Міністерство освіти і науки України

Кам'янець-Подільський національний університет

імені Івана Огієнка

ВІСНИК
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка
Фізико-математичні науки

Випуск 3

Кам'янець-Подільський

2010

УДК 378(477ю43):51+53](082)
ББК 74.58+22

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації:
Серія КВ № 14707- 3678 ПР від 12.12.2008 р.

Друкується згідно з ухвалою вченої ради Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (протокол № 9 від 28 жовтня 2010 р.).

Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. - Випуск 3. - Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. - 160 с.

ЗМІСТ

УДК 681.3

А.Б.Андруховський, старший викладач

ЗАСТОСУВАННЯ MICROSOFT SHAREPOINT SERVICES ТА LEARNING KIT ЯК КОМПОНЕНТІВ ОСВІТНЬОГО ПОРТАЛУ

Розглянуто питання щодо застосування MICROSOFT SHAREPOINT SERVICES та LEARNING KIT в навчально-пізнавальній діяльності студентів. Запропоновано їх використання як компонентів освітнього порталу.

Ключові слова: *MICROSOFT, SHAREPOINT SERVICES, LEARNING KIT.*

У наш час в українських ВНЗ активно почали впроваджуватись технології дистанційного навчання.

Реалізувати дистанційну форму навчання можна лише, створивши ефективно діючий освітній портал.

Слово "портал" прийшло в Інтернет з архітектури в значенні "головний вхід". Під цим терміном мається на увазі сайт, з якого людина регулярно починає свою роботу в Інтернеті, який він робить стартовою сторінкою свого браузеру. Портал повинен поєднувати веб-сервіси, контент і посилання на інші ресурси так, щоб відповідати потребам великого числа користувачів.

Метою розробки освітнього порталу є створення віртуального освітнього середовища, важливою характеристикою якого є щільність інформаційного простору і інтенсивність комунікаційних потоків.

Робота освітнього порталу – це не тільки технічний, а більшою мірою соціальний проект, і в проектованому віртуальному освітньому середовищі має бути зручно жити і діяти всім учасникам навчального процесу – студентам, викладачам, асистентам, методистам, адміністраторам.

Технології Інтернет-навчання розвиваються найбільш динамічно, в тому числі з-за наявності зручного, відкритого, загальновизнаного стандарту для контенту електронних освітніх ресурсів – SCORM (ADL Outreach Team, 2010). Підготовлені відповідно до цього стандарту ресурси використовуються в більшості відомих систем управління освітнім процесом (LMS) Workplace Collaborative Learning (IBM Corp, 2010), BlackBoard, Moodle і т.п.

Зауважимо, що практично усі реалізації освітніх порталів українських вузів виконані на основі відкритого ПЗ (як правило Moodle), а світова статистика вказує на активне використання пропрієтарного ПЗ (Instructional Technology Council, 2010). До переваг відкритого ПЗ зараховують його безплатність, хоча практика показує, що економія на ПЗ нівелюється затратами на обслуговування і доопрацювання такого ПЗ.

Практика застосування таких рішень у галузі інформаційних технологій отримала назву "30/70" (30% затрат йде на інновації, а 70% –

на підтримку діючого проекту). Враховуючи останнє, актуальною є проблема застосування альтернативних проектів (по відношенню до Moodle), які б дозволили суттєво змінити структуру затрат.

При впровадженні Інтернет-технологій дистанційного навчання одна з головних проблем – підготовка навчальних матеріалів у стандарті SCORM. Для створення навчальних об'єктів, що відповідають вимогам SCORM, використовуються різні інструментальні засоби. Зазвичай їх називають «середовища авторинга курсів». У більшості таких систем основний наголос робиться на розробку контенту з нуля, тобто імпорт з інших джерел відсутній або сильно обмежений, а під імпортом розуміється просте копіювання інформації. У той же час, для вузів, де накопичені великі обсяги електронних навчальних матеріалів, з'являється ще одне важливе завдання – це упорядкування і структурування інформації з уже наявного масиву даних.

При роботі із електронними навчальними матеріалами доцільно якомога ефективніше використовувати досвід авторів як користувачів ПК, зокрема при роботі з офісними пакетами. У більшості випадків ми має справу з користувачами пакету Microsoft Office 2007 (чи 2003). Популярність цього пакету продиктована історичними реаліями минулого (наявність великої кількості «піратських» копій), і ціновою політикою Microsoft у наш час (вартість однієї ліцензії академічної версії близько 250 грн., а вартість версії для домашнього від 400 до 1000 грн.).

Якщо брати за відправну точку достатньо високий рівень підготовки користувачів Microsoft Office 2007 то, оптимальним може виявитись застосування такої зв’язки: Windows Server 2003/2003R2/2008/2008R2 у якості платформи та Windows SharePoint Services 3.0 і SharePoint Learning Kit (Willis, 2010) як основні компоненти для побудови освітнього порталу.

Зауважимо, що Windows SharePoint Services 3.0 може бути встановлено і на Windows Web Server 2008, який є найдешевшим і виконує тільки роль веб-сервера. У цьому випадку до SharePoint Services слід доповнити модулем Single Sign-On (напр. Windows Live ID).

У SharePoint Services реалізована нова технологія зберігання файлів, яка направлена на створення співтовариств для спільної роботи в рамках групи. Користувачі можуть спільно працювати над документами, завданнями або заходами, без зусиль обмінюючись контактами і іншими даними. Служби SharePoint Services є простим і зручним у використанні застосуванням, що допомагає підвищити продуктивність групи за рахунок надання внутрішнім і зовнішнім користувачам доступу до необхідним даним і процесам.

Важливим моментом є те, що пакет Microsoft Office 2007 достатньо тісно інтегрований з SharePoint Services. Користувачі можу безпосередньо із застосунків пакету можуть публікувати матеріали на сайт і так само завантажувати їх із сайту. Для перетворення документів Microsoft Office у формат SCORM можна використати безплатний додаток Microsoft Learning Essentials 2.0 (Microsoft Corp., 2010), або платний пакет WordForce/PowerPointForce/QuizForce компанії Elearningsoft (eLearingSoft, 2010).

Для організації порталу для дистанційного навчання необхідно доповнити портал на основі Windows SharePoint Services 3.0 (WSS) додатковим модулем SharePoint Learning Kit 1.4.

SharePoint Learning Kit (SLK) – компонент WSS, що забезпечує організацію електронного навчання, і є частиною розробки Microsoft Learning Gateway. Даний програмний продукт розроблявся компанією Microsoft як закрите ПЗ, але на даний момент часу його код опубліковано, що дозволяє модифікувати його під власні потреби.

SharePoint Learning Kit дозволяє:

- керувати навчальними матеріалами;
- призначати навчальні матеріали як завдання для студентів;
- студентам самим призначати собі навчальні матеріали як завдання;
- отримувати звіти про проходження студентами навчальних матеріалів;

SLK має такі технічні можливості:

- повна підтримка SCORM 2004 і формату MS Class Server (LRM)
- базова підтримка будь-якого типу документа в тому числі документів Microsoft Office у "рідному" форматі, і оброблених пакетом Learinig Essentials.
- Для організації взаємодії між учнем та вчителем передбачено відповідні ролі SLK Student та SLK Instructor.

Технічно SLK є веб-частиною, яку можна підключити до потрібної сторінки. Ця веб-частина містить посилання на опубліковані навчальні об'єкти (лекції, тести тощо). Призначення завдання відбувається через запуск над потрібним навчальним об'єктом «робочого процесу». У контексті продуктів і технологій Microsoft SharePoint робочий процес визначено як автоматизований рух документів або елементів через певну послідовність дій або завдань, пов'язаних із бізнес-процесом.

Робочий процес може надіслати документ вказаному користувачу або групі користувачів для перевірки та затвердження, відтак виконати з документом певні дії залежно від результату робочого процесу. Документи, якими оперує SLK, можуть перебувати у станах "Надісланий для виконання", "Виконуваний" та "Виконаний". SLK також підтримує версійність, тобто новим замовникам буде надсилатися оновлений документ, коли їх попередники зможуть працювати із більш ранньою версією.

На жаль, на даний момент часу SLK 1.4 немає якогось стандартного робочого процесу, який би реалізовавув функціональність «траєкторії навчання». Скоріш за все, така функціональність буде реалізована пізніше. До інших значних недоліків слід віднести недосконалий інтерфейс призначення завдань учням, проблеми іх кирилицею у маніфестах об’єктів SCORM.

Слід відзначимо також і переваги застосування WSS 3.0 та SLK 1.4. До них можна віднести такі:

- застосування Microsoft Office 2007 як середовища авторинга курсів значно спрощує роботу зі створення вмісту курсів дистанційного навчання;
- WSS 3.0 та SLK 1.4, є базовими можуть бути доопрацьовані відділами IT університетів так само як інше вільне ПЗ;
- організація роботи адміністраторів системи, викладачів (тьюторів) і студентів на базі єдиної платформи, а це в свою чергу дозволяє мінімізувати витрати на управління користувачами.

Виходячи з останнього можна стверджувати, що застосування Microsoft Sharepoint Services та Learning Kit як компонентів освітнього порталу є цілком виправданим і доцільним, як за умови наявності у вузі стандартизованої інфраструктури на базі Microsoft Windows так і при побудові освітнього порталу «з нуля».

Список використаних джерел:

1. Distance Education Survey Results [З мережі] / авт. Instructional Technology Council // ITCNetwork.ORG. - Березень 2010 р.. - http: // www. itcnetwork. org / file.php?file=%2F1%2FITCAnnualSurvey2009Results.pdf.

2. Microsoft Learing Essential 2.0 [З мережі] / авт. Microsoft Corp. // Microsoft Corp.. - Березень 2010 р.. - http: // www. microsoft.com / learningessentials / default.mspx.

3. SCORM 2004 4th Edition Version 1.1 Overview [З мережі] / авт. ADL Outreach Team // ADL. - Березень 2010 р.. - http://www.adlnet.gov / Technologies / scorm / SCORMSDocuments / 2004%204th%20Edition / Overview.aspx.

4. Sharepoint Learning Kit [З мережі] / авт. Willis Richard // CodePlex. - Березень 2010 р.. - http://slk.codeplex.com/.

5. Workplace Collaborative Laerning [З мережі] / авт. IBM Corp // IBM.COM. - Березень 2010 р.. - http: // www-01.ibm.com / software / lotus / products / collaborative-learning/.

6. Профессиональные инструменты для создания контента СДО [З мережі] / авт. eLearingSoft // elearningsoft.ru. - Березень 2010 р.. - http: // elearningsoft.ru / professional-nye-instrumenty-dlya-sozdaniya-kontenta-sdo.html.

A question is considered in relation to application of MICROSOFT SHAREPOINT SERVICES and LEARNING KIT in educational-cognitive activity of students. Their use is offered as components of educational portal.

***Key words**: MICROSOFT, SHAREPOINT SERVICES, LEARNING KIT.*

УДК 37.091.33. (075.8)

П.С.Атаманчук, доктор педагогічних наук, професор, академік АНВО України

ТЕХНОЛОГІЧНИЙ АСПЕКТ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ ФОРМУВАННЯМ ПРОФЕСІЙНИХ ЯКОСТЕЙ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ ФІЗИКИ

Стаття присвячена розгляду та розв'язанню проблеми ефективної реалізації змістової, організаційної та управлінської функцій у курсі методики навчання фізики як дієвому носієві освітнього стандарту та засобові формування в майбутніх учителів фахових компетенцій та світогляду.

Ключові слова: *освітній прогноз, освітній стандарт, еталонні вимірники якості знань, бінарні цільові програми, результативність, компетентність, світогляд, методологічність, управління, концепція фізичної освіти.*

Нами встановлено [2–3], що за умови компетентно заданих установок (належного вмотивування), якщо професійну підготовку здійснювати на основі цільової освітньо-професійної програми, побудованої за бінарним принципом, суть якого полягає у чіткому визначенні і забезпеченні досягнення еталонних рівнів змістової (з конкретного навчального предмету) і професійної (методичної) обізнаності, то це спричинює до формування таких фахових якостей майбутнього учителя, які вдовольняють потребу розбудови суспільства знань. Технологічний аспект управлінських впливів на процес формування компетентнісно-світоглядних якостей майбутнього фахівця [1, 4–8] легко простежується та обґрунтовується в наступних, логічно поєднаних, слайдах (1–20) поданої нижче презентації.

Слайд 1

Структура освітньої доктрини

ОСВІТНЯ ДОКТРИНА

- Глобальна мета освіти
- Пріоритетність освіти в житті держави
- Визначеність мети навчально-пізнавальної діяльності
- Конкретність перспектив для тих, хто навчається
- Зорієнтованість на закони фізіології, психології,дидактики, пізнання; соціального, культурного розвитку тощо
- Цінності й норми (моральні, інтелектуальні, духовні, матеріальні, наукові, технічні, економічні, кадрові тощо)

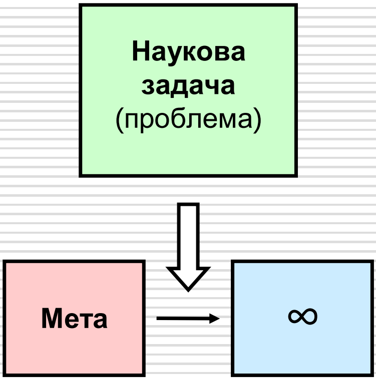
Слайд 2

Схема-матриця цільової навчальної програми

Назва розділу, кількість годин, список основних пізнавальних задач	Об'єктивно-предметні умови досягнення мети			Рівень засвоєння навчального матеріалу		
	Педагогічна технологія; метод, база, навчання	Навчально-матеріальна база, навчально-методичний комплекс	Вид інтелектуальної активності; тип завдань	У ході заняття	У процесі вивчення розділу (теми)	По завершенню вивчення навчального предмета

Слайд 3

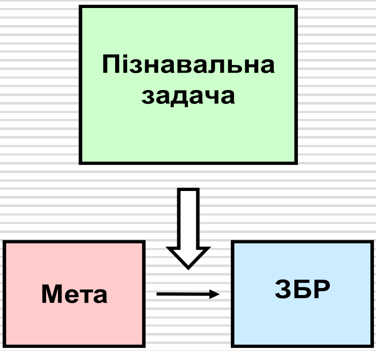
Сутність структури наукової задачі (проблеми)



***Наукова задача** (проблема)* – віддалена цільова зорієнтованість, розрахована на створення «об'єктивно нового знання» в суспільній свідомості

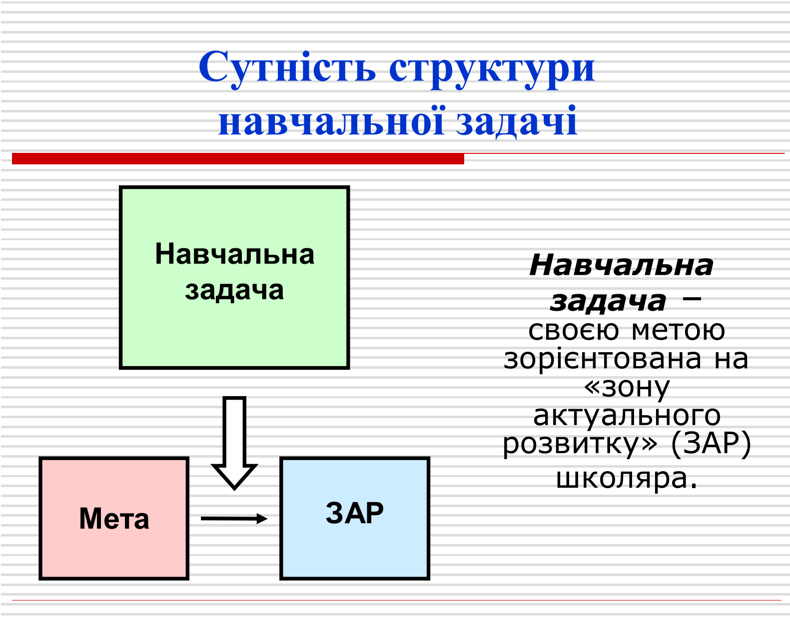
Слайд 4

Сутність структури пізнавальної задачі



Пізнавальна задача – своєю метою зорієнтована на «зону найближчого розвитку» (ЗБР) школяра.

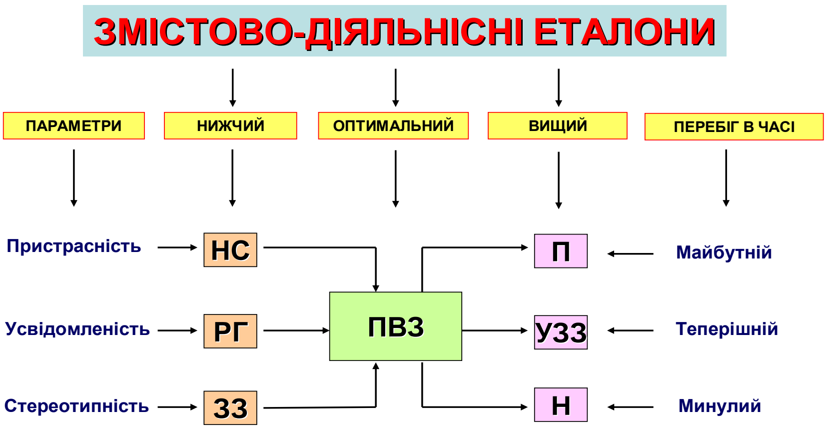
Слайд 5



Слайд 6

Слайд 7

Слайд 8



РГ - розуміння головного; **ЗЗ -** заучування знань;

НС - наслідування знань; **ПВЗ** - повне володіння знаннями;

УЗЗ - уміння застосовувати знання; **Н** - навичка; **П** -переконання

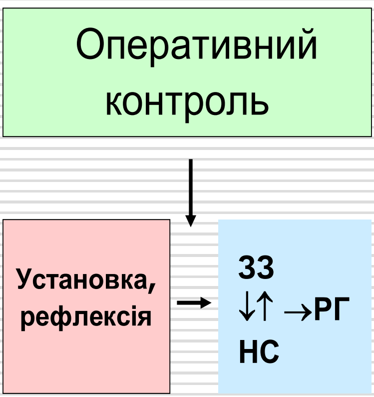
Слайд 9

Окреслення еталонних вимог у професійному навчанні

- **розуміння головного (РГ)** — свідоме відтворення головної суті в постановці і розв'язанні пізнавальної задачі (первинний ефект в контексті доцільної діяльності);
- **завчені знання (ЗЗ)** — механічне відтворення змісту пізнавальної задачі в обсязі і структурі її засвоєння;
- **наслідування (НС)** — копіювання головних дій, пов'язаних із засвоєнням пізнавальної задачі, під впливом певних мотивів (внутрішніх чи зовнішніх);
- **повне володіння знаннями (ПВЗ)** — не тільки розуміння головної суті пізнавальної задачі, але й здатність відтворити весь її зміст в будь-якій структурі викладу (імплікативній, операціональній чи класифікаційній);
- **уміння застосовувати знання (УЗЗ)** — здатність свідомо застосовувати набуті знання у нестандартних навчальних ситуаціях (творче перенесення);
- **навичка (Н)** — здатність використовувати зміст конкретної пізнавальної задачі на підсвідомому рівні, як автоматично виконувану операцію (єдина якість обізнаності, на виявлення якої необхідно накласти жорсткий часовий регламент);
- **переконання (П)** — це незаперечні знання, які свідомо долучаються індивідом у свою життєдіяльність, в істинності яких він упевнений і готовий її відстоювати, захищати.

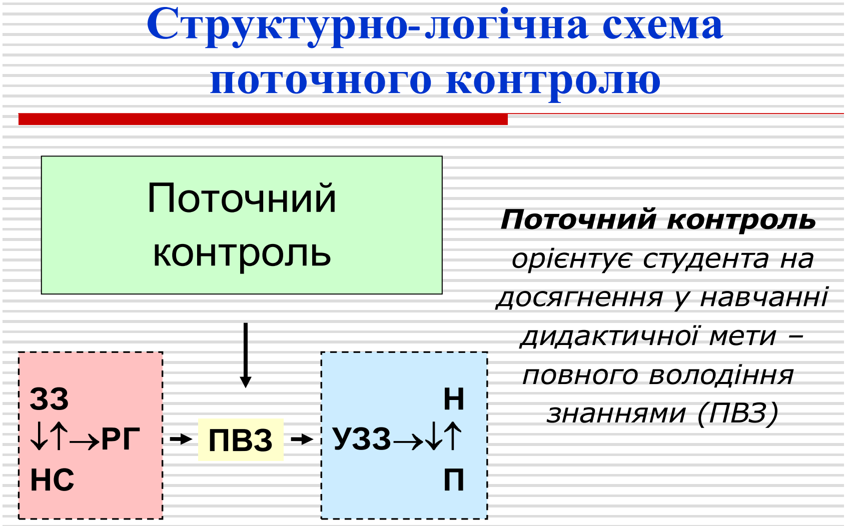
Слайд 10

Структурно-логічна схема оперативного контролю

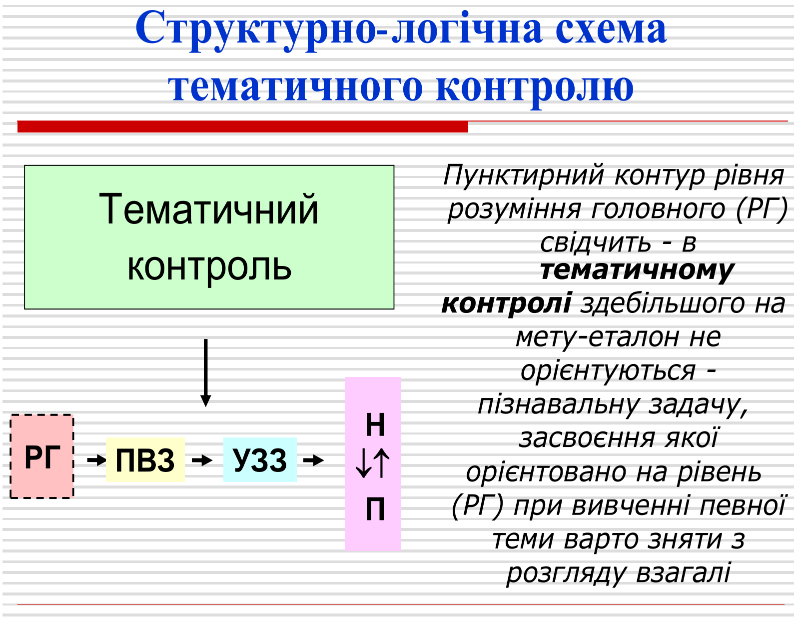


*Суттєвою відмінною ознакою **оперативного контролю** є налаштованість (діагностична процедура) на забезпечення готовності студента до засвоєння наступного навчального матеріалу, в той час як інші види контролю фактично співвідносяться з кінцевими результатами, а не з протіканням процесу навчання*

Слайд 11

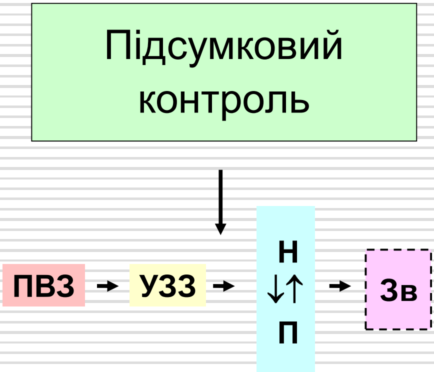


Слайд 12



Слайд 13

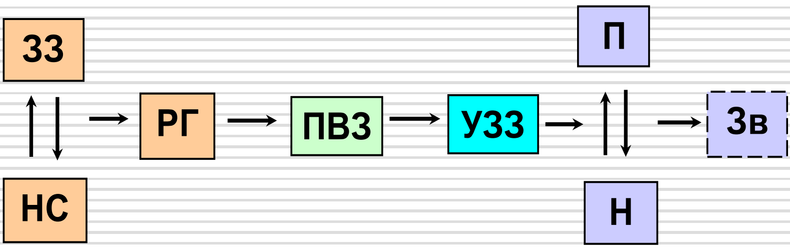
Структурно-логічна схема підсумкового контролю



Підсумковий контроль *в основному орієнтує майбутнього спеціаліста на вищі цілі-еталони. Штриховий контур щодо такого рівня набутків як звичка (Зв.) вказує на свідоме самоуправління інтелектуальною, психомоторною чи чуттєвою дією переходить в автоматизм*

Слайд 14

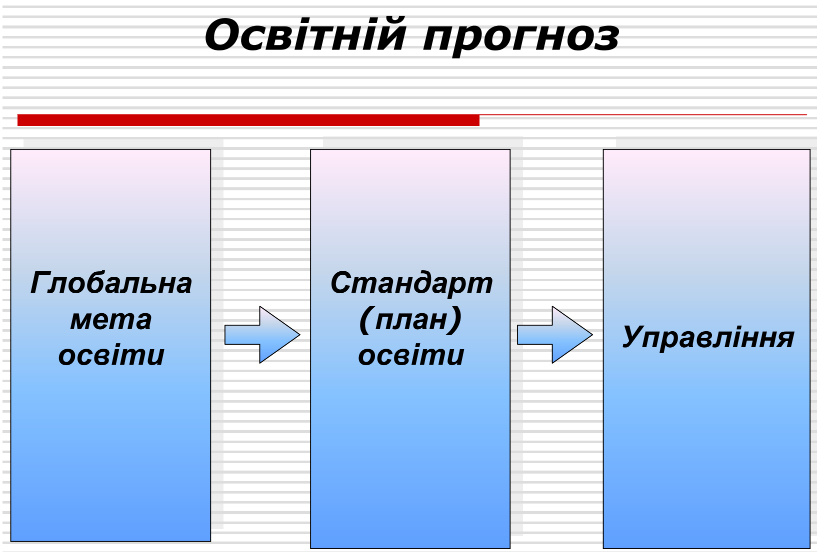
Вірогідна схема саморегульованого процесу навчання



- Штриховим контуром щодо еталону “Звичка” вказуємо на те, що у традиційному навчанні формування вчинкових звичок ще не завжди узгоджено з мірою домагань учня (студента), а тому може й не відбуватись

Слайд 15

Слайд 16



Слайд 17

Тлумачення елементів структури прогнозу

- **Глобальна мета фізичної освіти –** забезпечення засвоєння наукових і прикладних основ фізики та оволодіння методологією здобування фізичних знань (**знання + їх методологічність**) на рівні інтелектуального, світоглядного і соціально-культурного збагачення особистості.

- **Стандарт освіти** – це своєрідний план, який становить головну частину освітньої моделі як суспільного ідеалу в навчанні, як результату передбачення розвитку освіти в теперішньому часі та у найближчій перспективі. Іншими словами, це проект соціального замовлення на якість освіти (результати освіченості, професійні компетентності та світогляд, продиктовані потребами суспільства та узгоджені з можливостями освітнього середовища).

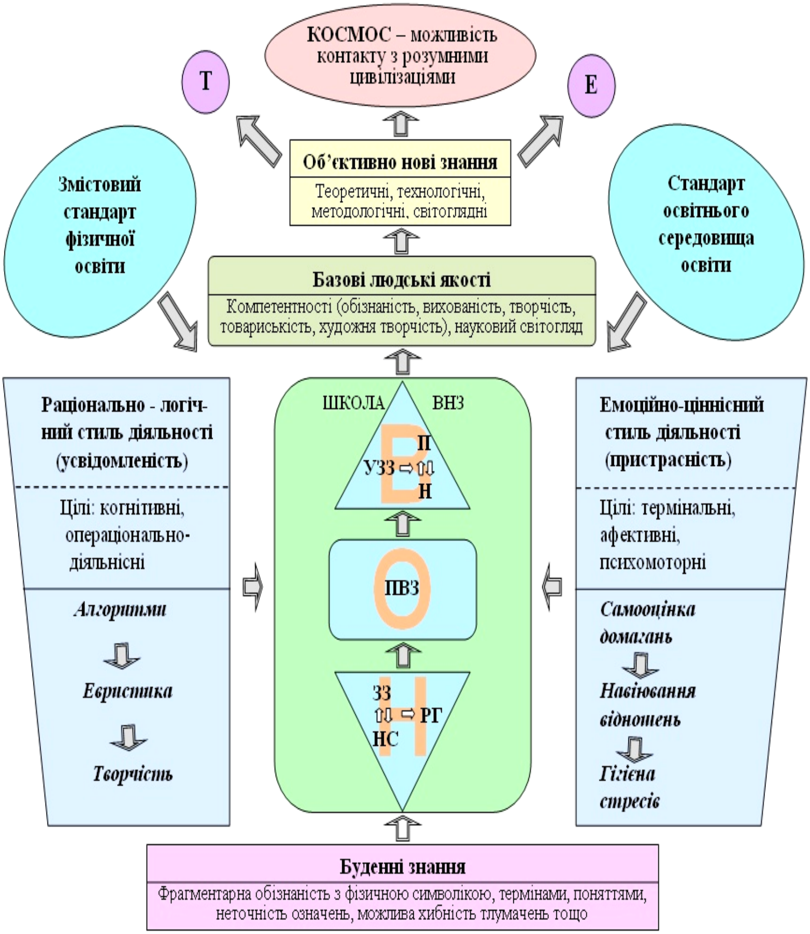
- За наявності цільової навчальної програми, **управління** (контроль, корекція, регулювання) пізнавальною діяльністю досягає такої міри самодостатності, що цілком реальною є можливість забезпечення високорезультативного навчання.

Слайд 18

Опис дії управлінських впливів

- Управлінські впливи: **дія механізму психологічної установки, залучення, навіювання відношень**
- Механізм **психологічної установки** у навчанні надійно спрацьовує за умови забезпечення матеріальної (предметної), операційної та психологічної готовності майбутнього спеціаліста до засвоєння конкретної пізнавальної задачі на заданому еталонному рівні. За умови узгодження складових освітнього середовища з вимогами цільової навчальної програми використання можливостей психологічної установки дає продуктивні результати.
- **Залучення** студента до активної пізнавальної діяльності є основою переходу на пошуково-креативні технології в процесі удосконалення професійної діяльності майбутнього вчителя:. «теоретик» має більше експериментувати, а «емпірик» має більше теоретизувати.
- Невичерпні можливості **навіювання відношень** з'являються у ході осмислення суті фізичних явищ і процесів, адже фізика – це **експеримент і філософське осмислення його результатів**: з'ясування причинно-наслідкових зв'язків, розкриття суті єдності і боротьби протилежних начал, підтвердження переходу кількісних змін у якісні, спрацювання закону «заперечення запереченя». Необхідно «провокувати» таку діяльність стосовно змісту того навчального матеріалу, засвоєння якого прогнозується цільовою навчальною програмою, на рівні переконань.

Слайд 19



Формування професійних компетенцій та світогляду майбутніх учителів фізики

Слайд 20

В умовах реформування освіти, прогнозовані рівні навчальних досягнень набувають одразу ж ознак самочинності, якщо вступає в дію механізм цілеспрямованого впливу на функціонування як раціонально-логічного, так і емоційно-ціннісного мислительних начал того, хто навчається . Дія механізму формування прогнозованих навчальних досягнень [3] в особистісно орієнтованому навчанні (на рис. 8 – штриховий контур) полягає в поступовому підвищенні рівня обізнаності. Задані в схемі орієнтири дають підстави для виділення п’яти можливих рівнів навчально-пізнавальних досягнень: *буденного знання, нижчого, оптимального, вищого, об’єктивно нового наукового знання.*

Репродуктивна активність студентів у вивченні природничо-технологічних дисциплін ще якось здатна себе виявляти на раціонально-логічному рівні пізнавальної діяльності, однак пошукова та креативна активність немислима без поєднання обох сторін пізнавального акту – раціонально-логічного та емоційно-ціннісного (духовного). Тільки внаслідок такого поєднання впливів на активність студента у навчанні маємо шанс формувати його обізнаність від рівня буденних знань до відповідних вищих рівнів компетентності та світогляду.

Список використаних джерел:

1. Алексеев М.Н. Эмпирическое и теоретическое в педагогике. //Советская педагогика. — 1972, №6.
2. Атаманчук П.С., Самойленко П.И. Дидактика физики (основные аспекты): Монография. – М: Московский государственный университет технологий и управления, РИО, 2006. – 245 с.
3. Атаманчук П.С. Інноваційні технології управління навчанням фізики. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, інформаційно-видавничий відділ, 1999. - 174 с.
4. Атаманчук П.С., В.В.Мендерецький. Управління продуктивною навчально-пізнавальною діяльністю на основі об’єктивного контролю //Педагогіка і психологія. – 2004. – №3. – С. 5-18.
5. Атаманчук П.С., Кух А.М. Тематичні завдання еталонних рівнів з фізики (7-11 класи): Навчально-методичний посібник. – Кам’янець-Подільський: Абетка-Нова, 2004. - 132 с.
6. Державний стандарт середньої освіти України //Освіта України.- 1996. - №3.
7. Кларин М.В. Педагогическая технология в учебном процессе.- М.:Знание,1989.- 80с.
8. Прокопчук В.Є. Методична підготовка у професійній освіті майбутніх учителів //Педагогіка і психологія. – 1996. – № 2. – С. 136-140.

The article is devoted the decision of problem of introduction of innovative technologies in a course to providing of kompetentnisnogo and world view becoming of future teachers of фізико-технологічного type on the basis of principles of the personality oriented studies.

Key words: *innovative technologies, studies, sedate education, educational prognosis, standard measuring devices of quality of knowledges, objective control, management, effectiveness, competence, world view, are personality oriented.*

УДК 004.422.632

В.А.Власов, кандидат технічних наук, доцент,
Г.В.Кудрявцева, асистент

РОЗРОБКА В VISUAL BASIC 2008 ГРАФІЧНОГО ПРОЕКТУ

У статті розглянуті основні питання побудови графічних зображень за допомогою методів класу Graphics мови програмування Visual Basic 2008.

Ключові слова: *графіка, прямокутник, еліпс, сектор, дуга.*

При розробці в Visual Basic проекту, який містить елементи графіки, учні, як правило, мають труднощі при виборі елементів управління, їх властивостей, а також методів класу Graphics і їх параметрів.

Розглянемо вирішення цих питань на прикладі розробки проекту <Квітка> (Рис 1).

Спочатку проектуємо форму

- Встановлюємо колір форми White за допомогою властивості BackColor.
- Встановлюємо розмір формі 600 x 550 за допомогою властивості Size.
- Встановлюємо на формі елемент управління Button.
- Для елементу Button встановлюємо текст <Малюємо квітку> за допомогою властивості Text.
- Встановлюємо заголовок форми за допомогою властивості Text: замість Form1 набираємо Квітка.

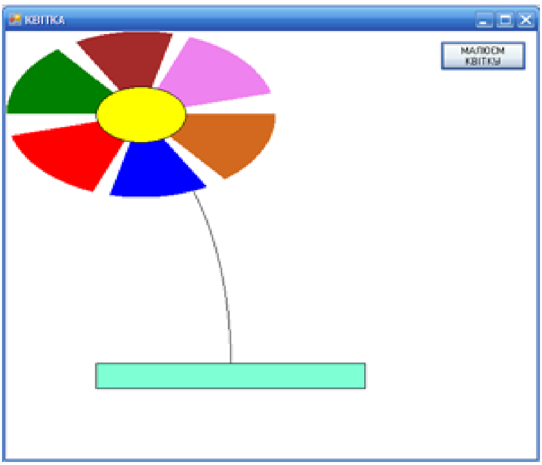


Рис 1. Ескіз форми <Квітка>.

Для забезпечення малювання в Visual Basic є спеціальний клас Graphics який розташований в просторі імен SystemDrawing. Тому кожна програма по обробці графічної інформації починається з оголошення об'єкту (в нас <g>) класу Graphics :

Dim g As Graphics

Для створення об'єкту <g> використовується спеціальний метод CreateGraphics :

g=Me.CreateGraphics

Часто ці два рядки об'єднуються в один:

Dim g As Graphics = Me. CreateGraphics

Таким чином, об'єкт <g> створений методом CreateGraphics, який належить формі (Me), тому він зможе малювати тільки на ній.

Малюнок <Квітка> можна розбити на елементи: земля, стебло, пелюстки, середина. Розглянемо розробку коду форми для кожної частини.

Земля стилізовано зображена у вигляді прямокутника (Рис 1). Прямокутник в Visual Basic зображається методом DrawRectangle, а зафарбований прямокутник - методом FillRectangle :

g.FillRectangle(Brushes.Aquamarine, 100,400,300,30)

g.DrawRectangle(Pens.Black, 100.400,300,30)

Brushes - кисть для заливки прямокутника; Pens - перо для малювання прямокутника.

100, 400 - координати верхнього лівого кута прямокутника (Рис 2).

300, 30 - ширина і висота прямокутника (Рис 2).

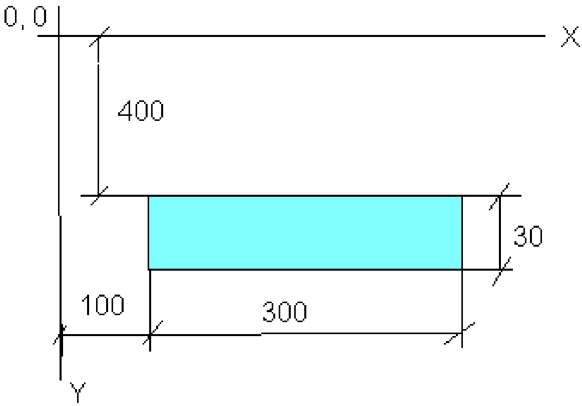


Рис 2. Параметри прямокутника.

Стебло стилізовано зображене у вигляді дуги еліпса (Рис 1). Важко визначити параметри цієї дуги, тому її зображуватимемо свідомо великою (дуга A-B на Рис 3 - A).

Надалі при зафарбовуванні пелюсток і <середини> зайву частину дуги не буде видно. Дуга еліпса в Visual Basic зображається методом

DrawArc:

g.DrawArc(Pans.Black, - 50,100,300,600,270,90)

де Pans.Black - перо чорного кольору для малювання дуги,

- 50, 100 - координати верхнього лівого кута прямокутника у який вписаний еліпс (Рис 3-А),

300, 600 - ширина і висота прямокутника, в який вписаний еліпс (Рис 3-А),

270, 90 - кути, які є параметрами дуги еліпса (Рис 3-А): 270 це кут ВОА, 90 - це кут АОВ (за годинниковою стрілкою).

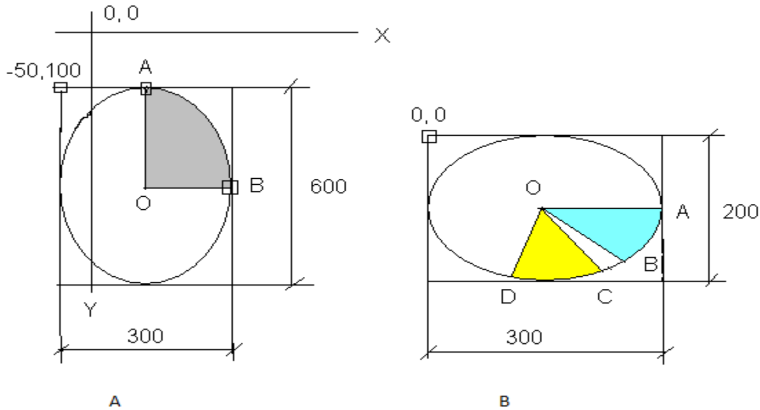


Рис 3. Параметри стебла (А) і пелюсток (В) квітки.

Пелюстки стилізовано зображені у вигляді секторів, зайва частина яких надалі буде зафарбована елементом <середина>. Зафарбовані пелюстки в Visual Basic зображаються методом FillPie :

g.FillPie(Brushes.Blue, 0,0,300,200,0,40)

де Brushes.Blue - кисть блакитного кольору для заливки пелюсток.

0, 0 - координати верхнього лівого кута прямокутника, в який вписаний еліпс (Рис 3-В).

300,200 - ширина і висота прямокутника, в який вписаний еліпс (Рис 3-В).

0, 40 - кути які є параметрами сектора еліпса (Рис 3-В) : 0 - це кут АОА, 40 - це кут АОВ.

Елемент <середина> стилізовано зображений у вигляді зафарбованого еліпса, для виведення якого в Visual Basic використовується метод FillEllipse, а для малювання еліпса - метод DrawEllipse:

g.FillEllipse(Brushes.Yellow, 100,67,100,67)

g.DrawEllipse(Pens.Black, 100,67,100,67)

де Brushes.Yellow - кисть жовтого кольору для заливки еліпса.

