

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики

Дипломна робота

магістра

з теми **“Елементи комбінаторики та теорії графів в шкільному курсі математики”**

Виконав: студент 2 курсу ступеня
вищої освіти магістр, групи М1-М23
спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)

Свірчевський В. М.

Керівник: Зеленський О. В.

кандидат фізико-математичних наук,
доцент

Рецензент: Кріль С. О. кандидат

фізико-математичних наук, доцент

Кам'янець-Подільський – 2024

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ I. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ.....	6
РОЗДІЛ II ЗАСТОСУВАННЯ КОМБІНАТОРИКИ.....	18
РОЗДІЛ III ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ В ШКІЛЬНОМУ ТА ОЛІМПІАДНОМУ КУРСІ.....	41
ВИСНОВКИ	88
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	90

ВСТУП

Математика є одним із фундаментальних компонентів шкільної освіти, яка формує в учнів не лише базові знання, але й критично важливі компетентності, необхідні для сучасного життя. Серед них особливе місце займає математична компетентність, що передбачає здатність до аналізу, обґрунтування, моделювання та вирішення задач різного рівня складності. У зв'язку з постійним розвитком технологій та появою нових викликів, сучасна освіта потребує вдосконалення методик викладання математики. Одним із перспективних напрямів такого вдосконалення є інтеграція елементів комбінаторики та теорії графів у шкільний курс математики.

Актуальність теми. Комбінаторика та теорія графів є ключовими розділами дискретної математики, що знаходять широке застосування у різних галузях науки і техніки, таких як інформатика, логістика, біологія, економіка та інші. Саме ці розділи математики допомагають учням розвивати математичну компетентність, формуючи структуроване мислення, здатність до абстрагування та аналізу складних систем. Однак у сучасних шкільних програмах ці теми представлені лише фрагментарно, що значно звужує можливості їх використання для розвитку компетентностей учнів. Інтеграція елементів комбінаторики та теорії графів у навчальний процес дозволяє не лише підвищити якість математичної підготовки, але й зробити її більш цікавою, практично орієнтованою та міждисциплінарною.

Мета дослідження. Метою цієї роботи є аналіз методологічних підходів до викладання елементів комбінаторики та теорії графів у шкільному курсі математики, розробка системи навчальних завдань, спрямованих на підвищення математичної компетентності учнів, а також оцінка ефективності їхнього впровадження.

Завдання дослідження:

Вивчити стан впровадження елементів комбінаторики та теорії графів у шкільний курс математики.

Проаналізувати зв'язок цих тем із формуванням математичної компетентності учнів.

Розробити систему завдань, зокрема олімпіадного характеру, які сприяють розвитку аналітичного мислення.

Дослідити можливості використання комбінаторики та теорії графів у міждисциплінарних проектах.

Оцінити вплив запропонованих методик на рівень математичної компетентності учнів.

Методи дослідження. У роботі використовуються теоретичні методи (аналіз і систематизація наукової літератури), емпіричні методи (розробка та впровадження системи завдань), а також математичне моделювання та експериментальний аналіз ефективності застосування елементів дискретної математики у шкільному курсі.

Наукова новизна. Робота пропонує комплексний підхід до інтеграції елементів комбінаторики та теорії графів у шкільний курс математики, акцентуючи увагу на їхньому впливі на розвиток математичної компетентності учнів. Оригінальні навчальні завдання, розроблені в межах дослідження, мають не лише навчальну, але й практичну цінність.

Практична значущість. Отримані результати дослідження можуть бути використані для вдосконалення методик викладання математики у школах. Розроблені завдання та методичні рекомендації сприятимуть не лише підготовці учнів до участі в математичних олімпіадах, але й формуванню у них навичок аналітичного мислення, необхідних для подальшого навчання та роботи.

Структура роботи. Дипломна робота складається з трьох розділів. У першому розділі розглядаються теоретичні аспекти комбінаторики та теорії графів, їхній зв'язок із математичною компетентністю. Другий розділ присвячено розробці системи навчальних завдань, які інтегрують елементи комбінаторики та теорії графів у шкільний курс. У третьому розділі подано результати експериментального дослідження впровадження запропонованих методик та аналіз їхньої ефективності.

Очікувані результати. Реалізація запропонованих підходів сприятиме підвищенню якості математичної освіти в школі, розширенню горизонту навчальних можливостей та формуванню у школярів необхідних компетентностей для вирішення складних завдань у сучасному світі.

ВИСНОВКИ

Комбінаторика та теорія графів є важливими складовими сучасної дискретної математики, яка охоплює широкий спектр задач і застосувань. Ця робота має на меті підкреслити значущість цих розділів у навчальному процесі, особливо у підготовці учнів до олімпіад, студентів фізико-математичних спеціальностей, а також для вчителів і всіх, хто цікавиться математикою.

