція $y = f(x)$ є зростаючою (спадною) на множині $D(f)$, то рівняння $f(x) = a$, де a – деяке число, має не більше одного кореня.

Доведення: Нехай функція f є зростаючою та рівняння $f(x) = a$ має два корені x_1 і x_2, причому $x_1 < x_2$. Тоді $f(x_1) < f(x_2)$. Проте $f(x_1) = a$, $f(x_2) = a$, тобто $f(x_1) = f(x_2)$. Отримали суперечність. Отже, рівняння $f(x) = a$ має не більше одного кореня.

Аналогічно розглядається випадок, коли функція f є спадною.

Вчитель: З цього випливає таке твердження:

Якщо функція f зростає (спадає) на $D(f)$ і $f(x_1) = f(x_2)$, то $x_1 = x_2$, тобто зростаюча (спадна) функція кожного свого значення набуває лише при одному значенні аргументу.

Наслідок: Якщо одна з функцій $f(x)$ і $g(x)$ є зростаючою на множині $D(f) \cap D(g)$, а інша – спадною на цій множині, то рівняння $f(x) = g(x)$ має не більше одного кореня.

Розглянемо приклад. Розв'яжіть рівняння $x^5 + \sqrt{2x-1} = 2$.

Вчитель: Якими є функції $f(x) = x^5$ і $g(x) = \sqrt{2x-1}$?

Учень: Ці функції є зростаючими. Тоді використовуючи теорему 2 можна стверджувати, що функція $y = f(x) + g(x)$ є зростаючою на множині $\left[\frac{1}{2};\ +\infty\right]$.

Вчитель: Яку ще теорему можна використати для розв'язання вправи?

Учень: Використавши теорему 3, можна стверджувати, що дане рівняння має не більше одного кореня.

Нескладно помітити, що $x = 1$ є коренем даного рівняння і до того ж, цей корінь єдиний.

Відповідь: 1

Вчитель*:* Нехай у множині $M \subset D(f)$ існує таке число x_0, що для всіх $x \epsilon M$ виконується нерівність $f(x_0) \geq f(x)$. У такому випадку говорять, що число $f(x_0)$ – найбільше значення функції f на множині M і записують

$$\max_M f(x) = f(x_0).$$

Якщо для всіх $x \epsilon M$ виконується нерівність $f(x_0) \leq f(x)$, то число $f(x_0)$ називають найменшим значенням функції f на множині M і записують

$$\min_M f(x) = f(x_0).$$

Далі доцільно розглянути кілька прикладів.

Для $f(x) = \sqrt{x}$ і множини $M = [0; 4]$ маємо:

$\min\limits_{[0;4]} f(x) = \min\limits_{[0;4]} \sqrt{x} = f(0) = 0, \qquad \max\limits_{[0;4]} f(x) = f(4) = 2$ (рис. 3)

Для $f(x) = |x|$ і множини $M = [-1; 2]$ маємо:

$$\min_{[-1;2]} f(x) = f(0) = 0, \qquad \max_{[-1;2]} f(x) = f(2) = 2 \ (\text{рис. } 4).$$

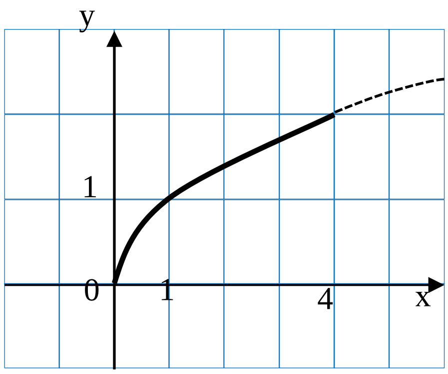


Рис. 3

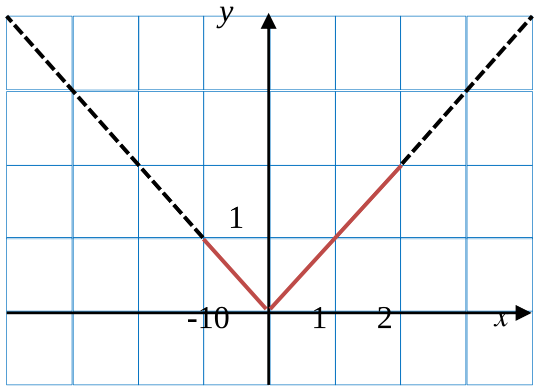


Рис. 4

Якщо c – деяке число і $f(x) = c$ для будь-якого $x \epsilon M$, то число c є і найбільшим, і найменшим значенням функції f на множині M.

А чи будь-яка функція на заданій множині $M \subset D(f)$ має найменше чи найбільше значення?

Учень 1: Ні. Наприклад, для функцій $f(x) = x^2$ і $f(x) = \{x\}$ маємо

$$\min_R f(x) = 0.$$

Найбільшого значення на множині R ці функції не мають.

Учень 2: Наприклад, функція $f(x) = \frac{1}{x}$ на множині $M = (0; +\infty)$ не має ні найбільшого, ні найменшого значень.

Приклад: Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^3 + 3x + 2$ на відрізку [– 2; 1].

Розв'язання. Функції $y = x^3$ і $y = 3x + 2$ є зростаючими. За теоремою 2 зростаючою є і функція f. Отже, $\min_{[-2;1]} f(x) = f(-2) = -12$, $\max_{[-2;1]} f(x) = f(1) = 6$.

Вчитель: Далі розглянемо означення парної і непарної функцій.

Означення: Функцію f називають парною, якщо для будь-якого x з області визначення $f(-x) = f(x)$.

Означення: Функцію f називають непарною, якщо для будь-якого x з області визначення $f(-x) = -f(x)$.

Наведіть приклад парної і непарної функцій.