Pens.Black - перо чорного кольору для малювання еліпса.

100, 67 - координати верхнього лівого кута прямокутника, в який вписаний еліпс (Рис 4).

100, 67 (друга пара чисел) - ширина і висота прямокутника, в який вписаний еліпс (Рис 4).

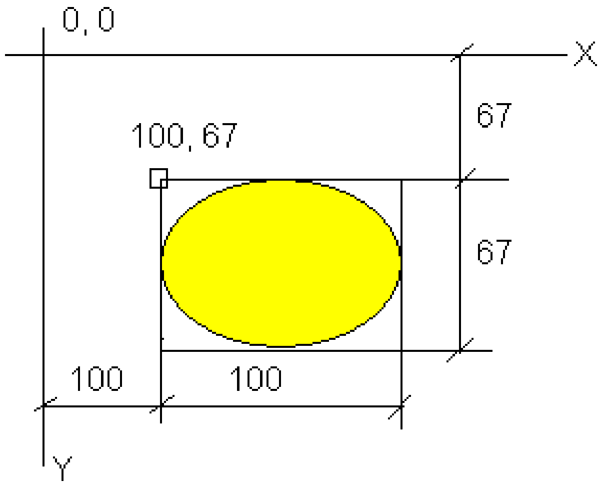


Рис 4. Параметри для зображення еліпса.

Розглянуті методи класу Graphics дозволяють скласти повний код форми для зображення малюнка < Квітка>.

Список використаних джерел:

1. Гарнаев А. Ю. Visual Basic .NET: разработка приложений. — СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 624 с: ил.

2. Ивьен, Билл, Берес, Джейсон. Visual Basic . NET. Библия пользователя. : Пер. с англ. М. Издательский дом "Вильяме", 2002. 1024 с.: ил. Парал. тит. англ.

3. Трусов М. А. Visual Basic .NET. Создание графических объектов и основы программирования / Трусов М. А. – М.: НТ Пресс, 2006. - 160 с.

In the articles considered basic questions of construction of graphic images by means of methods of class of Graphics of programming language Visual Basic 2008.

Key words: *graphic, rectangle, ellipse, sector, arc.*

УДК 519.711

І.І.Водяник, доктор технічних наук, професор

ПРОГНОЗУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ КОЧЕННЯ НА ОСНОВІ ЙОГО ЗАГАЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Актуальність прогнозування показників кочення пояснюється необхідністю їх оптимізації.

Ключові слова: *показники кочення, математична модель, чисельні методи.*

Загальна математична модель кочення представляється диференціальними рівняннями деформування та відновлення деформацій взаємодіючих тіл (колеса і основи) відповідно на передній та задній ділянках контакту [1] (див. схему).

На передній ділянці контакту

$$\dot{\varepsilon} + \varepsilon_1 \frac{E}{\mu} = \frac{\dfrac{R_0}{l_0} E_2 \left(1 - \dfrac{\cos\varphi_0}{\cos(\varphi_0 - \omega t)}\right) + \dfrac{R_0}{l_0} \omega \mu_2 \dfrac{\sin(\varphi_0 - \omega t)}{\cos^2(\varphi_0 - \omega t)} \cos\varphi_{01}}{\mu} +$$

$$+ \frac{\nu_2 E_2 - \nu_1 E}{\mu}$$

Взаємодія реологічних моделей при коченні колеса

на задній

$$\dot{\varepsilon} - \varepsilon_1 \frac{E}{\mu} = \frac{-\frac{R_0}{l_0} E_2 \left(\frac{1}{\cos \omega t} - 1 \right) \cos \varphi_0}{\mu} +$$

$$+ \frac{\frac{R_0}{l_0} \omega \mu_2 \frac{\sin \omega t}{\cos^2 \omega t} \cos \varphi_0 + \nu_2 E_2 - \nu_1 E_1}{\mu}$$

де $$E = E_1 + \frac{H}{l_0} E_2 \text{ , а } \mu = \mu_1 + \frac{H}{l_0} \mu_2$$

У наведених рівняннях в якості аргументу доцільно використовувати не t (час), а φ (кут), який на передній ділянці контакту представлений різницею $\varphi_0 - \omega t$, а на задньому – добутком ωt.

Ці рівняння можуть бути розв’язані тільки чисельними методами, використовуючи рівність

$$\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k + \int_{\varphi_k}^{\varphi_{k+1}} f(\varphi, \varepsilon) d\varphi$$

і початкові умови: при $\varphi = \varphi_0$ $\varepsilon = 0$ на передній ділянці контакту і при $\varphi = 0$ $\varepsilon = \varepsilon_0$ на задній ділянці, де ε_0 – відносна деформація колеса в точці О (стає відомою після розв’язання першого диференціального рівняння). При цьому $k = 0,1,2,...n$, де n – число інтервалів кута φ, на яке розділяються кути контакту колеса з основою на передній і задній ділянках контакту при чисельному інтегруванні.

Підінтегральні функції мають вигляд:

на передній ділянці контакту $f(\varphi, \varepsilon) = W_n - \varepsilon_1 \frac{E}{\mu}$;

на задній $f(\varphi, \varepsilon) = W_з + \varepsilon_1 \frac{E}{\mu}$,

де W_n і $W_з$ – позначення правих частин вихідних диференціальних рівнянь відповідно на передній і задній ділянках контакту.

При обчисленнях використовують формули Ейлера, Ейлера-Коші, або Рунге-Кутта. Розрахункова формула і число інтервалів n вибираються в залежності від заданої точності результатів розрахунків.

Комп’ютерні програми чисельного розв’язання диференціальних рівнянь та інших математичних задач розроблені [2].

У результаті розв’язання наведених рівнянь обчислюються відносні

деформації колеса ε_1 в заданих точках контакту колеса з основою на передній та задній його ділянках. Відносні швидкості деформування $\dot{\varepsilon}_1$ в цих точках обчислюються з наведених рівнянь за формулами:
на передній ділянці контакту $\dot{\varepsilon}_1 = W_п - \varepsilon_1 \frac{E}{\mu}$, на задній $\dot{\varepsilon}_1 = W_з + \varepsilon_1 \frac{E}{\mu}$.

Обчислені таким чином відносні деформації колеса ε_1 і швидкості цих деформацій $\dot{\varepsilon}_1$ у вибраних точках на передній та задній ділянках контакту використовуються при визначенні всіх показників кочення.

До основних показників відносяться:

– закономірності розподілення контактних тисків на передній ділянці σ і задній σ', а також середнє σ_c і максимальне σ_m значення;

– максимальні деформації колеса $u = r_0 - \rho_0$ і основи $h = \rho_0 - r_0 \cos\varphi_0$, де ρ_0 – значення ρ при $\varphi = 0$;

– опір коченню, який характеризується силою F і коефіцієнтом f, що представляє відношення $\frac{F}{Q}$;

– зчеплення колеса з основою, яке характеризується коефіцієнтом φ, що представляє відношення $\frac{P_{к\max}}{Q}$, де $P_{к\max}$ максимальна дотична сила тяги (сумарне колове зусилля на колесі, коли до нього підводиться момент).

Контактні тиски визначаються так:
на передній ділянці контакту (при деформуванні колеса і основи)

$$\sigma = \varepsilon_1 E_1 + \dot{\varepsilon}_1 \mu_1 + \nu_1 E_1;$$

на задній (при відновленні деформації)

$$\sigma' = \varepsilon_1 E_1 - \dot{\varepsilon}_1 \mu_1 - \nu_1 E_1.$$

Максимальний контактний тиск σ_m – це значення σ при $\varphi = 0$ (в точці О на границі передньої та задньої ділянок).

Порядок обчислення σ, σ' і σ_c, σ_m є таким:

– задавши кут φ_0, в результаті розв'язування диференціальних рівнянь обчислюються ε_1 і $\dot{\varepsilon}_1$ в точках контакту на передній і задній ділянках контакту, а потім – контактні тиски σ і σ' в цих точках;

– кут φ_0', в межах якого на задній ділянці діють контактні тиски, визначається за результатами обчислень σ' (при $\varphi_0^{'}$ $\sigma' \approx 0$);

– представляючи контактні тиски (елементарні реакції основи) системою сил, що сходяться, з умови рівноваги отримаємо рівність

$$Q = \int_{\varphi_0}^{0} \sigma \cos\varphi B\rho d\varphi + \int_{0}^{\varphi_0^{'}} \sigma' \cos\varphi B\rho d\varphi ,$$

де Q – нормальна сила (притискає колесо до основи);
B – ширина контакту колеса з основою;

ρ і φ – полярні координати точок контакту відносно центру обертання колеса (на передній ділянці контакту $\rho = r_0 - \varepsilon_1 H$, а на задній $\rho = \rho_0 - \varepsilon_1 H$.

Оскільки закономірності зміни σ і σ' в межах кутів контакту φ_0 і $\varphi_0^{'}$ отримуються у вигляді таблиць на основі чисельного розв'язку диференціальних рівнянь, інтеграли можуть бути визначені чисельними методами (прямокутників або трапецій).

Якщо в результаті чисельного інтегрування виявиться, що приведена рівність не виконується, то розрахунки необхідно повторити при інших значеннях φ_0 і $\varphi_0^{'}$. Підбір кута φ_0 і обчислення $\varphi_0^{'}$ повинні бути продовжені до тих пір, поки ця рівність буде виконуватися з необхідною точністю. Після цього можуть бути обчислені показники σ, σ' і σ_c, σ_m, які відповідають вихідним даним, що характеризують колесо (r_0, H, B, ν_1, μ_1, E_1), основу (ν_2, μ_2, E_2, A) та режим кочення (Q, ω).

$$\sigma_c = \frac{1}{\varphi_0 + \varphi_0^{'}} \left(\int_{\varphi_0}^{0} \sigma d\varphi + \int_{0}^{\varphi_0^{'}} \sigma' d\varphi \right) \cdot$$

Вихідні дані доцільно вибирати такими, щоб вони характеризували процеси, про які накопичено багато експериментальних значень показників кочення. В цьому випадку на основі співставлення результатів розрахунків і вимірювань можна судити про адекватність моделі реальним процесам.

Рекомендований варіант вихідних даних відноситься до заднього колеса трактора МТЗ, яке котиться по полю, підготовленого до посіву (дивись схему кочення).

$r_0 = 0{,}77$ *м*, H = 0,305 *м*, B = 0,244 *м*, ν_1 = 0,01,

μ_1 = 6,79 кПа·с, $E_1 = 606$ кПа, ν_2 =0,012, μ_2 =8,65кПа·с,

$E_2 = 173$ кПа, A = 0,2 м, Q = 11,5 кН, ω = 1,8 рад/с.

Повздовжня сила F, яка дорівнюю по значенню силі опору кочення, обчислюється за формулою

$$F = \int_{\varphi_0}^{0} \sigma \sin \varphi B \rho d\varphi - \int_{0}^{\varphi_0'} \sigma' \sin \varphi B \rho d\varphi$$

в результаті чисельного інтегрування, а коефіцієнт опору кочення –

$$f = \frac{F}{Q}.$$

Максимальна дотична сила тяги $P_{\kappa \max}$ обчислюється за формулою

$$P_{\kappa \max} = \int_{0}^{\varphi_0} \psi_e \sigma B \rho d\varphi + \int_{0}^{\varphi_0'} \psi_e \sigma' B \rho d\varphi$$

в результаті чисельного інтегрування, а коефіцієнт зчеплення – $\varphi = \frac{P_{\kappa \max}}{Q}$

Коефіцієнт тертя при ковзанні колеса по основі ψ_e для колеса з пневматичною шиною на ґрунті обчислюється за формулою

$\psi_e = \psi \kappa_н + \psi_n (1 - \kappa_н)$, де ψ – коефіцієнт тертя резини по ґрунту;

ψ_n – коефіцієнт тертя ґрунту по ґрунту (внутрішнього тертя в ґрунті)

$\kappa_н$ – коефіцієнт насиченості контакту, що показує, яку частину контурної площі контакту складає площа опорної поверхні ґрунтозачепів (характеризує конфігурацію протектора шини).

Очевидно, для обчислення показників кочення необхідно використовувати чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь, систем нелінійних рівнянь та інтегрування.

Список використаних джерел:

1. Водяник І.І. Використання диференціальних рівнянь в диференціалах для моделювання кочення. / Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації. Збірник наукових праць за матеріалами Третьої Міжнародної наукової конференції. – Кам'янець-Подільський, К-ПНУ, 2008. с. 28-39.

2. Щирба В.С. Чисельні методи. Практикум. – Кам'янець-Подільський, КПНУ, 1998.

Actuality of mathematical design of woobling is explained by the necessity of prognostication of indexes of this process and to their next optimization..

***Key words**: indexes of woobling, mathematical model, numeral methods.*

УДК 517.5

В.О.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Ю.В.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
У.В.Гудима, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ДЕЯКІ ТЕОРЕМИ ІСНУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОЇ РІВНОМІРНОЇ НЕСИМЕТРИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ БАГАТОЗНАЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ ОДНОЗНАЧНИМИ

У статті встановлено теореми існування екстремального елемента для задачі найкращої рівномірної несиметричної апроксимації багатозначного відображення множиною однозначних відображень.

Ключові слова: *багатозначне відображення, найкраща рівномірна несиметрична апроксимація, теореми існування.*

Постановка задачі. Нехай X –лінійний над полем комплексних чисел нормований простір. Для множини B та елемента x цього простору покладемо $E_B(x)=\inf\limits_{y\in B}\|x-y\|$.Будемо позначати через $B(X)$ $(O(X))$ сукупність довільних (опуклих) обмежених замкнених множин простору X, через $H_1(A,B)=\sup\limits_{x\in A}E_B(x)$ - напіввідхилення за Гаусдорфом множини A від множини B, через $H(A,B)=\max\{H_1(A,B),H_1(B,A)\}$ - гаусдорфову відстань між множинами A,B із $B(X)$. Нехай, крім того, S –компакт, $C(S,X)$ - лінійний над полем дійсних чисел нормований простір однозначних відображень g компакта S в X, неперервних на S, з нормою $\|g\|=\max\limits_{s\in S}\|g(s)\|$, $C(S,B(X))$ $(C(S,O(X)))$ - множина багатозначних відображень компакта S в X таких, що для кожного $s\in S$ $a(s)=B_s\in B(X)$ $(a(s)=O_s\in O(X))$ і вони неперервні на S відносно метрики Гаусдорфа на $B(X)$.

Покладемо для будь-яких $g,h\in C(S,B(X))$ $\rho(g,h)=\max\limits_{s\in S}H(g(s),h(s))$. Величина $\rho(g,h)$ задає метрику на множині $C(S,B(X))$. Відповідний метричний простір будемо позначати через $(C(S,B(X)),\rho)$.

Нехай $a \in C(S, B(X))$, $V \subset C(S, X)$. Задачею найкращої рівномірної несиметричної апроксимації відображення a множиною V, будемо називати задачу відшукання величини

$$\alpha_V^*(a) = \inf_{g \in V} \sup_{s \in S} H_1(g(s), a(s)) = \inf_{g \in V} \sup_{s \in S} \inf_{y \in a(s)} \|g(s) - y\|. \qquad (1)$$

Якщо існує відображення $g^* \in V$ таке, що

$$\alpha_V^*(a) = \max_{s \in S} H_1(g^*(s), a(s)),$$

то його будемо називати екстремальним елементом для величини (1).

Метою роботи є з'ясування умов, накладених на апроксимуючу множину V, при яких екстремальний елемент для величини (1) буде існувати.

Допоміжні твердження.

Твердження 1. Для будь-яких множин $A, B \in B(X)$ та елементів $g_1, g_2 \in X$ справедливе співвідношення

$$|E_A(g_1) - E_B(g_2)| \le H(A, B) + \|g_1 - g_2\|.$$

Доведення. Нехай $\varepsilon > 0$. Згідно з характеристичною властивістю інфімуму існує елемент $y_\varepsilon \in B$ такий, що

$$\|g_2 - y_\varepsilon\| - \varepsilon < E_B(g_2) = \inf_{y \in B} \|g_2 - y\|.$$

Тоді

$$E_A(g_1) - E_B(g_2) \le \inf_{x \in A} \|g_1 - x\| - \inf_{y \in B} \|g_2 - y\| < \inf_{x \in A} \|g_1 - x\| - \|g_2 - y_\varepsilon\| + \varepsilon \le$$

$$\le \inf_{x \in A} (\|g_1 - y_\varepsilon\| + \|y_\varepsilon - x\|) - \|g_2 - y_\varepsilon\| + \varepsilon =$$

$$= \inf_{x \in A} \|y_\varepsilon - x\| + \|g_1 - y_\varepsilon\| - \|g_2 - y_\varepsilon\| + \varepsilon \le$$

$$\le \sup_{y \in B} \inf_{x \in A} \|y - x\| + \|g_1 - g_2\| + \|g_2 - y_\varepsilon\| - \|g_2 - y_\varepsilon\| + \varepsilon \le .$$

$$\le H(A, B) + \|g_1 - g_2\| + \varepsilon.$$

Звідси випливає, що

$$E_A(g_1) - E_B(g_2) \le H(A, B) + \|g_1 - g_2\|.$$

Аналогічно доводиться, що

$$E_B(g_2) - E_A(g_1) \le H(A, B) + \|g_1 - g_2\|.$$

Тому

$$|E_A(g_1) - E_B(g_2)| \le H(A, B) + \|g_1 - g_2\|.$$

Твердження доведено.

Твердження 2. Для будь-якого $a \in C(S, B(X))$, $g \in C(S, X)$ функція $E_{a(s)}(g(s)) = \inf_{y \in a(s)} \|g(s) - y\|$, $s \in S$, є неперервною по s на S.

Доведення. Нехай $s_0 \in S$. Оскільки відображення a є неперервним на S відносно метрики Гаусдорфа на $B(X)$, а відображення $g \in C(S, X)$, то вони неперервні в точці $s_0 \in S$. Це означає, що для довільного числа $\varepsilon > 0$ існує окіл $O_\varepsilon(s_0)$ точки $s_0 \in S$ $(O_\varepsilon(s_0) \subset S)$ такий, що $H(a(s), a(s_0)) < \frac{\varepsilon}{2}$, $\|g(s) - g(s_0)\| < \frac{\varepsilon}{2}$ для всіх $s \in O_\varepsilon(s_0)$.

Тоді згідно з твердженням 1 для $s \in O_\varepsilon(s_0)$

$$\left|E_{a(s)}(g(s)) - E_{a(s_0)}(g(s_0))\right| = .$$

$$= \left|E_{a(s)}(g(s)) - E_{a(s_0)}(g(s)) + E_{a(s_0)}(g(s)) - E_{a(s_0)}(g(s_0))\right| \le$$

$$\le \left|E_{a(s)}(g(s)) - E_{a(s_0)}(g(s))\right| + \left|E_{a(s_0)}(g(s)) - E_{a(s_0)}(g(s_0))\right| \le$$

$$\le H(a(s), a(s_0)) + \|g(s) - g(s_0)\| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon .$$

Це й означає, що функція $E_{a(s)}(g(s))$, $s \in S$, є неперервною в точці s_0. Оскільки точка s_0 вибрана в S довільно , то $E_{a(s)}(g(s))$, $s \in S$, є неперервною по s на S.

Твердження доведено.

З доведеного твердження випливає , що задачу відшукання величини (1) можна подати у такій еквівалентній формі:

$$\alpha_V^*(a) = \inf_{g \in V} \max_{s \in S} H_1(g(s), a(s)) = \inf_{g \in V} \max_{s \in S} \inf_{y \in a(s)} \|g(s) - y\|. \qquad (2)$$

Для кожного $a \in C(S, B(X))$, $g \in C(S, X)$ позначимо через

$$\Psi_a(g) = \max_{s \in S} \inf_{y \in a(s)} \|g(s) - y\| = \max_{s \in S} E_{a(s)}(g(s)) .$$

Твердження 3. Для будь-яких $a \in C(S, B(X))$, $g_1, g_2 \in C(S, X)$ справедливе співвідношення $\left|\Psi_a(g_1) - \Psi_a(g_2)\right| \le \|g_1 - g_2\|$.

Доведення. Нехай $a \in C(S, B(X))$, $g_1, g_2 \in C(S, X)$. Маємо

$$\Psi_a(g_1) = \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g_1(s) - y\| \le$$

$$\le \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \left(\|g_1(s) - g_2(s)\| + \|g_2(s) - y\| \right) \le$$

$$\le \max_{s\in S} \|g_1(s) - g_2(s)\| + \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g_2(s) - y\| = \|g_1 - g_2\| + \Psi_a(g_2).$$

Звідки $\Psi_a(g_1) - \Psi_a(g_2) \le \|g_1 - g_2\|$.

Аналогічно доводиться, що $\Psi_a(g_2) - \Psi_a(g_1) \le \|g_1 - g_2\|$.

Тому $|\Psi_a(g_1) - \Psi_a(g_2)| \le \|g_1 - g_2\|$, $a \in C(S, B(X))$, $g_1, g_2 \in C(S, X)$.

Твердження доведено.

Твердження 4. Нехай $a \in C(S, B(X))$. Тоді функція $\Psi_a(g) = \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g(s) - y\|$, $g \in C(S, X)$, є неперервною по g на $C(S, X)$.

Якщо $a \in C(S, O(X))$, то функція $\Psi_a(g)$, $g \in C(S, X)$, є, крім того, опуклою на $C(S, X)$.

Доведення. Справедливість неперервності функції $\Psi_a(g)$ по g на $C(S, X)$ випливає з твердження 3.

Переконаємось в опуклості $\Psi_a(g)$, $g \in C(S, X)$, за умови, що $a \in C(S, O(X))$. Внаслідок опуклості функціонала найкращого наближення елемента нормованого простору опуклою замкненою множиною цього простору (див., наприклад, [1]) для $g_1, g_2 \in C(S, X)$, $\alpha \in [0,1]$ одержимо, що

$$\inf_{y\in a(s)} \|(\alpha g_1(s) + (1-\alpha) g_2(s)) - y\| \le.$$

$$\le \alpha \inf_{y\in a(s)} \|g_1(s) - y\| + (1-\alpha) \inf_{y\in a(s)} \|g_2(s) - y\|.$$

Звідси випливає, що

$$\Psi_a(\alpha g_1 + (1-\alpha) g_2) = \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|(\alpha g_1 + (1-\alpha) g_2)(s) - y\| \le$$

$$\le \alpha \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g_1(s) - y\| + (1-\alpha) \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g_2(s) - y\| =.$$

$$= \alpha \Psi_a(g_1) + (1-\alpha) \Psi_a(g_2).$$

Це й означає, що $\Psi_a(g)$, $g \in C(S, X)$, є опуклою на $C(S, X)$ в цьому випадку.

Твердження доведено.

Твердження 5. Нехай $a \in C(S, B(X))$. Тоді функція

$\Phi(s) = \sup\limits_{y \in a(s)} \|y\|$, $s \in S$, є неперервною по s на S.

Доведення. Нехай $s_0 \in S$. Оскільки відображення a є неперервним на S відносно метрики Гаусдорфа на множині $B(X)$, то воно неперервне в точці $s_0 \in S$.

Це означає, що для довільного числа $\varepsilon > 0$ існує окіл $O_\varepsilon(s_0)$ точки s_0 такий, що $H(a(s), a(s_0)) < \varepsilon$, $s \in O_\varepsilon(s_0)$. (3)

З урахуванням нерівності (3) , рівності $\Phi(s) = H(0, a(s))$, $s \in S$, та нерівності трикутника в метричному просторі одержимо, що

$$|\Phi(s) - \Phi(s_0)| = |H(0, a(s)) - H(0, a(s_0))| \le$$

$$\le H(0,0) + H(a(s), a(s_0)) = H(a(s), a(s_0)) < \varepsilon, s \in O_\varepsilon(s_0)$$

Це й означає , що функція $\Phi(s)$, $s \in S$, є неперервною в точці s_0.

Оскільки точку s_0 вибрано довільно, то функція $\Phi(s)$, $s \in S$, є неперервною по s на S.

Твердження доведено.

Основний результат.

Теорема 1. Якщо $a \in C(S, B(X))$, а V –замкнена локально компактна множина простору $C(S, X)$, то екстремальний елемент для величини (2) існує.

Доведення. Нехай $\{g_m\}_{m=1}^{\infty}$ –екстремальна послідовність для величини (1), тобто $g_m \in V$, $m = 1, 2, \ldots$, і

$$\lim_{m \to \infty} \Psi_a(g_m) = \lim_{m \to \infty} \max_{s \in S} \inf_{y \in a(s)} \|g_m(s) - y\| = \alpha_a^*(V). \qquad (4)$$

З урахуванням твердження 5 одержимо для $m = 1, 2, \ldots$ і всіх $s \in S$, $y \in a(s)$, що

$$\|g_m(s)\| \le \|g_m(s) - y\| + \|y\| \le \|g_m(s) - y\| + \max_{s \in S} \sup_{y \in a(s)} \|y\|.$$

Тому

$$\|g_m(s)\| \le \inf_{y \in a(s)} \|g_m(s) - y\| + \max_{s \in S} \sup_{y \in a(s)} \|y\| \le \max_{s \in S} \inf_{y \in a(s)} \|g_m(s) - y\| +$$

$$+ \max_{s \in S} \sup_{y \in a(s)} \|y\| = \Psi_a(g_m) + \max_{s \in S} \sup_{y \in a(s)} \|y\|,$$

$$\|g_m\| \le \Psi_a(g_m) + \max_{s\in S}\sup_{y\in a(s)}\|y\|.$$

З урахуванням (4) звідси заключаємо, що послідовність $\{g_m\}_{m=1}^{\infty}$ є обмеженою послідовністю елементів множини V. Внаслідок локальної компактності та замкнености множини V з послідовності $\{g_m\}_{m=1}^{\infty}$ можна вибрати збіжну до $g^* \in V$ підпослідовність $\{g_{m_k}\}_{k=1}^{\infty}$ (див., наприклад, [2,с.21]). З неперервності функції $\Psi_a(g)$, $g\in C(S,X)$, (див. твердження 4) та рівності (4) отримаємо, що

$$\lim_{k\to\infty}\Psi_a(g_{m_k}) = \Psi_a(g^*) = \lim_{m\to\infty}\Psi_a(g_m) = \max_{s\in S}\inf_{y\in a(s)}\|g^*(s) - y\| = \alpha_a^*(V).$$

Це означає, що g^* є екстремальним елементом для величини (2).

Теорему доведено.

Наслідок 2. Якщо $a\in C(S,B(X))$, а V – компактна множина простору $C(S,X)$, то екстремальний елемент для величини (2) існує.

Наслідок 3. Якщо $a\in C(S,B(X))$, а V – скінченновимірний підпростір простору $C(S,X)$, то екстремальний елемент для величини (2) існує.

Теорема 2. Якщо $a\in C(S,O(X))$, а V - слабко компактна множина простору $C(S,X)$, то екстремальний елемент для величини (2) існує.

Доведення. Нехай $\{g_m\}_{m=1}^{\infty}$- екстремальна послідовність для величини (2), тобто $g_m \in V$, $m = 1,2,...,$ і має місце рівність (4).

Оскільки V є слабко компактною множиною простору $C(S,X)$, то існує підпослідовність $\{g_{m_k}\}_{k=1}^{\infty}$ послідовності $\{g_m\}_{m=1}^{\infty}$, яка слабко збігається до $g^*\in V$ (див., наприклад, [3,с.9]).

Переконаємось , що

$$\Psi_a(g^*) = \max_{s\in S}\inf_{y\in a(s)}\|g^* - y\| = \alpha_a^*(V). \tag{5}$$

Припустимо, що $\Psi_a(g^*) > \alpha_a^*(V)$. Тоді існує $\varepsilon > 0$ таке, що

$$\Psi_a(g^*) > \alpha_a^*(V) + \varepsilon. \tag{6}$$

Розглянемо множину

$$M = \{ g : g \in C(S,X), \Psi_a(g) \le \alpha_a^*(V) + \varepsilon \} . \qquad (7)$$

Відповідно до твердження 4 функція $\Psi_a(g)$, $g \in C(S,X)$, є опуклою та неперервною на $C(S,X)$.

Тому M є опуклою та замкненою множиною простору $C(S,X)$. Згідно з (6) $g^* \notin M$.

За теоремою про відокремлення замкненої опуклої множини і точки (див., наприклад, [4,с.31]) існують ненульовий функціонал $f \in C(S,X)^*$ та число c такі, що

$$\mathrm{Re}\, f(g^*) > c > \mathrm{Re}\, f(g), \ g \in M . \qquad (8)$$

Відповідно до (4)

$$\lim_{k\to\infty} \Psi_a(g_{m_k}) = \lim_{k\to\infty} \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \left\| g_{m_k} - y \right\| = \alpha_a^*(V) .$$

Звідси випливає, що існує номер k_0 такий, що $g_{m_k} \in M$ для всіх $k \ge k_0$. Згідно з (8) тоді

$$\mathrm{Re}\, f(g^*) > c > \mathrm{Re}\, f(g_{m_k}), \ k \ge k_0 .$$

Оскільки $g_{m_k} \xrightarrow[k\to\infty]{сл.} g^*$, то

$$\mathrm{Re}\, f(g^*) > c \ge \lim_{k\to\infty} \mathrm{Re}\, f(g_{m_k}) = \mathrm{Re}\, f(g^*) .$$

Одержана суперечність доводить , що має місце рівність (5). Це означає, що g^* є екстремальним елементом для величини (2).

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Гнатюк В.А. Общие свойства наилучшего приближения по выпуклой непрерывной функции/ Гнатюк В.А, Щирба В.С. - Укр. мат. журн. – 1982.-4, №5. – С.608-613.
2. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения/ Корнейчук Н.П. – М.: Наука, 1976. – 320с.
3. Демьянов В.Ф. Приближенные методы решения экстремальных задач/ Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. – Л.: Издательство Ленинградского университета.-1968.- 178 с.
4. Гольштейн Е.Г. Теория двойственности в математическом программировании и ее приложения / Гольштейн Е.Г. – М.: Наука, 1971. – 352с.

We prove theorems of the existence of the extremal element for the problem of best uniform asymmetrical approximation of the set-valued map by sets of continuous single– valued maps

Key words: *the existence of the extremal element, the set-valued map, best uniform asymmetrical approximation*

УДК 535:378.016

А.О.Губанова, кандидат фізико-математичних наук, доцент
О.П.Пономаренко, асистент

ВИКОРИСТАННЯ СИНТЕЗУ ЛОГІЧНОГО ТА ГРАФІЧНОГО МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ КІНЕМАТИКИ

У статті показані переваги графічного методу розв'язування задачі з кінематики підвищеної складності. Побудова графіка базується на логічному аспекті розв'язку.

Ключові слова: *графічний метод, логічний метод, задача, кінематика.*

Одним з методів візуалізації розв'язків задач кінематики є графічний. Такий метод, наразі, у викладанні фізики в середній та вищий школах використовується не так часто, як на те заслуговує. Розв'язок задач, в яких розглядається рух декількох об'єктів, аналітичний метод супроводжується складанням великої кількості рівнянь. Частина з яких може виявитися тотожними і запис розв'язку закінчується рінням типу 0=0.

Якщо подати рухи кожного з об'єктів, про які йдеться в задачі, у вигляді графіків, то можна наочно побачити, які рівняння доцільніше використати для її розв'язку,завдяки тому, що побудова графіків завжди супроводжується логічними міркуваннями.

В [1, с. 12] приводиться найпростіший випадок використання графічного методу для розв'язку задачі. В збірнику [1] наведені задачі варійовані за рівнем знань від заучування до уміння та переконання.

Розвитку застосування графічного методу до розв'язку задач підвищеної складності з кінематики присвячений цілий ряд прикладів, наведених у [2,с.163,164,165]. Пояснення розв'язку задачі з використанням графіків доступне для самоосвіти школярів старших класів середньої школи, а також студентів перших курсів вищих навчальних закладів. Особливо такий підхід до вивчення кінематики корисний для тих студентів, рівень шкільної підготовки яких не достатньо високий.

В даній статті ми приведемо розвозок задачі, зміст якої дасть можливість поглибленого засвоєння такого поняття, як середня швидкість руху при прямолінійному русі.

Умова задачі.

Три туриста мають один велосипед. Їм необхідно дістатися місця відправки парому. Велосипед може одночасно перевозити двох туристів. З якою найбільшою середньою швидкістю можуть рухатися туристи? Вважається, що в точці початку руху вони знаходилися втрьох і в точку кінця руху вони мають дістатися також втрьох.

Для розв'язку задачі використаємо такі логічні міркування. Оскільки в задачі потрібно знайти найбільшу середню швидкість групи туристів то:

- кожен з туристів має знаходитися в русі на протязі всього часу;
- використання велосипеду доцільне всіма туристами;
- при умові, що велосипед може одночасно перевозити тільки двох туристів, логічно припустити, що один з туристів завжди буде на велосипеді і буде по черзі перевозити по одному з пасажирів;
- для досягнення максимальної середньої швидкості, кожен турист повинен однакову кількість часу пересуватися зі швидкістю велосипедиста і, відповідно, однакову кількість часу пересуватися зі швидкістю пішохода;
- велосипедист спочатку підвозить одного туриста, потім повертається за другим;
- перший турист продовжує переміщення зі швидкістю пішохода на протязі проміжку часу, поки велосипедист повертається за другим туристом і привозить другого туриста на місце кінця маршруту.

Подати всі перераховані умови руху трьох туристів зручно у вигляді графіку.

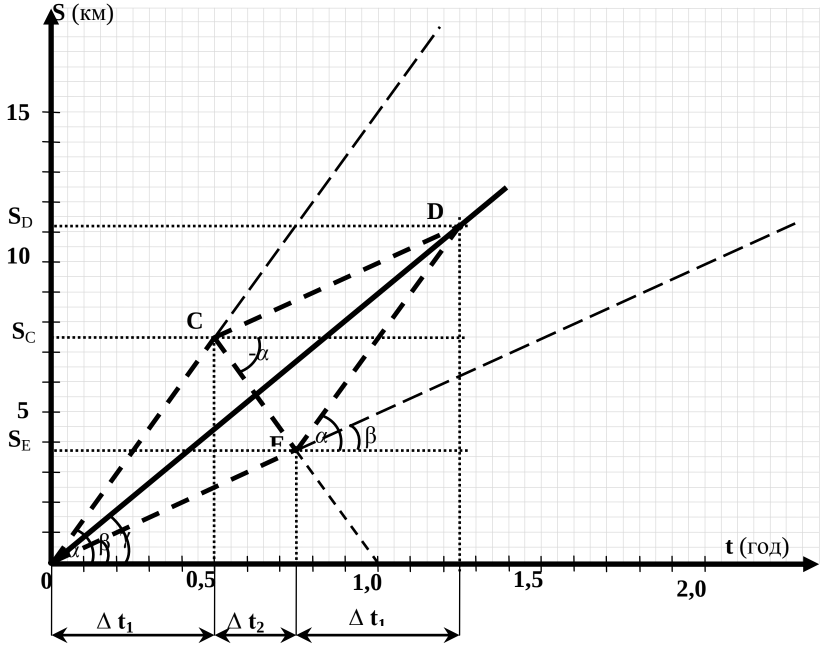


Рис. 1. Графіки руху трьох туристів

Побудову графіків (рис. 1) проводимо таким чином.

По осі абсцис відкладемо час пересування туристів, а по осі ординат їх переміщення.

З точки O проводимо два промені OC під кутом α і OE під кутом β. З точки C, яку можна вибрати довільно на промені OC, проведемо під кутом -α, відрізок CE, який зображає рух велосипедиста під час його повернення за другим туристом. Відрізок ED відповідає рухові велосипедиста з пасажиром, його кут нахилу до осі абсцис дорівнює α.

На графіку $tg\alpha = v_в$ – швидкість з якою рухається велосипедист. Відрізок OC на графіку залежності $S = S(t)$ показує рух велосипедиста за час Δt_1, його переміщення за цей час S_C.

$tg\beta = v_п$ – швидкість з якою йде пішохід. На графіку залежності $S = S(t)$ відрізок OE показує рух пішохода за час $(\Delta t_1 + \Delta t_2)$, його переміщення S_E.

Переміщення першого туриста після точки C показано відрізком CD, нахиленим до осі абсцис під кутом β.

На рис.1 нижче осі абсцис вказані проміжки часу описаних ділянок руху.

Відрізком OD позначена залежність шляху від часу в випадку руху з середньою швидкістю, бо в точці O туристи починають рух, а в точці D його закінчують.

Тангенс кута нахилу відрізку OD до осі абсцис $tg\gamma = v_{сер}$ і визначає шукану середню швидкість.

За даними графіка можна скласти 3 незалежних рівняння:

$$S = v_в \cdot \Delta t_1 + v_п(\Delta t_2 + \Delta t_1) \qquad (1)$$

$$S = v_в \cdot \Delta t_1 - v_в \cdot \Delta t_2 + v_в \cdot \Delta t_1 \qquad (2)$$

$$S = v_{сер} \cdot (2\Delta t_1 + \Delta t_2) \qquad (3)$$

Підставимо *(2)* в *(1)*

$$v_в \cdot \Delta t_1 + v_п(\Delta t_2 + \Delta t_1) = v_в \cdot \Delta t_1 - v_в \cdot \Delta t_2 + v_в \cdot \Delta t_1 \qquad (4)$$

$$v_в \cdot \Delta t_1 + v_п(\Delta t_2 + \Delta t_1) = 2v_в \cdot \Delta t_1 - v_в \cdot \Delta t_2$$

$$-v_в \cdot \Delta t_1 + v_в \cdot \Delta t_2 + v_п(\Delta t_1 + \Delta t_2) = 0$$

$$\Delta t_2(v_в + v_п) + \Delta t_1(v_п - v_в) = 0$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1(v_в - v_п)}{v_в + v_п} \qquad (5)$$

Вираз Δt_2 підставляємо в *(3)* і в *(2)*.

Отримаємо:

$$v_в \cdot 2\Delta t_1 - v_в \cdot \Delta t_2 = v_{сер}(2\Delta t_1 + \Delta t_2) \qquad (6)$$

$$v_в \cdot 2\Delta t_1 - v_в \frac{\Delta t_1(v_в - v_п)}{v_в + v_п} = v_{сер} \cdot \Delta t_1 \left(2 + \frac{v_в - v_п}{v_в + v_п}\right)$$

Скоротимо на Δt_1 всі доданки і зведемо до спільного знаменника останній вираз.

Помножимо на $(v_в + v_п)$. Отримаємо:

$$2v_в^2 + 2v_в \cdot v_п - v_в^2 + v_в \cdot v_п = v_{сер}(2v_в + 2v_п + v_в - v_п). \qquad (7)$$

Звідки $v_{сер} = \frac{v_в^2 + 3v_в \cdot v_п}{3v_в + v_п}$. (8)

Підставимо наступні числові значення. Нехай швидкість пішохода буде 5км/год., а велосипедиста 15км/год. Тоді:

$$v_{сер} = \frac{15^2 + 3 \cdot 15 \cdot 5}{3 \cdot 15 + 5} = \frac{225 + 225}{50} = 9(км/год)$$

За даними графіка легко розв'язувати обернену задачу, т.б.,знаючи середню швидкість, можна визначити час, на протязі якого велосипедист має везти першого пасажира - Δt_1 . Для цього на осі абсцис потрібно відкласти задану відстань S_{D1} . Провести пряму, паралельну осі абсцис до перетину з діагоналлю OD. Точка перетину з діагоналлю OD визначить довжину діагоналі нового паралелограма, подібного до паралелограма ОСДЕ (рис.1). За проекціями цих вершин на вісь абсцис визначаються проміжки часу Δt_1 та Δt_2 руху велосипедиста, щоб з найбільшою середньою швидкістю потрапити в кінцеву точку маршруту D_1 .

Графічний метод опису руху з розрахунками моментів часу, коли треба змінювати характер руху, використовується для складання так званих «карт руху» на залізниці. Знаючи рельєф поверхні складається карта кожного маршруту потягу та записуються моменти часу, коли треба прикладати прискорюючи та гальмуючі зусилля.

