

Міністерство освіти і науки України

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики

Дипломна робота

магістра

з теми : **“Методи розв'язування олімпіадних задач з математики”**

Виконав: студент 2 курсу ступеня
вищої освіти магістр,
групи М1-М23

спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)

Костюченко Руслан Михайлович

Керівник: Зеленський О. В.

кандидат фізико-математичних
наук, доцент

Рецензент: Кріль С. О. кандидат

фізико-математичних наук,
доцент

Зміст

ВСТУП	3
РОЗДІЛ I. ГРАФИ.....	6
РОЗДІЛ II. ПОДІЛЬНІСТЬ ТА ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ	16
Розділ III. КОМБІНАТОРИКА.....	26
Розділ IV. ПРИНЦИП ДІРІХЛЄ	36
Розділ V. ІНВАРІАНТ	43
ВИСНОВКИ.....	53
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	56

ВСТУП

Математичні олімпіади – це унікальний освітній простір, який дає можливість учням розвивати логічне мислення, розкривати свої інтелектуальні здібності та вчитися розв’язувати задачі, які виходять за рамки шкільної програми. Участь у таких заходах сприяє формуванню навичок критичного аналізу, креативності та системного підходу до вирішення проблем, що є важливими як у навчанні, так і в реальному житті.

Олімпіадні задачі є особливим типом завдань, адже вони потребують від учнів не лише базових знань математики, а й здатності застосовувати ці знання в нестандартних ситуаціях. Розв’язування таких задач допомагає формувати в учнів вміння шукати різні підходи до вирішення, аналізувати власні помилки та вчитися на них. Водночас, це є потужним інструментом для розвитку творчого та логічного мислення, що має стати однією з головних цілей математичної освіти.

Дипломна робота "Методи розв’язування олімпіадних задач з математики" спрямована на створення комплексного підходу до підготовки учнів до математичних олімпіад. Робота містить теоретичний матеріал, детальний розбір задач і великий вибір завдань для самостійного опрацювання. Особливістю цієї роботи є її орієнтація на індивідуальні потреби учнів, а також на поступове і систематичне формування навичок розв’язування задач.

Одним із важливих аспектів дипломної роботи є структурована подача матеріалу. Теми розташовані з урахуванням причинно-наслідкових зв’язків, що дозволяє учням краще засвоювати нові знання. Водночас, схожі теми не розташовуються підряд, щоб забезпечити ефект новизни і зацікавити учнів у розв’язуванні задач. Така побудова матеріалу дає

можливість періодично повертатися до ключових понять і поглиблювати їх розуміння.

Кожна тема містить: вступ, у якому подається необхідна теорія та розбираються приклади задач; задачі для роботи на уроці, які рекомендовано розв'язати в повному обсязі;

задачі для самостійного розв'язування вдома; серед них додаткові задачі підвищеної складності, які призначені для найсильніших учнів або тих, хто швидко справляється із базовими задачами;

Основна увага приділяється розвитку логічного мислення та навичок розв'язування задач. Матеріал дипломної роботи також містить рекомендації для вчителів щодо організації роботи на уроці, як-от розбір домашніх завдань, проведення демонстраційних частин та оптимального підходу до перевірки розв'язків учнів.

Особливий акцент зроблено на атмосфері підтримки, яка сприяє розвитку учнів. У роботі запропоновано уникати виставлення оцінок у традиційній формі, що дозволяє учням не боятися помилок і сміливо шукати нестандартні підходи до розв'язування задач. Помилки стають не приводом для покарання, а інструментом для навчання, оскільки їхнє обговорення допомагає уникнути повторення в майбутньому.

Додатково передбачені завдання підвищеної складності для тих, хто випереджає інших у темпі опрацювання матеріалу, а також задачі для ускладнення чи спрощення тем залежно від потреб групи. Завдяки такому підходу робота є корисною як для учнів із різними рівнями підготовки, так і для вчителів, які прагнуть урізноманітнити свої заняття.