Учень: Функція $y = x^2$ є парною, а функція $y = x^3$ – непарною.

Вчитель: Виконання рівності $f(-x) = f(x)$ або рівності $f(-x) = -f(x)$ для будь-якого $x \epsilon D(f)$ означає, що область визначення функції f має таку властивість: якщо $x_0 \epsilon D(f)$, то $-x_0 \epsilon D(f)$. Таку множину називають симетричною відносно початку координат.

Вчитель: А чи можна з вище даних означень сказати, що коли область визначення функції не є симетричною відносно початку координат, то ця функція не може бути парною (непарною)?

Учень: Так. Наприклад, областю визначення функції $y = \frac{1}{x-1}$ є множина $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, яка не є симетричною відносно початку координат. Тому ця функція не є ні парною, ні непарною.

На закріплення даних означень пропонується виконати приклад.

Вчитель: Доведіть, що функція $f(x) = x^3 - x$ є непарною.

Учень: Оскільки $D(f) = R$, то область визначення функції f симетрична відносно початку координат. Для будь-якого $x \in D(f)$ маємо $f(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -f(x)$. Отже, функція f є непарною.

Вчитель: Дослідіть на парність функцію

$$f(x) = \frac{|x-2|}{1+x} + \frac{|x+2|}{1-x}.$$

Учень: Маємо, що $D(f) = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$. Отже, область визначення функції f симетрична відносно початку координат. Для будь-якого $x \in D(f)$ матимемо:

$$f(-x) = \frac{|-x-2|}{1-x} + \frac{|-x+2|}{1-(-x)} = \frac{|x+2|}{1-x} + \frac{|x-2|}{1+x} = f(x).$$

Отже, функція f є парною.

Вчитель: Давайте доведемо з вами твердження (теорема 4), що вісь ординат є віссю симетрії графіка парної функції. Як ви думаєте, що достатньо показати для доведення цього твердження?

Учні: Для доведення твердження достатньо показати, що коли точка $M(a;b)$ належить графіку парної функції, то точка $M_1(-a;b)$ також належить її графіку.

Вчитель: Отже, якщо точка $M(a;b)$ належить графіку функції f, то $f(a)=b$. Оскільки функція f є парною, то $f(-a)=f(a)=b$. Це означає, що точка $M_1(-a;b)$ також належить графіку функції f (рис. 5).

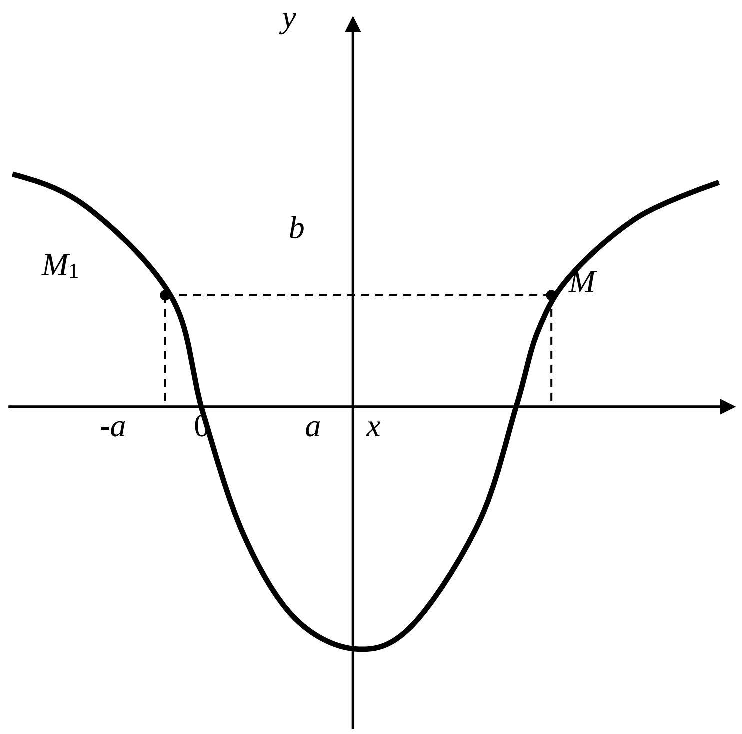


Рис. 5

Вчитель: Сформулюємо ще одну теорему 5: «Початок координат є центром симетрії графіка непарної функції».

Довести це твердження пропонується учням самостійно, користуючись рисунком 6.

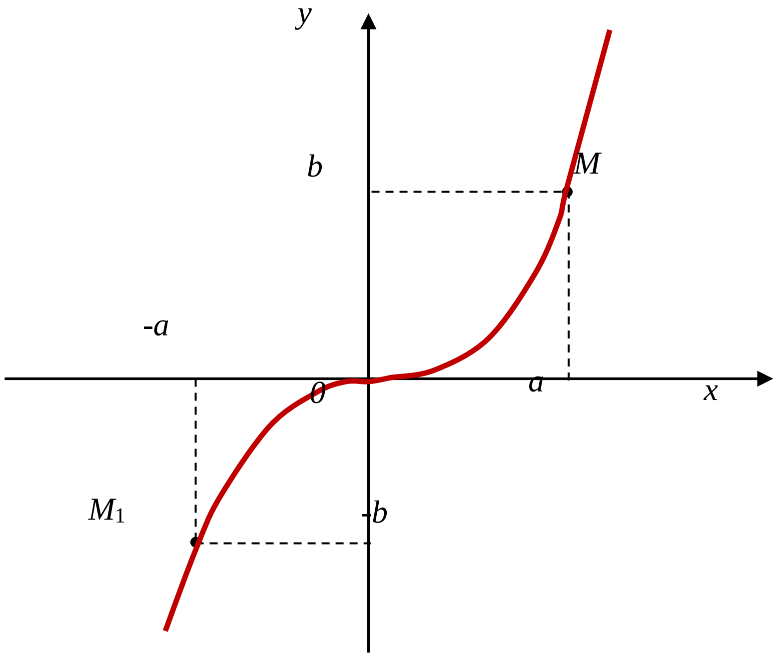


Рис. 6

На закріплення варто запропонувати такі завдання.