Акцент на практичному застосуванні графічного метода опису руху, завжди викликає в студентів бажання скласти «карту руху» автомобіля для розрахунку найбільш економного використання пального. А також підсилює інтерес до вивчення відповідного розділу фізики.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С., Криськов А.А., Мендерецький В.В. Збірник задач з фізики. / Під.ред. П.С.Атаманчука – К., Школяр,1996.- 304 с.

2. Б.Б.Буховцев, В.Д.Кривченков, Г.Я.Мякишев, В.П.Шальнов Сборник задач по элементарной физике /Пособие для самообразования, - М., Наука, 1964. - 438 с.

In the articles rotined of advantage of graphic method of decision of task from the kinematics of enhanceable complication. The construction of the graph is based on the logical aspect of decision.

Key words: *Graphic method, logical method, task, kinematics.*

УДК 378:53(075.8)+004

Є.М.Дінділевич, асистент кафедри кафедри МВФ та ДТОГ

ВПЛИВ МАС-МЕДІА НА РОЗВИТОК ОСОБИСТОСТІ МОЛОДОГО ВЧИТЕЛЯ ФІЗИКИ

У статі розглядаються особливості мас-медіа та їх вплив на розвиток особистості вчителя фізики. Приведенні проблеми з якими зустрічаються вчителі при використанні засобів мас-медіа.

Ключові слова: *мас-медіа, вчитель фізики, засоби масової інформації*

Мас-медіа – один із соціальних інститутів, що тією чи іншою мірою виконують замовлення суспільства та окремих соціальних груп щодо певного впливу на населення в цілому, в тому числі й на окремі вікові та соціальні категорії. Можна зазначити два аспекти такого впливу. По-перше, мас-медіа істотно сприяють засвоєнню людьми різного віку широкого спектра соціальних норм та формуванню у них ціннісних орієнтацій у сфері освіти, політики, економіки, здоров`я, права тощо. По-друге, мас-медіа фактично є єдиною довіреною системою освіти та просвіти різних категорій населення. При цьому користувачі здобувають досить різнобічні, суперечливі, несистематизовані знання, відомості з різних питань які можуть бути не правдиві.

Засоби мас-медіа – технічні засоби (друковані видання, радіо, телебачення, кіно, комп`ютерні мережі тощо), за допомогою яких розповсюджуються різні види інформації щодо знань, духовних цінностей, моральних та правових норм і т.д., на кількісно великі і досить поширені у межах аудиторії людей різного віку та соціального стану.

Вивчаючи поняття: мас-медіа та його вплив на молодого вчителя фізики, можна сказати, що систематичне поширення інформації за допомогою технічних засобів (через пресу, радіо, телебачення, кіно, аудіо і відеозапис) з метою утвердження духовних цінностей даного суспільства і здійснення ідеологічних, політичних, економічних та організаційних впливів на позицію, думки і поведінку цього індивідуума дуже велике. Тоді постає питання про мінімальне та не систиматизованне використання освітою для підготовки молодих спеціалістів саме засобів мас-медіа.

З раннього дитинства людина опиняється в інформаційному полі, вона не може жити без інформації, сприймаючи її через безліч каналів, і на основі її обробки формує свою поведінку. Мас-медіа створює своєрідний інформаційний світ, в якому молодий спеціаліст, зокрема молода людина, виробляє певний світогляд щодо життя, способу життя, стилю життя, типів поведінки, методів само освіти та навчання тощо, хоча, як зазначалося, мас-медіа має, здебільшого, несистематизований, а часом і суперечливий характер у підготовці молодих спеціалістів.

Засоби масової інформації відображають умови життя людей, системи їхніх спільних зв'язків і залежностей у макро мікро масштабі. Засоби масової інформації виконують два, на перший погляд, протилежних завдання: фіксують і розвивають інтереси як особистості, так і суспільства. Політологічний, соціальний та психологічний аспекти феномена “засобів масової інформації ” важко відокремити. Існує абсолютний взаємозв'язок соціальних і психологічних підходів заради спільної поставленої мети. За допомогою технічних засобів відбувається розповсюдження повідомлень, інформації, що містять певні ідеї для подальшого формування (або впливу на формування) установок, оцінок, думок та поведінки людей. Нерідко в такому випадку засоби масової інформації виконують не стільки інформаційні та культурологічні та освітні, скільки ідеологічні функції.

Як засіб досить активного впливу на стиль життя, мас-медіа використовуються на багатьох рівнях організації аудиторії. Ми визначили чотири рівні, які вважаємо за доцільне обговорити їх детальніше:

1) індивідуальний;
2) груповий;
3) організаційний;
4) суспільний.

Індивідуальний та груповий рівні включають сім`ю та ровесників, організаційний рівень – університет, місце роботи.

Індивідуальний рівень

Метою впливу мас-медіа на індивідуальний рівень в аспекті формування способу життя є:

- усвідомлення;
- знання;
- самодієвість;
- вміння – щоб змінити поведінку людини.

Ми обговорюємо наслідки індивідуального рівня свідомо, щоб зрозуміти силу впливу мас-медіа, хоча рідко трапляється, щоб один з цих наслідків розглядався окремо. Більше того, наприклад, усвідомлення, знання, ставлення і поведінка поєднуються в узгодженому теоретично обгрунтованому зусиллі, щоб досягнути зміни.

Усвідомлення проблеми навчання (підготовки, самоосвіти) є найбільш вагомим наслідком на індивідуальному рівні, однак воно недостатньо оформлене як самостійна концепція освіти. Люди можуть по-різному усвідомлювати проблеми, що стосуються освіти, та їх вирішення, скажімо, вони можуть усвідомлювати проблеми, пов`язані з отриманням нових знань, але не усвідомлювати своїх власних. Здатність генерувати усвідомлення великою кількістю людей певної проблеми вважається однією з переваг мас-медіа, хоча, на жаль, іноді втручання мас-медіа, є не зовсім вдалими у цьому відношенні.

Знання. Ще однією важливою функцією мас-медіа є передача простої інформації великій кількості людей. Оволодіння знаннями є вагомим результатом, оскільки це веде до створення бажаного ставлення до навчання (самоосвіти) і стає необхідною умовою для подальшого формування у людини бажання вдосконалюватись. Обидві ці умови є доцільними за певних обставин. Моделі повідомлення – переконання доводять, що зміни у ставленні людини до чогось залежать від набутих знань. Знання, одначе, не є єдиним джерелом, є різні когітивні та емоційні компоненти, що ведуть до знання, і різні методи навчання можуть диференційовано вести до наступної зміни. Крім того, тип інформації, що подається, і ситуація, за якої ця інформація подається, впливають на те, як люди її засвоюють і як вони її застосовують. Знання можуть впливати на ставлення і поведінку людей, які цікавляться проблемою освіти, але можуть ніяк не впливати на тих, хто не зацікавлений в цьому. Підсумовуючи, слід зазначити, що рівень знань, потреби аудиторії в інформації і залучення аудиторії до створення і засвоєння її є важливим у процесі формування знань.

Ставлення. Через слабке загальне співвідношення між ставленням і поведінкою, багато хто вважає, що ставлення можуть відігравати важливу роль у зміні поведінки. Хоча відомо, що деяке ставлення може бути неістотним для зміни у поведінці людини. Наприклад, навіть при наявності позитивного ставлення до ЗМІ, молоді вчителі фізики можуть не використовувати їх, якщо вони дорогі, якщо недоступний інтернет. Ставлення людини до освіти може впливати як на пошук інформації про самоосвіту, так і на поведінку, спрямовану на самоосвіту. Однак поведінково-специфічне ставлення більше визначає поведінку, ніж загальне ставлення до подальшого розвитку.

Не має сумніву в тому, що ЗМІ можуть ефективно змінювати ставлення людини до підготовки молодих спеціалістів, особливо коли вплив супроводжується особистими інструкціями. Зміна ставлення людей до ЗМІ може бути результатом вивчення завдяки ЗМІ різних можливостей, що може призвести до відповідних змін. Ставлення можна також вивчати шляхом спостереження за медіа-зображеннями, і нові рівні ставлення будуть прийняті, якщо їхні характерні ознаки матимуть перевагу над попередніми. Хоча активність позитивного ставлення може бути недостатньою, щоб змінювати поведінку, долаючи перепони здоровим діям, проте вони є гнучкими і поступово можуть сприяти зміні поведінки в цілому.

Самодієвість (віра людини у здатність змінювати свою поведінку) є важливим чинником у виборі й підтримці здорової поведінки. У даному випадку ЗМІ можуть використовуватися, щоб стимулювати розвиток самодієвості кількома шляхами, що зокрема містять: моделювання інтересу до поведінки, навчання вмінням, необхідним для прийняття здорової поведінки, заохочення простої тимчасової поведінки, такої, як пробна поведінка, і зменшення дисфункціонального пробудження, що асоціюється з прийняттям здорової поведінки. На жаль, самодієвість недостатньо використовується як проміжна мета зміни поведінки.

Вміння. Успішне сприйняття багатьох форм бажаної поведінки стосовно самоосвіти потребує складного пакету пізнавальних, соціальних і поведінкових умінь. Наприклад, зміна отримання нових знань вимагає пізнавальних вмінь, щоб визначати яку інформацію не слід вживати, соціальних вмінь, щоб опиратися тиску попередніх впливів. Соціальна навчальна теорія має чималий досвід у пропагуванні тренування певних вмінь у процесі зміни поведінки. Хоча таке оволодіння вміннями відбувається на міжособистістному рівні, у клінічній чи навчальній обстановці, дослідження в цій галузі довели, що складними вміннями можна також оволодівати завдяки медіа-зображення.

Поведінка. Зміна поведінки є наслідком кінцевого інтересу (на індивідуальному рівні) і результатом довготривалих попередніх змін. Теорія соціального навчання пропонує використовувати моделювання, формування вмінь, активне залучення аудиторії до активних дій і безперервність зворотного ефекту і його поширення, щоб забезпечити довготривалу зміну в поведінці людини. Зміна поведінки стає більше схожою на проміжний період, який живиться поведінкою минулого. Міра впливу мас-медіа на те, щоб допомогти позбутися поведінки минулого, є досить обмеженою (наприклад, безперервний зворотний зв'язок і активне залучення до навчального процесу). Однак творче застосування мас-медіа було успішно розроблено, що дозволяє впливати на інші поведінкові антецеденти.

Здатність впливати на формування здорового способу поведінки визначається такими чинниками:

– розумінням того, як змінити поведінку;

– розумінням того, як втілити відомі принципи поведінки у медіа-кампанії;

– обмеженим застосуванням і розумінням втручання на вищому рівні організації аудиторії.

У спробі поєднати проміжний і кінцевий результати досягнутої мети, мас-медіа можуть виконувати декілька ролей: роль виховного чинника, доповнення, підтримки і роль пропагандиста. Обрані ролі мають грунтуватися на доброму знанні аудиторії і конкретних цілях втручання.

Пропагування мас-медіа, в освіті часто здійснюється шляхом використання низькопробних друкованих видань, таких, як пам'ятні записки, інформаційні бюлетені і брошури. Вони розраховані на певні групи і пристосовані до певного контексту і часто супроводяться особистими взаємодіями спеціалістів, як формальними (на лекції, в аудиторії, на демонстрації), так і неформальними (коли обговорюється інформаційний бюлетень з лідером ідеї). Мас-медіа, зазвичай менше всього використовуються для того, щоб викликати організаційні зміни, проте вони можуть заохочувати організації популяризувати програми, спрямовані на пропагування бодальшої підготовки і підвищиню самоосвіти. Вони приділяють особливу увагу цим втручанням, які є проявом серйозних зв'язків громадськості зі спільнотою в цілому. Втручання спрямовують і визначають індивідуальну зміну особистості.

Середовище інформації визначається як сума комунікативних каналів, що передають інформацію. Усі мас-медіа, засоби спрямовані на певну групу, а міжособистісне спілкування створює середовище інформації. Середовище інформації у межах організації є важливим індикатором позитивного впливу організації на людей. Інформація про освіту у межах середовища організації неоднаково впливає на організацію та індивіда.

Середовище суспільної інформації значно впливає на колективний досвід. Наприклад, мас-медіа визначають, що ми думаємо про суспільство. Через процес відбору вони визначають, які проблеми є важливими, а які не важливими. Відповідно до того, яку увагу мас-медіа приділяють тим чи іншим проблемам. Більше того, досвід підтверджує, що в основному громадськість сприймає проблему адекватно до того, як вона подається в ЗМІ.

Кампанії мас-медіа є сильним засобом впливу на діюче середовище інформації. На жаль, моделювання нездорової поведінки і реклама неосвідченності є загальною практикою у наших ЗМІ. Впровадження нової поведінки та інші засоби антиреклами можуть бути високоефективними у плані підготовки аудиторії протистояти небажаним впливам.

Середовище інформації спричиняє також зміни на соціальному, організаційному, груповому та індивідуальному рівнях. Гарний приклад, негативні реакції у відповідь на заборону палити на робочому місці не спостерігалися, тому що ще задовго до її впровадження мас-медіа підготували людей до змін, що сталися.

Громадська думка. Незаперечним є той факт, що громадська думка відіграє важливу роль у реалізації й підтримці державної політики, у розподілі суспільних ресурсів. При цьому мас-медіа активніші щодо формування самої громадської думки. Тому треба використовувати цю думку для пропагування підвищення рівня освіченості майбутніх вчителів фізики.

Державна політика. Закони, політика і розподіл суспільних ресурсів на всіх рівнях управління можуть суттєво впливати на освіченість громадян. Крім того уряд може регулювати і дії організацій.

Мас-медіа підтримують урядові позиції і культивують політику прийняття їхніх регулювань громадськістю.

Зворотний зв`язок завдяки посередництву мас-медіа щодо соціальних норм може бути важливою передумовою для розробки стратегії втручання на суспільному рівні. Наприклад, зменшення споживання електрики. Внаслідок зворотного зв`язку на рівні групи стосовно зменшення використання електроенергії зменшилось від 10 до 35%. Телевізійний "зворотний зв`язок" було використано, щоб зменшити використання бензину від 25 до 40%.

Розглядаючи мас-медіа як особливий чинник впливу на формування особистості молодого вчителя фізики, треба зазначити, що безпосереднім об`єктом дії інформаційних повідомлень є як окремий індивід, так і велика група людей, що становлять аудиторію для того чи іншого конкретного засобу масової комунікації(ЗМК). Мас-медіа мають чималі можливості (друковані видання, телебачення, радіомовлення, Інтернет ресурси, плакати та інше) впливати на спосіб життя, навчання, підготовку особистості як суто інформаційно, так і за допомогою практичних зразків такого стилю життя.

Таким чином, можна стверджувати, що мас-медіа спроможні впливати на підготовку молодих вчителів фізиків на різних рівнях. Проте, мас-медіа, це лише один сет стратегії втручання. ЗМІ можуть впливати на всіх рівнях організації, оскільки зростає розуміння суспільством і урядовими структурами держави щодо значущості використання мас-медіа, а відтак поширюється розуміння людської поведінки у соціальних системах.

Список використаних джерел:

1. Громова Л.П. Екатерина Великая и Екатерина «малая в русской журналистике» XVIII века // Женщина в массовой коммуникации: штрихи к социокультурному портрету.- 2000, Вып. 2, С. 8., С.12
2. Закон Украины «О телевидении и радиовещании» (Ведомости Верховной Рады, 1994, № 10 ст.43).
3. Казаков Юрій Миколайович. Педагогічні умови застосування медіаосвіти у процесі професійної підготовки майбутніх учителів : дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / Луганський національний педагогічний ун-т ім. Тараса Шевченка. — Луганськ, 2007. — 245, [3]арк.
4. Харрис Р. Психология массовых коммуникаций. СПб.: прайм-ЕВРОЗНАК,2001.-// Глава 8. Политика: роль новостей и рекламы в победе на выборах.Стр.287-296. // Глава 4. Реклама: пища для размышлений. Стр.128-133.

Annotation: In this floor examined the feature of influence of mass-media on forming of personality of teacher of physics. Bringing a problem over with which clash teacher at the use of facilities of mass-media.

Key words: *mass-media, teacher of physics, mass medias*

УДК 378.016:53(043.3)

С.І.Дмитрук, асистент,
В.В.Мендерецький, доктор педагогічних наук**,** професор

УДОСКОНАЛЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ НА ОСНОВІ НОВИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

У статті розглянута проблема використання комп'ютерної техніки в ході експериментальних досліджень на уроках фізики. Пропонується за допомогою навчально-контролюючих програм моделювання природних явищ і процесів та опрацювання експериментальних результатів.

Ключові слова: *експеримент, експериментальна діяльність, комп'ютер, навчально-контролюючі програми, моделювання.*

Сучасні інформаційні технології це потужний інструмент для розвитку прогресу в усіх сферах суспільного розвитку в тому ж числі і в педагогіці. Реалізація Державної програми інформатизації загальноосвітніх навчальних закладів [3] забезпечила підготовку молоді до повноцінної плідної діяльності в суспільстві, підвищення якості, доступності та ефективності освіти і дозволила, зокрема, виконання завдань модернізації технологій навчання та здійснення методичної підтримки навчання в умовах її комп'ютеризації.

Швидке збільшення кількості комп'ютерних засобів в навчальних закладах зумовлює поступову зміну і розвиток методичного забезпечення навчального процесу. Насамперед змінюються методики викладання природничо-математичних дисциплін, які пов'язані з великою кількістю математичних розрахунків і графічних побудов. Сьогодні вже зрозуміло, що вирішення проблеми поліпшення якості, підвищення активності і забезпечення індивідуалізації навчання досяжне лише на основі органічного застосування комп'ютерної техніки в навчальному процесі поряд із традиційними методами навчання. Великий вплив комп'ютерів спостерігається і в галузі лабораторного навчального експерименту.

Комп'ютерні технології дають позитивний ефект під час вивчення нового матеріалу коли є необхідність провести демонстрацію фізичного явища чи процесу, а технічні можливості провести натурний експеримент відсутні. Ця допомога буде суттєвою під час вивчення фізичних явищ, якщо слово вчителя та натурний фізичний експеримент супроводжуватимуться комп'ютерними демонстраціями, що зображують мікро-, макро- і мегапроцеси, візуалізують певні фізичні поняття, пояснюють механізми фізичних явищ.

Під час виконання лабораторних робіт школярі вивчають фізичні явища в природних умовах, а в ході комп'ютерного практикуму їхнє вивчення здійснюється за допомогою комп'ютерних моделей [4]. Таким чином можуть бути змодельовані і достатньо детально вивчені будь-які фізичні явища і робота будь-яких фізичних пристроїв. Вдале використання властивостей моделі у процесі розробки методики формування експериментальних умінь сприяє підвищенню ефективності експериментальної підготовки учнів старшої школи.

Наразі проблема створенням комп'ютеризованих лабораторних практикумів широко обговорюється в методичних колах. У методичних виданнях можна знайти описи комп'ютеризованих лабораторних установок, які дозволяють виконувати необхідні вимірювання на реальному устаткуванні, а також проводити моделювання досліджуваних фізичних процесів. Вони дозволяють створювати лабораторні практикуми з можливістю проводити дистанційні вимірювання в реальних умовах експерименту, безпосередньо контролювати і змінювати параметри експерименту і в перспективі, враховуючи труднощі з модернізацією технічної бази експериментальних досліджень, здійснювати дистанційне проведення лабораторних практикумів з використанням доступу до лабораторних установок за допомогою мережі Internet [2].

Аналіз наявних в сучасній школі програмних продуктів («Активная физика» – розробник «Pi-Logic Research Group», Республіка Білорусь, м. Мінськ, фізичний факультет БДПУ; «Открытая физика» — розробник Науковий Центр «Физикон», Росія; «Физика-репетитор», «Живая физика» розробник «Knouledge Revolution», адаптована на російську мову Інститутом нових технологій освіти «INT», м. Москва та ін.) засвідчує, що навчальні програми відомих розробників розраховані в основному на самостійне опанування навчального матеріалу школярами і їх використовують переважно для підготовки абітурієнтів. У методичних журналах описані три види комп'ютеризованих фізичних практикуми: «комп'ютерний практикум», «віртуальний лабораторний практикум», «програмно-лабораторний комплекс».

Педагогічна технологія «комп'ютерний практикум» повністю ґрунтується на комп'ютерному моделюванні, вважаючи, що таке моделювання – розкриває ще більші можливості для моделювання фізичних явищ і процесів, реалізація яких у лабораторних умовах принципово неможлива. Одночасно з універсалізацією і спрощенням експериментального навчального середовища з'являється можливість проведення складних експериментів самими учнями за рахунок створення віртуальних лабораторій. Останнім часом спостерігається перехід від розроблення готових віртуальних лабораторій до створення експериментально-модельних середовищ, де сам учитель може компонувати різні експерименти відповідно до інтересів і рівня знань своїх учнів.

Технологія «віртуального лабораторного практикуму» рекомендується більшістю науково-педагогічних працівників для системи дистанційного навчання. Комп'ютерна модель у віртуальному лабораторному практикумі відображає риси «узагальненої» експериментальної фізичної установки за навчальною темою. Використання «віртуальних середовищ» у навчальному процесі є досить цікавим феноменом, оскільки у віртуальному просторі учні відчувають себе відкривачами законів, дослідниками, дійовими особами. Але на нашу думку, повна заміна традиційних лабораторних робіт на віртуальні неприпустима, бо для учнів актуально: вивчити фізичні явища в природних умовах, отримати навички експериментатора та дослідника, засвоїти роботу з фізичними приладами.

Роботи «програмно-лабораторного комплексу» складаються з двох модулів – програмного й лабораторного. Ці модулі розроблені за однією тематикою й взаємоадаптовані. У комплексі поєднуються найважливіші для навчального процесу властивості програмного та лабораторного середовищ. Комп'ютерна модель у цьому практикумі максимально візуалізує конкретну фізичну лабораторну установку, за допомогою якої школяреві потрібно виконувати експериментальне дослідження. Основна мета такого підходу — наблизити умови дослідів до обстановки сучасної фізичної лабораторії.

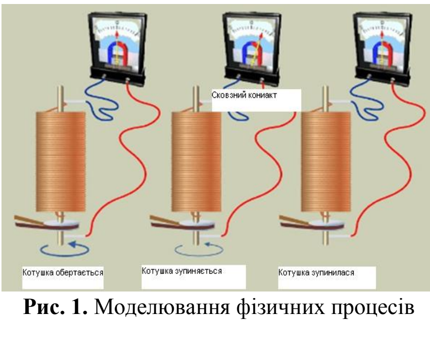


Рис. 1. Моделювання фізичних процесів

Вітчизняні дослідження доводять, що використання сучасної комп'ютерної техніки дає змогу проводити демонстраційні досліди, лабораторні роботи та фізичні практикуми на якісно новому рівні [1]. У більшості випадків це пов'язано з перетворенням і керуванням інформацією: виконанням реального експерименту з використанням інтерфейсних блоків і датчиків, які з'єднані з комп’ютером; створенням і відображенням на екрані монітора моделей різноманітних об'єктів, явищ і процесів; автоматизацією контролю за результатами проведених досліджень тощо. Інформаційні технології дають змогу проводити реальний фізичний експеримент одночасно з його відображенням на екрані монітора. Учень бачить зв'язок між конкретними змінами, які він сам вносить до умов досліду та їх графічним відображенням. Кількісна перевага такої технології спричиняє якісну зміну в навчальному експерименті.

В нашому дослідженні ефективно вдавалось використовувати комп'ютерні розробки лабораторних робіт у режимі тренінгу і поєднання навчання і тестування з метою підготовки до експериментальних досліджень. За допомогою навчальних програми здійснювали інструктування учнів про порядок та методи виконання наступної лабораторної роботи, видавали вказівки щодо підготовки експерименту та способи його проведення, моделювали складні явища і процеси (рис. 1).

Перед проведенням експериментального дослідження «Вивчення електромагнітних коливань і хвиль» використовували моделюючу програму «Вільні електромагнітні коливання в коливальному контурі і залежність їх частоти від електроємності та індуктивності контуру» (рис. 2). Учні мали можливість задати необхідні параметри в пам’ять комп’ютера, відтворюючи різні умови перебігу досліду і невловимі в нормальних обставинах ситуації. А далі була можливість провести експеримент за допомогою приладів та експериментального обладнання. Такий підхід дає змогу осмислити експеримент ґрунтовно, відтворюючи з усіх сторін.

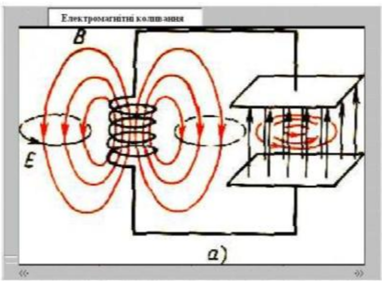


Рис. 2. Моделююча програма

Аналогічного типу тренажера-інструкції використовували при підготовці до творчого дослідження «Струм у живій природі». Школяр, перед проведенням експерименту за допомогою приладів, спостерігав на екрані комп’ютера основні етапи проведення експериментального дослідження, а потім за допомогою відповідного лабораторного обладнання його відтворював. Фрагмент комп’ютерної програми, яку використовували з цією метою показано на рис. 3.

Для моделювання фізичних процесів у електричних схемах можна використати програми-симулятори, які дають змогу досить точно відтворювати роботу електронних приладів і електричних схем. Програми такого типу дають змогу спостерігати фізичні явища на моделях, дію фізичних приладів у динаміці з використанням режиму мультиплікації. Школярі мали можливість користуватися моделями–тренажерами установок під час підготовки до лабораторних занять. Під час використання комп’ютерного моделювання спостерігали помітний ефект в підвищені якості експериментальної підготовки учнів.

Рис. 3. Тренажер-інструкція

Ми переконані, що експериментальна діяльність буде ефективною лише при наявності ефективного зворотнього зв’язку, який важко, а іноді й неможливо забезпечити в рамках традиційних форм контролю. Наявність такого зв'язку з можливістю комп'ютерної діагностики помилок, що допускаються учнями в процесі експериментальної роботи, дозволяє проводити такі види занять з урахуванням індивідуальних особливостей учнів.

В системі експериментальної підготовки хоч і важливою але досить громіздкою ланкою є перевірка готовності школярів до виконання експериментальних досліджень. Таку перевірку варто проводити напередодні виконання фронтальних лабораторних робіт. Під час виконання робіт фізичного практикуму її організовують на початку заняття. Діагностика готовності має бути короткою але разом з тим ґрунтовною і нею ніколи не можна ігнорувати. Комп’ютеризоване тестове опитування в даному випадку буде оптимальним способом перевірки достатності опорних знань для виконання експериментальної роботи. Таке тестування дає можливість пожвавити розумову діяльність учнів, оперативно забезпечити об’єктивізацію перевірки знань, вести «електронний журнал» успішності та коригувати процес експериментальної підготовки з фізики.

Зміст тестів охоплював визначальні проблеми теоретичного і практичного характеру, що пов’язані з особливостями проведення експериментальних досліджень. Попередня тестова діагностика готовності школярів до виконання експериментальних досліджень дозволяла за короткий час охопити контролем весь масив учнів, запропонувавши кожному з них індивідуальні завдання. При цьому полегшувалась робота учителів завдяки стандартизації характеру тестів, що готувались завчасно. Якщо при традиційних формах контролю на видозміну завдань у процесі перевірки знань витрачалося багато часу, то використання сучасних комп'ютерів дало змогу оперативно змінювати варіанти завдань. Фрагмент роботи тестової програми зображено на рис. 4, а її програмна частина наведена в додатку Д.

При наявності в кабінеті фізики комп’ютерного класу існує можливість формувати банк довідкових даних про досліджувані об’єкти, використовуване обладнання лабораторії, контрольні результати лабораторних робіт тощо.

Використання комп’ютерної техніки для автоматизації контролю за достовірністю виконаних учнями експериментальних досліджень, проведених ними розрахунків фізичних величин, сприяло зростанню ефективності управління процесом формування експериментальних умінь. Для збільшення тривалості експериментальної частини кожної лабораторної роботи та скорочення часу, якого потребує опрацювання результатів і розрахунок похибок вимірювання використовувалась спеціально створена комп’ютерна програма. Вона була адаптована для кожної теми і всього курсу. Це дозволяло практично вмить одержувати остаточний результат у вигляді таблиці чи графіка досліджуваної залежності для будь-якого експериментального дослідження. Для короткочасного фронтального досліду «Струм у живій природі» (рис. 5) наведено фрагмент роботи програми для опрацювання та інтерпретації результатів експериментальних досліджень.

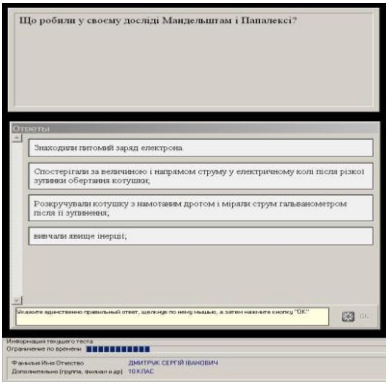


Рис. 4. Фрагмент діагностичної комп’ютерної програми

Застосування інформаційних технологій для опрацювання результатів експерименту дозволяє забезпечити велику точність одержаних результатів та їх достовірність, оскільки програмні засоби дають можливість застосовувати методи, які знижують нагромадження похибок при округленні й обчисленні проміжних величин. Ці методи дозволяють оперативно використовувати результати аналізу, зменшують час опрацювання та систематизації даних. При цьому збільшується кількість об'єктів, що контролюються, скорочуються цикли дослідження на основі прискорення підготовки і проведення експерименту.

За допомогою комп'ютера можна відразу побачити зміни у графіках зі зміною умов проведення експерименту. Учень може впродовж одного заняття перевірити значну кількість змін в умовах експерименту.

Експеримент справді набуває пошукового характеру, яким він і є в науці. Учитель мав змогу можна реєструвати експериментальні результати в автоматизованому «електронному журналі». Завдяки здатності до автоматичної реєстрації всіх етапів і результатів експериментальної діяльності, скороченні непродуктивних витрат часу вчителів і школярів полягає принципова відмінність проведення експериментальних досліджень з використанням комп'ютерних засобів від їх традиційного протікання.

На етапі підведення підсумків та виставлення оцінки за експериментальні дослідження завжди витрачається занадто багато часу на перевірку формальних моментів діяльності учнів. Комп’ютерні засоби позбавляють вчителя від непродуктивної праці. Інформаційні технології забезпечують значне скорочення часу на контроль, дають змогу охопити ним водночас усіх учнів класу, забезпечити його систематичність та об’єктивність [2].

Основні переваги застосування нових інформаційних технологій під час під час проведення експериментальних досліджень:

1) можливість спостереження за процесами, які неможливо продемонструвати звичайними засобами;

2) зведення експериментальної роботи до отримання та аналізу результатів вимірювань;

3) автоматизований розрахунок похибок вимірювань;

4) одержання детальних моделей установок, що використовуються;

5) безпосередній доступ до теоретичних відомостей, на яких ґрунтується виконання роботи;

6) можливість проведення оперативного тестування (попередня діагностика та підсумковий контроль);

7) наявність потужної розрахункової бази, яка подана у вигляді таблиць;

8) знаходження величин, відношень, перевірка законів – відбувається автоматично;

9) наявність довідникової системи з використання програмного комплексу (фізичні константи; табличні величини);

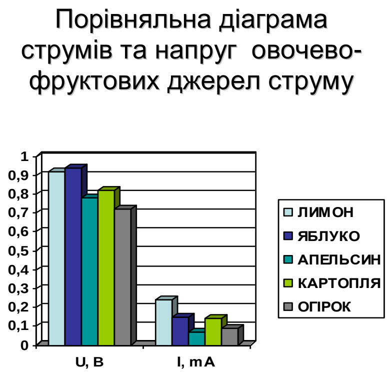


Рис. 5. Опрацювання результатів експериментальних досліджень

10) просте та швидке офор-млення результатів у вигляді графіків;

11) можливість моделювання фізичних явищ та процесів.

Комп'ютеризований підхід до проведення шкільного фізичного експерименту розширює обізнаність учнів із досліджуваними явищами, надає їм впевненості у використанні сучасних експериментальних засобів, ознайомлює з передовими способами пізнання, новими інформаційними і навчальними технологіями, перспективними методами наукових досліджень, створює сприятливі умови для проблемного навчання та проведення навчально-дослідницьких робіт, навчає розрізняти реальні й ідеальні об'єкти пізнання, створює умови оновлення методики і техніки постановки шкільного демонстраційного експерименту з фізики.

Проте слід пам'ятати, що зловживання можливостями комп'ютера, його надмірне використання може зашкодити процесу пізнання навколишнього світу.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в основній школі: підручник для студентів вищих навчальних закладів / П.С.Атаманчук, О.І.Ляшенко, В.В.Мендерецький, О.М.Ніколаєв // Кам'янець-Под.: КПНУ імені Івана Огієнка, 2010. – 292 с: іл..

2. Атаманчук П.С. Нові інформаційні технології у розвитку лабораторного практикуму з фізики / П.С.Атаманчук. В.В.Мендерецький, С.І.Дмитрук. // Зб. наук. праць Уманського держ. пед. ун.-ту імені Павла Тичини. / Гол. ред. М.Т.Марти-нюк. – Умань: СПД Жовтий: Наук. світ, 2008. – Ч.2, - С. 24-29.

3. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти // Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки України. – 2004. – №1–2. – січень. – С. 5–60. – (Нормативний документ Міністерства освіти і науки України).

4. Мендерецький В.В. Психолого-педагогічні засади формування експериментальної компетентності школярів // В.В.Мендерецький, С.І.Дмитрук // Педагогічні науки та освіта: Збірник наукових праць Запорізького обласного інституту після-дипломної педагогічної освіти. – Вип. 5. – Запоріжжя: КЗ «ЗОІППО» ЗОР, 2009. – С. 40-51.

In the article the problem of the use of computer technique is considered during experimental researches on the lessons of physics. Offered by the educational-supervisory programs of design of the natural phenomena and processes and working of experimental results.

Key words: *an experiment, experimental activity, computer, is educational-supervisory the programs, designs.*

УДК 517.947

І.М.Конет, доктор фізико-математичних наук, професор

ІНТЕГРАЛЬНІ ЗОБРАЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ГІПЕРБОЛІЧНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ В НЕОБМЕЖЕНИХ ДВОСКЛАДОВИХ ПРОСТОРОВИХ ОБЛАСТЯХ

Методом функцій впливу та функцій Гріна (головних розв'язків) побудовано інтегральні зображення точних аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру гіперболічних крайових задач в необмежених двоскладових просторових областях. Для побудови головних розв'язків залучено відповідні інтегральні перетворення Фур'є на декартових півосі та сегменті, а також інтегральне перетворення Фур'є на декартовій осі з однією точкою спряження.

Ключові слова: *гіперболічне рівняння, початкові та крайові умови, умови спряження, інтегральні перетворення, головні розв'язки.*

Вступ. Теорія крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними – важливий розділ сучасної теорії диференціальних рівнянь, який в даний час інтенсивно розвивається. Її актуальність обумовлена як значимістю її результатів для розвитку багатьох розділів математики, так і численними застосуваннями її досягнень при дослідженні різноманітних математичних моделей різних процесів і явищ фізики, механіки, біології, медицини, економіки та техніки.

Добре відомо, що складність досліджуваних задач суттєво залежить від коефіцієнтів рівнянь (різні види виродженостей і особливостей) та геометрії області (гладкість її межі, наявність в неї кутових точок, тощо), в якій розглядається задача. На цей час досить детально вивчено властивості розв'язків крайових задач для лінійних, квазілінійних та певних класів нелінійних рівнянь в однозв'язних областях (однорідних середовищах), які обумовлені згаданими вище властивостями коефіцієнтів рівнянь і геометрії області, та побудовано функціональні простори коректності задач для тих чи інших областей [1-5].

Водночас багато важливих прикладних задач теплофізики, термомеханіки, теорії пружності, теорії електричних кіл, теорії коливань приводять до крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними не тільки в однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівняння є неперервними, але й в кусково-однорідних та неоднорідних середовищах, коли коефіцієнти рівняння є кусково-неперервними чи, зокрема, кусково-сталими [6-9].

Окрім методу відокремлення змінних [14] одним з важливих і ефективних методів вивчення крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними є метод інтегральних перетворень, який дає можливість будувати в аналітичному вигляді розв'язки тих чи інших крайових задач через їх інтегральне зображення. Варто також зауважити, що для досить широкого класу задач (в кусково-однорідних середовищах) ефективним виявився метод гібридних інтегральних перетворень, які породжені гібридними диференціальними операторами, коли на кожній компоненті зв'язності кусково-однорідного середовища розглядаються або ж різні диференціальні оператори, або ж диференціальні оператори того ж самого вигляду, але з різними наборами коефіцієнтів [10-13].

У цій статті ми пропонуємо точні аналітичні розв'язки гіперболічних крайових задач для необмежених двоскладових просторових областей в декартовій системі координат, побудовані методом інтегральних та гібридних інтегральних перетворень.

Постановка задачі. Розглянемо задачу побудови обмеженого на множині

$$D_3 = \{(t,x,y,z): t>0; (x,y)\in\Omega_2 = <a;b>\times<c,d>;\ z\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)\equiv I_1\cup I_2\}$$

розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь гіперболічного типу [14]

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} - \left[a_{xj}^2\frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_{yj}^2\frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_{zj}^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_j + \chi_j^2 u_j = f_j(t,x,y,z);\ z\in I_j;\ j=1,2 \quad (1)$$

з початковими умовами

$$u_j\Big|_{t=0} = g_j^1(x,y,z);\ \frac{\partial u_j}{\partial t}\Big|_{t=0} = g_j^2(x,y,z); z\in I_j;\ j=1,2, \quad (2)$$

крайовими умовами

$$\frac{\partial^k u_1}{\partial z^k}\Big|_{z=-\infty} = 0;\ \frac{\partial^k u_2}{\partial z^k}\Big|_{z=+\infty} = 0; k=0,1; \quad (3)$$

умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^1\frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j1}^1\right)u_1 - \left(\alpha_{j2}^1\frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j2}^1\right)u_2\right]\Big|_{z=0} = 0;\ j=1,2 \quad (4)$$

та відповідними крайовими умовами на межі області Ω_2, де a_{xj}, a_{yj}, a_{zj}, χ_j, α_{jk}^1, β_{jk}^1 – деякі невід'ємні сталі; $c_{11} = \alpha_{21}^1\beta_{11}^1 - \alpha_{11}^1\beta_{21}^1 \neq 0$, $c_{21} = \alpha_{22}^1\beta_{12}^1 - \alpha_{12}^1\beta_{22}^1 \neq 0$; $f(t,x,y,z) = \{f_1(t,x,y,z),\ f_2(t,x,y,z)\}$; $g^1(x,y,z) = \{g_1^1(x,y,z),\ g_2^1(x,y,z)\}$; $g^2(x,y,z) = \{g_1^2(x,y,z),\ g_2^2(x,y,z)\}$ – задані обмежені неперервні функції; $u(t,x,y,z) = \{u_1(t,x,y,z), u_2(t,x,y,z)\}$ – шукана функція.

Основна частина. Побудуємо розв'язок даної задачі в залежності від структури області Ω_2.

1. $\Omega_2 = (0;+\infty)\times(0;+\infty)$. У цьому випадку вважаємо, що на межі області Ω_2 виконуються крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial x}+p\right)u_j\Big|_{x=0}=\omega_j^1(t,y,z);\ \frac{\partial^k u_j}{\partial x^k}\Big|_{x=+\infty}=0;\ k=0,1;\ j=1,2 \qquad (5)$$

щодо змінної x та крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial y}+h\right)u_j\Big|_{y=0}=\omega_j^2(t,x,z);\ \frac{\partial^k u_j}{\partial y^k}\Big|_{y=+\infty}=0;\ k=0,1;\ j=1,2 \qquad (6)$$

щодо змінної y, де p, h – деякі невід'ємні сталі; $\omega^1(t,y,z)=\{\omega_1^1(t,y,z),\ \omega_2^1(t,y,z)\}$; $\omega^2(t,x,z)=\{\omega_1^2(t,x,z),\ \omega_2^2(t,x,z)\}$ – задані обмежені неперервні функції.

Припустимо, що розв'язок задачі (1)-(6) існує і задані й шукані функції задовольняють умови застосовності залучених нижче інтегральних перетворень [15, 17, 10].

