

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Дипломна робота

магістра

з теми: **«Гібридні інтегральні перетворення Ганкеля-
(Конторовича-Лебєдєва) в задачах математичного
аналізу»**

Виконав:

студент VI курсу Мб1-М17 групи
спеціальності: 014 Середня освіта
(Математика)

Добровольський Тарас Олегович

Керівник:

Доктор фізико-математичних
наук, професор Конет І.М.

Рецензент:

Кандидат фізико-математичних наук,
Доцент Сорич В.А.

Кам'янець-Подільський – 2018 р.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення Ганкеля 1-го роду – (Конторовича-Лебедева).....	5
2. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення Ганкеля 2-го роду – (Конторовича-Лебедева).....	15
3. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення Ганкеля 1-го роду –(Конторовича-Лебедева) 2-го роду	24
4. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення Ганкеля 2-го роду – (Конторовича-Лебедева) 2-го роду	33
5. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення (Конторовича-Лебедева) 2-го роду – Ганкеля 2-го роду	42
Висновки	51
Список використаних джерел.....	52

Вступ

За останні десятиріччя в практику аналітичної теорії теплопровідності, термомеханіки, теорії пружності та інші розділи математичної фізики глибоко проникли методи розрахунку температурних полів і полів напружень, що ґрунтуються на застосуванні інтегральних перетворень.

З точки зору математики метод інтегральних перетворень еквівалентний методу власних функцій, але він має і суттєві переваги. До цих переваг слід віднести, у першу чергу, стандартну техніку обчислень, а також можливість подання розв'язку задачі у різних формах. Це особливо важливо у застосуваннях, коли необхідно отримувати розв'язки в зручному для розрахунків вигляді як для малих, так і для великих значень аргументів. Нарешті, при наявності значної кількості таблиць прямих та обернених перетворень техніка розв'язання задачі значно спрощується і прискорюється. Але потрібно зауважити, що для методу інтегральних перетворень характерні ті ж обмеження, що і для методу відокремлення змінних. Він застосовний тільки для лінійних диференціальних рівнянь з лінійними крайовими умовами, хоча є спроби його застосування для розв'язання деяких нелінійних крайових задач.

У цьому контексті особливої уваги заслуговує досить поширений у другій половині ХХ століття для вивчення стану композитних об'єктів метод кусково-сталіх фізико-технічних характеристик. Але його застосування приводить до диференціальних рівнянь із сингулярними коефіцієнтами типу δ -функції Дірака та її похідних, тому одержати точні розв'язки відповідних задач математичної фізики навіть у найбільш простих випадках практично неможливо. Ці труднощі можна обійти, якщо здійснити моделювання фізичного процесу, який досліджується, методом гібридних диференціальних операторів. Останнє вимагає відповідного математичного апарату. Зокрема, виникає необхідність в побудові таких інтегральних перетворень, які б давали можливість алгебраїзації диференціальних рівнянь з кусково-неперервними коефіцієнтами. Перетворення вказаного типу одержали назву гібридних інтегральних перетворень. В кінці 60-х років минулого століття з'явилися роботи Я.С. Уфлянда та його учнів, в яких класичні інтегральні перетворення Фур'є, Фур'є-Бесселя, Лежандра поширюються на випадок складених областей продовження ці дослідження знайшли у працях В.С. Проценка та його учнів. Якщо прийняти до уваги, що найпростіший композит має дві точки спряження, то потрібні гібридні інтегральні перетворення принаймні на трискладовому інтервалі. В той же час приклади розрахунків термопружних полів та електричних контурів в ортотропних та анізотропних середовищах вказують на необхідність у гібридних інтегральних перетвореннях на інтервалі a b з довільним, але скінченним числом точок спряження, в кожній з яких виконуються умови контакту типу. Подальший розвиток теорія гібридних інтегральних перетворень знайшла у працях М.П. Ленюка та його учнів. Зокрема, за найбільш загальних обмежень на структури диференціальних

операторів, крайових умов та умови спряження побудовано гібридні інтегральні перетворення типу Фур'є-Бесселя, Вебера, Ганкеля 1-го й 2-го роду, Конторовича-Лебедева.

Об'єкт дослідження: гібридні інтегральні перетворення Ганкеля – (Конторович – Лебедева) в задачах математичного аналізу.

Предмет дослідження: гібридні інтегральні перетворення Ганкеля – (Конторович – Лебедева) в задачах підсумування рядів.