Вправи початкового рівня учні виконують біля дошки.

1. Побудуйте графік функції $f(x) = \begin{cases} 2x + 8, \text{ якщо } x \leq -2, \\ x^2, \text{ якщо } -2 \leq x \leq 2, \\ -2x + 8, \text{ якщо } x \geq 2. \end{cases}$

Користуючись побудованим графіком, укажіть нулі даної функції, її проміжки знакосталості, проміжки зростання і проміжки спадання.

2. Знайдіть нулі функції:

1) $y = \sqrt{x^2 - 1}$; 2) $y = \sqrt{x - 1} \cdot \sqrt{x + 1}$; 3) $y = x^3 - 4x$.

3. Які з наведених функцій є парними, а які – непарними?

а) $f(x) = x^5 - 3x$; б) $y = 2|x|$; в) $y = x + 2$; г) $y = \frac{3}{x+4}$.

Учні спочатку самостійно виконують вправи середнього рівня, а потім коментують з місця розв’язання.

4. Функція f є непарною. Чи може виконуватися рівність:

1) $f(1)+f(-1)=1$; 2) $f(2)f(-2)=3$; 3) $\frac{f(-2)}{f(2)}=0$.

5. Знайдіть проміжки знакосталості функції:

1) $y=x^2-2x+1$; 2) $y=\sqrt{x-1}$; 3) $y=|x+1|$.

6. Доведіть, що є зростаючою функція:

1) $y=\sqrt{x-3}+2$; 2) $y=\sqrt{3x-1}-1$.

Вправи достатнього рівня виконують учні біля дошки, попередньо обговоривши розв'язання цих прикладів колективно.

7. Сума двох чисел дорівнює 8. Знайдіть:

1) якого найбільшого значення може набувати двох цих чисел;

2) якого найменшого значення може набувати сума квадратів цих чисел.

8. Про функцію f, яка визначена на множині R, відомо, що $f(x)=x^2-4x$ при $x\geq 0$. Побудуйте графік цієї функції, якщо вона є:

а) парною; б) непарною.

9. Область визначення функції f симетрична відносно початку координат. Доведіть, що функція $g(x)=f(x)+f(-x)$ є парною, а функція $h(x)=f(x)-f(-x)$ є непарною.

Далі розв'язують вправи високого рівня.

10. Розв'яжіть рівняння:

1) $2x^7+x^5+x=4$; 2) $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+6}+\sqrt{x+13}=9$.

11. Парна функція f, визначена на R, зростає на проміжку $[0;+\infty)$. Визначте, зростаючою чи спадною є функція f на проміжку $(-\infty;\ 0])$.

В кінці уроку ще раз повторюємо вивчений теоретичний матеріал.

Аналіз діяльності учнів на уроках і успішне виконання вправ дає підставу говорити про ефективність розробленої методики, оскільки учні засвоїли теоретичний матеріал, навчилися застосовувати здобуті знання на практиці.

2.3. Методика вивчення теми «Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій»

Перед початком розгляду нової теми необхідно провести актуалізацію опорних знань. На цьому етапі уроку доцільно провести фронтальне опитування, під час якого й здійснюватиметься повторення та систематизація матеріалу, вивченого досить докладно у дев'ятому класі.

Вчитель: В 9 класі ви навчилися за допомогою графіка функції $y = f(x)$ побудувати графіки функцій $y = f(x) + b$, $y = f(x + a)$, $y = kf(x)$. Нагадаємо правила, які дозволяють виконати такі побудови.

Учень: Графік функції $y = f(x) + b$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = f(x)$ на b одиниць угору, якщо $b > 0$, і на $-b$ одиниць униз, якщо $b < 0$.

Учень: Графік функції $y = f(x + a)$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = f(x)$ на a одиниць уліво, якщо $a > 0$, і на $-a$ одиниць управо, якщо $a < 0$.

Учень: Графік функції $y = kf(x)$ можна отримати, замінивши кожну точку графіка функції $y = f(x)$ на точку з тією самою абсцисою і ординатою, помноженою на k.

Оскільки учні знайомі уже з даними графіками функцій, то спочатку всі учні будують їх у зошиті, а потім декілька учнів виходять до дошки і пояснюють побудову графіків.

Після побудови графіків вчитель зауважує: «Кажуть, що графік функції $y = kf(x)$ отримано з графіка функції $y = f(x)$ у результаті розтягу в k разів від осі абсцис, якщо $k > 1$, або в результаті стиску в $\frac{1}{k}$ разів до осі абсцис, якщо $0 < k < 1$».

Вчитель: Покажемо, як можна побудувати графік функції $y = f(kx)$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$.

Розглянемо випадок, коли $k > 0$. Якщо точка $(x_0; y_0)$ належить графіку функції $y = f(x)$, то точка $(\frac{x_0}{k}; y_0)$ належить графіку функції $y = f(kx)$.

Що ми отримаємо, підставивши замість змінної x у функцію $y = f(kx)$ значення $x = \frac{x_0}{k}$?

Учень: При $x = \frac{x_0}{k}$ маємо: $f(kx) = f\left(k \cdot \frac{x_0}{k}\right) = f(x_0) = y_0$.

Вчитель: Отже, кожній точці $(x_0; y_0)$ графіка функції $y = f(x)$ відповідає єдина точка $(\frac{x_0}{k}; y_0)$ графіка функції $y = f(kx)$.