До задачі (1)-(6) застосуємо інтегральне перетворення Фур'є на декартовій півосі $(0;+\infty)$ щодо змінної x [15, 17]:

$$F_{+x}[g(x)]=\int_0^{+\infty} g(x)K_x(x,\sigma)\,dx\equiv\tilde{g}(\sigma), \qquad (7)$$

$$F_{+x}^{-1}[\tilde{g}(\sigma)]=\int_0^{+\infty}\tilde{g}(\sigma)K_x(x,\sigma)\,d\sigma\equiv g(x), \qquad (8)$$

$$F_{+x}\left[\frac{d^2g}{dx^2}\right]=-\sigma^2\tilde{g}(\sigma)+K_x(0,\sigma)\left(-\frac{dg}{dx}+pg\right)\Big|_{x=0}, \qquad (9)$$

де ядро перетворення

$$K_x(x,\sigma)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{\sigma\cos(\sigma x)+p\sin(\sigma x)}{\sqrt{\sigma^2+p^2}}.$$

Інтегральний оператор F_{+x} за правилом (7) внаслідок тотожності (9) початково-крайовій задачі (1)-(6) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині

$$D_3'=\{(t,y,z):t>0;y\in(0;+\infty);z\in I_1\cup I_2\}$$

розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2\tilde{u}_j}{\partial t^2}-\left[a_{yj}^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}+a_{zj}^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\tilde{u}_j+(a_{xj}^2\sigma^2+\chi_j^2)\tilde{u}_j=\tilde{F}_j(t,\sigma,y,z);\ z\in I_j;\ j=1,2 \qquad (10)$$

з початковими умовами

$$\tilde{u}_j\big|_{t=0}=\tilde{g}_j^1(\sigma,y,z);\ \frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial t}\Big|_{t=0}=\tilde{g}_j^2(\sigma,y,z);z\in I_j;\ j=1,2; \qquad (11)$$

крайовими умовами

$$\left.\frac{\partial^k \tilde{u}_1}{\partial z^k}\right|_{z=-\infty}=0;\ \left.\frac{\partial^k \tilde{u}_2}{\partial z^k}\right|_{z=+\infty}=0; k=0,1; \tag{12}$$

$$\left.\left(-\frac{\partial}{\partial y}+h\right)\tilde{u}_j\right|_{y=0}=\tilde{\omega}_j^2(t,\sigma,z);\ \left.\frac{\partial^k \tilde{u}_j}{\partial y^k}\right|_{y=+\infty}=0;\ k=0,1;\ j=1,2 \tag{13}$$

та умовами спряження

$$\left.\left[\left(\alpha_{j1}^1\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^1\right)\tilde{u}_1-\left(\alpha_{j2}^1\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^1\right)\tilde{u}_2\right]\right|_{z=0}=0;\ j=1,2, \tag{14}$$

де $\tilde{F}_j(t,\sigma,y,z)=\tilde{f}_j(t,\sigma,y,z)+a_{xj}^2K_x(0,\sigma)\omega_j^1(t,y,z);\ j=1,2.$

До задачі (10)-(14) застосуємо інтегральне перетворення Фур'є на декартовій півосі $(0;+\infty)$ щодо змінної y [15, 17]:

$$F_{+y}[g(y)]=\int_0^{+\infty}g(y)K_y(y,s)\,dy\equiv\tilde{g}(s), \tag{15}$$

$$F_{+y}^{-1}[\tilde{g}(s)]=\int_0^{+\infty}\tilde{g}(s)K_y(x,s)\,ds\equiv g(y), \tag{16}$$

$$F_{+y}\left[\frac{d^2g}{dy^2}\right]=-s^2\tilde{g}(s)+K_y(0,s)\left.\left(-\frac{dg}{dy}+hg\right)\right|_{y=0}, \tag{17}$$

де ядро перетворення $K_y(y,s)=\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\,\dfrac{s\cos(sy)+h\sin(sy)}{\sqrt{s^2+h^2}}.$

Інтегральний оператор F_{+y} за правилом (15) внаслідок тотожності (17) початково-крайовій задачі (10)-(14) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині

$$D_3''=\{(t,z):t>0;z\in I_1\cup I_2\}$$

розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2\tilde{\tilde{u}}_j}{\partial t^2}-a_{zj}^2\frac{\partial^2\tilde{\tilde{u}}_j}{\partial z^2}+(a_{xj}^2\sigma^2+a_{yj}^2s^2+\chi_j^2)\tilde{\tilde{u}}_j=\tilde{\tilde{G}}_j(t,\sigma,s,z);\ z\in I_j;\ j=1,2 \tag{18}$$

з початковими умовами

$$\left.\tilde{\tilde{u}}_j\right|_{t=0}=\tilde{\tilde{g}}_j^1(\sigma,s,z);\ \left.\frac{\partial\tilde{\tilde{u}}_j}{\partial t}\right|_{t=0}=\tilde{\tilde{g}}_j^2(\sigma,s,z);z\in I_j;\ j=1,2; \tag{19}$$

крайовими умовами

$$\left.\frac{\partial^k\tilde{\tilde{u}}_1}{\partial z^k}\right|_{z=-\infty}=0;\ \left.\frac{\partial^k\tilde{\tilde{u}}_2}{\partial z^k}\right|_{z=+\infty}=0; k=0,1 \tag{20}$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^{1}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^{1}\right)\tilde{\tilde{u}}_1-\left(\alpha_{j2}^{1}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^{1}\right)\tilde{\tilde{u}}_2\right]\Bigg|_{z=0}=0;\ j=1,2, \tag{21}$$

де $\tilde{\tilde{G}}_j(t,\sigma,s,z)=\tilde{\tilde{F}}_j(t,\sigma,s,z)+a_{yj}^2K_y(0,s)\tilde{\omega}_j^2(t,\sigma,z);\ j=1,2.$

До задачі (18)-(21) застосуємо інтегральне перетворення Фур'є на декартовій осі $I_1\cup I_2$ з однією точкою спряження щодо змінної z [10]:

$$F_1[g(z)]=\int_{-\infty}^{+\infty}g(z)\overline{V(z,\lambda)}\sigma(z)\,dz\equiv\tilde{g}(\lambda), \tag{22}$$

$$F_1^{-1}[\tilde{g}(\lambda)]=\frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}[\tilde{g}(\lambda)V(z,\lambda)]\Omega(\lambda)\,d\lambda\equiv g(z), \tag{23}$$

$$\begin{gathered}F_1\left[a_{z1}^2\theta(-z)\frac{d^2g}{dz^2}+a_{z2}^2\theta(z)\frac{d^2g}{dz^2}\right]=-\lambda^2\tilde{g}(\lambda)-\\-k_1^2\int_{-\infty}^{0}g(z)\overline{V_1(z,\lambda)}\sigma_1\,dz-k_2^2\int_0^{+\infty}g(z)\overline{V_2(z,\lambda)}\sigma_2\,dz.\end{gathered} \tag{24}$$

У формулах (22)-(24) беруть участь величини і функції:

$$V(z,\lambda)=V_1(z,\lambda)\theta(-z)+V_2(z,\lambda)\theta(z);\quad \sigma(z)=\sigma_1\theta(-z)+\sigma_2\theta(z);$$

$$\sigma_1=\frac{c_{11}}{c_{21}}\cdot\frac{1}{a_{z1}^2};\quad \sigma_2=\frac{1}{a_{z2}^2};\quad \Omega(\lambda)=\frac{\lambda}{\bar{b}_2(\lambda)\omega(\lambda)};$$

$$V_1(z,\lambda)=\sqrt{\frac{c_{21}\bar{b}_2(\lambda)}{c_{11}\omega_3(\lambda)}}\left[\omega_3(\lambda)\cos(\bar{b}_1(\lambda)z)-\omega_4(\lambda)\sin(\bar{b}_1(\lambda)z)\right]-$$

$$-ic_{21}\bar{b}_2(\lambda)\sqrt{\frac{\omega(\lambda)}{\bar{b}_1(\lambda)\omega_3(\lambda)}}\sin(\bar{b}_1(\lambda)z);\ i=\sqrt{-1};$$

$$V_2(z,\lambda)=\sqrt{\frac{c_{11}c_{21}\bar{b}_2(\lambda)}{\omega_3(\lambda)}}\left[\omega_2(\lambda)\cos(\bar{b}_2(\lambda)z)-\omega_1(\lambda)\sin(\bar{b}_2(\lambda)z)\right]-$$

$$-i\sqrt{\frac{\bar{b}_1(\lambda)\omega(\lambda)}{\omega_3(\lambda)}}\left[a_{11}^1\bar{b}_2(\lambda)\cos(\bar{b}_2(\lambda)z)-a_{12}^1\sin(\bar{b}_2(\lambda)z)\right];$$

$$a_{11}^1=\alpha_{11}^1\alpha_{22}^1-\alpha_{21}^1\alpha_{12}^1;\quad a_{12}^1=\alpha_{11}^1\beta_{22}^1-\alpha_{21}^1\beta_{12}^1;$$

$$a_{21}^1=\beta_{11}^1\alpha_{22}^1-\beta_{21}^1\alpha_{12}^1;\quad a_{22}^1=\beta_{11}^1\beta_{22}^1-\beta_{21}^1\beta_{12}^1;$$

$$\bar{b}_j(\lambda)=a_{zj}^{-1}b_j(\lambda);\quad b_j(\lambda)=\sqrt{\lambda^2+k_j^2};\quad j=1,2;$$

$$\omega_1(\lambda)=a_{11}^1\bar{b}_1(\lambda)\bar{b}_2(\lambda)+a_{22}^1;\quad \omega_2(\lambda)=a_{21}^1\bar{b}_2(\lambda)-a_{12}^1\bar{b}_1(\lambda);$$

$$\omega(\lambda)=\omega_1^2(\lambda)+\omega_2^2(\lambda);\ \ \omega_3(\lambda)=a_{11}^1\omega_1(\lambda)\overline{b}_2(\lambda)-a_{12}^1\omega_2(\lambda);$$

$$\omega_4(\lambda)=a_{12}^1a_{22}^1+a_{11}^1a_{21}^1\overline{b}_2^{\,2}(\lambda)\equiv a_{12}^1\omega_1(\lambda)+a_{11}^1\omega_2(\lambda)\overline{b}_2(\lambda);$$

$\mathrm{Re}[\ldots]$ – дійсна частина виразу $[\ldots]$; $\theta(x)$ – одинична функція Гевісайда.

Запишемо систему диференціальних рівнянь (18) та початкові умови (19) у матричній формі

$$\begin{bmatrix}\left(\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}-a_{z1}^2\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}+q_1^2(\sigma,s)\right)\tilde{\tilde{u}}_1(t,\sigma,s,z)\\ \left(\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}-a_{z2}^2\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}+q_2^2(\sigma,s)\right)\tilde{\tilde{u}}_2(t,\sigma,s,z)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{\tilde{G}}_1(t,\sigma,s,z)\\ \tilde{\tilde{G}}_2(t,\sigma,s,z)\end{bmatrix},\tag{25}$$

$$\left.\begin{bmatrix}\tilde{\tilde{u}}_1(t,\sigma,s,z)\\ \tilde{\tilde{u}}_2(t,\sigma,s,z)\end{bmatrix}\right|_{t=0}=\begin{bmatrix}g_1^1(\sigma,s,z)\\ g_2^1(t,\sigma,s)\end{bmatrix};\ \ \frac{\partial}{\partial t}\left.\begin{bmatrix}\tilde{\tilde{u}}_1(t,\sigma,s,z)\\ \tilde{\tilde{u}}_2(t,\sigma,s,z)\end{bmatrix}\right|_{t=0}=\begin{bmatrix}\tilde{\tilde{g}}_1^2(\sigma,s,z)\\ \tilde{\tilde{g}}_2^2(\sigma,s,z)\end{bmatrix},\tag{26}$$

де $q_j^2(\sigma,s)=a_{xj}^2\sigma^2+a_{yj}^2s^2+\chi_j^2;\ j=1,2.$

Інтегральний оператор F_1, який діє за правилом (22), зобразимо у вигляді операторної матриці-рядка

$$F_1[...]=\left[\int\limits_{-\infty}^{0}...\overline{V_1(z,\lambda)}\sigma_1\,dz\quad \int\limits_{0}^{+\infty}...\overline{V_2(z,\lambda)}\sigma_2\,dz\right]\tag{27}$$

і застосуємо за правилом множення матриць до задачі (25), (26). Внаслідок тотожності (24) одержуємо задачу Коші

$$\left(\frac{d^2}{dt^2}+\lambda^2+q_1^2(\sigma,s)+k_1^2\right)\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_1+\left(\frac{d^2}{dt^2}+\lambda^2+q_2^2(\sigma,s)+k_2^2\right)\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_2=\tilde{\tilde{\tilde{G}}}_1+\tilde{\tilde{\tilde{G}}}_2,\tag{28}$$

$$\left.(\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_1+\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_2)\right|_{t=0}=\tilde{\tilde{\tilde{g}}}_1^1+\tilde{\tilde{\tilde{g}}}_2^1;\ \ \frac{d}{dt}\left.(\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_1+\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_2)\right|_{t=0}=\tilde{\tilde{\tilde{g}}}_1^2+\tilde{\tilde{\tilde{g}}}_2^2,\tag{29}$$

де

$$\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_1\equiv\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_1(t,\sigma,s,\lambda)=\int\limits_{-\infty}^{0}\tilde{\tilde{u}}_1(t,\sigma,s,z)\overline{V_1(z,\lambda)}\sigma_1\,dz,$$

$$\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_2\equiv\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_2(t,\sigma,s,\lambda)=\int\limits_{0}^{+\infty}\tilde{\tilde{u}}_2(t,\sigma,s,\lambda)\overline{V_2(z,\lambda)}\sigma_2\,dz$$

і аналогічно $\tilde{\tilde{\tilde{G}}}_1,\ \tilde{\tilde{\tilde{G}}}_2;\ \tilde{\tilde{\tilde{g}}}_1^1,\ \tilde{\tilde{\tilde{g}}}_2^1;\ \tilde{\tilde{\tilde{g}}}_1^2,\ \tilde{\tilde{\tilde{g}}}_2^2.$

Припустимо, не зменшуючи загальності, що $\max\{q_1^2(\sigma,s)-q_2^2(\sigma,s)\}\geq 0$ для будь-яких $(\sigma,s)\in(0;+\infty)\times(0;+\infty)$ і покладемо всюди $k_1^2=0,\ \ k_2^2=q_1^2(\sigma,s)-q_2^2(\sigma,s)\}$. Задача Коші (28),

(29) набуває вигляду

$$\frac{d^2\tilde{\tilde{\tilde{u}}}}{dt^2}+\omega^2(\sigma,s,\lambda)\tilde{\tilde{\tilde{u}}}=\tilde{\tilde{\tilde{G}}}(t,\sigma,s,\lambda), \tag{30}$$

$$\left.\tilde{\tilde{\tilde{u}}}\right|_{t=0}=\tilde{\tilde{\tilde{g}}}^1(\sigma,s,\lambda);\quad \left.\frac{d\tilde{\tilde{\tilde{u}}}}{dt}\right|_{t=0}=\tilde{\tilde{\tilde{g}}}^2(\sigma,s,\lambda), \tag{31}$$

де
$$\omega^2(\sigma,s,\lambda)=\lambda^2+a_{x1}^2\sigma^2+a_{y1}^2s^2+\chi_1^2;\quad \tilde{\tilde{\tilde{u}}}=\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_1+\tilde{\tilde{\tilde{u}}}_2;$$
$$\tilde{\tilde{\tilde{G}}}=\tilde{\tilde{\tilde{G}}}_1+\tilde{\tilde{\tilde{G}}}_2;\quad \tilde{\tilde{\tilde{g}}}^1=\tilde{\tilde{\tilde{g}}}_1^1+\tilde{\tilde{\tilde{g}}}_2^1;\quad \tilde{\tilde{\tilde{g}}}^2=\tilde{\tilde{\tilde{g}}}_1^2+\tilde{\tilde{\tilde{g}}}_2^2.$$

Безпосередньо перевіряється, що єдиним обмеженим розв’язком задачі (30), (31) є функція

$$\begin{aligned}\tilde{\tilde{\tilde{u}}}(t,\sigma,s,\lambda)&=\frac{\sin(\omega(\sigma,s,\lambda)t)}{\omega(\sigma,s,\lambda)}\tilde{\tilde{\tilde{g}}}^2(\sigma,\xi,\lambda)+\frac{d}{dt}\frac{\sin(\omega(\sigma,s,\lambda)t)}{\omega(\sigma,s,\lambda)}\tilde{\tilde{\tilde{g}}}^1(\sigma,s,\lambda)+\\&+\int_0^t\frac{\sin(\omega(\sigma,s,\lambda)(t-\tau))}{\omega(\sigma,s,\lambda)}\tilde{\tilde{\tilde{G}}}(\tau,\sigma,s,\lambda)\,d\tau.\end{aligned} \tag{32}$$

Оскільки суперпозиція операторів F_1 та F_1^{-1} є одиничним оператором, то оператор F_1^{-1} зобразимо у вигляді операторної матриці-стовпця

$$F_1^{-1}[...]=\begin{bmatrix}\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}[...\,V_1(z,\lambda)]\,\Omega(\lambda)\,d\lambda\\ \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}[...\,V_2(z,\lambda)]\,\Omega(\lambda)\,d\lambda\end{bmatrix}. \tag{33}$$

Застосуємо за правилом множення матриць операторну матрицю-стовпець (33) до матриці-елемента $[\tilde{\tilde{\tilde{u}}}(t,\sigma,s,\lambda)]$, де функція $\tilde{\tilde{\tilde{u}}}(t,\sigma,s,\lambda)$ визначена формулою (32). Одержуємо єдиний обмежений розв’язок початково-крайової задачі (18)-(21):

$$\begin{aligned}\tilde{\tilde{u}}_j(t,\sigma,s,z)&=\frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\left(\frac{\sin(\omega(\sigma,s,\lambda)t)}{\omega(\sigma,s,\lambda)}\tilde{\tilde{\tilde{g}}}^2(\sigma,s,\lambda)+\right.\right.\\&\left.\left.+\frac{d}{dt}\frac{\sin(\omega(\sigma,s,\lambda)t)}{\omega(\sigma,s,\lambda)}\tilde{\tilde{\tilde{g}}}^1(\sigma,s,\lambda)\right)V_j(z,\lambda)\right]\Omega(\lambda)\,d\lambda+\\&+\int_0^t\frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\frac{\sin(\omega(\sigma,s,\lambda)(t-\tau))}{\omega(\sigma,s,\lambda)}\tilde{\tilde{\tilde{G}}}(\tau,\sigma,s,\lambda)V_j(z,\lambda)\right]\Omega(\lambda)d\lambda d\tau;\ j=1,2.\end{aligned} \tag{34}$$

До функцій $\tilde{\tilde{u}}(t,\sigma,s,z)$, визначених формулами (34), послідовно застосуємо обернені оператори F_{+y}^{-1} за правилом (16) та F_{+x}^{-1} за правилом (8). Виконавши нескладні перетворення, одержуємо функції

$$
\begin{aligned}
u_j(t,x,y,z) = {} & \int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^0 E_{j1}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,f_1(\tau,\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta\,d\tau + \\
& + \int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} E_{j2}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,f_2(\tau,\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta\,d\tau + \\
& + \int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^0 E_{j1}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_1^2(\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta + \\
& + \int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} E_{j2}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_2^2(\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta + \\
& + \frac{\partial}{\partial t}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^0 E_{j1}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_1^1(\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta + \\
& + \frac{\partial}{\partial t}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} E_{j2}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_2^1(\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta + \qquad (35) \\
& + a_{xj}^2\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^0 W_{xj1}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\omega_1^1(\tau,\eta,\zeta)\sigma_1\,d\eta\,d\zeta\,d\tau + \\
& + a_{xj}^2\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} W_{xj2}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\omega_2^1(\tau,\eta,\zeta)\sigma_2\,d\eta\,d\zeta\,d\tau + \\
& + a_{yj}^2\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^0 W_{yj1}(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega_1^2(\tau,\xi,\zeta)\sigma_1\,d\xi\,d\zeta\,d\tau + \\
& + a_{yj}^2\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} W_{yj2}(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega_2^2(\tau,\xi,\zeta)\sigma_2\,d\xi\,d\zeta\,d\tau;\ j=1,2,
\end{aligned}
$$

які визначають єдиний обмежений розв'язок гіперболічної крайової задачі (1)-(6).

У формулах (35) застосовано компоненти

$$
E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta) = \frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\frac{\sin(\omega(\sigma,s,\lambda)t)}{\omega(\sigma,s,\lambda)}\times
$$

$$
\operatorname{Re}\left[V_j(z,\lambda)\overline{V_k(\xi,\lambda)}\right]\Omega(\lambda)K_x(x,\sigma)K_x(\xi,\sigma)K_y(y,s)K_y(\eta,s)\,d\sigma\,ds\,d\lambda;\ j,k=1,2
$$

матриці впливу (функції впливу) та компоненти

$$
W_{xjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta) = E_{jk}(t,x,0,y,\eta,z,\zeta),\ \ W_{yjk}(t,x,\xi,y,z,\zeta) = E_{jk}(t,x,\xi,y,0,z,\zeta)
$$

абсцисної і ординатної матриць Гріна (функції Гріна) розглянутої задачі.

З використанням властивостей функцій впливу $E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)$ і функцій Гріна $W_{xjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta)$, $W_{yjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta)$ безпосередньо перевіряється, що функції $u_j(t,x,y,z)$, визначені формулами (35), задовольняють рівняння (1), початкові умови (2), крайові умови (3), (5), (6) та умови спряження (4) в сенсі теорії узагальнених функцій [16].

Зауваження 1. У випадку $a_{xj}^2 = a_{yj}^2 = a_{zj}^2 \equiv a_j^2 \geq 0$ формули (35) визначають структуру розв'язку гіперболічної крайової задачі (1)-(6) в ізотропному необмеженому двоскладовому просторовому середовищі.

Зауваження 2. Аналіз розв'язку (35) в залежності від аналітичного виразу функцій $f_j(t,x,y,z)$, $g_j^1(x,y,z)$, $g_j^2(x,y,z)$, $\omega_j^1(t,y,z)$, $\omega_j^2(t,y,z)$ $(j=1,2)$ проводиться безпосередньо.

Зауваження 3. Параметри p, h дають можливість виділяти із формул (35) розв'язки початково-крайових задач у випадках задання на поверхнях $x=0$, $y=0$ крайових умов 1-го й 2-го роду та їх можливих комбінацій.

2. $\Omega_2 = (0;+\infty)\times(0;b)$. У цьому випадку вважаємо, що на межі області Ω_2 виконуються крайові умови (5) щодо змінної x та крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial y}+h_1\right)u_j\Bigg|_{y=0} = \omega_{j1}^2(t,x,z);\ \left(\frac{\partial}{\partial y}+h_2\right)u_j\Bigg|_{y=b} = \omega_{j2}^2(t,x,z);\ j=1,2 \qquad (36)$$

щодо змінної y, де h_j $(j=1,2)$ – деякі невід'ємні сталі; $\omega_1^2(t,x,z)=\{\omega_{11}^2(t,x,z),\ \omega_{21}^2(t,x,z)\}$; $\omega_2^2(t,x,z)=\{\omega_{12}^2(t,x,z),\ \omega_{22}^2(t,x,z)\}$; – задані обмежені неперервні функції.

Припустимо, що розв'язок задачі (1)-(5), (36) існує і задані й шукані функції задовольняють умови застосовності залучених нижче інтегральних перетворень [15, 17, 10].

До задачі (1)-(5), (36) застосуємо інтегральне перетворення Фур'є на декартовій півосі $(0;+\infty)$ щодо змінної x. Інтегральний оператор F_{+x} за правилом (7) внаслідок тотожності (9) початково-крайовій задачі (1)-(5), (36) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині

$$D_3' = \{(t,y,z): t>0; y\in(0;b); z\in I_1\cup I_2\}$$

розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь (10) з початковими умовами (11), крайовими умовами (12), крайовими умовами

$$\left(-\frac{\partial}{\partial y}+h_1\right)\tilde{u}_j\Bigg|_{y=0} = \tilde{\omega}_{j1}^1(t,\sigma,z);\ \left(\frac{\partial}{\partial y}+h_2\right)\tilde{u}_j\Bigg|_{y=b} = \tilde{\omega}_{j2}^2(t,\sigma,z);\ j=1,2 \qquad (37)$$

та умовами спряження (14).

До задачі (10)-(12), (37), (14) застосуємо скінченне інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $[0;b]$ щодо змінної y [17]:

$$\Lambda_{yk}[g(y)] = \int_0^b g(y) v_k(y)\, dy \equiv g_k, \qquad (38)$$

$$\Lambda_{yk}^{-1}[g_k] = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \frac{v_k(y)}{\|v_k\|^2} \equiv g(y), \qquad (39)$$

$$\Lambda_{yk}\left[\frac{d^2 g}{dy^2}\right] = -\gamma_k^2 g_k + v_k(0)\left(-\frac{dg}{dy} + h_1 g\right)\Bigg|_{y=0} + v_k(b)\left(\frac{dg}{dy} + h_2 g\right)\Bigg|_{y=b}, \qquad (40)$$

де
$$v_k(y) = \frac{\gamma_k \cos(\gamma_k y) + h_1 \sin(\gamma_k y)}{\sqrt{\gamma_k^2 + h_1^2}},$$

$$\|v_k\|^2 \equiv \int_0^b v_k^2(y)dy = \frac{b}{2} + \frac{(h_1 + h_2)(\gamma_k^2 + h_1 h_2)}{2(\gamma_k^2 + h_1^2)(\gamma_k^2 + h_2^2)},$$

$\{\gamma_k\}_{k=1}^{\infty}$ – монотонно зростаюча послідовність дійсних різних додатних коренів трансцендентного рівняння

$$ctg(\gamma b) = \frac{\gamma^2 - h_1 h_2}{\gamma(h_1 + h_2)},$$

які утворюють дискретний спектр.

Інтегральний оператор Λ_{yk} за правилом (38) внаслідок тотожності (40) початково-крайовій задачі (10)-(12), (37), (14) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині

$$D_3'' = \{(t,z) : t > 0; z \in I_1 \cup I_2\}$$

розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_{jk}}{\partial t^2} - a_{zj}^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_{jk}}{\partial z^2} + (a_{xj}^2 \sigma^2 + a_{yj}^2 \gamma_k^2 + \chi_j^2)\tilde{u}_{jk} = \tilde{G}_{jk}(t,\sigma,z);\ z \in I_j;\ j = 1,2 \qquad (41)$$

з початковими умовами

$$\tilde{u}_{jk}\Big|_{t=0} = \tilde{g}_{jk}^1(\sigma,z);\ \frac{\partial \tilde{u}_{jk}}{\partial t}\Bigg|_{t=0} = \tilde{g}_{jk}^2(\sigma,z); z \in I_j;\ j = 1,2; \qquad (42)$$

крайовими умовами

$$\frac{\partial^p \tilde{u}_{1k}}{\partial z^p}\Bigg|_{z=-\infty} = 0;\ \frac{\partial^p \tilde{u}_{2k}}{\partial z^p}\Bigg|_{z=+\infty} = 0;\ p = 0,1 \qquad (43)$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^{1}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^{1}\right)\tilde{u}_{1k}-\left(\alpha_{j2}^{1}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^{1}\right)\tilde{u}_{2k}\right]\Bigg|_{z=0}=0;\ j=1,2, \tag{44}$$

де $\tilde{G}_{jk}(t,\sigma,z)=\tilde{F}_{jk}(t,\sigma,z)+a_{yj}^{2}v_k(0)\tilde{\omega}_{j1}^{1}(t,\sigma,z)+a_{yj}^{2}v_k(b)\tilde{\omega}_{j2}^{2}(t,\sigma,z);\ j=1,2.$

З точністю до позначень початково-крайова задача на спряження (41)-(44) збігається із задачею (18)-(21). Отже, відповідно до формул (34), єдиний обмежений розв'язок задачі (41)-(44) визначають функції

$$\tilde{u}_{jk}(t,\sigma,z)=\frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\left(\frac{\sin(\omega(\sigma,k,\lambda)t)}{\omega(\sigma,k,\lambda)}\tilde{\tilde{g}}_k^{2}(\sigma,\lambda)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{d}{dt}\frac{\sin(\omega(\sigma,k,\lambda)t)}{\omega(\sigma,k,\lambda)}\tilde{\tilde{g}}_k^{1}(\sigma,\lambda)\right)V_j(z,\lambda)\right]\Omega(\lambda)\,d\lambda+ \tag{45}$$

$$+\int_0^t\frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\frac{\sin(\omega(\sigma,k,\lambda)(t-\tau))}{\omega(\sigma,k,\lambda)}\tilde{\tilde{G}}_k(\tau,\sigma,\lambda)V_j(z,\lambda)\right]\Omega(\lambda)d\lambda d\tau;\ j=1,2,$$

де $\quad \omega^2(\sigma,k,\lambda)=\lambda^2+a_{x1}^{2}\sigma^2+a_{y1}^{2}\gamma_k^2+\chi_1^2.$

Застосувавши послідовно до функцій $\tilde{u}_{jk}(t,\sigma,z)$, визначених формулами (45), обернені оператори Λ_{yk}^{-1} та F_{+x}^{-1}, одержуємо функції

$$u_j(t,x,y,z)=\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^b\int_{-\infty}^0 H_{j1}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,f_1(\tau,\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^b\int_0^{+\infty} H_{j2}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,f_2(\tau,\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+\int_0^{+\infty}\int_0^b\int_{-\infty}^0 H_{j1}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_1^2(\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta+$$

$$+\int_0^{+\infty}\int_0^b\int_0^{+\infty} H_{j2}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_2^2(\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{+\infty}\int_0^b\int_{-\infty}^0 H_{j1}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_1^1(\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{+\infty}\int_0^b\int_0^{+\infty} H_{j2}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_2^1(\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta+ \tag{46}$$

$$+a_{xj}^2\int_0^t\int_0^b\int_{-\infty}^0 W_{xj1}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\omega_1^1(\tau,\eta,\zeta)\sigma_1\,d\eta\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+a_{xj}^2\int_0^t\int_0^b\int_0^{+\infty} W_{xj2}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\omega_2^1(\tau,\eta,\zeta)\sigma_2\,d\eta\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+a_{yj}^2\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^0 [W_{yj1}^1(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega_{11}^2(\tau,\xi,\zeta)+$$

$$+W_{yj1}^2(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega_{12}^2(\tau,\xi,\zeta)]\sigma_1\,d\xi\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+a_{yj}^2\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} [W_{yj2}^1(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega_{21}^2(\tau,\xi,\zeta)+$$

$$+W_{yj2}^2(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega_{22}^2(\tau,\xi,\zeta)]\sigma_2\,d\xi\,d\zeta\,d\tau;\ j=1,2,$$

які визначають єдиний обмежений розв’язок гіперболічної крайової задачі (1)–(5), (36).

У формулах (46) застосовано компоненти

$$H_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)=\frac{2}{\pi}\sum_{r=1}^{\infty}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\frac{\sin(\omega(\sigma,r,\lambda)t)}{\omega(\sigma,r,\lambda)}\times$$

$$\times\mathrm{Re}\Big[V_j(z,\lambda)\overline{V_k(\xi,\lambda)}\Big]\Omega(\lambda)K_x(x,\sigma)K_x(\xi,\sigma)\frac{v_r(y)v_r(\eta)}{\|v_r\|^2}\,d\sigma\,d\lambda;\ j,k=1,2$$

матриці впливу та компоненти

$$W_{xjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta)=H_{jk}(t,x,0,y,\eta,z,\zeta),$$

$$W_{yjk}^1(t,x,\xi,y,z,\zeta)=H_{jk}(t,x,\xi,y,0,z,\zeta),$$

$$W_{yjk}^2(t,x,\xi,y,z,\zeta)=H_{jk}(t,x,\xi,y,b,z,\zeta)$$

абсцисної, лівої ординатної і правої ординатної матриць Гріна розглянутої задачі.

З використанням властивостей функцій впливу $H_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)$ і функцій Гріна $W_{xjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta)$, $W_{yjk}^1(t,x,\xi,y,z,\zeta)$, $W_{yjk}^2(t,x,\xi,y,z,\zeta)$ безпосередньо перевіряється, що функції $u_j(t,x,y,z)$, визначені формулами (46), задовольняють рівняння (1), початкові умови (2), крайові умови (3), (5), (36) та умови спряження (4) в сенсі теорії узагальнених функцій [16].

Зазначимо, що: 1) зауваження 1-2 поширюються на випадок розглянутої гіперболічної крайової задачі; 2) параметри p, h_j $(j=1,2)$ дають можливість виділяти із формул (46) розв’язки крайових задач у випадках задання на поверхнях $x=0$; $y=0$, $y=b$ крайових умов 1-го й 2-го роду та їх можливих комбінацій.

3. $\Omega_2=(0;a)\times(0;b)$. У цьому випадку вважаємо, що на межі області

Ω_2 виконуються крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial x}+p_1\right)u_j\bigg|_{x=0}=\omega^1_{j1}(t,y,z);\ \left(\frac{\partial}{\partial x}+p_2\right)u_j\bigg|_{x=a}=\omega^1_{j2}(t,y,z);\ j=1,2 \quad (47)$$

щодо змінної x та крайові умови (36) щодо змінної y, де p_j $(j=1,2)$ – деякі невід'ємні сталі; $\omega^1_1(t,y,z)=\{\omega^1_{11}(t,y,z),\ \omega^1_{21}(t,y,z)\}$; $\omega^1_2(t,y,z)=\{\omega^1_{12}(t,y,z),\ \omega^1_{22}(t,y,z)\}$ – задані обмежені неперервні функції.

Припустимо, що розв'язок задачі (1)-(4), (47), (36) існує і задані й шукані функції задовольняють умови застосовності залучених нижче інтегральних перетворень [10, 17].

До задачі (1)-(4), (47), (36) застосуємо інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $[0;a]$ щодо змінної x [17]:

$$Z_{xm}[g(x)]=\int_0^a g(x)w_m(x)\,dx\equiv g_m, \quad (48)$$

$$Z^{-1}_{xm}[g_m]=\sum_{m=1}^{\infty}g_m\frac{w_m(x)}{\|w_m\|^2}\equiv g(x), \quad (49)$$

$$Z_{xm}\left[\frac{d^2g}{dx^2}\right]=-\delta_m^2g_m+w_m(0)\left(-\frac{dg}{dx}+p_1g\right)\bigg|_{x=0}+w_m(a)\left(\frac{dg}{dx}+p_2g\right)\bigg|_{x=a}, \quad (50)$$

де

$$w_m(x)=\frac{\delta_m\cos(\delta_m x)+p_1\sin(\delta_m x)}{\sqrt{\delta_m^2+p_1^2}},$$

$$\|w_m\|^2\equiv\int_0^a w_m^2(x)dx=\frac{a}{2}+\frac{(p_1+p_2)(\delta_m^2+p_1p_2)}{2(\delta_m^2+p_1^2)(\delta_m^2+p_2^2)},$$

$\{\delta_m\}_{m=1}^{\infty}$ – монотонно зростаюча послідовність дійсних різних додатних коренів трансцендентного рівняння

$$ctg(\delta a)=\frac{\delta^2-p_1p_2}{\delta(p_1+p_2)},$$

які утворюють дискретний спектр.

Інтегральний оператор Z_{xm} за правилом (48) внаслідок тотожності (50) початково-крайовій задачі (1)-(4), (47), (36) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині

$$D_3'=\{(t,y,z): t>0; y\in(0;b); z\in I_1\cup I_2\}$$

розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 u_{jm}}{\partial t^2} - \left[a_{yj}^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_{zj}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] u_{jm} + (a_{xj}^2 \delta_m^2 + \chi_j^2) u_{jm} = F_{jm}(t, y, z);\ z \in I_j;\ j = 1, 2 \qquad (51)$$

з початковими умовами

$$u_{jm}\Big|_{t=0} = g_{jm}^1(y, z);\ \frac{\partial u_{jm}}{\partial t}\Big|_{t=0} = g_{jm}^2(y, z); z \in I_j;\ j = 1, 2; \qquad (52)$$

крайовими умовами

$$\frac{\partial^k u_{1m}}{\partial z^k}\Big|_{z=-\infty} = 0;\ \frac{\partial^k u_{2m}}{\partial z^k}\Big|_{z=+\infty} = 0; k = 0, 1; \qquad (53)$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial y} + h_1 \right) u_{jm}\Big|_{y=0} = \omega_{j1m}^2(t, z);\ \left(\frac{\partial}{\partial y} + h_2 \right) u_{jm}\Big|_{y=b} = \omega_{j2m}^2(t,\ z);\ j = 1, 2 \qquad (54)$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^1 \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j1}^1 \right) u_{1m} - \left(\alpha_{j2}^1 \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j2}^1 \right) u_{2m} \right]\Big|_{z=0} = 0;\ j = 1, 2, \qquad (55)$$

де $F_{jm}(t, y, z) = f_{jm}(t, y, z) + a_{xj}^2 w_m(0) \omega_{j1}^1(t, y, z) + a_{xj}^2 w_m(a) \omega_{j2}^1(t, y, z).$

До задачі (51)-(55) застосуємо скінченне інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $[0; b]$ щодо змінної y. Інтегральний оператор Λ_{yk} за правилом (38) внаслідок тотожності (40) початково-крайовій задачі (51)-(55) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D_3'' = \{(t, z) : t > 0; z \in I_1 \cup I_2\}$ розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 u_{jmk}}{\partial t^2} - a_{zj}^2 \frac{\partial^2 u_{jmk}}{\partial z^2} + (a_{xj}^2 \delta_m^2 + a_{yj}^2 \gamma_k^2 + \chi_j^2) = G_{jmk}(t,\ z);\ z \in I_j;\ j = 1, 2 \qquad (56)$$

з початковими умовами

$$u_{jmk}\Big|_{t=0} = g_{jmk}^1(z);\ \frac{\partial u_{jmk}}{\partial t}\Big|_{t=0} = g_{jmk}^2(z); z \in I_j;\ j = 1, 2; \qquad (57)$$

крайовими умовами

$$\frac{\partial^p u_{1mk}}{\partial z^p}\Big|_{z=-\infty} = 0;\ \frac{\partial^p u_{2mk}}{\partial z^p}\Big|_{z=+\infty} = 0; p = 0, 1 \qquad (58)$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^1 \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j1}^1 \right) u_{1mk} - \left(\alpha_{j2}^1 \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j2}^1 \right) u_{2mk} \right]\Big|_{z=0} = 0;\ j = 1, 2, \qquad (59)$$

де $G_{jmk}(t, z) = F_{jmk}(t, z) + a_{yj}^2 v_k(0) \omega_{j1m}^2(t, z) + a_{yj}^2 v_k(b) \omega_{j2m}^2(t, z);\ j = 1, 2.$

З точністю до позначень початково-крайова задача на спряження

(56)-(59) збігається із задачею (18)-(21). Отже, відповідно до формул (34), єдиний обмежений розв'язок задачі (56)-(59) визначають функції

$$u_{jmk}(t,z)=\frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\Bigg[\Bigg(\frac{\sin(\omega(m,k,\lambda)t)}{\omega(m,k,\lambda)}\tilde{g}^2_{mk}(\lambda)+$$

$$+\frac{d}{dt}\frac{\sin(\omega(m,k,\lambda)t)}{\omega(m,k,\lambda)}\tilde{g}^1_{mk}(\lambda)\Bigg)V_j(z,\lambda)\Bigg]\Omega(\lambda)\,d\lambda+ \tag{60}$$

$$+\int_0^t\frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\frac{\sin(\omega(m,k,\lambda)(t-\tau))}{\omega(m,k,\lambda)}\tilde{G}_{mk}(\tau,\lambda)V_j(z,\lambda)\right]\Omega(\lambda)d\lambda d\tau;\ j=1,2,$$

де $\omega^2(m,k,\lambda)=\lambda^2+a^2_{x1}\delta^2_m+a^2_{y1}\gamma^2_k+\chi^2_1$.