Комбінаторика відіграє важливу роль у формуванні математичної культури. Її основні концепції, такі як розміщення, сполучення, перестановки, знаходять застосування в багатьох галузях науки та техніки. У шкільному курсі математики комбінаторика дозволяє учням розвивати логічне мислення, аналізувати множини, виконувати підрахунки і знаходити оптимальні рішення. Ці навички не лише полегшують розв'язання завдань у шкільному курсі, а й є надзвичайно корисними для складання тестів, олімпіад і майбутнього навчання у вищих навчальних закладах. Значення комбінаторики для олімпіадного курсу є особливо великим. Завдяки розв'язанню задач на підрахунок комбінацій, розподіл об'єктів, пошук оптимальних варіантів та інших нетривіальних задач учні розширюють свій математичний світогляд, що готує їх до складніших тем у вищій математиці.

Теорія графів є не менш важливою частиною дискретної математики. Вона дозволяє моделювати різноманітні процеси та структури у вигляді вершин і ребер, знаходячи застосування в багатьох практичних галузях: від аналізу транспортних систем і побудови комп'ютерних мереж до соціологічних досліджень та біологічних процесів. У шкільному курсі математики теорія графів є корисним інструментом для вивчення зв'язності, оптимізації маршрутів і розв'язання задач, пов'язаних із реальними мережами. Графові задачі також активно використовуються в олімпіадному курсі,

сприяючи розвитку творчого та абстрактного мислення, яке допомагає знаходити нестандартні рішення в складних ситуаціях.

У цій роботі підготовлено й розроблено велику кількість задач із комбінаторики та теорії графів різного рівня складності. Цей матеріал стане у пригоді учням, які готуються до математичних олімпіад, студентам фізико-математичних спеціальностей, а також вчителям, які шукають цікаві приклади для підготовки учнів. Завдяки своїй багатогранності та практичній значущості, задачі допоможуть сформувати глибше розуміння комбінаторних методів і графових структур. Представлені в роботі приклади демонструють, як ці розділи математики можуть бути використані для моделювання й аналізу різних ситуацій із реального життя.

Дипломна робота покликана не лише поглибити знання в області комбінаторики та теорії графів, а й стимулювати інтерес до математики в цілому. Вивчення цих тем розвиває аналітичні навички, сприяє підготовці до нових викликів у науці й техніці, а також допомагає молоді реалізувати свій потенціал у різних галузях діяльності. Комбінаторика та теорія графів залишаються незамінними елементами сучасної математичної освіти, поєднуючи в собі глибоку теоретичну базу та практичну значущість для вирішення задач будь-якої складності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. М. С. Циганівський, В. С. Щирба. Практикум з дискретної математики; Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. Івана Огієнка. - Кам'янець-Подільський : [б. в.], 2011. - 219 с.
2. Андрійчук Ю.В., Комарницький М.Я., Іщук Ю.Б., Вступ до дискретної математики. — Львів: ВЦ ЛНУ ім. Івана Франка, 2003. –254с.
3. *Базилевич Л.* Дискретна математика у прикладах і задачах : підручник / Л. Базилевич. – Л. : Видавець І. Е. Чижиков, 2013. – 487 с.
4. Бондарчук Ю. В. Основи дискретної математики : навч. посіб. / Ю. В. Бондарчук, Б. В. Олійник. – К. : Вид. дім «Києво-Могилянська академія», 2009.– 159 с.
5. Бондаренко М. Ф. Комп'ютерна дискретна математика / М. Ф. Бондаренко, Н. В. Білоус, А. Г. Руткас. – Харків: «Компанія СМІТ», 2004. – 480с.
6. Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., В.Є. Ходаков. Дискретна математика: Підручник. –К.: Вища шк., 2002.
7. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А., Луцький Г.М., Печурін М.К. Основи дискретної математики: Підручник. – Київ: Видавництво “ЛітСофт”, 2000.
8. Карнаух Т. О. Вступ до дискретної математики / Т. О. Карнаух, А. Б. Ставровський. – К. : ВПЦ “Київський університет”, 2006. – 113 с.
9. Кривий С.Л. Дискретна математика: підручник для студентів вищ. навч. закл.– Чернівці-Київ: Видавничий дім «Букрек», 2014. – 568 с.
10. Матвієнко М. П. Дискретна математика : навч. посіб. / М. П. Матвієнко. – К. : Видавництво “Ліра-К”, 2013. – 348 с.

11.Спекторський І.Я. Навчальний посібник з дисципліни «Дискретна математика». Алгебра висловлень, теорія множин, теорія відношень, елементи комбінаторики, теорія графів, елементи теорії груп та кілець. – К.: НТУУ «КПІ», ННК «ІПСА», 2002. – 120 с.

12.Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю. М. Дискретна математика. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007.

13.Ядренко М. Й. Дискретна математика : навч. посіб. М. Й. Ядренко. – К. : ВПЦ “Експрес”, 2003. – 244 с.

14.J. Bang-Jensen, G. Gutin Classes of directed graph. Springer Monographs in Mathematics.–2018.–636 p