

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра комп'ютерних наук

Кваліфікаційна робота

магістра

з теми: «Процедурна генерація цифрового представлення рельєфу місцевості
та дорожньої мережі в 3D-графіці»

Виконав: здобувач вищої освіти, групи KN1-M23
спеціальності 122 Комп'ютерні науки
Станіславів Олександр Сергійович

Керівник: Смалько О. А., кандидат педагогічних
наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук

Рецензент: Зеленський О. В., кандидат фізико-
математичних наук, доцент, доцент кафедри
математики

Кам'янець-Подільський – 2024 р.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	3
ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1 МЕТОДИ ПРОЦЕДУРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ ПРИРОДНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЛАНДШАФТУ ТА ДОРОЖНІХ МЕРЕЖ.....	8
1.1 Основи процедурної генерації цифрових ландшафтів.....	8
1.2 Шумові функції та їх математична реалізація	11
1.3 Способи інтеграції дорожніх мереж в цифрові середовища	19
Висновки до розділу 1	22
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ТА ПРИЙОМИ НАДАННЯ РЕАЛІСТИЧНОСТІ ГЕНЕРОВАНИМ ЛАНДШАФТНИМ СЕРЕДОВИЩАМ	24
2.1 Способи вдосконалення рельєфних форм місцевості у цифровому представленні.....	24
2.2 Фізично-обґрунтовані методи створення реалістичних ландшафтів	29
2.3 Інтеграція та адаптація дорожніх мереж до топографії рельєфу	34
Висновки до розділу 2	37
РОЗДІЛ 3 ПРОЄКТУВАННЯ ТА РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАСТОСУНКУ	39
3.1 Використовувані технології розробки.....	39
3.2 Проєктування програмного застосунку	42
3.3 Реалізація цифрового представлення елементів ландшафту	49
3.4 Впровадження інтерактивних елементів у програмі.....	55
Висновки до розділу 3	58
ВИСНОВКИ.....	60
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	63
ДОДАТКИ	69
Додаток А.....	70
Додаток Б.....	79
Додаток В	81

АНОТАЦІЯ

Кваліфікаційна робота присвячена дослідженню існуючих та розробці ефективних алгоритмів генерування природних і рукотворних компонентів цифрових ландшафтів для 3D-візуалізації, а також для ефективної обробки даних з подальшою їх інтеграцією у розроблюваний програмний застосунок.

Дослідження зосереджено на вдосконаленні методів моделювання природних процесів та інтеграції штучних елементів, таких як мережі доріг, у цифровий рельєф, акцентуючи увагу на ефективності обчислень і точності візуалізації. Вдосконалено окремі методи маніпулювання картою висот, розроблено модульний підхід для реалізації режимів змішування та метод інтеграції доріг до ландшафту. Також реалізовано ефективні структури даних для оптимізації обчислювальних процесів, що забезпечують безперебійну роботу та оптимізацію, і є важливим для реальних застосунків, таких як середовища віртуальної реальності та системи моделювання. Визначено та обґрунтовано найбільш корисні передові математичні підходи, включаючи дискретні гідродинамічні моделі та моделювання ерозії на основі фізики, для відтворення природних геологічних і гідрологічних процесів, завдяки яким досягається виняткова схожість синтезованих ландшафтів на реальні.

Матеріали кваліфікаційної роботи можуть бути корисними в подальших академічних дослідженнях, а також для дослідників і фахівців, які працюють в галузях моделювання та візуалізації цифрових природних середовищ, що поєднують в собі окремі антропогенні об'єкти. Це сприятиме розвитку розуміння прийомів поєднання природного рельєфу та штучно створених об'єктів, а також пошуку найбільш раціональних методів синтезу реалістичних і функціональних цифрових середовищ.

Результати цього дослідження можуть бути застосовані в проєктах розробників відеоігор, інженерів графічного програмного забезпечення, дизайнерів віртуального простору та інших суміжних галузях.

The qualification work is dedicated to researching existing and developing efficient algorithms for generating natural and man-made components of digital landscapes for 3D visualization, as well as for efficient data processing and subsequent integration into the developed software application.