Мета роботи: Дослідити гібридні інтегральні перетворення Ганкеля – (Конторович – Лебедева), систематизувати інформацію про них; розробити практичні пропозиції для оптимізації і вдосконалення застосуванням цих перетворень в задачах математичного аналізу

Завдання роботи: Дослідити:

1. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення Ганкеля 1-го роду – (Конторовича-Лебедева)
2. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення Ганкеля 2-го роду – (Конторовича-Лебедева)
3. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення Ганкеля 1-го роду –(Конторовича-Лебедева) 2-го роду
4. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення Ганкеля 2-го роду – (Конторовича-Лебедева) 2-го роду
5. Підсумовування функціональних рядів методом гібридного інтегрального перетворення (Конторовича-Лебедева) 2-го роду – Ганкеля 2-го роду

Висновки

За найбільш загальних обмежень методом гібридних інтегральних перетворень Ганкеля – (Конторовича – Лебєдєва) підсумовано нові класи функціональних рядів, загальні члени яких утворюють алгебраїчну функцію та функції Бесселя.

Список використаних джерел

1. Ахиезер Н.И. Лекции об интегральных преобразованиях. –Харьков: ВШ, 1984.- 120с.
2. Березанский Ю.М. Разложение по собственным функциям самоспряженных операторов.-К.: Наук. думка, 1965.- 798с.
3. Быблив О.Я., Ленюк М.П. Гибридные интегральные преобразования Вебера для кусочно-однородной полярной оси // Изв. вузов. Математика.- 1987.- 8.- С.3-11.
4. Блажевський С.Г., Ленюк М.П. Термопружний стан багатозарових симетричних тіл. –К.: Ін-т математики НАН України, 2000.- 130с.
5. Боли Б., Узйнер Дж. Теория температурных напряжений.- М.: Мир, 1964.- 517с.
6. Брычков Ю.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования.- М.: Наука, 1977.- 286с.
7. Буряк Я.Й., Галапац Б.П., Гнідець Б.М. Фізико-механічні процеси в електропровідних тілах.- К.: Наук. думка, 1978.-230с.
8. Вірченко Н.О. Основні методи розв'язання задач математичної фізики. К.: КПІ, 1997.- 370с.
9. Галицын А.С., Жуковский А.Н. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности.- К.: Наук. Думка, 1976.- 284с.
10. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.- М.: Наука, 1971.- 1108с.
11. Грей И.С., Метьюз Г.Б. Функции Бесселя и их приложения в физике и технике.- М.: Изд-во иностран. лит., 1949.- 386с.
12. Громик А.П., Конет І.М. Нестационарна задача теплопровідності для тонких циліндрично-ізотопних кругових пластин // Доповіді НАН України – 1999, № 9.-С.50-54.

13. Громик А.П., Конет І.М. Нестационарна крайова задача теорії теплопровідності тонких циліндрично-ізотропних кругових пластин // Доповіді НАН України – 1999, № 10.- С.16-20.

14. Данейка В.С., Сергиенко И.В., Скопецкий В.В. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения.- К.: Наук. думка, 1998.- 614с.

15. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление.- М.: Наука, 1974.-542с.

16. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов.- Л.: Энергия, 1974.- 264с.

17. Зарубин В.С. Инженерные методы решения задач теплопроводности.- М.: Энергоатомиздат., 1983.- 327с.

18. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел.- М: Наука, 1964.- 488с.

19. Карташов Э.М. Аналитические методы в теплопроводности твердых тел.- М: В.Ш, 1979.- 415с.

20. Князев П.П. Интегральные преобразования.- Минск: Высшая школа, 1968.- 197с.

21. Ковалевский В.И., Бойков Г.П. Методы теплового расчета экранной изоляции.- М.: Энергия, 1974.- 199с.

22. Коляно Ю. М. Температурные поля и напряжения в телах с разрывными параметрами // Инж. физ. журн.- 1987.- 53.-С.860-867.

23. Комаров Г.Н. О термонапряженном состоянии многослойного цилиндра // Тепловые напряжения в элементах конструкций.-К.: Вып. 9, 1970.- С. 37-43.

24. Конет І.М., Ленюк М.П., Нікітіна О.М. Деякі узагальнення інтегральних перетворень типу Мелера –Фока.- К.: 1998.- 56.- (Препринт/НАН України. Ін-т математики: 98.6).

25. Конет І.М., Ленюк М.П. Напружений стан тонких пластинок. Частина 1.- Кам'янець-Подільський: К-ПДП, 1997.- 136с.

26. Конет І.М. Стационарні та нестационарні температурні поля в ортотропних сферичних областях.- К.: Ін-т математики НАН України, 1998.- 209с.

27. Конет І.М., Ленюк М.П. Стационарні та нестационарні задачі теплопровідності для багат шарових ортотропних клиновидних циліндрично-кругових областей.- Чернівці: Рута, 2000.- 136с.