Пропоную учням самостійно показати, що кожна точка $(x_1; y_1)$ графіка функції $y = f(kx)$ є відповідною єдиній точці $(kx_1; y_1)$ графіка функції $y = f(x)$.

Вчитель: Який можна зробити висновок з наведених вище міркувань?

Учень: Графік функції $y = f(kx)$, де $k > 0$, можна отримати, замінивши кожну точку графіка функції $y = f(x)$ на точку з тією самою ординатою і абсцисою, поділеною на k.

Вчитель: Покажіть як працює це правило на конкретному прикладі.

Учень: Наприклад, на рисунку 7 показано як діє дане правило для побудови графіків функцій $y = \sqrt{2x}$ та $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$.

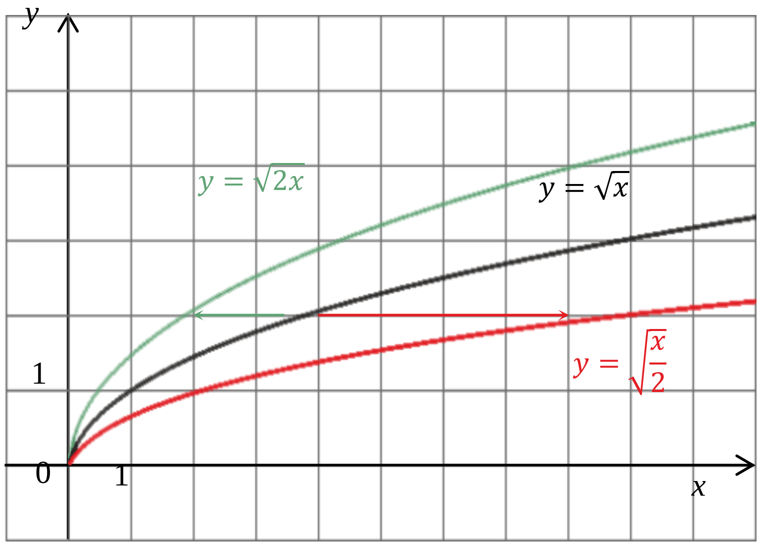


Рис. 7

Вчитель: Говорять, що графік функції $y = f(kx)$ отримано з графіка функції $y = f(x)$ у результаті *стиску в* k *разів до осі ординат*, якщо $k > 1$, або в результаті *розтягу в* $\frac{1}{k}$ *разів від осі ординат*, якщо $0 < k < 1$.

Вчитель: Розглянемо рисунок 8.

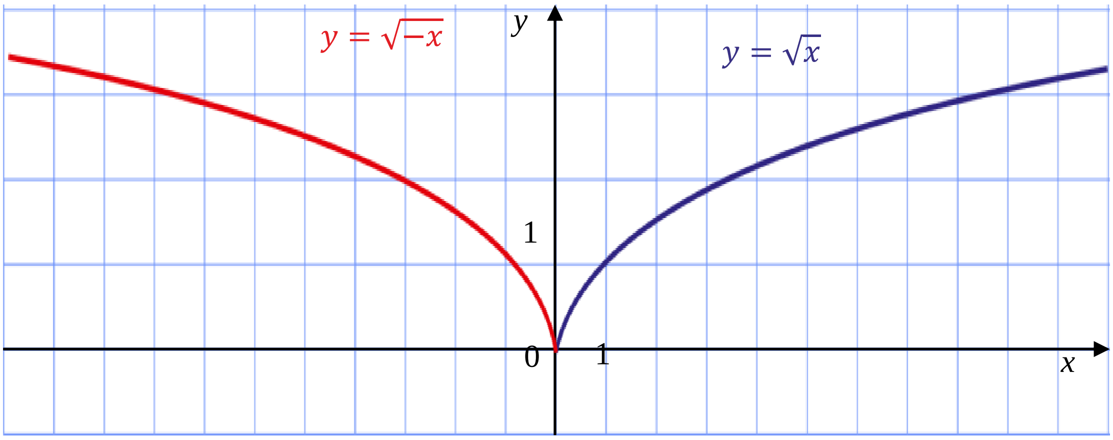


Рис. 8

Очевидно, що графік функції $y = \sqrt{-x}$ можна одержати з графіка функції $y = \sqrt{x}$ симетричним відображенням відносно осі Oy.

Покажемо, що завжди можна побудувати графік функції $y = f(-x)$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$.

Зазначимо, що коли точка $(x_0; y_0)$ належить графіку функції $y = f(x)$, то точка $(-x_0; y_0)$ належить графіку функції $y = f(-x)$. Дійсно, $f\big(-(-x_0)\big) = f(x_0) = y_0$.

Тоді як можна отримати всі точки графіка функції $y = f(-x)$?

Учень: Всі точки графіка функції $y = f(-x)$ можна отримати, замінивши кожну точку графіка функції $y = f(x)$ на точку, симетричну їй відносно осі ординат, тобто відобразивши графік функції $y = f(x)$ симетрично відносно осі ординат.

Вчитель: Таке перетворення графіка функції $y = f(x)$ називають симетрією відносно осі ординат.

Вчитель: Розглянемо рисунок 9.