The research focuses on improving methods for modeling natural processes and integrating artificial elements, such as road networks, into digital terrain, emphasizing computational efficiency and visualization accuracy. Specific methods for manipulating heightmaps have been refined, a modular approach for implementing blending modes has been developed, and a method for integrating roads into the landscape has been proposed. Efficient data structures have also been implemented to optimize computational processes, ensuring smooth operation and optimization, which is crucial for real-world applications such as virtual reality environments and simulation systems. The most effective advanced mathematical approaches, including discrete hydrodynamic models and physics-based erosion simulation, have been identified and substantiated to recreate natural geological and hydrological processes. These methods ensure exceptional realism of the synthesized landscapes, closely resembling real-world terrain.

The materials of the qualification work can be valuable for further academic research, as well as for researchers and professionals working in the fields of modeling and visualization of digital natural environments that integrate individual anthropogenic objects. This contributes to a deeper understanding of techniques for combining natural terrain with artificially created objects, as well as to identifying the most rational methods for synthesizing realistic and functional digital environments.

The results of this research can be applied to projects by video game developers, graphic software engineers, virtual space designers, and other related fields.

ВСТУП

Процедурна генерація цифрових ландшафтів представляє важливу область дослідження на перетині комп'ютерної графіки, обчислювальної математики та розробки програмного забезпечення. Ця галузь була обрана для дослідження через її всезростаюче значення в сучасних застосунках, де попит на реалістичні, масштабовані та інтерактивні цифрові середовища продовжує зростати. Здатність генерувати складний рельєф і бездоганно інтегрувати природні особливості та штучно створені об'єкти, такі як дороги та водні шляхи, є практичною необхідністю. Важливість даної сфери полягає в її потенціалі вирішення ключових проблем у створенні контенту. Ручне моделювання цифрових ландшафтів займає багато часу, є надзвичайно трудомістким і часто обмежується людськими можливостями. Процедурна генерація долає ці проблеми, використовуючи алгоритмічні підходи для автоматизації та оптимізації створення ландшафтів, забезпечуючи послідовність, масштабованість і високий рівень деталізації.

Дана сфера хоч і відзначається значними досягненнями, але вона залишається недостатньо розвиненою в кількох критичних областях, які обмежують її потенціал. Одна з головних проблем полягає в точному та ефективному моделюванні природних явищ та їх інтеграції в процедурно створені ландшафти. Хоча існуючі методи надають інструменти для створення як базових форм ландшафту, таких як пагорби, долини та плато, так і більш складніших, але вони часто не в змозі відтворити складність і реалістичність геологічних процесів, включаючи ерозію, транспортування осаду та вивітрювання із забезпеченням достатньої оптимізації обчислень. Технології, програмні інструменти, алгоритми та методи, досліджені та розроблені в ході цієї роботи, сприяють підвищенню доступності та ефективності процесу моделювання цифрових ландшафтів, дозволяючи розробникам створювати більш захоплюючі та реалістичні віртуальні середовища без значних вимог до апаратної складової комп'ютерних систем.

Об'єкт дослідження: процедурна генерація цифрових ландшафтів.

Предмет дослідження: методи та алгоритми процедурної генерації цифрового представлення тривимірного рельєфу місцевості та дорожньої мережі.

Мета кваліфікаційної роботи. Дослідження існуючих і розробка ефективних алгоритмів генерування природних та рукотворних компонентів цифрових ландшафтів для 3D-візуалізації та ефективної обробки даних з подальшою їх інтеграцією в розроблюваний програмний застосунок.