Ця дипломна робота стане важливим інструментом для вчителів, які готують учнів до математичних олімпіад, і для учнів, які прагнуть досягти високих результатів. Вона об'єднує теоретичні знання, практичні завдання

і методичні рекомендації, забезпечуючи комплексний підхід до підготовки. Завдяки цьому вона сприяє не лише розвитку математичних здібностей учнів, але й формуванню їхньої впевненості у власних силах та бажанням досягати нових висот.

Дипломна робота також є універсальним інструментом для вчителів, які прагнуть зробити свої заняття цікавими, різноманітними та ефективними. Представлені методичні рекомендації дозволять організувати освітній процес так, щоб кожен учень мав змогу реалізувати свій потенціал, розвивати критичне мислення та отримувати задоволення від розв'язування математичних задач.

Це підтверджує важливість і актуальність розроблених матеріалів, які сприяють формуванню нової генерації математично обдарованих учнів.

ВИСНОВКИ

Дипломна робота на тему «Методи розв’язування олімпіадних задач з математики» є важливим внеском у сучасну систему математичної освіти, особливо в контексті роботи з обдарованими дітьми. Математичні олімпіади виступають потужним інструментом для розвитку учнів, які мають високий інтелектуальний потенціал, і дають змогу виявити та підтримати тих, хто демонструє глибокий інтерес до математики. Ця робота спрямована не лише на підвищення рівня математичних знань учнів, але й на розвиток їхніх математичних компетентностей, що є ключовими для формування логічного, критичного та креативного мислення.

Особливістю роботи є її спрямованість на комплексний розвиток учнів. Розв’язування олімпіадних задач вимагає від школярів не лише знань теоретичних основ, але й здатності застосовувати їх у нестандартних ситуаціях. Саме завдяки цьому процесу в учнів формується здатність аналізувати складні умови задач, шукати різні підходи до їх розв’язання, працювати з помилками та робити висновки, що значно розширює їхні інтелектуальні горизонти. Увага до логічного мислення, яке є основою математичної діяльності, дозволяє учням не лише будувати строгі математичні доведення, але й удосконалювати навички аргументації, що є важливим у будь-якій сфері життєдіяльності.

Матеріали дипломної роботи структуровані таким чином, щоб забезпечити послідовне засвоєння знань і навичок. Теми розташовані з урахуванням причинно-наслідкових зв’язків, але водночас схожі теми не розміщуються підряд, що дозволяє підтримувати інтерес учнів до навчання та створює ефект новизни. Кожна тема містить вступ із теоретичними поясненнями, базові задачі для опрацювання на занятті, задачі підвищеної складності для найсильніших учнів, а також задачі для

самостійного розв'язування вдома. Додатково запропоновано задачі для заміни базових завдань залежно від рівня підготовки учнів. Такий підхід дозволяє адаптувати навчання до потреб як сильних, так і слабших учнів, сприяючи їхньому поступовому прогресу.

Важливим аспектом роботи є увага до створення комфортного середовища навчання. Замість акценту на оцінюванні результатів пропонується робота над помилками, що спонукає учнів не боятися експериментувати та пробувати нові підходи. Аналіз помилок спільно з учнями дає змогу уникнути поширених логічних помилок у майбутньому, а також розвиває здатність до саморефлексії. Такий підхід допомагає сформувати у школярів позитивне ставлення до навчання і впевненість у своїх силах.

Робота також пропонує методичні рекомендації для вчителів щодо організації навчального процесу. Це включає проведення уроків у форматі обговорення, оптимізацію роботи з групами учнів із різним рівнем підготовки, а також методи активізації учнів під час онлайн-навчання. Увага приділяється не лише академічним знанням, але й формуванню м'яких навичок, як-от робота в команді, уважність до деталей і здатність пояснювати свої міркування.

Підготовка до математичних олімпіад сприяє розвитку не лише математичних компетентностей, але й загальних навичок, важливих у сучасному світі. Зокрема, учні вчать мислити нестандартно, ефективно використовувати час, концентрувати увагу на складних завданнях і шукати рішення навіть у складних ситуаціях. Ці компетенції мають вирішальне значення як у професійній діяльності, так і в повсякденному житті.