Застосувавши послідовно до функцій $u_{jmk}(t,z)$, визначених формулами (60), обернені оператори Λ^{-1}_{yk} та Z^{-1}_{xm}, , одержуємо функції

$$u_j(t,x,y,z)=\int_0^t\int_0^a\int_0^b\int_{-\infty}^0 E_{j1}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,f_1(\tau,\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+\int_0^t\int_0^a\int_0^b\int_0^{+\infty} E_{j2}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)\,f_2(\tau,\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+\int_0^a\int_0^b\int_{-\infty}^0 E_{j1}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g^2_1(\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta+$$

$$+\int_0^a\int_0^b\int_0^{+\infty} E_{j2}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g^2_2(\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\int_0^a\int_0^b\int_{-\infty}^0 E_{j1}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g^1_1(\xi,\eta,\zeta)\sigma_1 d\xi\,d\eta\,d\zeta+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\int_0^a\int_0^b\int_0^{+\infty} E_{j2}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g^1_2(\xi,\eta,\zeta)\sigma_2 d\xi\,d\eta\,d\zeta+ \tag{61}$$

$$+a^2_{xj}\int_0^t\int_0^b\int_{-\infty}^0[W^1_{xj1}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\omega^1_{11}(\tau,\eta,\zeta)+$$

$$+W^2_{xj1}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\omega^1_{12}(\tau,\eta,\zeta)]\sigma_1\,d\eta\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+a^2_{xj}\int_0^t\int_0^b\int_0^{+\infty}[W^1_{xj2}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\omega^1_{21}(\tau,\eta,\zeta)+$$

$$+W^2_{xj2}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\omega^1_{22}(\tau,\eta,\zeta)]\sigma_2\,d\eta\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+a^2_{yj}\int_0^t\int_0^a\int_{-\infty}^0[W^1_{yj1}(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega^2_{11}(\tau,\xi,\zeta)+$$

$$+W^2_{yj1}(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega^2_{12}(\tau,\xi,\zeta)]\sigma_1\,d\xi\,d\zeta\,d\tau+$$

$$+a^2_{yj}\int_0^t\int_0^a\int_0^{+\infty}[W^1_{yj2}(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega^2_{21}(\tau,\xi,\zeta)+$$

$$+W^2_{yj2}(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega^2_{22}(\tau,\xi,\zeta)]\sigma_2\,d\xi\,d\zeta\,d\tau;\ j=1,2,$$

які визначають єдиний обмежений розв’язок гіперболічної крайової задачі (1)-(4), (47), (36).

У формулах (61) застосовано компоненти

$$E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)=\frac{2}{\pi}\sum_{r=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\int_0^{+\infty}\frac{\sin(\omega(m,r,\lambda)t)}{\omega(m,r,\lambda)}\times$$

$$\times\,\mathrm{Re}\,[V_j(z,\lambda)\overline{V_k(\xi,\lambda)}\,\Omega(\lambda)]\,\frac{w_m(x)w_m(\xi)}{\|w_m\|^2}\,\frac{v_r(y)v_r(\eta)}{\|v_r\|^2}\,d\lambda;\ j,k=1,2$$

матриці впливу та компоненти

$$W^1_{xjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta)=E_{jk}(t,x,0,y,\eta,z,\zeta),$$
$$W^2_{xjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta)=E_{jk}(t,x,a,y,\eta,z,\zeta),$$
$$W^1_{yjk}(t,x,\xi,y,z,\zeta)=E_{jk}(t,x,\xi,y,0,z,\zeta),$$
$$W^2_{yjk}(t,x,\xi,y,z,\zeta)=E_{jk}(t,x,\xi,y,b,z,\zeta)$$

лівої абсцисної, правої абсцисної, лівої ординатної і правої ординатної матриць Гріна розглянутої задачі.

З використанням властивостей функцій впливу $E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)$ і функцій Гріна $W^s_{xjk}(t,x,y,\eta,z,\zeta)$, $W^s_{yjk}(t,x,\xi,y,z,\zeta)$ $(s=1,2)$ безпосередньо перевіряється, що функції $u_j(t,x,y,z)$, визначені формулами (61), задовольняють рівняння (1), початкові умови (2), крайові умови (3), (47), (36) та умови спряження (4) в сенсі теорії узагальнених функцій [17].

Зазначимо, що: 1) зауваження 1-2 поширюються на випадок розглянутої гіперболічної крайової задачі; 2) параметри p_j, h_j $(j=1,2)$ дають можливість виділяти із формул (61) розв’язки крайових задач у випадках задання на поверхнях $x=0$, $x=a$; $y=0$, $y=b$ крайових умов 1-го й 2-го роду та їх можливих комбінацій.

Висновки. За найбільш загальних обмежень на вихідні дані задачі побудовано інтегральні зображення точних аналітичних розв’язків гіперболічних крайових задач в необмежених двоскладових просторових областях. Одержані розв’язки носять алгоритмічний характер, неперервно залежать від параметрів та даних задачі й можуть бути використані як в теоретичних дослідженнях, так і в практиці інженерних розрахунків коливних процесів.

Список використаних джерел:

1. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа / Ж. Адамар. – М. : Наука, 1978. – 352 с.
2. Городецький В.В. Граничні властивості гладких у шарі розв’язків рівнянь параболічного типу / В.В. Городецький. – Чернівці : Рута, 1998. – 225 с.
3. Миранда К. Уравнения с частными производными эллиптического типа / К. Миранда. – М. : ИЛ, 1957. – 256 с.
4. Матійчук М.І. Параболічні та еліптичні крайові задачі з особливостями / М.І. Матійчук. – Чернівці : Прут, 2003. – 248 с.
5. Смирнов М.М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения / М.М. Смирнов. – М. : Наука, 1966. – 292 с.
6. Подстригач Я.С. Термоупругость тел неоднородной структуры / Я.С. Подстригач, В.А. Ломакин, Ю.М. Коляно. – М. : Наука, 1984. – 368 с.
7. Дейнека В.С. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения / В.С. Дейнека, И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий. – К. : Наук. думка, 1998. – 614 с.
8. Сергиенко И.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека. – К. : Наук. думка, 1991. – 432 с.
9. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю.М. Коляно. – К. : Наук. думка, 1992. – 280 с.
10. Ленюк М.П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях / М.П. Ленюк. – К. : Ін-т математики НАН України, 1997. – 188 с.
11. Конет І.М. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях / І.М. Конет, М.П. Ленюк. – Чернівці : Прут, 2004. – 276 с.
12. Громик А.П. Стаціонарні задачі теплопровідності в кусково-однорідних просторових середовищах / А.П. Громик, І.М. Конет. – Кам’янець-Подільський : Абетка-Світ, 2008. – 120 с.
13. Громик А.П. Нестаціонарні задачі теплопровідності в кусково-однорідних просторових середовищах / А.П. Громик, І.М. Конет. – Кам’янець-Подільський : Абетка-Світ, 2009. – 120 с.
14. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М. : Наука, 1972. – 735 с.
15. Снеддон И. Преобразования Фурье / И. Снеддон. – М. : ИЛ, 1955. – 668 с.
16. Шварц Л. Математические методы для физических наук / Л. Шварц. – М. : Мир, 1965. – 408 с.
17. Ленюк М.П. Интегральные преобразования с разделенными переменными (Фурье, Ханкеля) / М.П. Ленюк. – К., 1983. – 60 с. – (Препринт / АН УССР, Ин-т математики ; 83.4).

The method of influence functions and Green's function (key solutions) is built integral image accurate analytical solutions of algorithmic nature of hyperbolic boundary value problems in unbounded spatial domains disyllabic. To build a major integrated solutions are involved corresponding Fourier transform in Cartesian segment and semi segment and integral Fourier transform to Cartesian axis with one conjugate point.

Key words: *hyperbolic equations, initial and boundary conditions, coupling conditions, integral transformation, the main solution.*

УДК 539.2:621.315.548.0:612.029.62

Т.С.Люба, асистент кафедри фізики,
В.О.Єремчук, студент,
В.О.Турніцький, студент,
О.М.Рачковський, старший викладач

ТЕХНОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ СИНТЕЗУ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТЕЛУРИДУ СВИНЦЮ

У статті описано основні технологічні аспекти синтезу напівпровідникових сполук телуриду свинцю та подано результати дослідження його термоелектричних властивостей

Ключові слова: *технологія синтезу, телурид свинцю, термоелектричні властивості, термоелемент.*

Однією із задач сучасного матеріалознавства є пошук матеріалів, придатних для виготовлення термоелектричних пристроїв. Сполуки $A^{IV}B^{VI}$ є одними з найперспективніших напівпровідникових матеріалів для створення активних елементів, що функціонують в інфрачервоній області оптичного спектру та термоелектричних перетворювачів енергії, які працюють в інтервалі температур від кімнатної до *800-900 К.* Високій термоелектричній ефективності халькогенідів свинцю сприяє багатоеліпсоїдальний характер їх енергетичного спектру *(N=4)* і низькі значення теплопровідності ґратки $(\chi\sim 2{,}09\cdot 10^{-2}\ Вт/см\cdot К)$ при порівняно високій рухливості носіїв $(\mu\sim 1000\ см^2/В\cdot с)$. Сприятливим фактором для термоелектричної добротності халькогенідів свинцю є також велике значення діелектричної проникності ε_0. Завдяки цьому відбувається суттєве зменшення поперечного перерізу розсіювання електричних заряджених домішкових центрів і мале розсіювання на іонізованих домішках. Ця обставина особливо суттєва для добротності термогенераторних матеріалів, в яких оптимальна концентрація носіїв, як правило, значно переважає $10^{19}\ см^3$.

ОСНОВНІ ПАРАМЕТРИ ТЕЛУРИДУ СВИНЦЮ

Телурид свинцю кристалізується з браткою типу NaC1, яка є характерною для іонних кристалів. Природа хімічного зв’язку є складною і наближається до іонно-ковалентно-металічного. За умови реалізації тільки іонного зв'язку можна стверджувати, що двовалентний атом свинцю віддає два електрони на зв’язок із атомами телуру і залишається у вигляді іона Pb^{+2}, а атоми телуру мають двозарядний від’ємний заряд Te^{-2}. Іонність ґратки виявляється і у значній (на порядок величини) різниці між статичною ε_0 і високочастотною ε_∞ діелектричними проникностями. PbTe кристалізується із значним відхиленням від стехіометричного складу і двосторонньою областю гомогенності. Це є причиною створення великої кількості (10^{18}-10^{19}см$^{-3}$) електричноактивних власних дефектів — вакансій у підгратці металу і халькогену.

СИНТЕЗ СПОЛУКИ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЇЇ ХАРАКТЕРИСТИК

Синтез здійснювався методом прямого сплавлення з примусовим перемішуванням компонентів при температурах 1240 К [1,2]. Для синтезу використовувались телур чистотою В4 та свинець чистотою В3, взяті у стехіометричному співвідношенні масою до 15 г. Зважування речовин проводили на аналітичних терезах ВЛР-200г другого класу точності. Тип провідності сполуки змінювали відхиленням від стехіометрії — для отримання n-типу провідності у ампули завантажували надлишок (до 10 %) Pb, а для p-типу — такий же надлишок Te. Після цього на вільному краї ампули робили звуження (капіляр) і під'єднували її до вакуумного насоса. Температурні умови синтезу оцінені обчисленням значень константи хімічної рівноваги методами хімічної термодинаміки та уточнені з урахуванням розмірів та геометрії кварцових ампул.

Герметизовані ампули розміщували у двозонних електропечах опору, в яких і здійснювався безпосередній процес синтезу сполук. Живлення електропечей, а також стабілізація температури в них здійснювались з використанням високоточних регуляторів температури ВРТ-3. Температуру контролювали термопарами „хромель-алюмель". Оскільки їх сигнал перевищує допустимі значення системи ВРТ-3 (вона розрахована на роботу з термопарами ПП 30/6 („платина-платинородій")), то цей сигнал зменшувався за допомогою подільника, виготовленого із змінних резисторів. Відповідність сигналу перевірена в усьому робочому діапазоні температур. Сигнал термопар вимірювали мілівольтметром В7-16А.

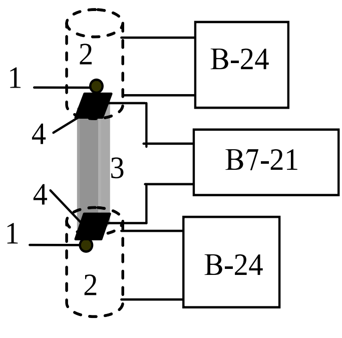


Рис. 1. Пристрій для дослідження термоелектричного елемента.

Процес дослідження термоелектричного елементу проводили у такій послідовності. Нижній і верхній краї зразка нагрівали до температури 50 °С. У такому режимі пристрій (рис. 1) працював не менше однієї години для стабілізації теплових потоків. Потім поступово верхній край нагрівали до вищих температур і з кроком (1 … 5) °С вимірювали значення термоерс за допомогою мілівольтметра. Температуру нижнього краю зразка залишали незмінною. Числові значення різниці температур країв зразка і термоерс заносили у таблицю, а потім будували графічні залежності U=f(ΔT). З цих графіків і визначали значення коефіцієнта термоерс і різних частинах і обчислювали його середнє значення.

Як показали дослідження [3-4], графічні залежності величини термоерс від різниці температур країв зразків мали прямолінійний характер для прямого та інверсного нагрівання, що свідчить про достатню однорідність зразків. Результати даних досліджень відтворені на рис. 2.

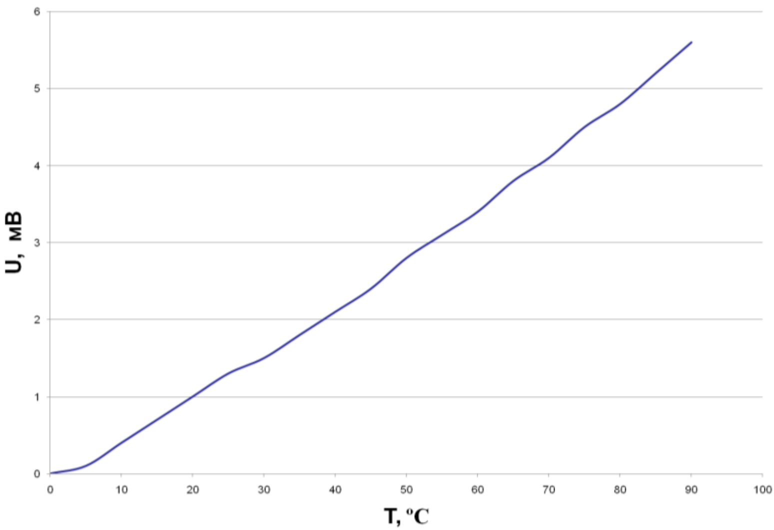
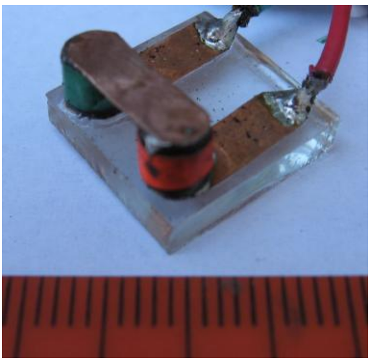


Рис.2. Залежність термоерс від різниці температур на краях зразка.



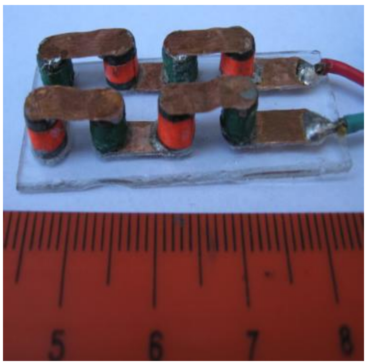


Рис. 3. Термоелемент (зліва) і термоелектричний модуль (справа).

ВИГОТОВЛЕННЯ ТЕРМОЕЛЕМЕНТІВ

З віток n- і p-типів провідності виготовляли термоелемент, змонтований на скляній підкладці. Для виготовлення термоелемента на поверхні пресованих зразків осаджували метали методом електролізу: на зразки електронної провідності — мідь, а на зразки діркової провідності — нікель. Матеріалами використані водні розчини $CuSO_4$ та $NiSO_4$. Тривалість осадження складала до 20 хв при робочій напрузі (1,5 … 2) В та густині струму до 2,5 А/м^2. Осаджені метали давали змогу використати метод звичайного паяння віток термоелементів з використанням стандартного припою, що полегшувало їх монтування. Вітки електронної та діркової провідності термоелемента сполучались мідною фольгою, з якої також виготовлені вихідні контакти. Оскільки температура плавлення припою складає 320 °C, то робочі температури пристрою обмежували величиною в 300 °C. Зразки термоелемента та термоелектричного модуля показані на рис. 3. Коефіцієнт термоерс такого перетворювача складав (100…150) мкВ/К [5].

Для даного термоелемента було проведено вимірювання залежності термоерс від температури. Результати подані на рис. 4.

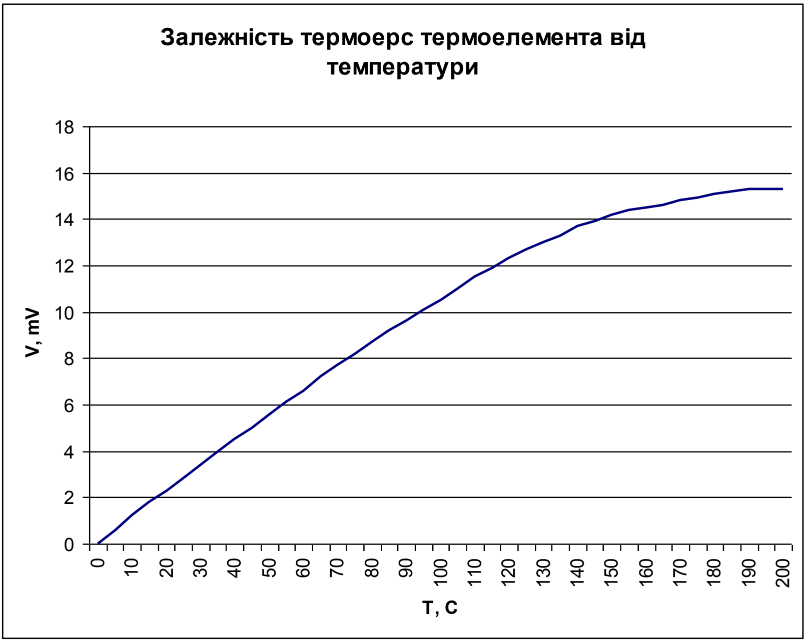


Рис.4. Залежність термоерс від температури для виготовленого термоелемента.

Змінюючи хімічний склад і умови синтезу можна отримувати і інші термоелектричні матеріали. В таблиці 1 наведені числові значення коефіцієнта термоерс окремих з них.

Таблиця 1

Сполука	Коефіцієнт термоерс, мкВ/К
p-PbTe	640…660
n-PbTe	590…600
p-GeSe	780…800
n-GeSe	750…770

Список використаних джерел:

1. Криськов А., Криськов Ц., Власенко О., Левицький С. Патент на корисну модель №43897, Спосіб отримання однорідно легованих кристалів АВ (МПК (2009) С30В 11/00, С30В 13/00). Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 10.09.2009

2. Криськов А., Криськов Ц., Власенко О., Левицький С. Патент на корисну модель №43898, Спосіб отримання високооднорідних халькогенідних напівпровідникових матеріалів АВ (МПК (2009) С30В 15/10, С30В 13/00). Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 10.09.2009.

3. Криськов Ц., Киселюк М., Левицький С., Мельник Н. Вплив домішок на тип провідності сполук на основі телуриду свинцю/Вісник Львів. ун-ту. – Серія фізична. - Вип. 39. – 2006. – с. 82-87.

4. Д.М. Фреїк, І.В. Горічок, В.В. Борик, Р.Я. Михайльонка, І.П. Яремій, Ц.А. Криськов, Технологічні аспекти синтезу термоелектричного плюмбум телуриду. //Фізика і хімія твердого тіла. - т. 10. - № 4. 2009. - С. 924-928

5. Єремчук В.В., Заболотна С.П., Люба Т.С., Рачковський О.М. Особливості впливу стехіометрії та легуючих домішок на термоелектричні властивості телуриду свинцю / Тези доповідей VIII Всеукраїнської конференції молодих вчених, студентів та аспірантів з актуальних питань хімії (Інститут монокристалів). – Харків, - 2010, - с. 26.

The technology of synthesis and results of research of thermo-electric properties of PbTe are described.

Key words: *technology of synthesis, plumbum tellurium, thermo-electric properties, thermoelement.*

УДК 517.5

У.В.Гудима, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Ю.В.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
В.О.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІОНАЛА НАЙКРАЩОГО НАБЛИЖЕННЯ ДЛЯ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОЇ РІВНОМІРНОЇ НЕСИМЕТРИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ БАГАТОЗНАЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ ОДНОЗНАЧНИМИ

У статті встановлено деякі властивості функціонала найкращого наближення для задачі найкращої рівномірної несиметричної апроксимації багатозначного відображення однозначними.

Ключові слова: *багатозначне відображення, найкраща рівномірна несиметрична апроксимація, функціонал найкращого наближення.*

Постановка задачі. Нехай X –лінійний над полем комплексних чисел нормований простір. Для множини B та елемента x цього простору покладемо $E_B(x) = \inf\limits_{y \in B} \|x - y\|$.Будемо позначати через $B(X)$ $(O(X))$ сукупність довільних (опуклих) обмежених замкнених множин простору X, через $H_1(A,B) = \sup\limits_{x \in A} E_B(x)$ - напіввідхилення за Гаусдорфом множини A від множини B, через $H(A,B) = \max\{H_1(A,B), H_1(B,A)\}$ - гаусдорфову відстань між множинами A,B із $B(X)$. Нехай, крім того, S –компакт, $C(S,X)$ - лінійний над полем дійсних чисел нормований простір однозначних відображень g компакта S в X, неперервних на S, з нормою $\|g\| = \max\limits_{s \in S} \|g(s)\|$, $C(S,B(X))$ $(C(S,O(X)))$ - множина багатозначних відображень компакта S в X таких, що для кожного $s \in S$ $a(s) = B_s \in B(X)$ $(a(s) = O_s \in O(X))$ і вони неперервні на S відносно метрики Гаусдорфа на $B(X)$.

Покладемо для будь-яких $g,h \in C(S,B(X))$ $\rho(g,h) = \max\limits_{s \in S} H(g(s),h(s))$. Величина $\rho(g,h)$ задає метрику на множині $C(S,B(X))$. Відповідний метричний простір будемо позначати через $(C(S,B(X)),\rho)$.

Нехай $a \in C(S, B(X))$, $V \subset C(S, X)$. Задачею найкращої рівномірної несиметричної апроксимації відображення a множиною V, будемо називати задачу відшукання величини

$$\alpha_V^*(a) = \inf_{g \in V} \max_{s \in S} H_1(g(s), a(s)) = \inf_{g \in V} \max_{s \in S} \inf_{y \in a(s)} \|g(s) - y\|. \qquad (1)$$

При фіксованій апроксимуючій множині V величина (1) задає на $C(S, B(X))$ функціонал $\alpha_V^*(a)$, який кожному $a \in C(S, B(X))$, ставить у відповідність $\alpha_V^*(a)$.

Назвемо функціонал $\alpha_V^*(a)$, $a \in C(S, B(X))$, функціоналом найкращого наближення для задачі відшукання величини (1) та встановимо деякі його властивості, які є узагальненням на випадок задачі відшукання величини (1) властивостей функціонала найкращого наближення для задачі найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору, встановлених у праці [1].

Метою роботи є встановлення деяких властивостей функціонала найкращого наближення для задачі відшукання величини (1).

Допоміжні твердження.

Твердження 1. Для будь-яких множин $A, B, C \in B(X)$ має місце співвідношення

$$H_1(A, B) \le H_1(A, C) + H_1(C, B).$$

Доведення. Для $x \in A, y \in B, z \in C$ будемо мати

$$\|x - y\| \le \|x - z\| + \|z - y\|.$$

Звідки для $x \in A, z \in C$

$$\inf_{y \in B} \|x - y\| \le \|x - z\| + \inf_{y \in B} \|z - y\| \le \|x - z\| + \sup_{z \in C} \inf_{y \in B} \|z - y\| =$$

$$= \|x - z\| + H_1(C, B).$$

Оскільки z вибрано з C довільним чином, то звідси випливає, що для всіх $x \in A$ $\inf_{y \in B} \|x - y\| \le \inf_{z \in C} \|x - z\| + H_1(C, B)$.

Тому

$$H_1(A, B) = \sup_{s \in A} \inf_{y \in B} \|x - y\| \le \sup_{x \in A} \inf_{z \in C} \|x - z\| + H_1(C, B) =$$

$$= H_1(A, C) + H_1(B, C).$$

Отже,

$$H_1(A, B) \le H_1(A, C) + H_1(B, C).$$

Твердження доведено.

Основний результат.

Теорема 1. Функціонал $\alpha_V^*(a)$, $a \in C(S,B(X))$, є неперервним по a на метричному просторі $(C(S,B(X)),\rho)$, якою б не була множина V.

Якщо V – підпростір простору $C(S,X)$, то функціонал $\alpha_V^*(a)$, $a \in C(S,B(X))$, є напівадитивним по a:

$$\alpha_V^*(a_1 + a_2) \le \alpha_V^*(a_1) + \alpha_V^*(a_2),\ a_1, a_2 \in C(S,B(X)),$$

і додатно-однорідним функціоналом, тобто

$$\alpha_V^*(\lambda a) = |\lambda| \alpha_V^*(a),$$

де λ - довільне дійне число.

Доведення. Нехай a_1, a_2 – довільні елементи з $C(S,B(X))$. Для будь-якого $s \in S$ і будь-якого $g \in V$ згідно з твердженням 1 маємо, що

$$H_1(g(s), a_1(s)) = \inf_{y \in a_1(s)} \|g(s) - y\| \le H_1(g(s), a_2(s)) + H_1(a_2(s), a_1(s)) =$$

$$= \inf_{y \in a_2(s)} \|g(s) - y\| + H_1(a_2(s), a_1(s)) \le$$

$$\le \inf_{y \in a_2(s)} \|g(s) - y\| + H(a_1(s), a_2(s)).$$

Звідки

$$\max_{s \in S} \inf_{y \in a_1(s)} \|g(s) - y\| \le \max_{s \in S} \inf_{y \in a_2(s)} \|g(s) - y\| + \max_{s \in S} H(a_1(s), a_2(s)) =$$

$$= \max_{s \in S} \inf_{y \in a_2(s)} \|g - y\| + \rho(a_1, a_2).$$

Перейшовши у цій нерівності до інфімуму по $g \in V$, одержимо

$$\alpha_V^*(a_1) \le \alpha_V^*(a_2) + \rho(a_1, a_2).$$

Звідки

$$\alpha_V^*(a_1) - \alpha_V^*(a_2) \le \rho(a_1, a_2).$$

Аналогічно доводиться , що

$$\alpha_V^*(a_1) - \alpha_V^*(a_2) \le \rho(a_1, a_2).$$

З двох останніх нерівностей маємо, що

$$\left|\alpha_V^*(a_1) - \alpha_V^*(a_2)\right| \le \rho(a_1, a_2).$$

Звідси й випливає неперервність функціонала $\alpha_V^*(a)$, $a \in C(S,B(X))$, по a на метричному просторі $(C(S,B(X)),\rho)$.

Нехай тепер V – підпростір простру $C(S,X)$. Для будь-яких $g_1, g_2 \in V$ маємо

$$\alpha_V^*(a_1+a_2) = \inf_{g\in V}\max_{s\in S}\inf_{y\in a_1(s)+a_2(s)}\|g(s)-y\| \le$$

$$\le \max_{s\in S}\inf_{y\in a_1(s)+a_2(s)}\|g_1(s)+g_2(s)-y\| \le$$

$$= \max_{s\in S}\inf_{\substack{y_1\in a_1(s),\\ y_2\in a_2(s)}}\|g_1(s)+g_2(s)-y_1-y_2\| \le$$

$$\le \max_{s\in S}\inf_{\substack{y_1\in a_1(s),\\ y_2\in a_2(s)}}\left(\|g_1(s)-y_1\|+\|g_2(s)-y_2\|\right) =$$

$$= \max_{s\in S}\left(\inf_{y_1\in a_1(s)}\|g_1(s)-y_1\|+\inf_{y_2\in a_2(s)}\|g_2(s)-y_2\|\right) \le$$

$$\le \max_{s\in S}\inf_{y_1\in a_1(s)}\|g_1(s)-y_1\|+\max_{s\in S}\inf_{y_2\in a_2(s)}\|g_2(s)-y_2\|.$$

Перейшовши у правій частині цієї нерівності до інфімуму по g_1 та g_2 із V, отримаємо

$$\alpha_V^*(a_1+a_2) \le \alpha_V^*(a_1)+\alpha_V^*(a_2).$$

Напівадитивність функціонала найкращого наближення доведено.

Нехай V –підпростір і λ – дійсне число, $\lambda \ne 0$.

Маємо

$$\alpha_V^*(\lambda a) = \inf_{g\in V}\max_{s\in S}\inf_{y\in \lambda a(s)}\|g(s)-y\| = \inf_{g\in V}\max_{s\in S}\inf_{\frac{y}{\lambda}\in a(s)}\left\|\lambda\left(\frac{g}{\lambda}(s)-\frac{y}{\lambda}\right)\right\| =$$

$$= |\lambda|\inf_{g\in V}\max_{s\in S}\inf_{y\in a(s)}\|g(s)-y\| = |\lambda|\alpha_V^*(a).$$

Отже, $\alpha_V^*(\lambda a) = |\lambda|\alpha_V^*(a)$ для всіх $\lambda \ne 0$.

Якщо ж $\lambda = 0$, то $\alpha_V^*(0\cdot a) = 0 = 0\cdot\alpha_V^*(a)$

і, отже, рівність $\alpha_V^*(\lambda a) = |\lambda|\alpha_V^*(a)$

має місце і в цьому випадку.

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения/ Корнейчук Н.П. – М.: Наука, 1976. – 320с.

We established the properties of functional of best approximation for the problem of the best uniform asymmetrical approximation of the set-valued map by sets of continuous single– valued maps

Key words: *functional of best approximation, the set-valued map, best uniform asymmetrical approximation*

УДК 681.142.2.

В.В.Мойко, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ПРО ПРЯМУ СІМПСОНА В ГЕОМЕТРІЇ ТРИКУТНИКА

У статті узагальнено поняття прямої Сімпсона в трикутнику.

Ключові слова: *пряма Сімпсона, трикутник, чотирикутник, описане коло.*

В елементарній геометрії важливе значення має пряма Сімпсона, вивчення якої не передбачено в шкільному курсі геометрії.

У цьому повідомленні одержано теореми, які узагальнюють відомі твердження про пряму Сімпсона [1-4].

<u>Теорема 1.</u> Нехай точка K_α належить колу, описаному навколо ΔABC, де точки A_α, A'_α належать прямій BC,

B_α, B'_α належать прямій CA,

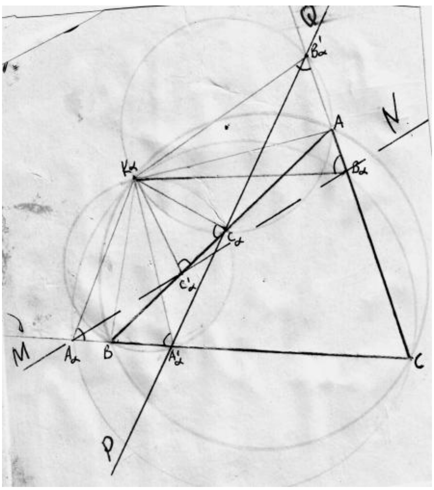
C_α, C'_α належать прямій AB,

для яких

$$\angle K_\alpha A_\alpha C = \angle K_\alpha C'_\alpha A = \angle K_\alpha B_\alpha A = \alpha,$$

$$\angle K_\alpha B'_\alpha C = \angle K_\alpha C_\alpha B = \angle K_\alpha A'_\alpha B = \alpha$$ (див.рис.)

Тоді точки $A_\alpha, C'_\alpha, B_\alpha$ лежать на прямій MN і відповідно точки $A'_\alpha, C_\alpha, B_\alpha$ лежать на прямій PQ.



Доведення.

Доведемо, що точки $A'_\alpha, C_\alpha, B'_\alpha$ лежать на одній прямій.

Для цього розглянемо чотирикутники $AB'_\alpha K_\alpha C_\alpha$ і $BA'_\alpha K_\alpha C_\alpha$.

У першому чотирикутнику $\angle K_\alpha B'_\alpha A + \angle K_\alpha C_\alpha A = 180^0$, тому навколо нього можна описати коло.

Аналогічно можна описати коло навколо чотирикутника $K_\alpha C_\alpha A'_\alpha B$ (відрізок $K_\alpha B$ видно під кутом α з C_α і A'_α).

Оскільки, точки K_α, A, B, C знаходяться на колі, описаному навколо ΔABC, то

$\angle AK_\alpha B = 180^0 - \angle C$ (1).

У чотирикутнику $A_\alpha K_\alpha B_\alpha C$ $\angle K_\alpha A_\alpha C + \angle K_\alpha B_\alpha C = 180^0$, тому

$\angle A_\alpha K_\alpha B_\alpha = 180^0 - \angle C$ (2).

Враховуючи (1), (2), маємо, що $\angle AK_\alpha B = \angle A_\alpha K_\alpha B_\alpha$.

Тоді $\angle AK_\alpha B - \angle BK_\alpha B_\alpha = \angle A_\alpha K_\alpha B_\alpha - \angle BK_\alpha B_\alpha$.

Отже, $\angle AK_\alpha B_\alpha = \angle A_\alpha K_\alpha B$ (3).

Легко бачити, що за умовою $\angle A_\alpha K_\alpha A'_\alpha = \angle B_\alpha K_\alpha B'_\alpha$. Тоді враховуючи (3) та останню рівність одержимо, що $\angle BK_\alpha A'_\alpha = \angle AK_\alpha B'_\alpha$ (4).

Крім того,

$$\angle BK_\alpha A'_\alpha = \angle BC_\alpha A'_\alpha = \frac{1}{2} \cup BA'_\alpha,$$

$$\angle B'_\alpha K_\alpha A = \angle B'_\alpha C_\alpha A = \frac{1}{2} \cup AB'_\alpha.$$

Враховуючи (4) та останні рівності, одержимо, що $\angle BC_\alpha A'_\alpha = \angle B'_\alpha C_\alpha A$, тобто це вертикальні кути, а тому точки $A'_\alpha, C_\alpha, B_\alpha$ лежать на прямій PQ.

Аналогічно доводиться, що $A_\alpha, C'_\alpha, B_\alpha$ лежать на прямій MN.

Зауважимо, що у випадку $\alpha = \frac{\pi}{2}$ прямі PQ і MN співпадають і ця пряма називається прямою Сімпсона [1-4]. Теорему доведено.

<u>Теорема 2.</u> Якщо точка K_α розміщена так, що всі похилі до сторін трикутника під кутом α проходять через неї, то вона лежить на колі, описаному навколо трикутника ABC.

Доведення.

Зрозуміло, що точка K_α повинна лежати всередині одного з кутів трикутника ABC проти відповідної сторони. Нехай точка K_α лежить проти кута C. За допомогою міркувань проведених в оберненому порядку до доведення теореми 1 одержимо, що точка K_α лежить на колі описаному навколо трикутника ABC.

Дійсно навколо чотирикутника $BA'_\alpha C_\alpha K_\alpha$ можна описати коло, бо відрізок BK_α з точок A'_α і C_α видно під одним кутом α.

Тому $\angle BC_\alpha A'_\alpha = \angle BK_\alpha A'_\alpha = \frac{1}{2} \cup BA'_\alpha \cdot$

Навколо чотирикутника $K_\alpha C_\alpha AB'_\alpha$ теж можна описати коло, бо $\angle K_\alpha C_\alpha A + \angle AB'_\alpha K_\alpha = 180^0 \cdot$

Тому $\angle B'_\alpha C_\alpha A = \angle B'_\alpha K_\alpha A = \frac{1}{2} \cup B'_\alpha A \cdot$

Отже, $\angle A_\alpha K_\alpha B = \angle B'_\alpha K_\alpha A$ (5).

Тоді з чотирикутника $K_\alpha A_\alpha CB_\alpha$ маємо, що $\angle A_\alpha K_\alpha B_\alpha + \angle C = 180^0 \cdot$

Але $\angle A_\alpha K_\alpha B_\alpha + \angle BK_\alpha A$, бо виконується рівність (5).

Тому $\angle K_\alpha BC = \angle K_\alpha AC = 180^0 \cdot$

Отже, навколо чотирикутника $K_\alpha ABC$ можна описати коло, тобто точка K_α лежить на колі, що і потрібно було довести.

Аналогічно доводиться випадок коли $A_\alpha, C'_\alpha, B_\alpha$ лежать на одній прямій. Теорему доведено.

З теорем 1, 2 випливає така теорема.

Теорема 3. Точки $A_\alpha, C'_\alpha, B_\alpha$ і точки $A'_\alpha, C_\alpha, B'_\alpha$ лежать на прямих MN і PQ тоді і тільки тоді, коли K_α належить колу, описаному навколо трикутника ABC.

Список використаних джерел:

1. Зетель С.И. Новая геометрия треугольника. – М.: Угпедгиз, 1962. – 152 с.
2. Коксетер Г.С. та ін. Новые встречи с геометрией. – М.: Наука, 1978. – 224 с.
3. Кушнір І.А. Методи розв’язування задач з геометрії. – К.: Абрис, 1994. – 464 с.
4. Смогоржевський О.С. Елементи геометрії трикутника. – К.: Радянська школа, 1939. – 88 с.

The paper deal with generalized straight of Simpson.

***Key words**: generalized straight of Simpson.*

УДК 373.5.016:53

С.А.Муравський, аспірант

РОЗВИТОК ТВОРЧОЇ АКТИВНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ФІЗИКИ

В статті розглядаються психолого-педагогічні аспекти формування творчої особистості, шляхи активізації творчої активності при вивченні фізики.

Ключові слова: *творчість, творча особистість, творча активність, навчально-пізнавальна діяльність, пізнавальний інтерес, творче мислення.*

Не можливо виховати людину, здатну творчо мислити, яка вміє виконувати завдання, що вимагають різних підходів до їх розв'язання, містить різні варіанти відповідей, використовуючи лише традиційні методи навчання. Тому однією з важливих задач є використання нових ефективних методів навчання і виховання, що сприяють творчому розвитку особистості, зміни методів навчання в напрямку розвитку самостійності та ініціативи студентів при вивченні фізики.

Проблема творчості привертала увагу ще Платона, Сократа, Ксенофана, Фому Аквінського, А. Шопенгауера, Ф. Шеллінга, І. Канта та ін. Античні мислителі пов′язували творчість зі сферою багатогранної людської діяльності, що постійно змінюється.

Сучасна психолого-педагогічна наука розглядає творчість як постійний супутник розвитку дитини (Л. Виготський); як діяльність, у результаті якої створюється щось принципово нове, оригінальне, що тією чи іншою мірою відбиває індивідуальні нахили і здібності людини (І. Волков); як процес створення, відкриття чогось нового, раніше невідомого для конкретного суб′єкта (В. Моляко); як особистісно-орієнтовану розливальну взаємодію суб′єктів, як похідну інтелекту, заломлену через мотиваційну структуру (С. Сисоєва).

Психолого-педагогічні аспекти формування творчої особистості розглядаються в дослідженнях вітчизняних учених: Б. Ананьєва, В. Андреєва, Ю. Бабанського, І. Беха, Д. Богоявленської, В. Загв'язінського, Н. Кузьміної, Г.Сіліної, С.Сисоєвої, Н. Лейтес та в роботах зарубіжних учених: Г. Айзенка, Дж. Гілфорда, А. Маслоу, А. Олпорта, К. Роджерса, Д. Шеренберга та ін.

Психологічні основи творчості, механізм творчого мислення – уява, фантазія, інтуїція, неусвідомлена психічна активність, співвідношення чуттєвого та раціонального у творчому процесі – розкриваються у працях відомих психологів Л. Виготського, О. Леонтьєва, В. Моляко, В.Рибалка, С. Рубінштейна та ін.

Активність особистості в тому чи іншому виді діяльності розглядається як найважливіша риса людини, здатність змінювати навколишню дійсність, прояв зусилля, напруження розумових сил, як прагнення до енергійної діяльності, як перетворення навколишніх явищ, процесів, предметів.