Завдання дослідження:

1. Дослідження існуючих моделей, алгоритмів і методів генерації природних особливостей місцевості та деяких рукотворних об'єктів, зокрема дорожніх мереж, з використанням сучасних підходів до обробки даних і 3D-візуалізації.
2. Розробка ефективних методів і технологій поєднання природних і штучних об'єктів у цифрових ландшафтах з акцентом на оптимізацію процесів обробки, передачі та зберігання даних для інтеграції в розроблюваний програмний застосунок.
3. Пошук найбільш ефективних алгоритмів та методик для створення реалістичних рельєфів з високою візуальною достовірністю та ефективною обробкою даних в контексті комп'ютерних систем та 3D-графіки.
4. Проектування та реалізація генератора ландшафтів, що автоматизує процес моделювання різноманітних цифрових рельєфів з урахуванням оптимізації обчислювальних процесів і зручності користувацького інтерфейсу.

Методи дослідження: аналіз джерел, математичне моделювання, експериментальний метод, комп'ютерне моделювання, алгоритмічний метод, метод порівняльного аналізу.

Практичне значення одержаних результатів полягає у розробленому комплексному наборі методів та алгоритмів процедурної генерації цифрових

ландшафтів, що включають в себе вдосконалені методи маніпулювання картою висот, способи змішування шарів та нелінійні перетворення, які підвищують точність і контроль створення рельєфу. Крім того, інтеграція фізичних моделей, у тому числі ерозії та транспортування осаду, дозволяє реалістично моделювати природні геологічні процеси. Також розроблені алгоритми цілісної генерації дорожньої мережі і адаптивні методи згладжування забезпечують природне злиття доріг з рельєфом. Дані методи розроблені з модульною структурою, що робить їх не тільки ефективними в рамках дослідницького застосування, але й адаптованими для використання в різноманітних зовнішніх системах.

Апробація результатів дослідження відбувалася впродовж роботи трьох Міжнародних конференцій, зокрема у форматі наукових статей [20] (категорія «А»), [19] (категорія «Б»), [47] (категорія «А») та тез [24]; шляхом публікації в науково-практичному журналі «Сучасна спеціальна техніка» (категорія «Б»), у Віснику К-ПНУ імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки [4] та двох тез [8], [54] у Збірнику наукових праць студентів та магістрантів К-ПНУ імені Івана Огієнка.

Структура роботи. Кваліфікаційна робота складається з анотації, вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 54 посилання, та трьох додатків.

ВИСНОВКИ

В результаті виконання кваліфікаційної роботи було досягнуто поставленої мети та виконані усі завдання. Зокрема, перше завдання полягало у дослідженні існуючих моделей, алгоритмів і методів для створення як природних особливостей місцевості, так і штучних структур, таких як мережі доріг. Було ретельно проаналізовано численні методики, включно з підходами, заснованими на фізиці, і математичними моделями, які покращують реалістичність синтезованого рельєфу. Досліджуючи гідродинамічні моделі, процеси ерозії та методи інтеграції дорожніх мереж, було визначено ключові стратегії підвищення як візуальної точності, так і обчислювальної ефективності цифрових ландшафтів. Ці фундаментальні знання сприяли подальшій розробці інноваційних методів і алгоритмів з подальшим практичним їх впровадженням.

Друге завдання передбачало розробку ефективних методів і технологій для поєднання природних і штучних особливостей у цифрових ландшафтах, одночасно оптимізуючи обробку, передачу та зберігання даних. Було вдосконалено окремі методи маніпулювання картою висот, розроблено модульний підхід для реалізації режимів змішування та метод інтеграції доріг до ландшафту. Крім того, було реалізовано ефективні структури даних для оптимізації обчислювальних процесів, що забезпечує безперебійну роботу та оптимізацію, і є важливим для реальних застосунків, таких як середовища віртуальної реальності та системи моделювання.

Третє завдання полягало у пошуку найбільш ефективних алгоритмів і методів для створення реалістичних ландшафтів з високою візуальною точністю та ефективною обробкою даних. В результаті було визначено та обґрунтовано найбільш корисні передові математичні підходи, включаючи дискретні гідродинамічні моделі та моделювання ерозії на основі фізики, для відтворення природних геологічних і гідрологічних процесів. Спрощені форми складних рівнянь, таких як рівняння Нав'є-Стокса та Ейлера, були ефективно адаптовані для досягнення реалістичних результатів без надмірних

обчислювальних витрат. Ці методи надають нові можливості побудови цифрових ландшафтів, які точно імітують такі природні явища, як відкладення осаду, повзучість матеріалу та ерозія русла річки.

