

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра комп'ютерних наук

Кваліфікаційна робота бакалавра

**з теми: «Дослідження алгоритмів пошуку максимального потоку в
потоківій мережі»**

Виконав: здобувач вищої освіти групи KN1-B21
спеціальності 122 Комп'ютерні науки

Андронік Дмитро Іванович

Керівник: Щирба Віктор Самуїлович,
кандидат фізико-математичних наук, доцент

Рецензент: Отпасюк Сергій Васильович,
кандидат фізико-математичних наук, доцент

м. Кам'янець-Подільський – 2025 р.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ.....	3
ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРІЯ ГРАФІВ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ.....	7
1.1 Огляд літературних джерел.....	7
1.2 Алгоритми на графах.....	8
Висновки до розділу 1	13
РОЗДІЛ 2 ОПТИМАЛЬНІ ШЛЯХИ В ПОТОКОВІЙ МЕРЕЖІ	15
2.1 Теоретичні аспекти алгоритмів максимального потоку	15
2.2 Оптимальні маршрути в стаціонарних задачах	18
2.2.1 Алгоритм Форда-Фалкерсона для пошуку максимального потоку... ..	18
2.2.2 Алгоритм Едмондса-Карпа для пошуку максимального потоку	26
2.2.3 Потік мінімальної вартості	28
Висновки до розділу 2	30
РОЗДІЛ 3 ПРАКТИЧНА РОБОТА З ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ АЛГОРИТМІВ.....	32
3.1 Інструкція використання програми.....	32
3.1.1 Демонстрація веб-додатка	32
3.1.2 Застосування алгоритмів.....	35
3.2 Приклад розв’язання задачі за допомогою представленого продукту	36
Висновки до розділу 3	37
ВИСНОВКИ	38
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	39
ДОДАТОК	40

АНОТАЦІЯ

В роботі досліджено ряд класичних алгоритмів пошуку оптимальних маршрутів у потоковій мережі. Актуальність їх розгляду обумовлено доцільністю подати певного класу прикладні задачі мовою графів, а потім шукати оптимальний результат у вихідних термінах. Показано, що арсенал алгоритмів на графах є досить об'ємним, тому в роботі наголошується на необхідності порівняти і показати не лише позитивні сторони, але й недоліки алгоритмів пошуку в мережі.

Матеріал кваліфікаційної роботи може бути використаний при розробці програмного забезпечення для розв'язання оптимізаційних задач, а у навчальному процесі при вивченні освітніх компонент «Алгоритми та структури даних», «Дискретні структури», в ряді вибіркових компонент, а також у практичній діяльності фахівців з комп'ютерних наук.

Ключові слова: теорія графів та її застосування, потокові мережі, оптимізаційні алгоритми на графах.

ВСТУП

При плануванні роботи будь-яких організацій завжди визначальну роль відіграють питання економіки. Сьогодні мотиваційні принципи економіки органічно переплітаються з фактором стрімкого розвитку інформаційних технологій і в подальшому все більш важливого значення набувають прикладні задачі оптимізації потоків у різного роду мережах — від комп'ютерних технологічних систем і логістики транспортних перевезень до енергетичних і навіть соціальних мереж. Усі ці мережі мають спільну рису — їх легко і ефективно можна змодельовати, використовуючи теорію графів. Графові моделі дозволяють за допомогою математичних методів та алгоритмів проводити аналіз, прогнозування та оптимізацію при плануванні роботи організацій, підприємств, фірм чи компаній.

Однією з ключових задач, яка виникає при роботі з графами, є задача пошуку максимального потоку в мережі. Вона має широке застосування в таких галузях, як планування ресурсів, керування транспортними потоками, розподіл інформації, побудова маршрутів передачі даних, а також в економіці та біоінформатиці. Задача максимального потоку є базовою у теорії мереж і виступає фундаментом для розробки більш складних моделей, що враховують додаткові обмеження, цінові або часові характеристики.

Метою даної кваліфікаційної роботи є аналіз, дослідження та реалізація класичних і сучасних алгоритмів пошуку максимального потоку в потокових мережах. Об'єкт дослідження — потокові мережі. Предметом дослідження кваліфікаційної роботи виступають способи та моделі пошуку оптимальних маршрутів у потоковій мережі.

У процесі дослідження розглянуто основи теорії графів як базису для розв'язання прикладних задач, проведено огляд основних алгоритмів, серед яких особливу увагу приділено алгоритмам Форда-Фалкерсона, Едмондса-Карпа та алгоритмам пошуку потоків мінімальної вартості.

У першому розділі роботи на основі аналізу літературних джерел висвітлено теоретичні аспекти графів, класифікацію їхніх видів, базові властивості та загальну класифікацію задач на графах. Другий розділ присвячено безпосередньо дослідженню алгоритмів максимального потоку, їх перевагам, недолікам та умовам застосування.