Навчання - процес тісної взаємодії між викладачем і студентом. Воно буде ефективним тільки в тому випадку, якщо і викладач, і студент виявлятимуть високу творчу активність. Причому активність останнього є вирішальною. Якщо немає активності студента в засвоєнні знань, то, скільки б викладач не старався, ніяких знань, умінь в студентів не з'явиться.

З метою активізації творчої діяльності на заняттях викладач ретельно має відбирати зміст навчального матеріалу, форми, методи, прийоми та засоби навчання не тільки для кожного заняття, а й для кожної теми.

Активність студента в навчальному процесі - це певне вольове зусилля, вона характеризує пізнавальну творчу діяльність студента. Вона може бути зовнішньої (моторною) і внутрішньої (розумовою).

Зовнішня активність легко визначається викладачем, бо її ознаки легко помітні, при цьому яскраво виражено те, що студент активно працює на занятті, увага спрямована виключно на викладача або на дошку, студент постійно готовий до засвоєння нових знань.

Внутрішня (розумова) активність передбачає наявність ознак зовнішньої активності. Крім того, їй властиві такі специфічні ознаки, як напруженість розумових сил, розумових дій і операцій - аналіз, порівняння, узагальнення, прояв сталого внутрішнього інтересу до досліджуваної на уроці теми, навчальних задач.

Слова викладача на заняттях можуть бути зрозумілі тільки в тому випадку, якщо студент спрямує на них свою увагу, поставить собі за мету зрозуміти, засвоїти цей матеріал, тобто мобілізує свою зовнішню і внутрішню активність. Тому міцне, глибоке засвоєння знань, навчання з захопленням залежать від активності студента на занятті.

Саме тому цінним є те заняття, на якому активно працюють студенти, а викладач лише організовує їх творчу діяльність. Активізація творчої діяльності студента вимагає від викладача вмілого методичного керівництва процесом пізнання, глибокого розуміння педагогічної доцільності застосування форм, методів, прийомів і засобів навчання.

Для розвитку творчої активності студентів при вивченні фізики необхідно створити певні педагогічні умови:

• забезпечення емоційності навчання і створення сприятливої, доброзичливої атмосфери;

• динамічність, різноманітність форм, методів, прийомів і засобів навчання, їх спрямованість на розвиток активної пізнавальної діяльності студентів.

При організації навчальної діяльності студентів важливо враховувати наступне:

- вивчення матеріалу по кожній темі, крім специфіки предмета, потребує висвітлення та розкриття особливостей даного матеріалу;

- не можна універсалізувати ту чи іншу форму, той чи інший метод навчання; окремо взятий метод не може призвести до повноцінного засвоєння знань, формування вмінь і навичок;

- зміна видів, способів діяльності на заняттях і їх різноманітність знімають передчасну стомлюваність і забезпечують більш продуктивну пізнавальну діяльність;

- важлива диференціація навчання відповідно до здібностей та інтересів студентів.

Форми, методи, засоби навчання повинні забезпечувати творче ставлення до досліджуваного матеріалу, направляти їх дії на пошук нових знань, дослідження явищ, процесів і озброєння студентів методами наукового пізнання.

Досягнення мети розвитку творчих здібностей дозволить розв'язати чимало завдань освіти:

1) забезпечити міцне і свідоме засвоєння навчального матеріалу;

2) підготувати студентів до активної участі у виробничій діяльності, вміння самостійно поповнювати знання;

3) втілювати в життя науково-технічні ідеї;

4) отримати випускника, підготовленого для подальшого навчання, здатного творчо опанувати обрану професію;

5) підтримувати і розвивати інтерес до вивчення фізики;

6) формувати прийоми продуктивної діяльності, такі як аналіз, синтез і т. д.;

7) розвивати логічне мислення;

8) навчати основам самоосвіти, роботі з довідковою та науковою літературою;

9) реалізувати практичну спрямованість отриманих знань.

Можна виділити основні умови для розвитку творчих здібностей студентів:

- Застосування в навчальному процесі методів, що сприяють розвитку в студентів логічного мислення, ініціативи, активності і самостійності. Особлива роль у розв'язанні цього завдання належить проблемному навчанню.

- Включення елементів дослідження в різні види навчальної діяльності студентів;

- Залучення до винахідництва на заняттях;

- Організація індивідуальних навчальних задач творчого характеру.

Успішний розвиток творчих здібностей можливий на основі системи задач, що вимагають від студента творчого підходу. Задачі повинні бути посильні для основної маси студентів, щоб виховувати в них впевненість у своїх силах.

У зв'язку з цим виникає потреба в дидактичному матеріалі, систематичне застосування якого на заняттях з фізики буде розвивати творчі здібності студентів і підвищить їх інтерес до вивчення фізики.

Дуже важливо, щоб кожен студент на заняттях працював активно, захоплено. Цю захопленість треба використовувати як відправну точку для виникнення і розвитку допитливості, стійкого пізнавального інтересу. Для цього слід використовувати нестандартні форми проведення занять. Вони, з одного боку, дозволяють викладачу залучити студентів у творчу діяльність, а з іншого - краще пізнати і зрозуміти їх, оцінити індивідуальні особливості кожного.

У ході занять студенти можуть виконувати різні творчі завдання. Так, наприклад, їм можна запропонувати скласти фізичну казку і інсценувати її, придумати і намалювати цікаві ілюстрації, створити колективну картину, в якій зображені ситуації з навколишнього життя, пов'язані з певними фізичними явищами, підготувати і провести позакласний виховний захід з фізики і т. д. При цьому студенти можуть вибирати із запропонованих ті завдання, які здаються їм посильними і найцікавішими. Після виконання завдань, сформульованих викладачем, студенти часто знаходять свої оригінальні форми роботи.

Головне завдання навчання полягає у формуванні активного, самостійного, творчого мислення студентів. Застосування різних форм і методів навчання повинно викликати в них інтерес до навчання, стимулювати їх долати труднощі, сприяти більш швидкому розвитку творчого мислення та уяви. У практиці вивчення фізики слід розумно поєднувати прийоми і методи навчання, виходячи як з конкретної мети заняття, так і з загальних завдань розвитку творчої особистості студента.

Найважливішою стає особистість не з енциклопедично розвинутою пам'яттю, а з гнучким розумом, з швидкою реакцією на все нове, з повноцінно розвиненою потребою до подальшого пізнання і самостійних дій, з розвиненими навичками та творчими здібностями.

Отже, щоб навчити студентів творчо мислити, потрібно їх підготувати до розуміння широкого кола фізичних явищ, Розвивати в студентів творчі здібності - означає озброїти їх розумінням зв'язку теорії і фізичного експерименту, методів фізичного пізнання і процесів отримання нових знань.

Список використаних джерел:

1. Айзенк Г.М. Структура личности. – СПб.: Ювенга. – М., 1999. – 464 с.

2. Андреев В.В. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности. Основы педагогики творчества. – Казань, 1988. – 237 с.

3. Барко В.І., Тютюнников А.М. Як визначити творчі здібності дитини. – К., 1991. – 120 с.

4. Зверева Н.М. Активизация мышления учащихся на уроках физики. Москва, "Просвещение", 1980. - 131 с.

The article examines the psychological and pedagogical aspects of creative personality, the ways of creative activity in the study of physics.

Key words: *creativity, creative personality, creative activity, teaching and cognitive activity, cognitive interest, creative thinking.*

УДК 517.927; 517.946

В.А.Недокіс, кандидат фізико-математичних наук, старший викладач

МЕТОД ТРИГОНОМЕТРИЧНОЇ КОЛОКАЦІЇ ДЛЯ ЗЛІЧЕННОВИМІРНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ІЗ ПЕРІОДИЧНОЮ ДВОТОЧКОВОЮ КРАЙОВОЮ УМОВОЮ

Досліджується нелінійна періодична крайова задача для нормального диференціального рівняння першого порядку в банаховому просторі обмеже-них числових послідовностей методом послідовних поліномних наближень.

***Ключові слова**: банахів простір, періодична крайова задача, тригонометричний поліном, послідовне наближення.*

Можливості дослідження крайових задач різного типу для звичайних диференціальних рівнянь суттєво залежать від розмірності простору, в якому розглядається крайова задача. На даний час найповніше вивчено крайові задачі різних типів у скінченновимірних просторах, передусім у працях ([1] – [5]). Зокрема, в [3] розвинуто схему методу тригонометричної колокації для відшукання T – періодичних розв'язків диференціальних рівнянь першого порядку в формі тригонометричних поліномів.

Початок вивченню крайових задач у банаховому просторі $\mathbf{m}$ обмежених числових послідовностей $x = (x_1, x_2, \ldots)$ з нормою $\|x\| = \sup_i \{|x_i|\}, i = 1,2,\ldots$ було покладено в роботах [1; 2], де досліджувалися періодична крайова задача для рівнянь першого і другого порядків та двоточкова крайова задача для нелінійного рівняння першого порядку з лінійною крайовою умовою. В статтях [6; 7] А.М.Самойленком, Ю.В. Теплінським і автором цієї роботи вивчалися зліченноточкові крайові задачі для звичайних нелінійних диференціальних рівнянь нормального виду, визначених у просторі $\mathbf{m}$.

Ця стаття є логічним продовженням робіт [3, 5, 6]. Тут розглянуто крайо-ву задачу з періодичною крайовою умовою у випадку, коли рівняння пер-шого порядку нормального виду визначено в просторі $\mathbf{m}$, і обгрунтовано правомірність знаходження періодичних розв'язків такої задачі у вигляді рів-номірно збіжної послідовності тригонометричних поліномних наближень.

Відповідно до [3], для тригонометричного полінома періоду T

$$x_m(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{m} (a_j \cos j\omega t + b_j \sin j\omega t), \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \tag{1}$$

називатимемо вектором коефіцієнтів вектор

$$x^{\Gamma} = (a_0, a_1, b_1, \ldots, a_m, b_m), \tag{2}$$

а вектором значень полінома (1) у $N=2m+1$ рівновіддалених точках відрізка $[0,T]$ $(t_i = i\frac{T}{N},\ i=0,1,\ldots,2m,\ N=2m+1)$ - вектор

$$x^M = \left(x_m(t_0), x_m(t_1), \ldots, x_m(t_{2m})\right). \tag{3}$$

Вектори (2) і (3) пов'язані залежностями $x^M = Mx^\Gamma$, $x^\Gamma = \Gamma x^M$, причому елементи матриць $M = \left(M_{ij}\right)$, $\Gamma = \left(\Gamma_{ij}\right)$, $i, j = \overline{1,N}$ мають вигляд

$$M_{ij} = \begin{cases} 1\ ,\ j=1, \\ \cos\left[(i-1)j\frac{\pi}{N}\right],\ j=2,4,\ldots,N-1, \\ \cos\left[(i-1)(j-1)\frac{\pi}{N}\right],\ j=3,5,\ldots,N, \\ i=1,2,\ldots,N,\ N=2m+1, \end{cases} \qquad \Gamma_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{N}\ ,\ i=1, \\ \frac{2}{N}\cos\left[i(j-1)\frac{\pi}{N}\right], i=2,4,\ldots,N-1, \\ \frac{2}{N}\sin\left[(i-1)(j-1)\frac{\pi}{N}\right], i=3,5,\ldots,N, \\ j=1,2,\ldots,N. \end{cases}$$

Похідна будь-якого порядку від (1) і інтеграл від (1) з нульовим середнім ($a_0 = 0$) – тригонометричні поліноми порядку m. Розглядаючи матрицю

$$\ell = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 & \gamma_5 & \cdots & \gamma_{2m} & \gamma_{2m+1} \\ 0 & \alpha_1 & \beta_1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_1 & \alpha_1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & \beta_2 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_2 & \alpha_2 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \alpha_m & \beta_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & -\beta_m & \alpha_m \end{bmatrix}, \tag{4}$$

можна переконатися в справедливості такого твердження.

Лема [3, с. 81]. Якщо $x_m(t)$ – тригонометричний поліном виду (1), то вектори коефіцієнтів y^Γ і значень y^M тригонометричного полінома

$$y_m(t) = x_0 + \int_0^t \left[x_m(\tau) - \frac{1}{T}\int_0^T x_m(s)ds\right]d\tau$$

визначаються такими лінійними співвідношеннями :

$$y^\Gamma = \mu_1 x^\Gamma + x_0^\Gamma,\ y^M = M_{\mu_1}\Gamma x^M + x_0^M,$$

де x^{Γ}, x^{M} – вектори коефіцієнтів і значень (2), (4); $x_0^{\Gamma} = (x_0;0,0,...,0)$; $x_0^{M} = (x_0;x_0;...;x_0)$; μ_1 – матриця ℓ вигляду (7), коли

$\gamma_1 = 0,\ \gamma_{2j} = 0,\ \gamma_{2j+1} = \dfrac{1}{\omega j},$

$\alpha_j = 0,\ \beta_j = -\dfrac{1}{\omega j},\ j = 1,2,...,m,$ а елементи матриці $V = M_{\mu_1},\ \Gamma = (V_{ij})$ задаються формулою

$$V_{ij} = \frac{2}{N}\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{\omega k}\left[\sin\left(2k(j-1)\frac{\pi}{N}\right) - \sin\left(2k(j-i)\frac{\pi}{N}\right)\right],\quad i,j = 1,2,...,2m+1.$$

Поняття векторів коефіцієнтів та значень тригонометричного полінома покомпонентно поширюється на векторні тригонометричні поліноми зліченної розмірності. Так, для векторного тригонометричного полінома

$$x_m(t) = (x_{m1}(t), x_{m2}(t),...,x_{mn}(t),...) \tag{5}$$

під x^{Γ} і x^{M} розумітимемо відповідно зліченновимірні вектор коефіцієнтів і вектор значень $x^{\Gamma} = (x_1^{\Gamma}, x_2^{\Gamma},...,x_n^{\Gamma},...)$, $x^{M} = (x_1^{M}, x_2^{M},...,x_n^{M},...)$, де $x_j^{\Gamma},\ x_j^{M}$ – відповідно вектори коефіцієнтів і значень компоненти $x_{mj}(t)$ вектора (5).

Далі, нехай $C[0,T]$ – банахів простір усіх неперервних T – періодичних функцій $f(t)$ з метрикою $\left|f(t)\right|_0 = \max\limits_{t\in[0,T]}\left|f(t)\right|$, $H(T_m)$ – множина всіх тригонометричних поліномів періоду T і порядку, не вищого за m, а $E_m(f,T_m)$ – відхилення функції $f(t)\in C[0,T]$ від полінома $T_m(t)\in H(T_m)$:

$$E_m(f,T_m) = \left|f(t) - T_m(t)\right|_0.$$

Відомо [8], що існує єдиний тригонометричний поліном $T_m^0(t)\in H(T_m)$, для якого $\left|f(t) - T_m(t)\right|_0 = \inf\limits_{T_m(t)\in H(T_m)} E_m(f,T_m) = E_m(f)$ ($T_m^0(t)$ – поліном найкра-щого рівномірного наближення до функції $f(t)$ у класі $H(T_m)$, $E_m(f)$ – найкраще наближення). При цьому $E_m(f)\xrightarrow[m\to\infty]{}0$, і згідно теореми Джексона [8], $E_m(f) = O\left(\dfrac{1}{m^{k+\alpha}}\right)$, якщо тільки $f(t)$ належить простору функцій $C^k[0,T]$, $k-$ті похідні яких задовольняють умову Гельдера-Ліпшіца з показником $\alpha,\ 0 \le \alpha \le 1$:

$$\left| f^{(k)}(t') - f^{(k)}(t'') \right| \le K_f \left| t' - t'' \right|^{\alpha}.$$

Нарешті, для зліченновимірної вектор-функції $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots)$ через $E_m(x) = (E_m(x_1), E_m(x_2), \ldots)$ позначатимемо вектор, складений з найкращих наближень компонент $x(t)$, а через $E_m^0(x)$ позначатимемо $\sup\limits_k E_m(x_k)$.

Розглянемо в просторі m крайову задачу для рівняння

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x), \tag{6}$$

праву частину якого визначено на множині $(t,x) \in \overline{D} = [0,T] \times D$, де $D = \{x \in \mathrm{m} \mid \|x\| \le M_0 = const > 0\}$ зі двоточковою періодичною крайовою умовою $x(0) = x(T)$ (7)

Як було показано в [1, 2], початкове значення $x^*(0) = x_0^*$ $T-$періодичного розв'язку задачі (6), (7) може бути знайдене як корінь визначального рівняння $\Delta(x_0) = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T f(t, x^*(t,x_0))\,dt = 0$, де $x^*(t,x_0)-$ границя рівномірно збіжної послідовності $T-$періодичних функцій

$$x_m(t,x_0) = x_0 + \int_0^t \left[f(\tau, x_{m-1}(\tau,x_0)) - \frac{1}{T}\int_0^T f(s, x_{m-1}(s,x_0))\,ds \right] d\tau,$$

$$m = 1,2,\ldots,\ x_0(t,x_0) \equiv x_0.$$

Позначимо для кожної неперервної $T-$періодичної функції $y_k(t)$ зі значеннями в D через $f^r(t, y_k(t))$ зліченновимірний векторний інтерполяційний тригонометричний поліном порядку r:

$$f^r(t, y_k(t)) = (f_1^r(t, y_k(t)), f_2^r(t, y_k(t)), \ldots),$$

де поліном $f_i^r(t, y_k(t)) = \alpha_{0i}^k + \sum\limits_{j=1}^{r} (\alpha_{ij}^k \cos j\omega t + \beta_{ij}^k \sin j\omega t)$ такий, що його значення в $N = 2r+1$ рівновіддалених точках

$t_s = s\dfrac{t}{N},\ s = 0,1,2,\ldots,2r$ співпадають зі значеннями функції $f_i(t, y_k(t))$. Нехай $f_i(t, y_k(t))$ як функція аргумента t задовольняє умову Діні [8] при кожному натуральному i. Послідовні періодичні наближення до $T-$періодичного розв'язку рівняння (6) шукатимемо у вигляді векторних тригонометричних поліномів $x_m^r(t, x_0) = \left(x_{1m}^r(t, x_0), x_{2m}^r(t, x_0), \ldots\right)$ порядку r за формулою:

$$x_m^r(t, x_0) = x_0 + \int_0^t \left[f^r(\tau, x_{m-1}^r(\tau, x_0)) - \frac{1}{T}\int_0^T f^r(s, x_{m-1}^r(s, x_0))ds \right] d\tau,$$

$$m = 1,2,\ldots,\ \ x_0^r(t, x_0) \equiv x_0. \tag{8}$$

Припустимо, що функція $f(t, x)$ задовольняє в області $\overline{D}$ умови обмеженості та Ліпшіца по x зі сталими M, K відповідно і число

$$Q = \frac{KT}{2} < 1 \cdot \tag{9}$$

Крім того, вважатимемо, що

$$D_{f\,r} \neq \varnothing, \tag{10}$$

де $D_{f\,r}$ – множина елементів m, що містяться в D разом зі своїм $\frac{T}{2}\left(M + C_r\right)-$ околом, $C_r(x_0) = \left(6 + \lg r\right)\max\limits_j \left\| E_r\left(f(t, x_j^r(t, x_0))\right)\right\|$,

$$E_r\left(f(t, x_j^r(t, x_0))\right) = \left(E_r\left(f_1(t, x_j^r(t, x_0))\right), E_r\left(f_2(t, x_j^r(t, x_0))\right), \ldots\right),$$

$E_r\left(f_i(t, x_j^r(t, x_0))\right)-$ найкраще рівномірне наближення функції $f_i(t, x_j^r(t, x_0))$ тригонометричними поліномами порядку, не вищого за r. Тоді за тією ж схемою, що й у [3; стор.87], можна довести таке твердження.

Теорема. Нехай $T-$періодична по t функція $f(t, x)$ визначена і неперервна за сукупністю аргументів в області $\overline{D}$, задовольняє в цій області умови обмеженості та Ліпшіца по аргументу x зі сталими M, K відповідно, і умови (9), (10). Тоді послідовність тригонометричних поліномів $x_m^r(t, x_0)$ порядку r, побудована згідно (8), при $m, r \to \infty$ збіжна відносно області $\left(t, x_0\right) \in R^1 \times D_{f\,r}$ (11)

рівномірно по m і покоординатно по r до функції $x^*(t,x_0)$, що визначена в області (24), T – періодична по t і є розв'язком інтегрального рівняння

$$x(t,x_0) = x_0 + \int_0^t \left[f(\tau, x(\tau, x_0)) - \frac{1}{T}\int_0^T f(s, x(s, x_0))\, ds \right] d\tau .$$

При цьому для всіх $m \in N$ і $t \in R^1$ справедлива оцінка

$$\left\| x_m^r(t,x_0) - x^*(t,x_0) \right\| \le \frac{T}{2(1-Q)} \left[C_r(x_0)(1-Q^m) + MQ^m \right].$$

На підставі даної теореми можна сформулювати матрично-векторний алгоритм реалізації обчислень згідно методу тригонометричних поліномних наближень.

Список використаних джерел:

1. Самойленко А.М.Численно-аналитический метод исследования счетных систем периодических дифференциальных уравнений / А.М.Самойленко. – Мат. физика. – 1966. – Вып. 2. – С. 115-132.

2. Самойленко А.М. Численно-аналитические методы исследования периодических решений / А.М.Самойленко, Н.И.Ронто. – К.: Вища шк., 1976. – 180 с.

3. Самойленко А.М. Численно-аналитические методы исследования решений краевых задач / А.М.Самойленко, Н.И.Ронто. – К.: Наук. думка, 1985. – 224 с.

4. Ронто Н.И. Исследование периодических решений счетных систем второго порядка / Н.И.Ронто, О.М.Мартынюк. – УМЖ. –1991. – 43, № 1. – С. 83-93.

5. Ронто Н.И. Применение метода коллокации к многоточечным краевым задачам с интегральными краевыми условиями / Н.И.Ронто, Т.В.Путятина. – УМЖ. – 1992. – 44, № 11. – С. 1548-1555.

6. Теплінський Ю.В. Про зліченноточкову нелінійну крайову задачу на півосі для звичайних диференціальних рівнянь у просторі обмежених числових послідовностей / Ю.В.Теплінський, В.А.Недокіс. – Нелінійні коливання. – 2003. – **6**, № 4. – С. 530-549.

7. Самойленко А.М. Метод укорочення для зліченноточкових крайових задач у просторі обмежених числових послідовностей / А.М.Самойленко, Ю.В.Теплінський, В.А.Недокіс. – УМЖ. – 2004. – 56, № 9. – С. 1203-1230.

8. Гончаров В.Л. Теория интерполирования и приближения функций. / В.Л.Гончаров – М.: Гостехиздат. – 1954. – 327 с.

We study a nonlinear periodic boundary-value problem for a normal differential equation of the first order in the Banach space of bounded number sequences by the method of sequencial trigonometrical polynomial approximations.

Key words: *Banach space, periodic boundary-value problem, trigonometrical polynom, sequencial approximation.*

УДК 538.971

С.В.Оптасюк, кандидат фізико-математичних наук, старший викладач,
М.В.Беркещук, кандидат фізико-математичних наук, старший викладач

РОЗРАХУНОК ПРОФІЛЮ РОЗПОДІЛУ ДОМІШКИ Ga В ZnS ПРИ ТЕРМІЧНОМУ ЛЕГУВАННІ

Для оцінки області локалізації домішки галію в ZnS до та після пасивації в атмосфері були проведені розрахунки профілю розподілу домішки в матриці. Розрахунки показали, що основна кількість атомів галію, до пасивації, зосереджено в приповерхневій області. Також показано, що доступ атмосфери до зразків відпалених разом Ga призводить до підвищення ефективності дифузії атомів галію в обєм ZnS.

Ключові слова: *галій, пасивація, атмосфера, дифузія, термічне легування.*

Властивості твердих тіл часто контролюються дифузійними процессами перерозподілу домішок. Для аналізу цих процесів визначають коефіцієнт дифузії домішки *D* в матеріалі. Математична задача дифузії, яка включає рівняння Фіка та граничні умови формально не накладує обмежень на концентрацію дифундуючої речовини в матриці. З іншої сторони концентрація домішки завжди обмежена межею розчинності. Для випадків, коли розчинність домішок дуже мала, при математичному моделюванні дифузійного проникнення домішки в зразок необхідно враховувати факт обмеження вмісту домішки межею розчинності.

У роботі [1] було встановлено, що відпал порошку ZnS в присутності Ga не приводить до ефективної дифузії Ga в матеріал і тільки наступний доступ атмосфери призводить до збільшення ефективності дифузії Ga. Для оцінки профілю розподілу центрів ФЛ, в формуванні яких галій бере активну участь був використаний аналіз люмінесцентних характеристик матеріалу. В спектрах ФЛ ZnS:Ga, до доступу атмосфери випромінювальні центри, в формуванні яких галій приймає активну участь, не проявляються. Тобто в шарі, з якого реєструвалась люмінесценція концентрація центрів світіння, утворених за участю галію, не перевищує мінімальну (10^{17} см$^{-3}$), яку можна реєструвати за допомогою люмінесцентних методів [2]. Наступна пасивація відпалених зразків призводить до змін люминесцентних характеристик, в спектрі ФЛ домінує смуга обумовлена присутністю Ga в сульфіді цинку. Припустивши, що Ga проник як мінімум в середину шару з якого реєструвалася ФЛ, можна якісно оцінити підвищення ефективності процесу дифузії.

Проведемо розрахунок профілю розподілу Ga в ZnS в обох випадках, до доступу та після достуту атмосфери до зразків. В нашому випадку задачу визначення профілю розподілу домішки можна звести до лінійної

(D=const) задачі дифузії домішки в напівнескінченний зразок [3]. Диференціальне представлення даної задачі має вигляд

$$\frac{\partial}{\partial t}c(x,t) = D\frac{\partial^2}{\partial x^2}c(x,t) + \delta(x) f(x), \qquad x \ge 0, \quad t \ge 0 \tag{1}$$

де $c(x,t)$ – концентрація домішки на відстані x від межі в момент часу t (координата межі x=0), $f(t)$ – потужність джерела домішки на поверхні зразка (x=0), тобто кількість домішки, що поступає в матрицю через одиничну площадку поверхні за одиницю часу; $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака. Загальний розвязок (1), як правило, представляють в вигляді:

$$c(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi D}}\int_0^t \frac{f(t)}{\sqrt{t-\tau}}\exp\left[-\frac{x^2}{4D(t-\tau)}\right]d\tau, \quad x \ge 0, \quad t \ge 0 \tag{2}$$

Враховуючи, що дифузія відбувається з газової фази, ємність шару-джерела домішки (кількість атомів дифузанта в джерелі) Q набагато більше, ніж кількість атомів, що проникли в зразок під час дифузійного відпалу, тобто Q = *const*. Таким чином, потужність джерела можна представити в вигляді

$$f(t) = \alpha Q_0 \eta(t), \tag{3}$$

де $\alpha = 1/\theta$, θ - характерний час дисоціації (активації) атомів Ga в шарі-джерелі, що приходиться на одиницю площі поверхні зразка; $\eta(t)$ - безрозмірний параметр, який враховує «долю вільних місць» для атомів Ga в приповерхневому шарі зразка

$$\eta(t) = 1 - c(0,t)/c^*, \tag{4}$$

де $c(0,t)$ - реальна концентрація розчинених атомів в приповерхневому шарі зразка до моменту часу t; c^* - межа розчинності дифузанта в матриці.

Після визначення $c(0,t)$ з загального розвязку (2) при x=0 и з врахуванням рівнянь (3) та (4), вираз для визначення функції $f(t)$ приймає вигляд лінійного інтегрального рівняння Вольтера 2-го роду з ядром в вигляді згортки [3]

$$f(t) = \alpha Q_0\left[1 - \frac{1}{\sqrt{\pi D}c^*}\int_0^t \frac{f(t)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau\right]. \tag{5}$$

Розвязок рівняння (5) можна отримати методом перетворень Лапласа

$$f(t) = \alpha Q_0 \exp(\xi^2 t) erfc(\xi\sqrt{t}) \tag{6}$$

де $\xi = \alpha Q_0 / c^* \sqrt{D}$ - параметр, що має розмірність [$t^{-1/2}$], $erfc(\xi\sqrt{t})$ - інтеграл ймовірності.

Підставляючи $f(t)$ у формі (6) в вираз (1) при x=0, отримаємо залежність концентрації домішки в «нульовому» шарі, тобто на поверхні x=0 від часу

$$c(0,t) = c^*(1 - \exp(\xi^2 t) erfc(\xi\sqrt{t})) \tag{7}$$

Аналіз (7) показує, що на раніх стадіях процесу дифузії, коли наявність домішки в приповерхневих шарах матриці ще не чинить «запираючого» ефекту на проникнення домішки в матрицю, тобто при $\xi^2 t << 1$, функцію c(0, t) можна представити в вигляді

$$c(0,t) \approx \alpha Q_0 \sqrt{\frac{2t}{\pi D}}. \tag{8}$$

Залежність (8) характерна для випадку, коли на поверхні матриці діє постійне джелело домішки потужністю αQ_0 (джерело з необмеженою ємністю).

Зі збільшенням часу починає проявлятися ефект наявності межі розчинності (із-за накопичення домішки в матриці), що зовні проявляється як послаблення потужності джерела домішки на поверхні зразка.

Тому при великих значеннях часу $\xi^2 t >> 1$ з розкладу функції $erfc(\xi\sqrt{t})$ отримаємо

$$c(0,t) \approx c^* \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\pi \xi^2 t}}\right), \tag{9}$$

тобто концентрація домішки в приповерхневих областях матриці прямує до граничного значення c^*.

Вираз для профілю концентрації $c(x,t)$ отримується підстановкою співвідношення (6) в загальний розвязок дифузійної задачі (2)

$$c(x,t) = c^* erfc(z)\left[1 - \frac{\Phi(z + \xi\sqrt{t})}{\Phi(z)}\right], \quad x \ge 0, t \ge 0, \tag{10}$$

де

$$\Phi(z) = erfc(z)\exp(z^2), \tag{11}$$

$$z = x/(2\sqrt{Dt}). \tag{12}$$

Функція $\Phi(z)$ монотонно спадає (при $z \ge 0$): $\Phi(0)=1$, $\Phi(z \to \infty)=0$.

При накладанні обмеження на протікання дифузії

$t >> \max\left\{\xi^{-2}, x/\left(2\sqrt{D}\xi\right)\right\}$, вираз (10) спрощується $c(x,t) \approx c^{*} erfc(z)$, $x \geq 0, t \geq 0$ та набуває форму концентраційного профілю, характерного для дифузійної задачі при умові, коли на межі матриці підтримується постійна концентрація домішки $c(0,t) = c^{*}$.

При розрахунку були використані значения коефіцієнта дифузії галію в ZnS D~$1{,}5 \cdot 10^{-9}$ см^2/с та граничної розчинності галію в матриці ZnS $c^{*} = 2{,}5 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$, отримані з літературних даних для температури ~600^0C [4].

Товщина шару гексагонального ZnS, який поглинає падаюче випромінювання з довжигою хвилі 337,1 нм оцінювалась наступним чином. Інтенсивність світлової хвилі в речовині визначається за законом [4]

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \tag{13}$$

де I_o - інтенсивність падаючого світла; α - коефіцієнт поглинання світла речовиною. Товщина шару виначалась за формулою

$$x_c = \frac{1}{\alpha} \quad . \tag{14}$$

Коефіцієнт поглинання повязаний з уявною частиною показника заломлення світла в речовині співвідношенням

$$\alpha = \frac{4\pi k}{\lambda}, \tag{15}$$

де k - уявна частина показника заломлення; λ - довжина хвилі падаючого світла.

Знаючи значення для дійсної ε' та уявної ε'' частини діэлектричної проникності, які для гексагонального ZnS складають $\varepsilon' = 5{,}07$ и $\varepsilon'' = 8{,}3$ [4, 5] та розвязавши систему рівнянь

$$\varepsilon' = n^2 - k^2 \tag{16}$$

$$\varepsilon'' = 2nk,$$

відносно n та k, де n - дісна частина показника заломлення, було визначено числове значення дійсної та уявної частини показника заломлення для гексагонального ZnS: $n \approx 2{,}72$; $k \approx 1{,}53$. Оскільки при збудженні люмінесценції ZnS використовується випромінювання ультрафіолетового лазера з довжиною хвилі λ=337,1 нм, то значення товщиги шару, яким поглинається випромінювання складає $x_c \approx 70$ nm.

Графічне представлення результатів розрахунку профілю розподілу домішки галію в сульфіді цинку представлено на рис. 1, 2.

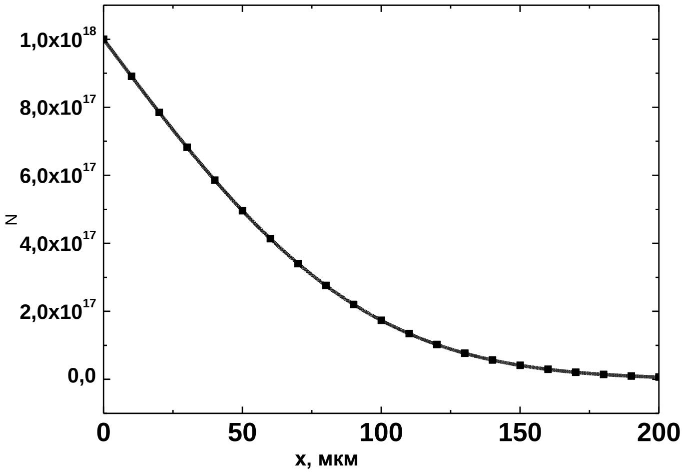


Рис 1. Профіль розподілу домішкових центрів за участю галію в ZnS після вільного доступу атмосфери до порошків, які були відпалені в присутності Ga

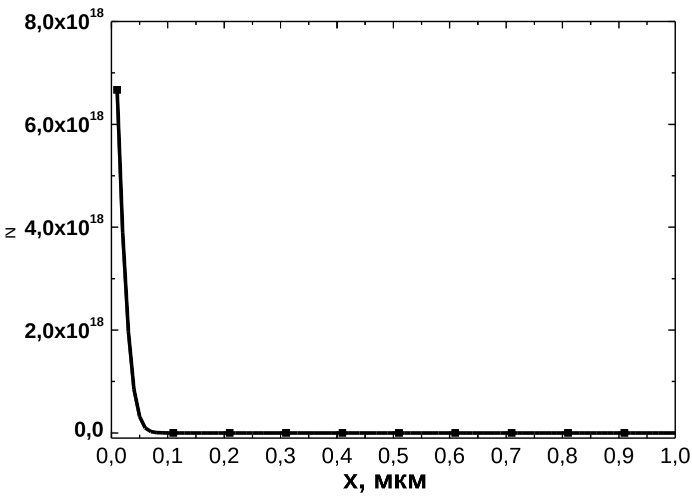


Рис 2. Профіль розподілу домішкових центрів за участю галію в ZnS до вільного доступу атмосфери до порошків, які були відпалені в присутності Ga.

Як видно з рис. 2. форма отриманого концентраційного профілю вказує на те, що основна кількість атомів галію, до пасивації зосереджена в приповерхневій області товщиною близько 1 нм. Також показано, що наступний доступ атмосфери до зразків призводить до підвищення ефективності дифузії атомів Ga в обєм ZnS (рис. 1). Отримані розрахункові результати добре узгоджуються з експериментальними даними. Згідно отриманих нами експериментальних даних термічний відпал порошку сульфіду цинку з металічним галієм призводить тільки до розгарання люмінесценції, яка обумовлена кисневими центрами. Відсутність в спектрі ФЛ смуг, які обумовлені участю іонів галію в випромінювальній рекомбінації свідчить про дуже низьку концентрацію Ga в обємі ZnS. Наступна атмосферна пасивація поверхні ZnS, відпаленого разом з Ga призводить до сутєвих змін спектральних характеристик. В спектрі ФЛ домінує смуга обумовлена випромінювальними центрами в склад яких входять атоми Ga [1, 5].

Таким чином, проведені розрахунки профілю розподілу домішкових центрів дозволяють оцінити концентрацію Ga в ZnS для випадку їх спільного відпалу без пасивації та з наступною пасивацією в атмосфері, яка містить кисень.

Список використаних джерел:

1. Бачериков Ю.Ю. Некоторые особенности диффузии Ga в порошках ZnS / Ю.Ю. Бачериков, И.П. Ворона, С.В. Оптасюк, В.Е. Родионов, А.А. Стадник // ФТП. – 2004. – Т. 38, № 9. – С. 1025-1029.

2. Пека Г.Г. Люминесцентные методы контроля параметров полупроводниковых материалов и приборов / Пека Г.Г., Коваленко В.Ф., Куценко В.Н. – К.: Техніка, 1986. – 152 с.

3. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции / Арсенин В.Я. – М.: Наука, 1984. – 384 с.

4. Морозова Н.К. Сульфид цинка. Получение и оптические свойства / Н.К. Морозова, В.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1987. – 200 с.

5. Авен М. Физика и химия соединений A^2B^6 / М. Авен, Д.С. Пренер; пер с англ., под ред. С.А. Медведєва. – М.: Мир, 1970. – 624 с.

For the estimation of localization area of admixture of Ga in ZnS before and after passivation in the atmosphere calculations of admixture distribution profile in the matrix were performed. Calculations showed that before passivation main quantity of gallium atoms concentrated in a near-surface region. Also shown that the passivation of ZnS surface after thermal doping leads to increase in the efficiency of diffusion of Ga atoms in ZnS.

***Key words**: gallium, пасивація, atmosphere, diffusion, thermal alloying.*

УДК 373:53(07)

О.М.Павлюк, аспірант

ФІЗИЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ ЯК ЗАСІБ ТВОРЧОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ УЧНІВ

У статті пропонується використовувати пошуково-креативне навчання учнів фізики в навчально-виховному процесі за допомогою домашнього експерименту.

Ключові слова: *пошуково-креативне навчання, фізичний експеримент, навчально-виховний процес, фізика, домашній експеримент.*

Сучасна парадигма гуманістичної освіти базується на ідеї самоцінності особистості, її духовності та здатності до самореалізації, забезпечені умов саморозкриття, активного засвоєння способів пізнавальної діяльності; в основі гуманізації освіти лежить істина, за якою «людина є мірилом всіх речей», найвища соціальна цінність, альфа і омега суспільного прогресу, його умова, сенс, рушійна сила і результат. Навчальний процес з фізики потребує змін не тільки в стандартах, змісті освіти, але й технологіях реалізації освітнього процесу, вимагає використання інноваційних, гуманістичних технологій, методів навчання, зокрема особистісно-орієнтованих технологій та інформаційно-комунікативних технологій, які все частіше застосовують для вдосконалення навчального процесу з фізики [1].

В умовах науково-технічного прогресу й переходу до нового змісту освіти, тобто до пошуково-креативного навчання, помітно зростає роль експериментальної діяльності в навчально-виховному процесі. Система демонстраційних, фронтальних і домашніх дослідів, експериментальних завдань, лабораторних робіт та практикуму сприяє глибокому й всебічному засвоєнню програмного матеріалу, допомагає ознайомитись з принципами вимірювання величин, оволодіти способами та технікою вимірювань, обробки та інтерпретації їх результатів. Виконуючи експериментальні завдання, учні застосовують певні уміння. У кожному з цих випадок набір цих умінь конкретний. Тому основне завдання вчителя поставити підсильні завдання кожному учню. Коли це так, то виникає зацікавленість і з певного моменту учень починає працювати самостійно [4].

Фізичний експеримент включає демонстраційні досліди, фронтальний експеримент, експериментальні задачі, фізичний практикум і домашні досліди та спостереження [3].

Кожна людина в процесі діяльності прагне розкрити свій особистий потенціал, що дала йому природа, необхідно лише допомогти їй, створивши необхідні умови. Активність дитини виявляється здебільшого у таких напрямках: пристосуванні до вимог дорослих, які створюють для неї нормативні ситуації та креативність, що дозволяє їй постійно шукати свої шляхи виходу з ситуацій за допомогою знань та способів дій, які вже є в індивідуальному досвіді. Особистісно орієнтоване навчання базується на положенні про те, що лише особистісно значущі поняття засвоюються учнями і знання, які не стають для учня особистісним досі будуть для нього формальними [2].

Учень дивиться на оточуючий світ, спирається на суб'єктивний досвід. В традиційній методиці особистий досвід здебільшого ігнорується, він сприймається як такий, що не відповідає вимогам навчання. Знаючи це перше, що необхідно зробити при впровадженні нової системи навчання, це виявити суб'єктивний досвід учня, а тоді вже, спираючись на нього, формувати нові уміння.