Четверте завдання полягало у проєктуванні та розробці системи генерації ландшафту, здатної автоматизувати моделювання різноманітних цифрових рельєфів, одночасно забезпечуючи обчислювальну ефективність і зручність для користувача. Це було виконано, зокрема сформована програмна система, що має модульну структуру, в якій усі алгоритми реалізовані як незалежні компоненти, що можна повторно використовувати в різних програмах. Генератор ландшафтів об'єднує методи синтезу рельєфу, включаючи змішування карт висот, моделювання ерозії та створення дорожньої мережі, пропонуючи користувачам інтуїтивно зрозумілий інтерфейс для створення складних рельєфів. Модульний підхід не тільки підвищує гнучкість системи, але й розширює можливості її інтеграції в інші програмні платформи, що робить її цінним інструментом для розробників.

Всі види робіт, проведені в межах даного кваліфікаційного дослідження, є вагомими для сфери процедурної генерації рельєфу, оскільки завдяки інтеграції принципів гідродинаміки та моделювання на основі фізики стало можливим моделювати природні процеси з високим рівнем реалістичності з невеликими вимогами до комп'ютерно-мережевих систем. Розроблені методи ефективно збалансовують обчислювальну ефективність із візуальною точністю, вирішуючи ключові проблеми у створенні інтерактивного та захоплюючого середовища.

Крім того, дослідження підкреслює важливість оптимізації обчислювальних методів для забезпечення візуалізації в реальному часі та інтерактивного дизайну. Можливість створювати візуально привабливі рельєфи без надмірних потреб у ресурсах дозволяє впроваджувати розроблені методи в галузях із різноманітними технологічними можливостями, усуваючи розрив між теоретичними досягненнями та практичним впровадженням.

Гармонійне поєднання у застосунку методів, що забезпечують інтерактивність та модульність, покращують ефективність і реалістичність

процедурної генерації рельєфу, підкреслюють його важливість для практичного застосування в багатьох галузях, де використовують цифровий візуальний контент з реалістичними ландшафтними формами. Також корисним результатом проведеного дослідження є вирішена задача плавної інтеграції згенерованої дорожньої мережі в природний рельєф місцевості, яка реалізовується за допомогою алгоритму, що вирівнює рельєф уздовж траєкторії дороги та згладжує її краї з навколишнім ландшафтом.

Варто зазначити, що на основі проведених досліджень було розроблено програмне рішення, в якому реалізовується поєднання значної кількості розроблених ефективних методів та алгоритмів.