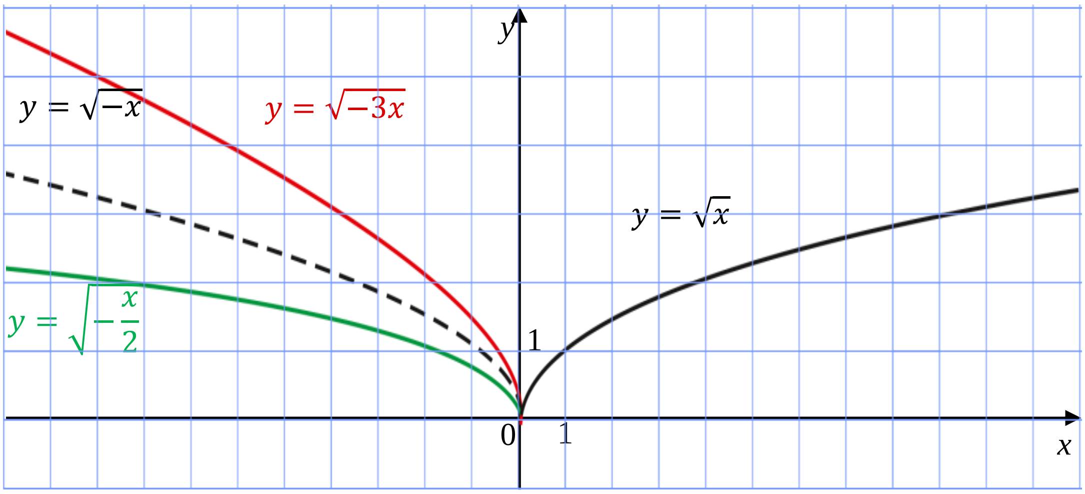


Рис. 9

На ньому показано, як можна за допомогою графіка функції $y=\sqrt{x}$ побудувати графіки функцій $y=\sqrt{-3x}$ і $y=\sqrt{-\frac{x}{2}}$. З огляду на це, зрозуміло, що правило побудови графіка функції $y=f(kx)$, де $k<0$, аналогічне до випадку, коли $k>0$.

На закріплення матеріалу виконують вправи.

Вправи початкового рівня учні розв'язують самостійно і хтось з учнів називає результат.

1. Яку функцію одержимо, якщо графік функції $y = x^2$ паралельно перенесемо на 3 одиниці вниз?

А	Б	В	Г	Д
$y=x^2+3$	$y=(x+3)^2$	$y=x^2-3$	$y=3x^2$	$y=(x-3)^2$

2. Як потрібно паралельно перенести графік функції $y=x^2$, щоб одержати графік функції $y=(x+2)^2$?

А	Б	В	Г	Д
на 2 одиниці вниз	на 2 одиниці вгору	на 2 одиниці праворуч	на 2 одиниці ліворуч	стиск удвічі до осі *y*

3. Визначте рівняння графіка функції, який одержимо, якщо графік функції $y=x^2$ паралельно перенести на 1 одиницю праворуч і на 1 одиницю вгору.

А	Б	В	Г	Д
$y=(x-1)^2+1$	$y=(x+1)^2+1$	$y=(x-1)^2-1$	$y=(x+1)^2-1$	$y=x^2+1$

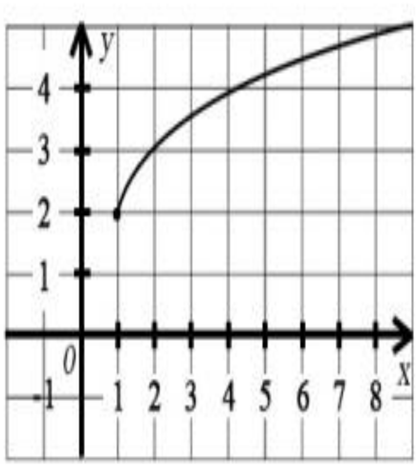
Вправи середнього рівня біля дошки виконує двоє учнів із середнім рівнем знань.

4. Встановіть відповідність між графіками (А-Б) та їх рівняннями (1-3).

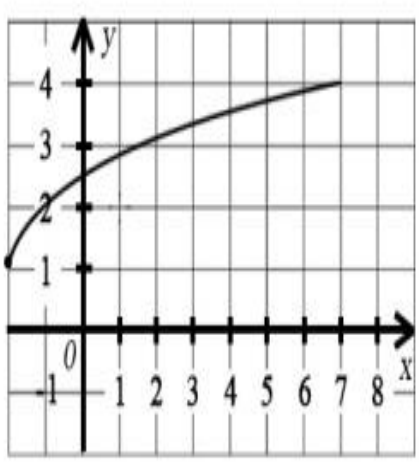
1) $y=\sqrt{x+2}+1;$ 2) $y=\sqrt{x-2}+1;$

3) $y=\sqrt{x-1}+2.$

А



Б



Учні по черзі працюють біля дошки, виконуючи наступну вправу достатнього рівня.

5. Розв’яжіть графічно рівняння:

1) $\sqrt{3-x}=0{,}5x;$ 2) $\sqrt{x}+2=\frac{12}{x-1}.$

Над вправою високого рівня учні працюють у парах.

6. Побудуйте графік функції $y=\sqrt{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції $y=2\sqrt{x}+1$.

Взявши до уваги активність учнів на уроці та під час виконання вправ на закріплення вивченого матеріалу, можна говорити про доцільність та ефективність використання розробленої методики.

Для перевірки та корекції знань з даної теми, учні виконують контрольну роботу, яка складається із завдань чотирьох рівнів.