Об'єктивною реальністю є те, що особистісний підхід у навчанні забезпечується диференційованим підходом. За допомогою діагностичних завдань виявляємо індивідуальні особливості дитини, а потім за допомогою диференційованих форм навчання створюємо найбільш сприятливі умови розвитку експериментаторських нахилів. Приділяємо увагу активній особистості та інтелектуальній взаємодії учасників педагогічного процесу. При цьому стимулюється самоаналіз та адекватна самооцінка результатів діяльності учня.

Очевидно, що перелік та зміст експериментальних завдань з фізики потребують значної модернізації в плані відтворення ширшого кола питань курсу та прикладного матеріалу, забезпечення достатньої кількості варіантів завдань, відповідно рівню сучасного розвитку науково-технічного прогресу та нашого суспільства.

Якщо в традиційній освіті йдеться про розвиток інтелекту, мислення, то особистістю орієнтована освіта акцентує увагу на розвитку ціннісно-смислової сфери людини, в якій проявляється її ставлення до дійсності, яку вони пізнають, переживають і усвідомлюють як цінність. Учень виступає в цьому процесі не лише суб'єктом навчання, а й життя. Тому його розвиток розглядається вже не в вузько-інтелектуальному, а в ціннісно-смисловому і діяльнісному плані. Саме тому на перший план знову ж виходить проблема розробки та впровадження в навчальну-пізнавальну діяльність критеріїв оцінювання цілісного особистісного розвитку учня.

Організоване таким чином особистістю орієнтоване навчання має сприяти саморозвитку особистості, допомогти пізнати себе, самовизначитись і самореалізуватись, що дасть можливість правильно зорієнтуватись і продуктивно будувати життя.

У процесі вивчення фізики доцільно застосовувати певну кількість дослідів, які учні виконують самостійно. Для різних концепцій вивчення фізики в сучасних умовах характерним є збільшення кількості таких дослідів, їх урізноманітнення, диференціювання в залежності від мети навчання тієї чи іншої групи тих, хто навчається.

Фізичний експеримент за своїм головним призначенням повинен бути джерелом одержання пізнавальної інформації. Проте у практиці роботи навіть сучасної школи домашній експеримент відійшов на задній план, віддаючи своє місце експерименту ілюстративному, репродуктивному за характером. Це стосується як демонстраційного експерименту так і фронтальних лабораторних робіт та робіт практикумів.

Для самостійних спостережень доцільно включати такі об'єкти і явища природи, які:

а) найбільш типово і яскраво відображають істотні сторони місцевих природних умов;

б) доступні для систематичних і регулярних спостережень, тобто знаходяться недалеко від закладу чи в місцях, які часто відвідуються учнями;

в) мають тісний зв'язок з навчальною програмою і можуть бути використані в навчальному процесі для формування основних фізичних понять, розвитку логічного мислення, пізнавальних інтересів, удосконалювання практичних навичок.

Роботи, які виконуються у відповідності з принципами дидактики, можна назвати дослідницькими тому, що учні, виконуючи їх, проходять через основні етапи методу наукового пізнання. Насамперед за допомогою викладача вони встановлюють об'єкт дослідження, з'ясовують зв'язок його з іншими фізичними явищами, законами, а також об'єктами навколишньої природи і місцевого виробництва. Використовуючи фізичні прилади й устаткування, багаторазово спостерігають об'єкт, проводять потрібні виміри і фіксують їхні результати, порівнюють і узагальнюють дані досліджень, установлюють функціональні залежності, впроваджують у практику навчального процесу узагальнені результати досліджень. Важливо, що процес проведення всіх видів досліджень і спостережень включає етапи:

а) уточнення поставленої мети;

б) проведення досліджень і спостережень;

в) обробку отриманих результатів.

Щоб успішно розвивати в учнів спостережливість і навички дослідження, викладач у своїй роботі повинний враховувати такі правила:

а) перед учнями необхідно ставити зрозумілу, чітку і посильну мету спостереження і дослідження;

б) успіх дослідження і спостереження залежить від загального розвитку особистості і запасу попередніх знань про даний об'єкт. Чим повніші знання, тим цінніші будуть дослідження і спостереження;

в) дослідження і спостереження повинні бути систематичними і планомірними;

г) виконуючи дослідницькі завдання, учень обов'язково має вести систематичні записи в зошиті і з отриманих даних робити висновки.

Для учнів, які проявляють підвищений інтерес до навчання і оперативно справляються з поставленими завданнями пропонуємо додаткові експериментальні завдання. Цільове призначення таких завдань полягає у наступному поглибленні рівня підготовки. Пропонується досить цікаві завдання для виконання.

Організація навчального процесу із залученням знань одержаних на уроках фізики, дозволяє при існуючому дефіциті навчального часу суттєво вплинути на хід і результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

Список викоританих джерел:

1. *Атаманчук П.С., Сосницька Н.Л.* Основи впровадження інноваційних технологій навчання фізиці: Навчальний посібник. – Кам'янець-Подільський: Абетка-НОВА, 2007. – 200 с.

2. *Атаманчук П.С., Мендерецький В.В.* Цільова програма як засіб планування елементів фахової підготовки майбутніх учителів фізики. - Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, інформаційно-видавничий відділ. 2006. - 108 с.

3. *Гайдучок Г.М., Нижник В.Г.* Фронтальний експеримент з фізики в 7-11 класах середньої школи: Посібник для вчителя. – К.: - Рад. шк., 1989. – 175 с.

4. *Мендерецький В.В.* Удосконалення експериментальної підготовки школярів в умовах особистісно орієнтованого навчання // Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського державного університету: Серія педагогічна: Методологічні принципи формування фізичних знань учнів і професійних якостей майбутніх вчителів фізики та астрономії. – Кам'янець-Подільський: КПДУ, інформаційно-видавничий відділ, 2003. – Вип. 9. – С. 148-150.

In the article is suggested to utilize the search-creative studies of students of physics in an educational process by a home experiment.

***Key words**: studies of searching пошуково-креативне, physical experiment, educational-educate process, physics, home experiment.*

УДК 854.365

О.О.Пильнюк, асистент

РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ І ПРОЕКЦІЙНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ НА УРОКАХ КРЕСЛЕННЯ

У статі розглядаються деякі аспекти використання спеціально розроблених вправ для розвитку просторової уяви і проекційного мислення учнів.

Ключові слова*: розвиток уяви мислення, вправи, форма розчленування, креслення*.

Серед основних вимов до знань і умінь учнів з креслення. Щільне місце належить вмінням виконувати графічні побудови. Зокрема на уроках креслення учні повинні опанувати раціональні прийоми побудови графічних зображень, та вміння організовувати графічний склад цих зображень. Такі вимоги цілком виправлені оскільки основним завданням викладача креслення є розвиток у учнів просторової уяви та формування технічного мислення.

Численними дослідженнями вчених, встановлено, що найбільше ефективними методами формування просторових уявлень є такі, які забезпечують поєднання сприйняття реальних предметів, практичної дії з ними і слова, що позначає їх.

З цього виходить, що для успішного розвитку просторових уявлень необхідно щонайменше три чинники; систематичний вклад матеріалу викладача (із залученням навчальної літератури); використання навчально – наочних засобів і практична робота учнів виконання вправ. Вправи при вивченні кресленні повинен бути наданий пріоритет.

Для успішного виконання вправ з креслення учень повинен мати просторову уяву, та створювати відповідні просторові уявлення.

Просторова уява – це діяльність, яка проявляється в процесі створення образів уяви.

Розрізняють відтворюючу і творчу уяву.

Методика викладання креслення рекомендує під час навчання учнів виконувати проекційні креслення, застосовувати ряд ефективних прийомів, серед яких є виконання креслень предметів з перетворенням їх форми. Цей прийом забезпечує розвиток і формування у учнів динамічних просторових уявлень та технічного мислення.

Перетворення форми предметів лежать в основі розмічання практичного виготовлення різних деталей, що має практичне значення в підготовці учнів.

Вправи на перетворення форми предметів зводяться до виконання креслення предметів в трьох проекціях з вилученням розміченої відповідними лініями його частини. Оскільки в завданнях для виконання вправ дається аксонометричне зображення предмета, то учні мають с початку уявити вигляд форми предмета після вилучення його частини, а вже потім відповідні вигляди.

Учні, які мають добре розвинену просторову уяву, відразу приступають до виконання креслення предмета в прямокутних проекціях, а інші спочатку мають «вирізати» показану лініями частину предмета безпосередньо в аксонометричному зображенні.

Аналізуючи зображення предмета, учні повинні намагатися уявити не тільки його перетворену просторову форму, а й логічний процес поступового перетворення форми предмета під час його виготовлення. Креслення починають виконувати з головного вигляду, а потім зображують вигляди з верху і з боку (зліва).

Значний ефект що до розвитку просторово – проекційного мисленню учнів та створення в них відповідних просторових уявлень дає розв'язання різних цікавих задач, кінцевим результатом яких є побудова прямокутних та аксо метричних проекційних зображень предметів.

Як правило в таких задачах задаються графічні параметри (умови), яким має відповідати сконструйований предмет. Цікаві задачі доцільно практикувати під час закріплення відповідного матеріалу або проведення позаурочної роботи з креслення (робота в предметному гуртку).

У плані розвитку просторового – проекційного мислення та створення просторових уявлень найскладнішою є тема «Перерізи і розрізи», Оскільки використання перерізів і розрізів у зображенні предметів пов'язано із значно складнішим, ніж при безпосередньому проекціюванні. У цьому разі учні у процесі просторового уявлення мають відтворювати не тільки певний вигляд предмета, а й додаткове зображення у вигляді розрізу чи перерізу.

Більшість предметів та деталей, що розглядаються в кресленні можна умовно розчленувати на відповідній геометричні тіла (паралелепіпед, призма, куб, циліндр, сфера піраміда тощо).

Таке умовне розчленування є дуже потрібним компонентом при читанні креслення у прямокутних проекцій. Щоб прочитати креслення предмета потрібно створити просторове уявлення про цей предмет! Якщо предмет має просту і звичну для учнів форм, то просторове уявлення може створювати без умовного розчленування цього предмета на окремі геометричні тіла. Проте, якщо предмет має складнішу форму то просторове уявлення про нього складається по етапно з розчленуванням його на окремі складові частини. Але якщо просторове уявлення про предмет підвищеної складності створено без розчленування, то наступні графічні операції і перетворення з цим предметом (побудова відповідних виглядів, розрізів перерізів та аксонометричних проекцій), виконувати без розчленування учнів вже не зможуть.

Тому основні програмні розділи з навчання виконання креслень починаються із ознайомлення з кресленнями основних геометричних тіл, а потім учні знаходять їх на зображуваних предметах за допомогою просторових уявлень.

Розвитку уявлень про геометричні тіла ті їх зображення підпорядкуванні також вправи на читання проекцій групи геометричних тіл. Ці вправи корисні тим, що наближають учнів до вивчення зображень предметів складної форми, в яких осі симетрії геометричних тіл не збігаються і проекціях цих тіл перекривають одна одну, що крім уявлень потребує також проекційного мислення, при виконанні прав.

От же розвиток просторових уявлень і формування у учнів проекційного мислення дають змогу успішно вивчати і розуміти умовності встановленні стандартами ЄСКД для виконання і оформлення креслень, розвивати мову учнів, навчати їх висловлювати уявлення про зображений предмет, виробляти в учнів певні методи, прийоми і послідовність виконання графічних робіт, формувати систему, дотримання якої полегшувало б послідовно і правильно не тільки виконувати креслення а також чітко їх читати.

Список використаних джерел:

1. Верхола А.П., Науменко В.Я., Мазур В.Г. Методика викладання креслення в школі: Посібник для вчителя. – К.: Радянська школа. - 1989. -С. 127.

2. Сидоренко В.П., Тохержевська Т.В. Графічна культура школярів // Трудова підготовка в закладах освіти. - 1998. – №2. - С. 37–39.

3. Сидоренко В.К. Креслення з'єднань деталей: Навчальний посібник. – К.: Вища школа. - 1993. - С. 149.

4. Чепок В.І. Розумовий розвиток школярів // Трудова підготовка в закладах освіти. – 1998. – №2. – С. 21–24.

5. Чепок В.І., Дубовик Л.П. Розвиток в учнів сприйняття простору у процесі навчально виробничої діяльності // Педагогічні науки. – 2002. – №27. – С. 14–21.

6. Щетина Н.П. Графічна діяльність як засіб розумового розвитку учнів VII – IX класів на уроках креслння (Методичні аспекти). - Київ, 2001. – С. 239.

In the floor some aspects of the use of the specially developed exercises are examined for development of spatial imagination and projection thought of students.

***Key words**: development of imagination of thought, exercise, form of розчленування, draft.*

УДК 681.3

Г.О.Пономаренко, асистент

РОЗВ'ЯЗАННЯ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ КОМБІНАТОРИКИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ LINQ У МОВІ ПРОГРАМУВАННЯ C#

У статті розглядається розв'язання однієї із задач комбінаторики з використанням технології LINQ у мові програмування C#.

Ключові слова: *LINQ, мова C#.*

Language Integrated Query (LINQ) є набором розширень для мов C# 3.0 і Visual Basic .NET 9.0.

Для кращої інтеграції LINQ з C#, в мову C# було внесено зміни, тобто додано спеціально призначені для підтримки LINQ нові засоби. Доповненнями до мови стали лямбда-вирази, дерева виразів, ключове слово var, ініціалізація об'єктів, колекцій та анонімних типів, методи розширення, часткові методи, вирази запитів.

LINQ дозволяє вирішити наступні завдання:

- уніфікувати механізм запитів до різних об'єктів (об'єкти типу масивів, колекцій і т. п, що знаходяться в пам'яті, базам даних і XML-документам);
- інтегрувати засоби написання до вищезгаданих запитів безпосередньо в мову програмування.

Розглянемо прикладне застосування технології LINQ у вирішенні логічної задачі з комбінаторики.

Умова задачі наступна: знайти число, що складається з 9 цифр, причому цифри не повинні повторюватися. Дане число також повинно задовольняти наступні умови:

1. число повинно ділитися на 9;
2. якщо забрати справа останню цифру, то число повинно ділитися на 8;
3. якщо взяти новоутворене число і забрати справа останню цифру, то воно повинно ділитися на 7;
4. повторювати дію 3 до тих пір, поки не залишиться одна цифра.

Реалізація розв'язку даної задачі з використанням технології LINQ має наступний вигляд:

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Text;
namespace Combinatory
{
    class Program
    {
        static void Main(string[] args)
        {
            int[] oneToNine = new int[] { 1, 2, 3, 4, 
5, 6, 7, 8, 9 };

            var query =
                from i1 in oneToNine
                from i2 in oneToNine
                where i2 != i1
                  && (i1 * 10 + i2) % 2 == 0
                from i3 in oneToNine
```