У третьому розділі представлено програмну реалізацію досліджуваних алгоритмів, приклади їх використання, а також аналіз ефективності в різних умовах задач.

В додатках подано код веб-додатку розроблено з використанням фреймворку Angular.

Актуальність теми і значимість одержаних результатів полягають у високій практичній значущості задач оптимізації в потокових мережах та необхідності використання ефективних алгоритмів для їх вирішення в умовах зростаючої складності інформаційних систем. Результати дослідження можуть бути використані при розробці програмного забезпечення для розв'язання оптимізаційних задач, а у навчальному процесі при вивченні дисциплін «Алгоритми та структури даних», «Дискретні структури», ряді вибіркового компонент, наприклад, «Дослідження операцій», а також у практичній діяльності фахівців з комп'ютерних наук.

За результатами дослідження опубліковано дві роботи:

1. Віктор ЩИРБА, Дмитро АНДРОНІК Задача визначення максимального потоку в транспортній мережі. Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. Випуск 17. 2024, с 205-208.
2. Дмитро АНДРОНІК Дослідження алгоритмів пошуку максимального потоку в потоковій мережі. Збірник матеріалів наукової конференції за підсумками науково-дослідної роботи здобувачів вищої освіти фізико-

математичного факультету у 2024-2025 н. р. 9-10 квітня 2025 року. с. 5-7.

Доповідь «Дослідження алгоритмів пошуку максимального потоку в потоковій мережі» представлялася на науковій конференції студентів і магістрантів за підсумками НДР у 2024-2025 навчальному році.

Розроблені в роботі методи та інструментальні засоби можуть впроваджуватися у навчальний процес Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка на фізико-математичному факультеті.

ВИСНОВКИ

В даній кваліфікаційній роботі була спроектована та розроблена система дослідження ряду класичних алгоритмів маршрутів в потокових мережах: Форда-Фалкерсона, Едмондса-Карпа, Дейкстри, проштовхування предпотоків, Беллмана-Форда та знаходження потоку мінімальної вартості.

Актуальність таких досліджень обумовлена потребою розв'язання ряду прикладних задач, які моделюються в графових термінах, зокрема, при проектуванні схем управління підприємствами, дослідженні автоматичних пристроїв, в логічних дослідженнях поведінки соціальних груп, блок-схем програмних продуктів тощо.

Запропоновано додаток, який дозволяє візуалізувати процес задання графової моделі та отримувати оптимальні рішення досліджуваними алгоритмами. Він надає можливість порівнювати алгоритми роботи з поточними задачами, демонструвати їх як позитивні сторони, так і недоліки. Це дозволяє використовувати запропонований продукт для навчальних цілей.

Перспективами подальших досліджень може слугувати наповнення продукту рядом додаткових опцій, зокрема, автоматичне формування зображення на основі вагової матриці.

Матеріал кваліфікаційної роботи може бути використаний при розробці програмного забезпечення для розв'язання оптимізаційних задач, а у навчальному процесі при вивченні освітніх компонент «Алгоритми та структури даних», «Дискретні структури», в ряді вибіркового компоненту, а також у практичній діяльності фахівців з комп'ютерних наук.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Балога С.І. Дискретна математика. Навчальний посібник. Ужгород : ПП «АУТДОРШАРК», 2021. 124 с.
2. Бартіш М. Я. Дослідження операцій. Ч. 2. Алгоритми оптимізації на графах, 2007. 168 с.
3. Давидюк Н. В. Знаходження найкоротших маршрутів у графах. Робота на здобуття освітнього ступеня «Магістр». Луцьк. 2024. 42 с.
https://evnuir.vnu.edu.ua/bitstream/123456789/26491/1/davydiuk_2024.pdf
4. Категорія: Алгоритми на графах.
[https://uk.wikipedia.org/wiki/Категорія: Алгоритми на графах](https://uk.wikipedia.org/wiki/Категорія:Алгоритми_на_графах)
5. Катренко А. В. Дослідження операцій: Підручник. Львів: “Магнолія Плюс”, 2004. 549 с.
6. Козаченко Д.М., Вернигора Р.В., Малашкін В.В. Основи дослідження операцій у транспортних системах: приклади та задачі: навчальний посібник для ВНЗ. Дніпропетровськ, 2015. 277 с.
7. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика: Підручник. Київ: Видавнича група ВНУ, 2007. 368 с.
8. Турчина В.А., Гулько К.П. Застосування алгоритму Форда-Фалкерсона для виявлення надлишкової інформації Питання прикладної математики і математичного моделювання. Випуск 19. 2019. С. 175 -181.