28. Конет І.М., Ленюк М.П. Стационарні та нестационарні температурні поля в циліндрично-кругових областях.- Чернівці: Прут, 2001.- 312с.

29. Конет І.М., Ленюк М.П. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях.- Чернівці: Прут, 2004.- 276с.

30. Конет І.М. Ленюк М.П. Інтегральні перетворення типу Мелера-Фока.- Чернівці: Прут, 2002.- 248с.

31. Конет І.М., Нікітіна О.М. Інтегральне перетворення, породжене на полярній осі $r \geq 0$ узагальненим диференціальним оператором Лежандра // Сучасні проблеми математики: Матеріали Міжнародної наукової конференції. Частина 4.- Чернівці: Рута, 1998.- С.47-50.

32. Конет І.М., Мозолук А.І. Скінчене гібридне інтегральне перетворення типу Ганкеля 1-го роду – Лежандра 2-го – Фур'є із спектральним параметром // Крайові задачі для диференціальних рівнянь: Зб. наук. пр.- Чернівці: Прут, 2001.- Вип. 7.-С.98-110.

33. Конет І.М., Ленюк М.П. Обчислення деяких класів невластних інтегралів методом гібридних інтегральних перетворень Лежандра-Вебера // Збірник наук пр.. Кам'янець-Подільський: К-П ДПШ, 1993.- С. 42-57.

34. Конет І.М., Ленюк М.П. Підсумування деяких класів функціональних рядів методом інтегральних перетворень // Зб. наук. Пр.. Кам'янець-Подільського держ. пед. ун-ту. Серія фізико-математична. Випуск 3.- Кам'янець-Подільський: К-П ДПУ, 1997.- С. 40-46.

35. Коваленко А.Д. Термопругость.- К.: ВШ.,1975.-216с.

36. Кошляков Н.С., Глинер З.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики.- М.: ВШ.,1970.- 712с.

37. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела.- К.: Наук. думка, 1992.- 280с.
38. Коваленко А. Д. Основы термоупругости.- К.:Наук. думка, 1970.- 304с.
39. Ленюк М. П. Интегральные преобразования с разделенными переменными (Фурье, Хенкеля).- К.: 1983.-60с-(Препринт/АН УССР. Ин-т математики; 83.4).
40. Ленюк М. П. Интегральные преобразования с разделенными переменными (Вереба, Фурье-Бесселя, Лежандра-Фурье).-К.:1983.-56с.- (Препринт/АН УССР. Ин-т математики; 83.18).
41. Ленюк М.П., Романович Т.Н., Шинкарик Н.И. Гибридные интегральные преобразования. Т. 1. –К.: Ин-т математики НАМ Украины, 1994.-264с.
42. Ленюк М. П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях. –К.: Ін-т математики НАН України, 1997.- 188с.
43. Лыков А. В. Теория теплопроводности.- М.:ВШ., 1967.-600с.
44. Марченко В.М. Температурные поля и напряжения в конструкции летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1965.- 299с.
45. Мелан З., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями.- М.: Физматгиз., 1968.- 167с.
46. Могилевский Б. М., Чудновский А.Ф. Теплопроводность полупроводников.-М.: Наука, 1972.- 536с.
47. Ніколайчук Н.М. Гібридне інтегральне перетворення Лежандра 1-го роду – (Конторовича - Лебедева) // Збірник матеріалів наукових досліджень студентів та магістрантів Кам'янець-Подільського державного університету. Фізико-математичні науки. –Випуск 3. –Кам'янець-Подільський : Видавець ПП Звойленко Д. Г., 2006.–С.45-54.
48. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. – М.: Физматгиз., 1963.- 251с.

49. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры.- М.: Наука, 1984.- 368с.

50. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах.- К.: Наук. думка, 1991.- 432с.

51. Снеддон Н. Преобразование Фурье.- М.: Изд-во иностран.лит., 1995. – 668с.

52. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.- М.: Физматгиз., 1959.- 468с.

53. Титчмарш Е.Ч. Введение в теорию интегралов Фурье.- М.- л.: Гостехиздат, 1948. – 480с.

54. Титчмарш Е.Ч. Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка.-М.: Изд-во иностр. лит., 1966.- Т.1. – 278с.

55. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.- М.: Наука, 1972.- 735с.

56. Трантер К. Дж. Интегральные преобразования в математической физике. – М.: Гостехтеориздат., 1956. – 204с.

57. Харламов А.Г. Теплопроводность высокотемпературных изоляторов. М.: Атомиздат., 1979. – 100с.

58. Уфлянд Я.С. Интергальные преобразования в задачах теории упругости. – Л.: Наука, 1967. – 402с.

59. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс. – М.: Наука, 1965. -328с