Матеріали даної кваліфікаційної роботи можуть бути корисними в подальших академічних дослідженнях, а також для дослідників і фахівців, які працюють в галузях моделювання та візуалізації цифрових природних середовищ, що поєднують в собі окремі антропогенні об'єкти. Це сприятиме розвитку у них розуміння прийомів поєднання природного рельєфу та штучно створених об'єктів, а також пошуку найбільш раціональних методів синтезу реалістичних і функціональних цифрових середовищ. Результати цього дослідження та розроблені автором методи стануть основою подальших науково-практичних досліджень націлених на вдосконалення процедур генерації цифрових ландшафтів шляхом розширення спектру модельованих природних та антропогенних процесів, на підвищення обчислювальної ефективності та впровадження методів машинного навчання для забезпечення оптимізації синтезу рельєфу. Майбутня робота може бути зосереджена на розробці адаптивних алгоритмів, здатних динамічно підлаштовуватися під різноманітні умови навколишнього середовища та вимоги користувачів, а також на застосуванні передових методів моделювання фізичних процесів для створення більш складних взаємодій між елементами рельєфу та дією сторонніх сил. Це сприятиме створенню багатомасштабних, високодеталізованих цифрових середовищ, які можуть подолати існуючий розрив між науковою точністю і практичним застосуванням, зокрема, у таких сферах, як геопросторовий аналіз, віртуальна реальність, ігри та міське планування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Lawick van Pabst J., Jense H. Dynamic Terrain Generation Based on Multifractal Techniques. *High Performance Computing for Computer Graphics and Visualization*, 1996. DOI:10.1007/978-1-4471-1011-8_13.
2. Game Programmer Martz P. Generating random fractal terrain. URL: <https://web.archive.org/web/20060420054134/http://www.gameprogrammer.com/fractal.html> (date of access: 03.08.2024).
3. Perlin K. Chapter 4. In the beginning: The pixel stream editor. URL: <https://redirect.cs.umbc.edu/~olano/s2002c36/ch04.pdf> (date of access: 05.08.2024).
4. Станіславів О. С. Цифрове представлення ландшафтів за допомогою методів процедурної генерації. *Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки*. Випуск 16. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2023. С. 79–84.
5. Miller G. S. P. The definition and rendering of terrain maps. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1986. Vol. 20, Issue 4. DOI:10.1145/15886.15890.
6. Blatz M., Korn O. A Very Short History of Dynamic and Procedural Content Generation. *Game Dynamics*. Springer International Publishing, Cham, 2017. pp. 1–13. DOI:10.1007/978-3-319-53088-8_1.
7. Hendrikx M., Meijer S., Van Der Velden J., Iosup A. Procedural content generation for games: A survey. *ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications, and Applications (TOMM)*, 9(1), 2013. pp. 1–22. DOI:10.1145/2422956.2422957.
8. Станіславів О. С. Розробка програмного застосунку для процедурної генерації рельєфу місцевості. *Збірник наукових праць студентів та магістрантів Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка*. Випуск 18. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2024. С. 224–225.

9. Perlin K. An image synthesizer. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*. Vol. 19, Issue 3. pp. 287–296, July 1985.
10. Lagae A., Lefebvre S., Cook R., Deroose T., Drettakis G., Ebert D. S., Lewis J. P., Perlin K., Zwicker M. A Survey of Procedural Noise Functions. *Computer Graphics Forum*, 29(8), 2010. Pp. 2579–2600. DOI:10.1111/j.1467-8659.2010.01827.x.
11. Marechal N., Galin E., Peytavie A., Maréchal N., Guérin E. Procedural Generation of Roads. *Computer Graphics Forum*, 2010. Vol. 29, Issue 2. Pp. 429–438. DOI:10.1111/j.1467-8659.2009.01612.x.
12. Zhang X., Zhong M., Liu S., Zheng L., Chen Y. Template-Based 3D Road Modeling for Generating Large-Scale Virtual Road Network Environment. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 8(9), 2019. DOI:10.3390/ijgi8090364.
13. Hong Z., Sun P., Tong X., Pan H., Zhou R., Zhang Y., Han Y., Wang J., Yang S., Xu L. Improved A-Star Algorithm for Long-Distance Off-Road Path Planning Using Terrain Data Map. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 10(11), 2021. DOI:10.3390/ijgi10110785.
14. Liu X., Zhan B., Ai T. Road selection based on Voronoi diagrams and “strokes” in map generalization. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 12(1), 2010. Pp. 194–202. DOI:10.1016/j.jag.2009.10.009.
15. Wu J., Zhao Y., Yu M. et al. A new Voronoi diagram-based approach for matching multi-scale road networks. *Journal of Geographical Systems*, 25(2), 2023. Pp. 265–289. DOI:10.1007/s10109-023-00409-w.
16. Kelvin L. Z., Bhojan A. Procedural Generation of Roads with Conditional Generative Adversarial Networks. *Special Interest Group on Computer Graphics and Interactive Techniques Conference*. 2020. DOI:10.1145/3388770.3407422.
17. Galin E., Peytavie A., Marechal N., Guerin E. Procedural Generation of Roads. *Computer Graphics Forum*, 29(2), 2010. Pp. 429–438. DOI:10.1111/j.1467-8659.2009.01612.x.