Матеріали, викладені в дипломній роботі, мають практичну цінність як для учнів, так і для вчителів. Вони можуть використовуватися для організації занять у рамках шкільних математичних гуртків, позашкільної освіти, а також для самостійної підготовки до змагань. Робота створює умови для систематичного й інтерактивного підходу до вивчення математики, що підвищує інтерес учнів до предмета і стимулює їх до подальшого вдосконалення.

У підсумку, дипломна робота підкреслює важливість формування математичних компетентностей, розвитку логічного мислення і роботи з обдарованими дітьми. Вона сприяє підвищенню загального рівня математичної освіти, формуванню нової генерації учнів, які не лише мають високий рівень знань, але й здатні застосовувати їх у реальному житті. Це ще раз підтверджує актуальність і практичну значущість проведеного дослідження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Апостолова Г. В., Бакал О. П. *Логічними стежинками математики. 5-9 класи.* – Київ: Генеза, 2016. – 304 с.
2. Бородін О. І. *Теорія чисел.* – Київ: Вища школа, 1970. – 274 с.
3. Біляніна О. Я., Білянін Г. М. *Збірник олімпіадних задач з математики.* – Чернівці: Зелена Буковина, 2000. – 76 с.
4. Вороний О. М. *Кіровоградські математичні олімпіади школярів 2000–2008 рр.: методичний посібник.* – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2008. – 212 с.
5. Завдання II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://makariv-rmk.at.ua/nakazu/zavdannja.doc>.
6. Збірник конкурсних та олімпіадних задач з математики / За ред. О. К. Закусило. – Київ: Діалектика, 1995. – 192 с.
7. Мартинюк О. М., Попіна С. Ю. *Елементи комбінаторики й класичне означення ймовірності.* – Тернопіль, 2003. – 40 с.
8. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. *Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 кл. закладів загальної середньої освіти.* – Харків: Гімназія, 2019. – 208 с. – ISBN 978-966-474-323-2.
9. Лейфура В. М., Мітельман І. М., Радченко В. М., Ясінський В. А. *Математичні олімпіади школярів України: 1991-2000 рр.: навчальний методичний посібник.* – Київ: Техніка, 2003. – 542 с.
10. Лейфура В. М., Мітельман І. М., Радченко В. М., Ясінський В. А. *Математичні олімпіади школярів України: 2001-2006 рр.* – Львів: Каменяр, 2008. – 348 с.
11. Байсалов Дж. У., Мекуш О. Г., Соліч К. В., Федунік-Яремчук О. В. *Методи розв'язування олімпіадних задач: навчальний посібник.* –

Львів: Східно-європейський національний університет імені Лесі Українки, 2018. – 202 с.

12. Сарана О. А. *Математичні олімпіади: просте і складне поруч: навчальний посібник*. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. – 400 с.

13. Вишенський В. А., Ганюшкін О. Г., Карташов М. В. та ін. *Українські математичні олімпіади: довідник*. – Київ: Вища школа, 1993. – 415 с.

14. У світі математики: журнал: українське науково-популярне видання з математики / Київський національний університет імені Тараса Шевченка; голов. ред. Г. М. Шевченко. – Київ: Київський університет, 1995. – ISSN 1029-4171.

15. Федак І. В. *Готуємося до олімпіади з математики. Ч. І*. – Кам'янець-Подільський: Абетка, 2006. – 111 с.

16. Федак І. В. *Івано-Франківські обласні олімпіади з математики 2011–2015 рр.* – Івано-Франківськ: Голіней, 2015. – 64 с.

17. Федак І. В. *Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики (і не тільки їх)*. – Чернівці: Зелена Буковина, 2002. – 340 с.

18. Ядренко М. Й. *Принцип Діріхле*. – Київ: Вища школа, 1986. – 48 с. – (Бібліотека фізико-математичної школи).

19. Andreescu T., Feng Z. *102 Combinatorial Problems*. – Springer Science and Business Media, New York, 2003. – 148 p.

20. Kedlaya K. S., Poonen B., Vakil R. *The William Lowell Putnam Mathematical Competition 1985–2000: Problems, Solutions, and Commentary*. – Vol. 33. – American Mathematical Society, 2020. – 351 p.

21. Levin O. *Discrete Mathematics: An Open Introduction*. – 3rd edition. – 2021. – 414 p.