Рівнева перевірочна робота по вивченому матеріалу

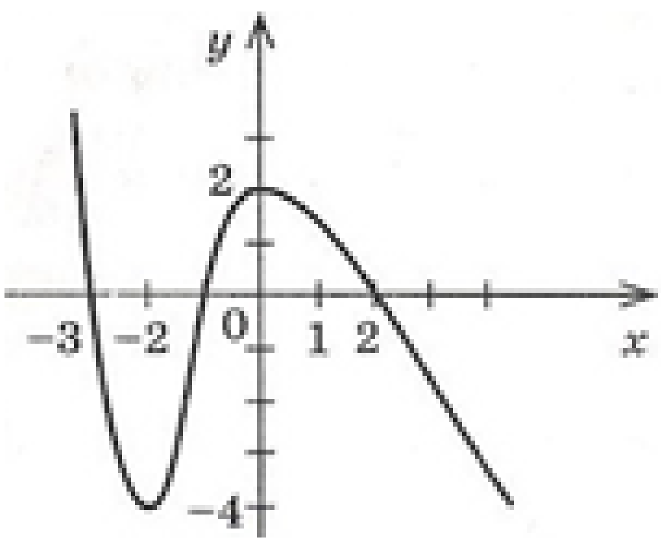
1. Функція задана формулою $f(x) = \sqrt{x^2} - 1$. Знайти $f(2)$.

   А) -1;   Б) 0;   В) 1;   Г) 2;   Д) 3.

2. Знайти область значень функції, заданої формулою $f(x) = x^2 + 1$.

   А) $(-\infty;\ +\infty)$; Б) $(-\infty;\ -1]$; В) $(-\infty;\ 1]$; Г) $[1;\ +\infty)$; Д) $[-1;\ +\infty)$.

3. Визначити проміжки на яких функція приймає додатні значення.



А) $(0;+\infty)$;

Б) $(-4;-2)\cup(0;4)$;

В) $(-2;0)$;

Г) $(-\infty;-3)\cup(-1;2)$;

Д) $(-3;-1)\cup(2;+\infty)$

4. Встановіть відповідність між властивостями функції (1 – 3) та функцією, заданою формулою (А – Г)

1.Функція зростає на всій області визначення	А) $f(x) = -x^3$
2. Функція парна	Б) $f(x) = -x^2 + x$
3. Функція непарна	В) $f(x) = -x^2$
	Г) $f(x) = (x-1)^3$

5. Побудувати графік функції $y = \frac{x^2-x-2}{x-2}$.

6. Знайти область визначення функції, заданої формулою

$$f\ (x) = \sqrt{x-3} - \frac{x-2}{\sqrt{2-x}}.$$

7. Доведіть, що дане рівняння $x^3 + x = -2$, має тільки один корінь, та знайдіть його.

8. Знайдіть всі значення *a,* для яких рівняння $|x^2 + 2x| = a$ має рівно 4 корені.

Результати експериментальної перевірки свідчать про ефективність розробленої методики, яка дає можливість учням засвоювати даний матеріал на достатньому та високому рівнях навчальних досягнень.

2.4. Експериментальна перевірка розробленої методики

Оскільки однією з головних змістовних ліній курсу «Алгебра і початки аналізу» в старшій школі є функціональна лінія, вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» повинно бути ґрунтовним та підготувати учнів до освоєння нових класів функцій. В цій темі здійснюється повторення, систематизація матеріалу стосовно функцій, многочленів, рівнянь та нерівностей, що вивчався в основній школі, поглиблення і розширення знань, а також розширення апарату дослідження функцій.

Експериментальна перевірка розробленої методики проводилася в Кам'янець-Подільському ліцеї № *** у 2022 – 2023 навчальному році.

За експериментальну групу було взято учнів 10-Б класу. Середній бал успішності за минулий навчальний рік становив 7,23. В контрольній групі, в 10-А класі, середній бал успішності складав 7,69.

Вчителям було пояснено, в чому полягає суть експерименту та особливості навчання за розробленою методикою. Учні контрольної групи працювали за традиційною методикою, а учні експериментального класу – за розробленою нами методикою. Після вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння та нерівності» учням експериментальної та контрольної груп було запропоновано рівневу перевірочну роботу (див. С. 43 – 44).

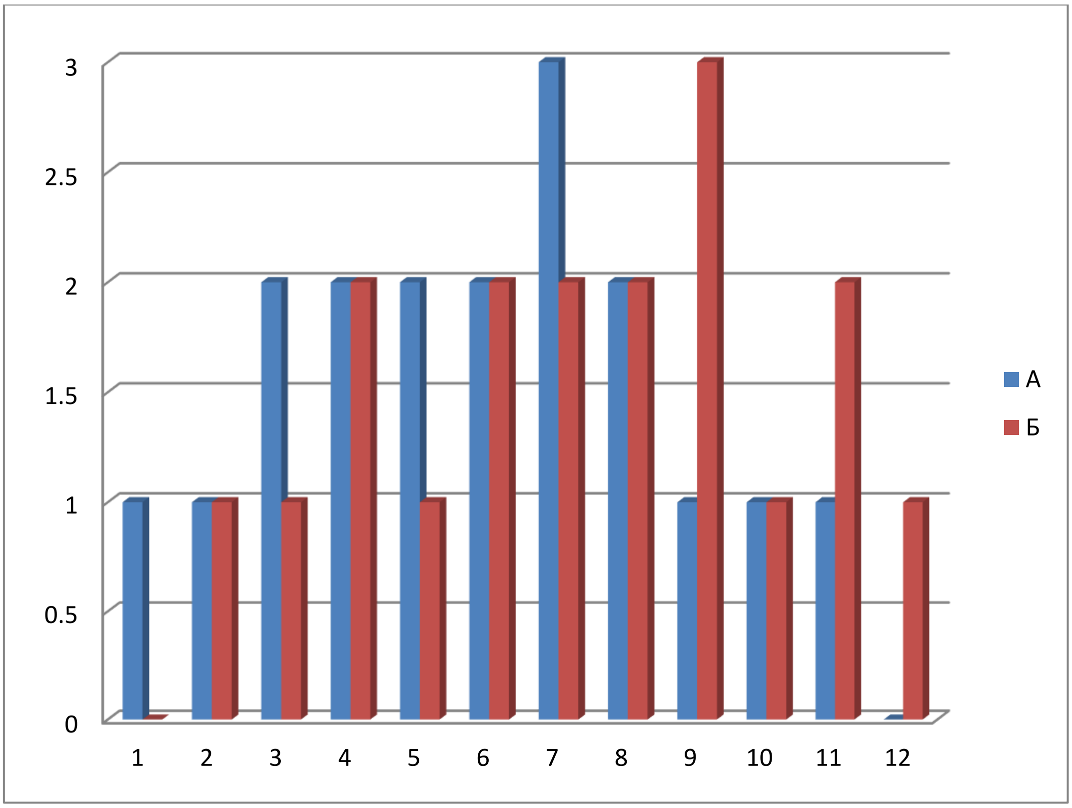
Учні цих класів отримали такі оцінки:

Бали	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
А	1	1	2	2	2	2	3	2	1	1	1	0
Б	0	1	1	2	1	2	2	2	3	1	2	1

А – кількість учнів, що одержали відповідні бали в контрольному класі;

Б – кількість учнів, що одержали відповідні бали в експериментальному класі;

Результати роботи в графічному зображенні:



Як бачимо, спостерігається підвищення балів достатнього і високого рівнів в експериментальному класі відносно контрольного. Це дає змогу говорити про те, що розроблена методика є ефективною.

Застосуємо метод кореляції для того, щоб з'ясувати, як впливає розроблена нами методика на формування та засвоєння математичних знань $[17, \text{ с.} 177 - 184]$.

Коефіцієнт кореляції є мірою цілісності розглянутого зв'язку. Чим ближчий коефіцієнт до 1, тим ближча залежність між застосуванням розробленої методики та підтвердження відповідних рівнів знань. Якщо зв'язок між ознаками відсутній, то коефіцієнт кореляції буде рівний або близький до 0.

Обчислимо коефіцієнт по даних контрольної роботи.

Коефіцієнт визначається за формулою: $r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}}$,

де SS_x – сума квадратів відхилень: $SS_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}$,

аналогічно для SS_y – сума квадратів відхилень: $SS_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{N}$, де N – кількість учнів.

Кількість учнів	Загальна кількість балів		Допоміжні розрахунки		
N	В контрольному класі	В експериментальному класі	$\sum x \cdot y$	$\sum x^2$	$\sum y^2$
18	106	131	1415	1348	2155

1. Знаходимо суму квадратів відхилень:

$SS_x = 1348 - \frac{106^2}{18} = 1348 - 624 = 724;$

$SS_y = 2155 - \frac{131^2}{18} = 2155 - 953 = 1202.$

2. Сума скоректованих добутків:

$SP_{xy} = 1415 - \frac{106 \cdot 131}{18} = 1415 - 771 = 644.$

3. Коефіцієнт:

$$r = \frac{644}{\sqrt{724 \cdot 1202}} = \frac{644}{933} = 0,69.$$

Як бачимо, одержаний коефіцієнт кореляції близький до одиниці. Це свідчить про існування зв'язку між застосуванням розробленої методики і досягненням учнів відповідних рівнів знань. Тому можна говорити про доцільність впровадження такої методики в навчальний процес. Її використання в шкільній практиці забезпечить засвоєння учнями навчального матеріалу, сприятиме розвитку учнів стійкого інтересу до вивчення математики.

ВИСНОВКИ І РЕКОМЕНДАЦІЇ

Реформування системи освіти завжди відбувається в умовах подальшого розвитку методологічних підходів, розробки нових норм і принципів навчання. Теоретичною базою слугують наукові дослідження провідних психологів та педагогів, а практичною – нормативні державні документи.

Виходячи з аналізу літератури, ми показали роль та місце теми дослідження в навчальному процесі. Проведена характеристика функціональної лінії свідчить про її високий потенціал у реалізації сучасних підходів до навчання математики.

Для успішного навчання школярів математики треба глибоко і повсякчасно вдосконалювати не лише зміст, а й методи навчання. Аналіз навчального матеріалу підручників з досліджуваної теми показав, що вони не повністю забезпечують рівневе навчання. Внаслідок цього виникає необхідність розробити методику вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» та перевірити рівень здобутих учнями знань при використанні методики.

Навчання, при правильній його організації, сприяє розвитку розумових здібностей учнів; самостійності; розвитку творчого мислення. Воно забезпечує міцне засвоєння знань; розвиває аналітичне та логічне мислення. Його можна застосовувати для засвоєння узагальнених знань – понять, правил, законів, причино-наслідкових і інших логічних залежностей.

Провідну роль у процесі оволодіння знаннями, вміннями та навичками відіграє система задач і вправ. Вона має охоплювати широкий діапазон завдань, використання яких забезпечувало б реалізацію різних дидактичних функцій на всіх етапах навчання.

Взявши це до уваги, ми розробили методику вивчення функцій, многочленів, рівнянь і нерівностей в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на профільному рівні змісту освіти.

Запропонована методика дозволяє вчителю здійснювати навчання учнів і допомагає виділити той спосіб організації навчального процесу, який є оптимальним для учнів даного класу, школи.

Проведена експериментальна перевірка методики свідчить про існування тісного зв’язку між застосуванням даної методики пояснення теоретичного матеріалу, розробкою дидактичних матеріалів для перевірки навчальних досягнень та досягненням учнями відповідного рівня знань.

Одержані результати дослідження дають можливість зробити наступні висновки:

- ✓ після застосування даної методики відбулося зростання в школярів інтересу до математики, збільшилась їхня активність на уроках, заповнилися прогалини в знаннях;
- ✓ запропоновані методи дозволяють вчителю продуктивніше здійснювати навчання учнів і поглибити їхні знання по темі «Функції, многочлени, рівняння і нерівності»;
- ✓ методика дає змогу підвищити рівень засвоєння учнями матеріалу теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності», покращує успішність учнів.