18. Chen A., Darbon J., Morel J.-M. Landscape evolution models: A review of their fundamental equations. *Geomorphology*. Vol. 219, 2014. Pp. 68-86. DOI:10.1016/j.geomorph.2014.04.037.
19. Станіславів О. С., Жолтовський О. О., Смалько О. А. Комп'ютерне моделювання деяких природних процесів для генерації ландшафтів. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць. DOI:10.32626/2308-5916.2024-25.106-113.
20. Zholtovskyi O. O., Stanislaviv O. S., Smalko O. A. Landscape generation using discrete hydrodynamic models. *2024 IEEE 5th KhPI Week on Advanced Technology*. URL: <https://2cm.es/MX5g>
21. Beneš B. Real-time erosion using shallow water simulation. *Virtual reality interactions and physical simulation "VRIPHYS"*, Eurographics Association, 2007. DOI:10.2312/PE/vriphys/vriphys07/043-050.
22. Mei X., Decaudin P., Hu B.-G. Fast hydraulic erosion simulation and visualization on GPU. *15th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications (PG'07)*, 2007. DOI:10.1109/PG.2007.15.
23. McDonald N. Simple particle-based hydraulic erosion. URL: <https://nickmcd.me/2020/04/10/simple-particle-based-hydraulic-erosion/> (date of access: 12.10.2024).
24. Станіславів О. С. Генерація тривимірного ландшафту з використанням методу моделювання гідравлічної ерозії на основі частинок. Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: тези доповідей 10-ї Міжнародної наукової конференції. Пам'яті почесного професора Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, д.т.н., професора, почесного академіка НАПНУ А.Ф. Верлани. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2024. URL: <https://2cm.es/MX5L>
25. Belyaev A., Ohtake Y. A comparison of mesh smoothing methods. *Proc. Conf. on Geometric Modeling and Computer Graphics IKBN 2003*, Tel-Aviv, 2003. Pp. 83–87.

26. Anderson D. A., Tannehill J. C., Pletcher R. H., Munipalli R., Shankar V. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Fourth Edition. Abingdon: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2021. DOI:10.1201/9781351124027.
27. Appel A. Some techniques for shading machine renderings of solids. URL: <https://graphics.stanford.edu/courses/Appel.pdf> (date of access: 16.10.2024).
28. Bridson R. Fluid simulation for computer graphics, 2nd ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 2016. 276 p.
29. Cai X., Mengyao X., Yu N., Yang Z. A Terrain Elevation Map Generation Method Based on Self-Attention Mechanism and Multifeature Sketch. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2022. Pp. 1–19. DOI:10.1155/2022/9481445.
30. Camassa R., Holm D. D. An integrable shallow water equation with peaked solitons. *Physical Review Letters*. Vol. 71, Issue 11. 1993. Pp.1661-1664. DOI:10.1103/PhysRevLett.71.1661.
31. Campos R., Quintana J., Garcia R., Schmitt T., Spoelstra G., Schaap D. M. A. 3D simplification methods and large scale terrain tiling. *Remote Sensing*. Vol. 12, Issue 3. 2020. DOI:10.3390/rs12030437.
32. Foley J. D., Van Dam A. Fundamentals of interactive computer graphics (the systems programming series). Massachusetts : Addison-Wesley, 1983. 664 p.
33. Fournier A., Fussell D., Carpenter L. Computer rendering of stochastic models. *Communications of the ACM*, 1982. Vol. 25, Issue 6. DOI:10.1145/358523.358553.
34. Gagniere S., Hyde D., Marquez-Razon A., Jiang C. et al. A hybrid Lagrangian/Eulerian collocated advection and projection method for fluid simulation. *Computer Graphics Forum*. Vol. 39, Issue 8. 2020. Pp. 1–14.
35. Gotoh H., Sakai T., Shibahara T. Lagrangian flow simulation with sub-particle-scale turbulence model. *Proceedings of hydraulic engineering*, Vol. 44, pp. 575–580, February 2000.

36. Harlow F., Welch J. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with a free surface. *The Physics of Fluids*. Vol. 8, No 12. 1965. Pp. 2182–2189.
37. Kamal K. R., Uddin Y. S. Parametrically controlled terrain generation. *Proceedings of the 5th international conference on Computer Graphics and Interactive Techniques in Australasia and Southeast Asia*. 2007. Pp. 17–23. DOI:10.1145/1321261.1321264.
38. Karsznia I., Wereszczyńska K., Weibel R. Make It Simple: Effective Road Selection for Small-Scale Map Design Using Decision-Tree-Based Models. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 11(8). 2022. DOI:10.3390/ijgi11080457.
39. Kodama Y. Solitons in Two-Dimensional Shallow Water. Philadelphia, PA: *SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2018. DOI:10.1137/1.9781611975529.
40. Li H., Kim S. Mesh simplification algorithms for rendering performance. *International journal of engineering research and technology*. Vol. 13, N. 6. 2020. DOI:10.37624/IJERT/13.6.2020.1110-1119.
41. McKee S., Tome M. F., Ferreira V. G., Cuminato J. A., Castelo A., Sousa F. S., Mangiavacchi N. The mac method. *Computers and Fluids*, Vol. 37, Issue 8. Pp. 907-930, 2008. DOI:10.1016/j.compfluid.2007.10.006.
42. Musgrave F. K., Kolb C. E., Mace R. S. The synthesis and rendering of eroded fractal terrains. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1989. Vol. 23, Issue 3. DOI:10.1145/74334.74337.
43. Osher S., Fedkiw R. Level Set methods and dynamic implicit surfaces. *Applied Mathematical Sciences*. Vol. 153. Springer, 2003. Pp. 210–211.
44. Pharr M., Jakob W., Humphreys G. Physically based rendering: from theory to implementation. URL: <https://pbr-book.org/4ed/contents> (date of access: 15.10.2024).
45. Ruban A. I., Gajjar J. B., Fluid Dynamics. *Classical Fluid Dynamics*. Oxford: Oxford University Press, 2014. DOI:10.1093/acprof:oso/9780199681730.002.0003.

46. Schumacker R. A. Brand B., Gilliland M. G., Sharp W. H. Study for applying computer-generated images to visual simulation. Apollo Systems Department of General Electric Company. URL: <https://2cm.es/Plmv> (date of access: 16.10.2024).
47. Stanislaviv O. S., Zholtovskiy O. O., Smalko O. A. Generation techniques for realistic landscape informational models in immersive systems. *2024 IEEE 5th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)*. URL: <https://2cm.es/N4C4>
48. Tzathas P., Gailleton B., Steer P., Cordonnier G. Physically-based analytical erosion for fast terrain generation. *Computer Graphics Forum*, 43(2), 2024. DOI:10.1111/cgf.15033.
49. Vieira-e-Silva A. L., Brito C., Almeida M. W., Teichrieb V. Improved MPS method and its variations for simulating incompressible fluids on GPU. *SBC Journal on Interactive Systems*. Vol. 9, No 2. 2018. Pp. 52–67.
50. Williams L. Pyramidal Parametrics. *Computer Graphics*, 1983. Vol. 17, N. 3. DOI:10.1145/964967.801126.
51. Wu X. An efficient antialiasing technique. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*. Vol. 25, Issue 4. 1991. DOI:10.1145/127719.122734.
52. Yuan L., Li D., Tao F. Optimization of Terrain Generation Algorithm in Three-dimensional Real-time Modeling. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 42(10), 2017. Pp. 1387–1393. DOI:10.13203/j.whugis20160100.
53. Смалько О. А., Костромицький А. І., Станіславів О. С., Коваленко О. М., Яковенко О. В. Метод кодування текстурної інформації з урахуванням особливостей пересилання та захисту відеозображень в інфокомунікаційних мережах. *Сучасна спеціальна техніка*. 2023. № 4. С. 62–69.
54. Станіславів О. С. Digital terrain representation using procedural generation methods. *Збірник наукових праць студентів та магістрантів Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка*. Випуск 18. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2024. С. 37–39.