Виходячи з даного дослідження, рекомендуємо вчителям математики використовувати дану методику, оскільки:

- ✓ як свідчать результати дослідження, розроблена методика допоможе вчителям при вивченні теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» в підборі навчального матеріалу та відповідних завдань до кожного уроку з даної теми, підвищить ефективність навчання;
- ✓ розроблені завдання тематичної перевірочної роботи відповідають вимогам чотирьохрівневого навчання;
- ✓ дана методика дає можливість вчителю об’єктивно оцінити

досягнення учнів, розвинути в учнів самооцінку.

Тому можна говорити про доцільність впровадження такої методики у навчальний процес.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Афанасьева О.М. Про функціональну змістову лінію шкільного курсу математики / О.М. Афанасьева, Я.С. Бродський, О.Л. Павлов, А.К. Сліпенко // Математика в школі. – 2007. – № 5. – С. 18 – 27, № 6. – С. 31 – 37.

2. Бевз Г.П. Алгебра: підручник для 7 – 9 кл. 4-те вид. / Г.П. Бевз. – К.: Школяр, 2002. – 303 с.

3. Бевз Г.П. Методика викладання алгебри: посібник для вчителів / Г.П. Бевз. – К.: Радянська школа, 1971. – С. 70 – 96.

4. Бевз Г.П. Методика викладання математики / Г.П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.

5. Бевз В.Г. Провідні методологічні підходи до поняття елементарної функції / В.Г. Бевз, В.А. Кузьменко // Математика в школі. – 2010. – № 8. – С. 3 – 7.

6. Білоцький М. Алгоритмічний підхід до поняття елементарної функції / М. Білоцький, І. Субботін // Математика в школі. – 1998. – № 4. – С. 6 – 9.

7. Дем'яненко О. Урок з теми: «Функції. Властивості функцій. Перетворення графіків функцій» / О. Дем'яненко // Математика в школе. – 2006. – № 5. – С. 33 – 36.

8. Єргіна О. Про вивчення математики в 2010-2011 навчальному році / О. Єргіна // Математика. – 2010. – № 33 – 35 (573 – 575). – С. 3 – 8.

9. Забранський В. Організація письмових самостійних та контрольних робіт при диференційованому навчанні математики / В. Забранський, Н. Забранська // Математика в школе. – 2000. – № 5. – С. 30 – 33.

10. Зайченко І.В. Педагогіка: Навчальний посібник для студентів вищих пед. навч. закладів / І.В. Зайченко. – К.: Освіта України, 2006. – 528 с.

11. Конет І.М. Теорія ймовірностей та математична статистика / І.М.

Конет. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський державний педагогічний університет, інформаційно-видавничий відділ, 1999. – 214 с.

12. Коротка Н.І. Думки з приводу оцінювання / Н.І. Коротка // Математика. – 2003. – № 13. – С. 1 – 3.

13. Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої школи // Математика. – 2000. – № 6. – С. 2 – 6, 2001. – № 4. – С. 7 – 9.

14. Крайзман М.Л. Шляхи активізації розумової діяльності учнів при викладанні математики/ М.Л. Крайзман. – К.: Радянська школа, 1964. – 96 с.

15. Кушнір В. Методичні особливості формування умінь побудови графіків функцій методом перетворень / В. Кушнір, Г. Кушнір, Р. Ріжняк // Математика в школі. – 2007. – № 3. – С. 41 – 44.

16. Мерзляк А.Г.Алгебра і початки аналізу. Збірник задач і контрольних робіт / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, Ю.М. Рабінович, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2012. – 103 с.

17. Мерзляк А.Г. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: проф. рівень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с.

18. Мойсеєв С. Про поняття функції в курсі алгебри / С. Мойсеєв // Математика в школі. – 2003. – № 5. – С. 19 – 21.

19. Музиченко С. Задачі на перехід від одного способу задання функції до іншого / С. Музиченко // Математика в школі. – 2008. – № 1. – С. 11 – 18.

20. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: проф. рівень/ Є.П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с.

21. Нелін Є.П. Алгебра у таблицях / Є.П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2012. – 108 с.

22. Педагогічний словник: за ред. М.Д. Ярмаченка. – К.: Пед. думка,

2001. – 516 с.

23. Питання методики викладання математики в середній школі. Алгебра: збірник статей. – К.: Радянська школа, 1951. – С. 278 – 300.

24. Програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 10-11 класи: рівень стандарту, академічний рівень, профільний рівень. – 2010. – С. 22 – 32, 34 – 36.

25. Прокопенко Н. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2010-2011 навчальному році / Н. Прокопенко // Математика в школі. – 2010. – № 9. – С. 22 – 23.

26. Семенець С. Про вивчення функцій у класах фізико-математичного профілю / С. Семенець // Математика в школі. – 2005. – № 7. – С. 33 – 35.

27. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.

28. Сморжевський Л.О. Задачі з алгебри і початків аналізу: 1001 задача прикладного змісту. 10-11 класи [Текст] / Л.О. Сморжевський [та ін]. – К.: А.С.К., 1999. – 153 с.

29. Сморжевський Л.О. Методика використання наочності на уроках алгебри і геометрії в основній школі: навч. посіб. / Л.О. Сморжевський, Ю.Л. Сморжевський. – Кам'янець-Подільський: [Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка], 2010. – 184 с.

30. Удосконалення навчально-виховної робота з математики в школі. Посібник для вчителів: збірник статей, за редакцією доктора педагогічних наук професора І.Ф. Тесленка. – К.: Радянська школа, 1979. – 144 с.