```
                    where i3 != i2 && i3 != i1
                      && (i1 * 100 + i2 * 10 + i3) % 3 == 0
                    from i4 in oneToNine
                    where i4 != i3 && i4 != i2 && i4 != i1
                      && (i1 * 1000 + i2 * 100 + i3 * 10 +
i4) % 4 == 0
                    from i5 in oneToNine
                    where i5 != i4 && i5 != i3 && i5 != i2
&& i5 != i1
                      && (i1 * 10000 + i2 * 1000 + i3 * 100
+ i4 * 10 + i5) % 5 == 0
                    from i6 in oneToNine
                    where i6 != i5 && i6 != i4 && i6 != i3
&& i6 != i2 && i6 != i1
                      && (i1 * 100000 + i2 * 10000 + i3 *
1000 + i4 * 100 + i5 * 10 + i6) % 6 == 0
                    from i7 in oneToNine
                    where i7 != i6 && i7 != i5 && i7 != i4
&& i7 != i3 && i7 != i2 && i7 != i1
                      && (i1 * 1000000 + i2 * 100000 + i3 *
10000 + i4 * 1000 + i5 * 100 + i6 * 10 + i7) % 7 == 0
                    from i8 in oneToNine
                    where i8 != i7 && i8 != i6 && i8 != i5
&& i8 != i4 && i8 != i3 && i8 != i2 && i8 != i1
                      && (i1 * 10000000 + i2 * 1000000 + i3
* 100000 + i4 * 10000 +
                           i5 * 1000 + i6 * 100 + i7 * 10 +
i8) % 8 == 0
                    from i9 in oneToNine
                    where i9 != i8 && i9 != i7 && i9 != i6
&& i9 != i5 && i9 != i4 && i9 != i3 && i9 != i2 && i9 != i1
                    let number = i1 * 100000000 +
                                 i2 * 10000000 +
                                 i3 * 1000000 +
                                 i4 * 100000 +
                                 i5 * 10000 +
                                 i6 * 1000 +
                                 i7 * 100 +
                                 i8 * 10 +
                                 i9 * 1
                    where number % 9 == 0
                    select number;
                foreach (int n in query)
                    Console.WriteLine(n);
            }
        }
    }
```

Розв’язком даної задачі є число 381654729, тобто число, що задовольняє усі вищезгадані умови.

Застосування технології LINQ у мові програмування C# дозволяє легко та швидко реалізовувати вирішення прикладних задач комбінаторики.

Список використаних джерел:

1. Раттц-мл, Джозеф Ф. LINQ: язык интергрированных запросов в C# 2008 для профессионалов. — М.: ООО «Вильямс», 2008. — 560 с.

2. Федоров А. Microsoft Visual Studio 2008. Краткий обзор ключевых новинок. — BHV, 2008. — 176 с.

3. Федоров А. Microsoft Windows Server 2008. Краткий обзор ключевых новинок. — BHV, 2008. — 176 с.

In the article is examined the solving combinatory problems with LINQ.

***Key words**: LINQ, the C# language.*

УДК 378.016:53(043.3)

К.В.Резнічок, студент,
В.В. Мендерецький, доктор педагогічних наук**,** професор

ІСТОРИЧНІ АСПЕКТИ РОЗВИТКУ МЕТОДИКА ФІЗИКИ В УКРАЇНІ

У статті розглянуті шляхи для безпосереднього вивчення історії методики фізики у вітчизняній школі.

***Ключові слова**: виробництво, технологія, наука, функції, методи, методика, система навчання фізики.*

Серед навчальних предметів середньої школи фізика займає одне з провідних місць. Це є відображенням того об'єктивного загальновідомого факту, що фізика - основа сучасної техніки і багатьох сучасних виробництв та технологій.

Механізація виробництва і електроенергетика, нові матеріали і речовини, надточні вимірювання і фізичний неруйнуючий аналіз, ядерна технологія і енергетика, надточні технології - це далеко не повний перелік галузей сучасного виробництва, корені яких закладені в фізиці. Фізика розкриває загальні закони і закономірності природи, встановлює зв'язки між явищами природи, а спеціальні науки доводять їх до конкретного технологічного втілення.

Знання законів природи, які вивчає фізика, вміння пояснювати явища природи, вільно орієнтуватися в яскравій і швидкій круговерті природних явищах - невід'ємна ознака і риса сучасної освіченої людини. Це визначає не лише її фахову підготовку, не лише забезпечує активну участь в суспільному виробництві, але і визначає інтелектуальний рівень людини в суспільстві. Тож не дивно, що усі економічно розвинуті країни світу надають великої уваги вдосконаленню системи фізичної освіти.

Значення фізики в суспільному виробництві і науці відображено в навчальному плані середньої школи. Вона серед природничих наук займає одне з провідних місць за кількістю годин, які відводяться на її вивчення.

На фізику як навчальний предмет середньої школи покладено такі завдання: вивчення основ науки фізики; розвиток пізнавальних і розумових здібностей учнів; формування сучасного наукового світогляду; підготовка учнів до свідомого вибору професії; виховання учнів.

Функції навчального предмету фізики реалізуються в навчальному процесі, який визначається чотирма компонентами: зміст навчання; викладання; навчання; матеріальні засоби навчання.

Учитель є центральною фігурою в навчальному процесі з фізики. Він організовує, спрямовує і коригує навчальну роботу учнів. Для реалізації на практиці своїх функцій, він повинен мати певну систему умінь і навичок різнопланового характеру.

А саме: досконало знати фізику як науку, володіти методами фізики і знати перспективи її розвитку; уміти озброїти учнів визначеними програмою знаннями і навичками з фізики; володіти прийомами і методами організації класного колективу, реалізації завдань, які поставлені перед ними програмою.

Усі перелічені задачі в теоретичному плані розв'язуються педагогікою (зокрема, дидактикою) та психологією. Вивчення загальної фізики забезпечує спеціальну підготовку вчителя фізики. Перенесення психолого-педагогічної теорії навчання на навчальний процес з фізики здійснює методика навчання фізики. За влучним визначенням відомого фізика-методиста П.А.Знаменського "Предмет методики, викладання фізики - теорія і практика навчання основам фізики."

Останнім часом поступово входять у вжиток поняття дидактики фізики та технологій навчання фізики, що є наслідком суттєвих досягнень педагогічної науки.

Методика навчання фізики як педагогічна наука розв'язує задачі забезпечення високоефективного навчального процесу з фізики. Вона визначає: місце фізики в навчальному процесі середньої школи; зміст навчання фізики; структуру навчального процесу; шляхи, методи і засоби забезпечення високої ефективності навчального процесу з фізики. Крім досягнень фізики, педагогіки, психології, які є теоретичною основою методики фізики, вона використовує і результати своїх власних досліджень, які в багатьох випадках збагачують теоретичну базу педагогіки і психології.

Структура методики навчання фізики: загальні питання - зміст і послідовність вивчення фізики, виховання на уроках фізики, методи навчання фізики, сучасні технології в змісті шкільної фізики, активізація навчального процесу, організація позаурочної роботи і нові інформаційні технології в навчальному процесі тощо; методика вивчення окремих тем - зміст тем, послідовність вивчення, демонстраційний і лабораторний експеримент, задачі, екскурсії, графічна наочність, виховний аспект теми і т.п.; методика і техніка шкільного фізичного експерименту - зміст демонстрацій і лабораторних робіт та методика їх проведення, техніка відтворення дослідів, ефективності експерименту і т. п.

Необхідність розбудови нової школи у відповідності з Концепцією розвитку освіти в Україні та закону про освіту ставить перед методикою навчання фізики важливі, завдання: розробка нової, раціональнішої системи навчання фізики в умовах 12 - річної школи; пошук ефективніших методів навчання і контролю та оцінювання навчальних досягнень учнів; створення принципово нових, високоефективних підручників і методичних посібників; удосконалення матеріальної бази навчання фізики на основі досягнень науки, техніки та інформаційних технологій; створення нових, науково обґрунтованих наочних посібників, які відповідають вимогам сучасних інформаційних технологій.

Кожна наука, яка має право на існування, повинна мати перспективу свого розвитку. І ця перспектива повинна бути основана на об'єктивній основі. Таку основу може дати дослідження реального навчально-виховного процесу. У процесі розвитку методики фізики склалися специфічні методи дослідження. О.І.Бугайов поділяє їх на змістові і формалізовані.

Розглянемо змістові методи дослідження.

Педагогічні спостереження - збирання матеріалів наукового дослідження на основі збору даних з уроків, класів, виконання лабораторних та контрольних робіт і т. п.

Документальні спостереження - вивчення письмових матеріалів, щоденників, планів роботи, конспектів учителів, зошитів учнів, класних журналів і т.д.

Педагогічний експеримент - своєрідний навчальний процес, організований так, щоб можна було спостерігати педагогічні явища в контрольованих умовах.

Основні ознаки педагогічного експерименту, які одночасно становлять і його суть:

• внесення в навчальний процес певних змін у відповідності з планом і гіпотезою дослідження;

• створення умов, у яких можна найбільш яскраво бачити зв'язки між різними сторонами навчального процесу;

• облік результатів навчального процесу і формулювання остаточних висновків.

Тест успішності - сукупність спеціально підібраних завдань, які передбачають оцінювання знань учнів за конкретними параметрами. Анкетування - з'ясування різних аспектів процесу навчання на основі відповідей самих учнів на поставлені перед ними питання.

Розглянемо формалізовані методи дослідження:

Теоретичний аналіз - визначення провідної ідеї і розробка гіпотези дослідження. Інструментами теоретичного аналізу є: структурно-логічний аналіз змісту і структури навчального процесу з огляду на існуючі зв'язки між окремими його частинами; статистичне оцінювання окремих явищ в навчанні, онтодидактичний аналіз, який спирається на процес генералізації знань, що виражається в її тенденції узагальнювати численні частковості універсальнішими законами.

Всю історію розвитку методики навчання фізики потрібно розглядати з точки зору зв'язку з розвитком суспільства та фізичної науки. Суспільний розвиток детермінує шляхи вдосконалення навчального процесу з фізики, а нові досягнення науки фізики визначають зміст шкільних навчальних програм.

Українська методика, розвиваючись багато в чому оригінальними шляхами, зазнала впливів сусідніх педагогічних і методичних шкіл. Значний час вона розвивалась як частина методичної науки Росії та Радянського Союзу, співпрацюючи з методичними школами інших зарубіжних країн.

Можна виділити такі основні етапи розвитку вітчизняної методики навчання фізики:

1. Становлення шкільної фізики, як обов'язкової складової "частини шкільного навчального процесу.
2. Узагальнення одержаних результатів і становлення підвалин методики фізики як науки.
3. Становлення і розвиток системи фізичної освіти на наукових засадах.
4. Період реформаторських пошуків у вітчизняній методиці фізики.
5. Відновлення ідей класицизму в системі навчання фізики.
6. Інтеграція в світову систему навчання фізики.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С., Семерня О.М., ПоведаТ.П. Дидактичне забезпечення семінарських занять з курсу «Методика навчання фізики». Кам.-Под: КПНУ, 2010. – С.131-179.
2. Атаманчук П.С. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в основній школі: підручник для студентів вищих навчальних закладів / П.С.Атаманчук, О.І.Ляшенко, В.В.Мендерецький, О.М.Ніколаєв // Кам'янець-Под.: КПНУ імені Івана Огієнка, 2010. – 292 с: іл..
3. Атаманчук П.С. Нові інформаційні технології у розвитку лабораторного практикуму з фізики / П.С.Атаманчук. В.В.Мендерецький, С.І.Дмитрук. // Зб. наук. праць Уманського держ. пед. ун.-ту імені Павла Тичини. / Гол. ред. М.Т.Марти-нюк. – Умань: СПД Жовтий: Наук. світ, 2008. – Ч.2, - С. 24-29.
4. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти // Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки України. – 2004. – №1–2. – січень. – С. 5–60. – (Нормативний документ Міністерства освіти і науки України).
5. Мендерецький В.В. Психолого-педагогічні засади формування експериментальної компетентності школярів // В.В.Мендерецький, С.І.Дмитрук // Педагогічні науки та освіта: Збірник наукових праць Запорізького обласного інституту після-дипломної педагогічної освіти. – Вип. 5. – Запоріжжя: КЗ «ЗОІППО» ЗОР, 2009. – С. 40-51.
6. www.lib.ua-ru.net/diss/cont/109800.html
7. refs.uaclub.net
8. www.portalus.ru

In the articles considered ways are for the direct study of history of method of physics at domestic school.

***Key words**: production, technology, science, functions, methods, method, system of studies of physics.*

УДК 378.02:272.8

О.Б.Розумовська, старший викладач

СИСТЕМА ЗАДАЧ ПРАКТИЧНОГО ЗМІСТУ В КУРСІ ЕКОНОМІЧНОЇ ІНФОРМАТИКИ

У статті узагальнені окремі аспекти підбору задач практичного змісту при організації вивчення студентами економічного факультету дисципліни "Економічна інформатика" в умовах кредитно-модульної системи організації навчального процесу.

Ключові слова: *задача, економіка, інформатика.*

Дослідження більшості психологів та педагогів показали, що розв'язування задач є одним з потужних засобів оволодіння системою знань з того чи іншого предмету і в той же час сприяє розвитку самостійного творчого мислення. Процес засвоєння знань потрібно організовувати так, щоб тренувати не стільки пам'ять, скільки здатність розв'язувати задачі, що вимагають самостійного міркування. В системі задач особливе місце посідають задачі практичного характеру. З одного боку вони демонструють необхідність вивчення відповідної теорії. З іншого — можливість застосувати отримані знання для вирішення проблем професійної діяльності. Отримання навиків розв'язування задач практичного змісту з використанням відповідних програмних продуктів забезпечує формування професійних якостей майбутніх економістів.

Питанню розв'язування задач практичного змісту у навчальній діяльності присвячено значну кількість наукових праць. Значний внесок у дослідження цих проблем внесли науковці: А.М.Алексюк, Г.А.Балл, І.Я. Лернер, Н.Ф.Тализіна, В.І. Клочко та інші.

На сьогоднішній день особливу увагу звертають на формування системи завдань практичного змісту і їх розв'язання з використанням інформаційних технологій. Дедалі більша частина студентства має можливість користуватися різноманітними програмними засобами та мережевими технологіями.

Процес засвоєння знань потрібно організовувати так, щоб тренувати не стільки пам'ять, скільки здатність розв'язувати задачі, що вимагають самостійного міркування. Все людське пізнання є не що інше, як постійна постановка все нових і нових запитань та проблем. Ось що про це пише Н.Ф.Тализіна: "В практиці навчання знання переважно сприймаються як вміння відтворювати (переказувати) вивчені положення. Студент розказує прочитане в підручнику, почуте на лекціях і отримує за це оцінку. Такий підхід дуже глибоко увійшов в практику навчання, і тому часто не викликає сумнівів доцільність його використання як критерію знань. При цьому передбачається, що студент отримує знання наче б про запас і в майбутньому буде використовувати їх в міру необхідності. Однак коли така необхідність виникає, то часто виявляється, що в одних випадках знання забуті, а в інших – непотрібні: спеціаліст не здатний застосовувати їх. Про наявність знань треба судити не за вміння відтворювати їх, а за вміння застосовувати їх при розв'язанні тих задач, які для даного профілю спеціаліста типові" [5,с.7-8].

Результати цих досліджень дають підставу вважати, що вдало підібрана система задач не лише дає ґрунтовні знання з відповідної дисципліни, але й значним чином впливає на формування професійних якостей майбутніх фахівців.

Мета нашої роботи полягає в узагальнені окремих підбору задач практичного змісту при організації вивчення студентами економічного факультету дисципліни "Економічна інформатика" в умовах кредитно-модульної системи організації навчального процесу.

Для реалізації мети необхідно розв'язати такі завдання:

1. Розглянути підхід до формування системи задач, що можуть бути використані у вивчені економічної інформатики.
2. Розробити схему використання програмних засобів для розв'язування задач практичного змісту.
3. Розробити критерії оцінювання різних видів роботи згідно вимог КМСОНП.

Все людське життя на протязі віків складається з вирішення проблем та розв'язування задач. І тому у викладача інформатики є унікальна можливість привити студентам смак до процесу розв'язування задач, самостійного мислення, розвитку необхідних здібностей. "Значне наукове відкриття дає рішення значної проблеми, але і в розв'язанні будь-якої задачі присутня крупинка відкриття. Задача, яку ви розв'язуєте, може бути скромною, але якщо вона кидає виклик вашій допитливості та спонукає вас бути винахідливим і якщо ви розв'язуєте її власними силами, тоді ви зможете відчути напруження сил, що веде до відкриття та отримати насолоду від перемоги.

Такі емоції, що пережиті в сприйнятливому віці, можуть збудити смак до розумової роботи і на все життя залишити свій відбиток на розумі та характері" [4, с. 3].

На будь-якому етапі визначення інформатики розв'язування задач займає особливе місце. Історія свідчить, що інформатика як наука виникла, із задач і розвивається в основному для розв'язування прикладних задач. Така думка яскраво підтверджується схемою взаємозв'язку теорії з розв'язуванням задач, запропонованої Бевзом Г.П. [1, с.54]:

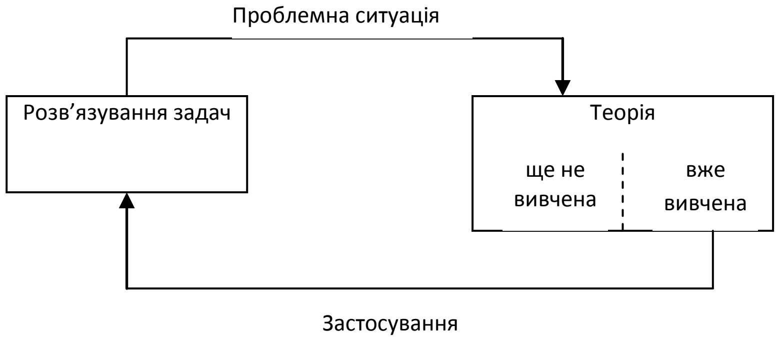


Рис.1

Як відомо, для одержання очікуваного ефекту у навчанні недостатньо розвивати в студентів вміння розв’язувати деякі окремі задачі. Навчальні задачі повинні складати певну систему, яка забезпечить органічний зв’язок з теоретичним матеріалом, оскільки останній глибоко усвідомлюється і міцно засвоюється саме в процесі розв’язування задач.

При вивченні теми "Системи обробки табличних даних" пропонується розпочати роботу з розгляду таких завдань:

1. **Товарний чек.** Підготувати товарний чек, де зафіксована купівля декількох найменувань (восьми-десяти) товарів. Вхідні дані: назва товару, ціна одиниці товару, кількість товару, сума за кожен вид товару, сума до сплати.
2. **Туристичні путівки.** Створити табличку, яка містить перелік можливих поїздок і їх ціну в доларах. Потрібно знайти вартість путівок в різних грошових одиницях згідно курсу валют. У виділених клітинах вказати формулу для обчислень.

	Курс долара:		7,95	0,78	25,6
	Країна	**Ціна в доларах**	**Ціна в гривнях**	**Ціна в євро**	**Ціна в рублях**
1	Англія	600			
2	Болгарія	250			
3	Бразилія	1100			
4	Канада	980			
5	Німеччина	570			
6	Франція	610			

3. **Вклади в банк.** Клієнт відкрив рахунок у банку на деяку суму під 12% річних. Яка сума буде на його рахунку через 10 років? Відобразити щорічні зміни на рахунку через 10 років? Відобразити щорічні зміни на рахунку у вигляді таблиці:

Нарахування % протягом 10 років

Рік	Сума	Приріст	Всього
…	…	…	…

Такого плану задачі формують розуміння суті електронних таблиць; типів даних, які можна використовувати в електронних таблицях; поняття абсолютної та відносної адресації. З іншого боку в студентів задіяні знання з економічних дисциплін.

На наступному етапі роботи прикладні задачі ускладнюються. Одним із варіантів таких задач можуть слугувати наступні:

1. **Вартість навчання**. Порахуйте вартість витрат університету на навчання студентів, виходячи з таких значень:

N – загальна кількість студентів

M – кількість іногородніх студентів

V – кількість викладачів

Комунальні послуги в університеті P1=(N+V)*7.08 грн.

Комунальні послуги в гуртожитку P1=M*30.43 грн.

Робота в комп'ютерному залі R1=(N+V)*2.03 грн.

Робота в бібліотеці R2=(N+V)*0.43 грн.

Харчування в їдальні R3=(N-M+V)*15.33 грн.+M*22.36 грн.

Визначте вартість навчання одного студента.

2. **Витрати на весілля**. Знайдіть загальну вартість витрат на весілля за такими даними.

Витрата	Ціна, грн.	Кількість	Вартість
Запрошення (на 120 гостей)	1,2	120	
Оренда залу	300	1	
Святковий стіл (на 120)	46	120	
Відео зйомка	450	1	
Оренда авто (легков.)	180	3	
Оренда авто (автобус)	200	1	
Інше	800	1	
Загальна вартість			

3. **Затрати на навчальне приладдя.** Знайдіть загальну вартість витрат на навчальне приладдя.

4.

Витрата	Ціна, грн.	Кількість	Вартість
Підручник з геометрії	18	60	
Підручник з алгебри	12	60	
Підручник з історії	12	60	
Зошити	1	180	
Ручки	0,9	180	
Альбоми для малювання	1,1	60	
Футбольні м'ячі	35	3	

Скільки грошей мають заплатити батьки і адміністрація, якщо існує домовленість про навчання 60 осіб, а в наявності є тільки 50 (за 10 платить адміністрація, решта – батьки).

На завершення вивчення цієї теми студентам пропонується створити електронні таблиці, які здійснюють розрахунки заробітної плати, розрахунки витрат на відрядження та таке інше.

Досвід роботи вказує на те, що при використанні такого роду систем завдань в студентів значно зростає інтерес до економічної інформатики як науки, покращується розуміння економічних понять і термінів. А також формуються практичні навики використання прикладних програмних засобів в професійній діяльності.

Список використаних джерел:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. — К.: Вища школа, 1989. — 367 с.
2. Мамченко С.Д., Одинець В.А. Економічна інформатика: Практикум: Навч. посіб. — К.: Знання, 2008. — 710 с.
3. Мельникова О.П. Економічна інформатика: Навч. посіб. — К.: Центр учбової літератури, 2010. — 424 с.
4. Пойя Д. Как решать задачу. — Львов, журнал «Квантор», 1991. — 216 с.
5. Пути разработки профиля специалиста / Н.Ф.Талызина, Н.Г.Печенюк, Л.Б.Хихловский. — Саратов, Из-во Саратовского ун-та, 1987. — 176 с.

In the articles generalized separate aspects of підбору of tasks of practical maintenance are during organization of study of economic faculty of discipline students the "Economic informatics" in the conditions of the credit-module system of organization of educational process.

Key words: *task, economy, informatics.*

УДК 373.5.016:53

О.М.Семерня, кандидат педагогічних наук, доцент,
П.С.Атаманчук, доктор педагогічних наук, професор, академік АНВО України,
О.П.Гаврілова, студентка фізико-математичного факультету

АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ ОСОБИСТІСНИХ ЦІННОСТЕЙ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ВИВЧЕННІ ФІЗИКИ

У статті висвітлені основні дидактичні особливості формування учнівських компетенцій використанням завдань на формування цінностей у вивченні фізики.

Ключові слова: *цінності, якість фізичних знань, учнівські компетенції, управлінські впливи.*

У зв'язку із бурхливим розвитком освітянських процесів не аби якої актуальності набуває проблема формування особистісних цінностей тих, хто навчається: інтелектуальних, соціальних, матеріальних, ідейних, духовних, світоглядних тощо. Окремою проблемою є формування таких цінностей у підлітків – старшокласників, перед усім тому, що це майбутні фахівці й інтелектуальні носії української нації.

У вивченні фізики досить багато можливостей щодо виконати поставленого завдання: фізика - наука про природне; розвиває науковий стиль мислення, створює сучасну картину світу, формує науковий світогляд особистості, вибудовує якісні знання про закономірності в природі, про експериментальну й пошукову діяльність тощо. Все це є підґрунтям для оновлення й модернізації особистісних цінностей старшокласників у вивченні фізики.

Ще з еволюції філософських уявлень про цінності були закладені відношення людини до світу в дихотомії знання та цінностей. Так, в історичні часи принциповим поштовхом до розвитку теорії цінностей стала філософія раціоналізму (XVII ст.): питання про природу вихідних визначень буття, його підлеглість законам і раціональна пізнаваність світу.

Також у розвитку проблеми цінностей стала філософія І.Канта, вчення про регулятивні принципи практичного розуму. У працях учнів і послідовників Канта проблема цінностей набула вже самостійного значення. Аксіологічний напрям у філософії почав формуватись у другій половині XIX ст. в працях Г.Лотце, В.Віндельбанда, Г.Ріккерта.

Фундаментальною для теорії цінностей, у філософському трактуванні, - проблема природи, способу буття цінностей, їх способу функціонування в суспільстві.

XX ст.: розвиток теорії цінностей у контексті утворення власного світу, світу емоційних переживань, ціннісних образів: людина не об'єктивує, а суб'єктивує зовнішню дійсність, привласнюючи її, наділяючи людськими смислами, стверджуючи тотожність з собою. Тому, з філософської точки зору, цінністю є лише те, що усвідомлюється, переживається як цінність [9].

Актуальними проблемами навчання фізики у старших класах є небажання вчитися, пасивність мислення, невмотивованість до навчання дисципліни, недостатньо розвинена матеріальна база кабінетів фізики, необ’єктивне оцінювання рівня обізнаності учнів тощо.

Створення інноваційної системи навчально-пізнавального процесу з фізики, в основі якої лежить цілеспрямоване використання еталонних вимірників якості знань, прогнозуватиме результати діяльності, стимулюватиме розвиток якісних знань, формуватиме особистісні цінності, навчально-дослідні проекти, створюватиме діалогізми, навіюватиме творчість й активізує пізнавальну діяльність старшокласників у вивченні фізики.

З огляду на це, враховуючи власний педагогічний досвід [1-4, 7, 8], вважаємо, що для формування конкурентноздатної й активно мислячої творчої особистості, яка б могла розвиватись й бути корисною у економічно-гнучкій соціокультурній системі держави, підходить ціннісне наповнення старшокласників. Наприклад:

I. Взаємозв’язок і взаємообумовленість науки і культури.

II. Природничі науки в пізнавальній та перетворювальній діяльностях.

III. Взаємозв’язок природних наук і мистецтва.

IV. Історія природних наук як складова частина культури.

V. Наукова творчість; життя і діяльність великих учених.

VI. Природничо-наукове пізнання і проблема збереження культурної спадщини.

Так, зокрема, загальнокультурну складову (I) фізичної освіти в школах (коледжах і молодшому ступені вузівського навчання) взаємопов’язують із такими компонентами [1]:

1. Підстави природних наук: ідеали і норми дослідження, філософські уявлення, учення, доктрини, концептуальні підходи, наукові картини світу і їх зв’язок з культурою.
2. Пізнавальна діяльність суб’єкта пізнання, яка віддзеркалюється в змісті освіти; тип наукової раціональності, стиль мислення.
3. Фундаментальні природничо-наукові поняття як основні категорії культури. Ціннісні аспекти природничо-наукового знання.
4. Естетичні категорії і принцип краси в природних науках.
5. Еволюційно-синергетична парадигма як основа вивчення різноманітних явищ і процесів в різних областях людської діяльності; синергетика як об’єкт вивчення природних наук.
6. Методи природничо-наукового пізнання. Методи математичних, фізичних, хімічних, біологічних досліджень, проникнення в інших науковий області.
7. Наукова спадщина як феномен культури; діалог наукового і художнього пізнання.
8. Збереження культурної спадщини і природні науки.
9. Природні науки і мистецтво: їх взаємний вплив, природничо-наукові основи створення витворів мистецтва, аналіз витворів мистецтва

з погляду науки, віддзеркалення в сучасному мистецтві основних тенденцій і досягнень сучасної науки, з'єднання наукової і художньої проблематики в інтелектуальних продуктах.

10. Творча діяльність у області природних наук, її особливості; історія природничо-наукового пізнання як елемент історії науки і культури вцілому.

Із урахуванням аналізу філософської, культурологічної, природничо-наукової і психолого-педагогічної літератури [4-6, 9] визначимо основні блоки загальнокультурної складової проблемно-змістовного поля шкільного курсу фізики, яке формує у старшокласників цілісне уявлення про явища навколишнього світу шляхом аналізу і докладного вивчення взаємозв'язку науки, культури і мистецтва.

I. Культурно-світоглядний компонент змісту шкільного курсу фізики

А. Специфіка світу, в якому живе сучасна людина, найважливіші закономірності його розвитку. Особливості пізнання світу на різних етапах розвитку культури; наукова і художня творчість.

Б. Гнучкість і багатогранність мислення; класичні і некласичні стратегії мислення як досягнення світової культури.

В. Природничо-наукова і гуманітарна культури, єдність і цілісність; природничо-наукове і гуманітарне знання — взаємодоповнюючі частини єдиного цілого.

Г. Ціннісні відносини в науці, наука і загальнолюдські цінності.

Ґ. Соціокультурне значення науки; загальнокультурна цінність природничо-наукового знання.

Д. Природо доцільність як центр зростання і об'єднання світової культури.

Е. Основне поняття фізики (матерія, простір, час, взаємодія, а також відповідні математичні конструкти, традиційно вживані для їх опису) як універсальні категорії культури.

Є. Загальнонаукові принципи додаткової, відповідності причинності і симетрії в науці і культурі. Ідеї відносності і інваріантності, мінливості і збереження в природознавстві і культурі.

Ж. Наукова картина світу і культура. Синергетика. Відкриття дисипативних систем і процесів у них. Ідеї самоорганізації Фрактали. Наукові революції як моменти біфуркації. Зміна наукових картин світу і зміна парадигм. Еволюційно-синергетична парадигма.

Отже, формування особистісних цінностей старшокласників у вивчені фізики є багатоплановим процесом. Основні контекстні положення щодо створення і вибудовування світоглядних, пізнавальних, соціокультурних цінностей визначаємо такі: створення освітнього середовища, в якому взаємодіють об'єкт та предмет особистісно-ціннісної діяльності; цільова навчальна програма шкільного курсу фізики з акцентами ціннісних орієнтацій пізнавальної задачі; фізичні завдання еталонного змісту на формування особистісних цінностей старшокласників; управління особистісно-ціннісною діяльністю школярів; контроль рівня ціннісної обізнаності учнів (оперативний, поточний, тематичний, підсумковий); прогнозування проектно-ціннісного процесу тих, хто навчається (проекти, діалогізми, творчість).

Таблиця 1.

Цільова навчальна програма теми «Молекулярна фізика і термодинаміка» (10 клас; 24 години) за стандартами фізики для загальноосвітнього рівня

№ з/п	Зміст пізнавальної задачі	Ціннісна орієнтація пізнавальної задачі	Рівень засвоєння на початку теми	Рівень засвоєння в кінці теми
	МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА ВЛАСТИВОСТІ ГАЗІВ, РІДИН, ТВЕРДИХ ТІЛ (18 ГОДИН)			
1.	Термодинамічна система	Пізнавальна	РГ	НВ
2.	Основні положення МКТ	Світоглядна	ПВЗ	П
3.	Броунівський рух	Пізнавальна	РГ	ПВЗ
4.	Молекулярні сили	Пізнавальна	РГ	ПВЗ
5.	Ідеальний газ	Інтелектуальна	ЗЗ	ПВЗ
6.	Тиск газу	Пізнавальна	РГ	УЗЗ
7.	Закон Бойля-Маріотта	Інтелектуальна	РГ	УЗЗ
8.	Закон Шарля	Інтелектуальна	РГ	УЗЗ
9.	Закон Гей-Люссака	Інтелектуальна	РГ	УЗЗ
10.	Абсолютна температура	Світоглядна	ПВЗ	П
11.	Тепловий баланс	Інтелектуальна	ПВЗ	П
12.	Рівняння стану ідеального газу	Інтелектуальна	НС	УЗЗ
13.	Закон Дальтона	Інтелектуальна	ПВЗ	УЗЗ
14.	Закон Авогадро	Інтелектуальна	ПВЗ	УЗЗ
15.	Число Авогадро	Пізнавальна	ЗЗ	УЗЗ
16.	Основне рівняння МКТ	Інтелектуальна	ПВЗ	УЗЗ
17.	Середня швидкість молекул	Пізнавальна	ПВЗ	ПВЗ
18.	Газ у полі земного тяжіння	Пізнавальна	НС	РГ
19.	Властивості реальних газів	Пізнавальна	НС	РГ
20.	Властивості рідин	Пізнавальна	ПВЗ	ПВЗ
21.	Властивості твердих тіл	Пізнавальна	ПВЗ	ПВЗ
22.	Агрегатні стани речовини	Світоглядна	ПВЗ	П
23.	Пружність і міцність	Пізнавальна	ПВЗ	УЗЗ
24.	Властивості пари	Пізнавальна	ПВЗ	УЗЗ
	ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ (6 ГОДИН)			
25.	Внутрішня енергія термодинамічної системи	Пізнавальна	РГ	ПВЗ
26.	Теплова енергія системи	Пізнавальна	ПВЗ	УЗЗ
27.	Робота	Пізнавальна	ПВЗ	П
28.	Кількість теплоти	Пізнавальна	ПВЗ	П
29.	Перший закон термодинаміки	Світоглядна	ПВЗ	П
30.	Ізохорний процес	Пізнавальна	ПВЗ	УЗЗ
31.	Ізобарний процес	Пізнавальна	ПВЗ	УЗЗ
32.	Ізотермічний процес	Пізнавальна	ПВЗ	УЗЗ
33.	Адіабатичний процес	Пізнавальна	ПВЗ	УЗЗ
34.	Другий закон термодинаміки	Інтелектуальна	РГ	П
35.	Цикл Карно	Пізнавальна	ПВЗ	П
36.	Абсолютна термодинамічна температура	Пізнавальна	ПВЗ	П
37.	Ентропія	Інтелектуальна	НС	РГ
38.	Теплові машини	Соціокультурна	РГ	ПВЗ

Такими узагальненими результатами є освіченість, вихованість, розвиненість і світоглядна спрямованість старшокласника. Це дозволяє представити всю сукупність цілей навчання фізики як п’ятикомпонентну систему [4]: освітні, світоглядні, виховні, розвивальні та практичні.

Так, світоглядна спрямованість фізичної освіти вимагає:

1. Цілісного бачення предмету фізики на кожному етапі навчання поглибленням картини фізичної реальності від етапу до етапу.

2. Концентрації змісту на провідних концепціях і теоріях співвіднесених з картиною світу і методологією.

3. "Відповідності" особистості, її потребам: емоційній і інтелектуальній сферам, випереджаючи їх розвиток.

4. Віддзеркалення світоглядних ідей і виводів науки про природу, збагачення курсу матеріалом для вироблення узагальнень і навиків оцінки, орієнтації в ситуаціях альтернативного вибору.

На основі поставлених цілей створюємо відповідне до запиту освітнє середовище, у якому під впливом оптимальних умов формуються особистісні цінності тих, хто навчається.

На прикладі цільової навчальної програми [5] з акцентами ціннісних орієнтацій допомагаємо учню й учителю спроектувати подальшу пізнавальну активність у вивченні фізики.

Було б корисно систематизувати численні історичні спостереження і досліди, що входять у курс фізики середньої школи за їх функціональною ознакою — реалізація певного завдання і значення розвитку фізичної науки. Пропонуємо для розвитку ціннісних особливостей старшокласників таку класифікацію фундаментальних дослідів [5, 6] (*таблиця 2*).

Вивчення історичних дослідів відповідно до приведеної класифікації допомагає уникнути помилкового уявлення про однакове значення всіх історичних дослідів, дає можливість показати школярам коло завдань, які вирішує фізичний експеримент у науці, вибрати з великого числа дослідів, що відносяться до даної групи, найбільш характерні і важливі для навчально-пізнавального процесу.

Таблиця 2.

Класифікація фундаментальних дослідів

1.	Досліди, які стали початком нових розділів (напрямів) фізики (фундаментальні)	Дослід Ерстеда по відхиленню магнітної стрілки поблизу провідника із струмом; досліди Фарадея по електромагнітній індукції, досліди Бекереля по виявленню радіоактивності; досліди Резерфорда по розсіянню α-частинок тощо.
2.	Досліди, що дозволили відкрити окремі фізичні явища	Досліди Ньютона по дисперсії світла; досліди Юнга і Френеля по інтерференції світла; виявлення Герцом фотоефекту; досліди Резерфорда по перетворенню ядер; досліди Гана і Штрассмана по діленню важких ядер; досліди Черенкова-Вавілова по виявленню нового виду випромінювання тощо.
3.	Досліди, що дозволили встановити властивості та закономірності відкритих раніше явищ	Досліди Галілея по кінематиці рівноприскореного руху; досвід Бойля з газами; досвід Кулона за визначенням сили електростатичної взаємодії; досліди Джоуля-Ленца по тепловій дії струму; досліди Фарадея по електролізу; досліди Столєтова по фотоефекту; досліди подружжя Кюрі по вивченню властивостей радіоактивного випромінювання; досліди Іоффе по вивченню механічних властивостей твердих тіл тощо.
4.	Досліди, за допомогою яких була доведена справедливість фундаментальних теорій	Досліди Герца і Лебедева (теорії електромагнітного поля Максвела, що підтвердили справедливість); досліди Штерна і Перрена (що підтвердили справедливість молекулярно-кинетичної теорії); досліди Франка — Герца (що підтвердили атомну теорію Бору); досвід Комптона (підтвердив справедливість квантової теорії світла); досвід Девіссона—Джермера (що підтвердив ідею де Бройля про хвилеві властивості електрона) тощо.
5.	Досліди - “вирішальні експери-менти”, що остаточно відкину-ли або підтвердили справедли-вість теоретичного положення (гіпотези)	Досвід Паскаля по атмосферному тиску; досвід Ньютона з трубкою; досвід Фуко з маятником; досвід Фуко за визначенням швидкості світла в повітрі і воді; досвід Майкельсона-Морлі тощо.
6.	Досліди, в яких визначаються точні значення фізичних величин і сталих	Досвід Кавендиша за визначенням постійної Всесвітнього тяжіння; досліди Джоуля за визначенням точного значення механічного еквівалента теплоти; досліди за визначенням швидкості світла; досліди Міллікена по визначенню постійної Планка і заряду електрона та інші.
7.	Досліди і дослідження по створенню нових експеримен-тальних засобів і методів, нових матеріалів, технічному викорис-танню відкритих явищ	Досліди Вольта; досліди Якобі; досліди Фарадея; досліди Попова; створення камери Вільсона і лічильника Гейгера; створення уранового котла; створення прискорювачів елементарних частинок; досліди Басова і Прохорова тощо.

Наведемо приклади [2] фізичних завдань еталонного характеру, які сприяють формуванню у старшокласників ціннісних якостей учнівських компетенцій.

1 (РГ). Яка різниця між фізичним експериментом і технічним вимірюванням?

2 (РГ). Для чого в науці необхідна точність вимірювання?

3 (ПВЗ). У яких випадках точність вимірювання прискорення вільного падіння грає важливу роль, а в яких можна обмежитися її значенням 9,8 м/с^2?

4 (РГ). Які експериментальні факти свідчать про те, що в газах притягання молекул одна до одної слабке, а в рідинах достатньо сильне?

5 (РГ). Що мається на увазі під законом в науці (чому природа їм "підкоряється")? Приведіть приклади з курсу фізики.

6 (РГ). Чи відповідає постійність швидкості світла нашому "здоровому глузду"?

7 (ПВЗ). Який внесок в наші знання про вивчення світла внесли наступні експерименти: а) досліди Столєтова по фотоефекту; б) досліди Лєбєдєва; в) досліди Франка-Герца?

8 (РГ). У чому відмінність науки від марновірства?

9 (ПВЗ). Яке значення перший закон Ньютона має для класичної механіки? Чи можна без нього обійтися?

10 (ПВЗ). У законах руху Ньютона немає вказівок на індивідуальні властивості тіл: їх розміри, форму, колір і так далі. Чи можна зробити висновок, що ці закони недієві при описі руху реальних тіл?

11 (ПВЗ). Навіщо Галілею знадобилося "відокремити" опір повітря від сили тяжіння при розгляді падіння тіл? Чи можна нехтувати опором повітря при розгляді руху сучасних снарядів?

12 (ПВЗ). Г.Галілей за допомогою уявного експерименту зумів показати суперечність "закону" Аристотеля, згідно якому тіла падають на землю з швидкостями, пропорційними їх вазі (масі). Постарайтеся відтворити міркування Галілея, скориставшись трьома об'єктами "цеглинками" однакової маси.

13 (ПВЗ). У формулах і рівняннях фізики розмірності лівої і правої частин повинні бути однаковими. Покажіть на ряду прикладів справедливість цього твердження. Припустимо, що ви отримали формулу, у якої ліва і права частини мають різні розмірності. Який висновок ви зробите?

14 (ПВЗ). Чи завжди треба слідувати вислову Ньютона: "гіпотез не вигадую"?

15 (УЗЗ). За допомогою розрахунків покажіть, що в моделі ідеального газу можна нехтувати об'ємом молекул, а не їх поверхнею.

16 (ПВЗ). При вивченні електричного поля ми користуємося силовими лініями. Чи стикалися ви з подібною картиною в інших розділах фізики? Чи випадкова ця схожість?

17 (П). Безперервний зв'язок експерименту і теорії — кредо успішного розвитку фізики і науки загалом. Який з цих двох рівнів наукового пізнання грав би більшу роль у минулому і чому? Як про майбутнє?

18 (УЗЗ). Чи може теорія відкривати нові явища? Перерахуєте,

наприклад, окремі конкретні наслідки, які можна зробити із закону Всесвітнього тяжіння, не удаючись до експерименту.

20 (ПВЗ). Чи міститься в законі Всесвітнього тяжіння Ньютона пояснення походження і природи сил гравітації?

21 (УЗЗ). Опишіть відомі експерименти і запропонуйте свої власні, такі, що показують, що імпульс системи тіл при зіткненнях цих тіл зберігається.

22 (УЗЗ). Ви вивчаєте біологію і хімію. Порівняєте методи пізнання, які використовують ці науки, з методами, що використовуються у фізиці.

23 (УЗЗ). Чи можна на основі фізичних і хімічних законів вичерпно пояснити діяльність живого організму? Чи можна, додавши біологічні закони, пояснити життя людського суспільства?

Таблиця 3

Ілюстрація відповідності цілям-еталонам загальних ключових слів та завдань (пізнавальна задача “ІІІ закон Ньютона”)

ЕВЯЗ за параметром пристрасності	**Ключові слова (фрази), що можуть використовуватись для стимулювання розумових процесів**	**Приклади завдань (задач) до даної пізнавальної задачі**
НС	Спробуй навести аналогічний до попереднього приклад…; Вияви основну послідовність дій у продемонстрованому фізичному досліді; Повторюючи дії у попередньої задачі, розв’яжи подібну їй ...	Спробуй навести приклад, у якому розкривається зміст принципу “дія дорівнює протидії“ на основі пояснення нового матеріалу вчителем.
ПВЗ	На свій розсуд, поясни зміст …; Розбий на складові частини …, що наявні тут, на твою думку; Розкажи свої критичні зауваження; Продемонструй описане явище.	Самостійно продемонструй дослід, який розкриває зміст ІІІ закону Ньютона. Накресли рисунок та зобрази схематично сили, з якими два тіла діють одне на одне. Напиши висновок.
П	Як же бути, коли…; З точки зору…; Постановка задачі неправильна, оскільки…; Висловте свої ідеї щодо ...; Застосовуючи власні переконання щодо …, поясніть причини…; Як, на твою думку, можна застосувати явище … в побуті.	Білку з повними лапками горіхів посадили на гладкий горизонтальний стіл і штовхнули у напрямку до краю. Наближуючись до краю столу, білка відчула небезпеку: і ніби розуміючи закони руху Ньютона, уникнула падіння на підлогу. Яким чином?

Отже, дидактичне забезпечення уроків фізики завданнями на розвиток ціннісних характеристик старшокласників формує потенціал конкурентноздатної особистості сучасного соціуму.

Аналізуючи низку літературних джерел [4-6, 9], зазначаємо, що навчальний процес не може здійснюватись якісно без формування у його ході вищих мотивів-стимулів, які впливають позитивно на емоційний стан учня і спонукають його до досягнення поставленої навчальної мети.

Проілюструємо технологічні особливості використання ціннісних орієнтацій (за параметром пристрасності) у вивченні теми “ІІІ закон Ньютона”, (таблиця 3).

У поданій таблиці 3 розглядається взаємозв’язок використання еталонних вимірників якості знань із ключовими фразами, які відповідають змістові кожного з описаних еталонів (учителі досить часто використовують їх на інтуїтивному рівні, навіть не підозрюючи, що застосовують еталони навчання у своїй педагогічній діяльності). До кожного еталону також наведена задача, що визначає його головну функцію для такої пізнавальної задачі.

Висновок. Використання фізичних еталонних завдань ціннісно орієнтаційного змісту створює базу для розвитку конкурентоспроможної особистості відповідного освітньо-ціннісного середовища.

Подальший розвиток проблеми. Еталонні вимірники якості знань у формуванні ціннісних орієнтацій студентів з методики навчання фізики.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Методичні основи управління навчанням фізики: монографія / П.С. Атаманчук, О.М. Семерня.-Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський державний університет, інформаційно-видавничий відділ, 2005. - 196 с.

2. Атаманчук П.С. Дидактичне забезпечення семінарських занять з курсу «Методика навчання фізики» (загальні питання) : навчально-методичний посібник / П.С. Атаманчук, О.М. Семерня, Т.П. Поведа. — Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. — 392 с.

3. Атаманчук П.С., Семерня О.М. Формирование профессиональных компетентностей будущего учителя физики в аспекте согласования категорий количества и качества знаний // Стратегия развития образования: эффективность, инновации, качество / Материалы XIV научно-методической конференции, посвященной 55-летию МГУТУ (в трех частях). Часть I. // Тематическое приложение к журналу «Открытое образование». – М.: МГУТУ, 2008. – С. 379-384.

4. Атаманчук П.С., Самойленко П.И. Дидактика физики (основные аспекты), Монография. Московский государственный университет технологий и управления, РИО, 2006. - 245 с.

5. Голин Г.М. Вопросы методологии физики в курсе средней школы: Книга для учителя. — М.: Просвещение, 1987. — 127 с.

6. Мощанский В.Н. Формирование мировоззрения учащихся при изучении физики. — М.: Просвещение, 1989. — 192 с.

7. Семерня О.М. Методичні особливості вивчення фізики у 10-11 класах за умов стандартизації освіти // Зб. наук. праць К-ПНУ імені Івана Огієнка. Серія педагогічна. – К-П: К-ПНУ імені Івана Огієнка, 2009 – Вип. 15: Управління якістю підготовки майбутніх учителів фізики та трудового навчання. – С. 165-169.

8. Семерня О.М. Методичний аспект формування професійних компетенцій майбутнього вчителя-предметника засобами нових інформаційних технологій // Безперервна фізико-математична освіта: проблеми, пошуки, перспективи: Матеріали ІІ Всеукраїнської науково-практичної конференції. – Бердянськ: БДПУ, 2009. — С. 102-104.

9. Теорія та історія світової і вітчизняної культури. Курс лекцій. -Київ: Либідь, 1993. - 390 с.

In the articles lighted up basic didactics features of forming of student's jurisdictions by the use of tasks on forming of values in the study of physics.

Key words: *values, quality of physical knowledges, student's jurisdictions, administrative influences.*

УДК 004.627

О.В.Слободянюк, кандидат технічних наук

АЛГОРИТМ СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ МЕТОДУ 2D ДКП

У статті описується реалізація алгоритму дискретно-косинусного перетворення (ДКП) у середовищі MATLAB. Цей підхід використовується перш за все у стандартах JPEG та MPEG. Суть цього підходу заключається у видаленні значної кореляціїю між сусідніми елементами зображення. Мета даної статті – не поліпшити сам алгоритм ДКП, а розробити його реалізацію для середовища MATLAB. Метод, який запропонований в цій статті, дозволяє проводити обчислення компресії зображення майже у двісті разів швидше у порівнянні із класичним ДКП.

Ключові слова: *MATLAB, алгоритми стиснення зображень, 2D DCT, NRMSE.*

Типові статичні зображення містять області, де сусідні пікселі мають майже ті ж самі значення, тому просторова надлишковість в них значна. Для видалення надлишковості були розроблені різні методи (для стиснення з втратами і без втрат).

Один з методів із втратами відомий як JPEG, Joint Photographic Experts Group. Він відповідає міжнародним стандартам ISI/IEC 10928-1 і був затверджений членами Міжнародного союзу електрозв'язку (ITU) та Міжнародною організацією зі стандартизації (ISO).

В даній статті ми пропонуємо оптимізувати виконання в JPEG арифметичних операцій в середовищі MATLAB. Для оцінки результатів швидкодії обчислень запропонованим алгоритмом, ми використовували сім тестових зображень з різними розмірами та класами насиченості з відомого набору зображень Waterloo Color Set.

Згідно з алгоритмом стиснення JPEG, вихідне зображення ділиться на блоки розміром 8×8 і кожен блок перетворюється за допомогою ДКП. Кожен із 64 коефіцієнтів ДКП обчислюється за допомогою квантування і записується кодом змінної довжини. 2D fDCT (випереджаюче двовимірне дискретно-косинусне перетворення) визначається так [4] :

$$P_{u,v} = \frac{C_u \cdot C_v}{4} \cdot \sum_{x=0}^{7} \sum_{y=0}^{7} p_{x,y} \cdot D_{x,u} \cdot D_{y,v} \qquad (1)$$

де $P_{u,v}$ – 2D DCT коефіцієнт, *U, V* = 0,...,7, $p_{x,y}$ – інтенсивність елементу зображення і константи $C_0 = 2^{-1/2}$ та $C_k = 1$ для $k = 1, \ldots, 7$.

Задання базису ДКП визначається виразом

$$D_{a,b} = \cos\frac{(2a+1)b\pi}{16}\,, \qquad (2)$$

де параметри $a \in \{x, y\}$ та $b \in \{u, v\}$.

Аналогічно визначається обернене двовимірне дискретно-косинусне перетворення (2D iDCT):

$$p_{x,y} = \sum_{u=0}^{7}\sum_{v=0}^{7}\frac{C_u \cdot C_v}{4} \cdot P_{x,y} \cdot D_{x,u} \cdot D_{y,v} \qquad (3)$$

Ці перетворення легко реалізуються в середовищі MATLAB за допомогою декількох циклів. Далі наводяться вихідні коди з алгоритмами для стиснення зображень в MATLAB.

Суть реалізації кодування зображень полягає в тому, що перетворення проводиться над фрагментами зображень. Дані перетворення зручно проводити у середовищі MATLAB, оскільки вони використовують багато матричних операцій [3]. Обидві суми з (1, 3) можуть бути переписані за допомогою скалярного або матричного множення [3, 4]. Нижче наведено вихідний код головної функції кодера. Тестове зображення ділиться на блоки 8×8 і кожен блок множиться на ДКП в базисі mUX, mYV, які визначаються виразом (2), за допомогою розширення матриці mNORM, яка містить константи C_k. Потім, ДКП коефіцієнти квантуються по матриці квантування Qtab і зберігаються в файл за допомогою функції fout .

```
for i = 0 : (nbx – 1) / 8,
for j = 0 : (nby – 1) / 8,
block = img (i*8+1 : (i+1)*8,
j*8+1 : (j+1)*8) - 128 ;
coeff = mNORM .* (mUX * block * mYV) ;
coeff = round (coeff ./ Qtab) ;
store (coeff, fout) ;
end
end
```

Всі використані константи представлені у вигляді глобальних змінних і визначені в функції initCts. Змінна QtabJPEG визначає розмір кроку квантування для кожного з 64 коефіцієнтів ДКП. Вона задається у вигляді матриці квантування для яскравостей сигналів, що визначені у стандарті JPEG.

```
function initCts
global mUX, mYV, mNORM, QtabJPEG, zig
mUX = cos ([0:7]’ * (2*[0:7]+1) * pi/16) ;
mYV = cos ((2*[0:7]’+1) * [0:7] * pi/16) ;
mNORM = [1/2 ones(1,7) / sqrt(2);
ones(7,1) / sqrt(2) ones(7,7)] / 4 ;
QtabJPEG = [16 11 10 16 24 40 51 61;
            12 12 14 19 26 58 60 55;
            14 13 16 24 40 57 69 56;
            14 17 22 29 51 87 80 62;
            18 22 37 56 68 109 103 77;
            24 35 55 64 81 104 113 92;
            49 64 78 87 103 121 120 101;
            72 92 95 98 112 100 103 99];
zig =[ 1 9 2 3 10 17 25 18 ...
            11 4 5 12 19 26 33 41 ...
```

```
34 27 20 13 6 7 14 21 ...
28 35 42 49 57 50 43 36 ...
29 22 15 8 16 23 30 37 ...
44 51 58 59 52 45 38 31 ...
24 32 39 46 53 60 61 54 ...
47 40 48 55 62 63 56 64] ;
```

Остання змінна – це вектор під назвою zig розміром 1x64, який забезпечує порядок сканування всіх ДКП-коефіцієнтів. Ця послідовність відображена на рисунку 1 і називається зиг-заг скануванням. При цьому спочатку записуються коефіцієнти з низькими частотами, а потім з високими.

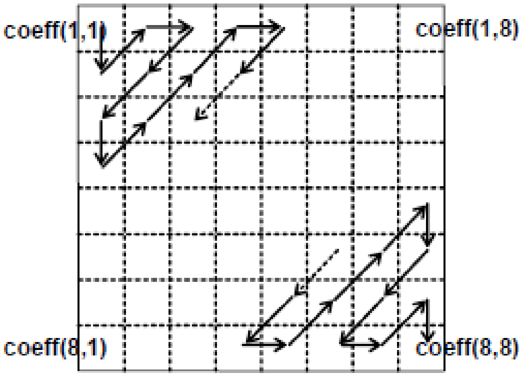


Рис. 1 – Напрямок зиг-заг сканування

У JPEG ступінь стиснення визначається добротністю. Зниження якості призводить до погіршення квантування, що приводить до збільшення коефіцієнту стиснення і зниження якості декодованого зображення. Таким чином, квантування матриці можна перерахувати по (4) або функцією QuantizeTab.

$$Qtab\_new = \left\lfloor \frac{QtabJPEG \cdot scal + 50}{100} \right\rfloor \qquad (4)$$

де $Qtab\_new = 5000/qf$ для $qf < 50$, $scal = 200 - 2 \cdot qf$ для $qf \geq 50$, добротність $qf \in [1,100]$ і дужки $\lfloor \ \rfloor$ задають операцію округлення вниз.

```
function [Qtab] = QuantizeTab(qf)
if (qf < 50)
scal = 5000 / qf ;
else
scal = 200 – qf * 2 ;
end
Qtab_new = floor (((QtabJPEG .* scal) + 50) / 100) ;
idz = find (Qtab_new <= 0) ;
```

```
Qtab_new (idz) = zeros (size(idz)) ;
idz = find (Qtab_new > 255) ;
Qtab_new (idz) = 255*ones (size(idz)) ;
Qtab = Qtab_new ;
```

Система стиснення на базі ДКП обмежується блоком сегментації вихідного зображення. Чим більший коефіцієнт стиснення, тим менша якість зображення. Кожен коефіцієнт записується кодом із змінною довжини у форматі [число нулів перед ненульовий коефіцієнтом, значення ненульового коефіцієнту] і зберігається у файлі.

```
function store(coeff, fout)
[Qtab, zig] = initCts ;
coeff_vector = coeff(:) ;
vector = coeff_vector (zig) ;
n = 0 ;
me = [vector(1)] ;
frafor j = 2 : 64,
if vector(j) ~= 0
frame = [frame n vectro(j)] ;
n = 0 ;
else
n = n + 1 ;
end
frame = [frame 0 0]' ;
fwrite (fout, frame, 'integer*1') ;
```

Остання частина кодування/декодування – це виконання зворотного ДКП. За аналогією з випереджаючим ДКП можна записати вихідний код наступним чином.

```
for = 0 : (nbx – 1) / 8, i for j = 0 : (nby – 1) / 8, end
_coeff = loadDCT (fin) ;
_coeff = _coeff .* Qtab ;
_block = (mYV*(mNORM.*_coeff)*mUX) ;
_img (i*8+1 : (i+1)*8, j*8+1 : (j+1)*8)= _block + 128 ;
end
end
```

Найважливішим аспектом в оцінці якості роботи методів стиснення є визначення кінцевої якості стиснення. Найчастіше оцінюється показник Нормалізованої міри середньоквадратичної помилки (Normalized Root Mean Square Error – NRMSE), яка задається виразом (5):

$$NRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{nbx-1}\sum_{j=0}^{nby-1}\left(p_{i,j} - \hat{p}_{i,j}\right)^2}{\sum_{i=0}^{nbx-1}\sum_{j=0}^{nby-1}\left(p_{i,j}\right)^2}} \qquad (5)$$

де $p_{i,j}$ – насиченість елемента вихідного зображення, а $\hat{p}_{i,j}$ – насиченість елемента декодованого зображення. Алгоритм реалізації оцінки міри середньоквадратичної помилки в MATLAB має наступний вигляд:

```
NUM = img - _img ;
NUM = NUM .^ 2 ;
```

```
num = sum (NUM(:)) ;
NRMSE = sqrt (num / sumsqr (img)) ;
```

Для оцінки швидкості стиснення зображеннь, ми використовували сім контрольних зображень (368×192, 512×512, 512×768, 576×720, 8 розрядів/піксель) з різними просторовими і частотними характеристиками з набору Waterloo Color Set: Barbara, Boat, Goldhill, Lena, Monarch, Sail та Spout.

Порівняння швидкості стиснення (fDCT) із класичним алгоритмом *Таблиця 1*

Ім'я файлу (*.bmp)	**Розмір**	**Кількість блоків 8x8**	**Час обробки немодифікованим алгоритмом, с**	**Час обробки модифікованим алгоритмом, с**
Barbara	576x720	6,480	159,875	0,890
Boat	512x512	4,096	100,875	0,531
Goldhill	512x768	6,480	159,547	0,891
Lena	512x768	4,096	101,234	0,515
Monarch	512x768	6,144	151,188	0,781
Sail	512x768	6,144	151,187	0,781
Spout	369x192	1,104	27,125	0,109

Алгоритм запропонований в п. 2.1 порівнюється з випереджаючим дискретно-косисусним перетворенням визначеним виразами (1) та (2). Час обчислення для обох підходів для різних зображень показуються в Таблиці 1 і були перевірені на ПК (AMD Athlon XP 2000, 512 МБ оперативної пам'яті, з WindowsXP) в MATLAB 6.5.

Як показано вище за оригінальний алгоритм значно відстає по часу обробки від запропонованого модифікованого алгоритму. Так час стиснення для розглянутих зображень майже у 200 разів менший за класичний алгоритм і дозволяє проводити копрессію зображень в режимі реального часу.

Список використаних джерел:

1. Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. - 384 с.
2. FRYZA, T. Two Dimensional Discrete Cosine Transform 2D-DCT. PhD course project. Dept. of Radio Electronics, Brno University of Technology (Czech Republic), 2003.
3. SAAVEDRA, E., GRAUEL, A., MORTON, D. Combined Methods for Image Compression. In Recent Advances in Intelligent Systems and Signal Processing. Kanoni (Greece), 2003, p.233 – 235.
4. WALLACE, G.K. The JPEG Still Picture Compression Standard. Communication of the ACM. 1991, vol. 34, no. 4, p. 30 – 44.

This paper describes implementation of the Discrete Cosine Transform (DCT) algorithm to MATLAB. This approach is used in JPEG or MPEG standards for instance. The substance of these specifications is to remove the considerable correlation between adjacent picture elements. The objective of this paper is not to improve the DCT algorithm it self, but to re-write it to the preferable version for MATLAB thus allows the enumeration with insignificant delay. The method proposed in this paper allows image compression calculation almost two hundred times faster compared with the DCT definition.

***Key words**: MATLAB, image compression algorithms, 2D DCT, NRMSE.*

УДК 37.091.33 – 028.22:51

Л.О.Сморжевський, кандидат педагогічних наук, професор,
Ю.Л.Сморжевський, кандидат педагогічних наук, старший викладач.

ПРО МЕТОДИКУ ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ФОРМУЛ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ В КУРСІ АЛГЕБРИ 7 КЛАСУ

У статті розкрито методику використання наочних посібників при вивченні формул скороченого множення на уроках алгебри 7 класу.

Ключові слова: *дидактичний принцип наочності, наочні посібники, види наочних посібників, формули скороченого множення.*

В останні десятиріччя постійне вдосконалення методів, засобів і форм організації навчання математики, насамперед відшукання шляхів підвищення ефективності уроку з математики, стало предметом особливої уваги з боку школи, вчителя, педагогічної та психологічної науки.

Ефективним, на нашу думку, слід вважати такий урок математики, побудова і проведення якого максимально сприяють досягненню поставлених перед уроком цілей. Ефективно проведений урок дає можливість вчителю досягти оптимальних результатів навчання.

Завдання підвищення ефективності уроків з математики вимагає від учителя вміння володіти методами, засобами і формами навчання, як традиційними, виробленими віковим досвідом вчителів і методистів, так і тими, які виникли і ввійшли в шкільну практику відносно недавно. Уміле володіння арсеналом педагогічного досвіду дасть можливість творчо використовувати існуючі шляхи підвищення ефективності уроків з математики, принципи дидактики, зокрема, принцип наочності.

Зауважимо, що наочність є важливим компонентом активізації пізнавальної і навчальної діяльності учнів. Ще античні греки зазначали, що наочність сприяє кращому запам'ятовуванню інформації і швидшому її відтворенню. Наочність допомагає сконцентрувати увагу учнів на головному, конкретному, що дає позитивні результати при перевірці знань. Також, говорячи про увагу, можна сказати, що використання наочності на уроках в школі сприяє виробленню в людини звички відшукувати головне в матеріалі, сприяє більш точній концентрації уваги на конкретній інформації [1].

В даний час середні загальноосвітні навчальні заклади перейшли на нову програму з математики [2] і нові підручники. На жаль, методика використання наочності на уроках математики застаріла, не відповідає ні діючій програмі, ні діючим підручникам з математики. Тому виникає необхідність у розробці цієї методики.

Розкриємо методику використання наочних посібників різних типів при вивченні формул скороченого множення на уроках алгебри 7 класу [3].

Вивівши з учнями формули квадрата суми і квадрата різниці двох виразів, вчитель проектує на дошку кодоплівку 1, яка дасть можливість учням не лише запам'ятати дані формули, але й словесне їх формулювання.

Кодоплівка 1

КВАДРАТ ДВОЧЛЕНА

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат суми двох виразів дорівнює квадрату першого виразу, плюс подвоєний добуток першого і другого виразів, плюс квадрат другого виразу.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Квадрат різниці двох виразів дорівнює квадрату першого виразу, мінус подвоєний добуток першого і другого виразів, плюс квадрат другого виразу.

Аналогічно, розглядаючи формули різниці квадратів двох виразів, суми і різниці кубів двох виразів, доцільно продемонструвати учням кодоплівки 2 і 3, які сприятимуть кращому засвоєнню цих формул.

Кодоплівка 2

РІЗНИЦЯ КВАДРАТІВ ДВОХ ВИРАЗІВ

Добуток різниці двох виразів і їх суми дорівнює різниці квадратів цих виразів: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Різниця квадратів двох виразів дорівнює добутку різниці цих виразів і їх суми: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Кодоплівка 3

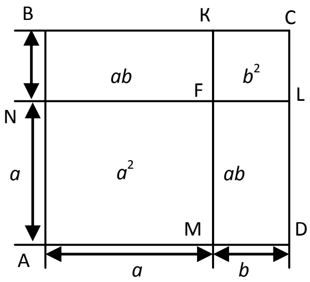
СУМА І РІЗНИЦЯ КУБІВ

Сума кубів двох виразів дорівнює добутку суми цих виразів і неповного квадрата їх різниці: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Різниця кубів двох виразів дорівнює добутку різниці цих виразів і неповного квадрата їх суми: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

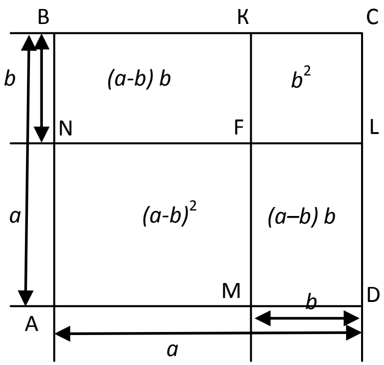
Крім того, варто дати геометричну ілюстрацію цих формул за допомогою таблиць 1–3, які переконують учнів у справедливості тотожностей скороченого множення.

Таблиця 1



$$S_{ABCD} = S_{ANFM} + S_{NBKF} + S_{MDLF} + S_{FKCL},$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

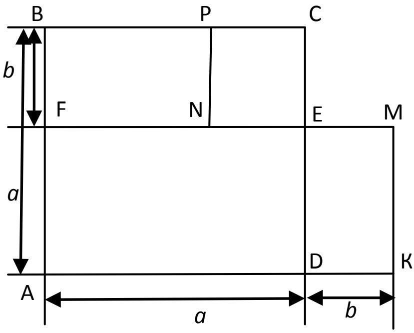
Таблиця 2



$$S_{ANFM} = S_{ABCD} - S_{NBKF} - S_{MFLD} - S_{FKCL},$$
$$(a-b)^2 = a^2 - (a-b)b - (a-b)b - b^2 =$$
$$= a^2 - ab + b^2 - ab + b^2 - b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Отже, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$

Таблиця 3



$S_{AFMK} = (a-b)(a+b)$.

Оскільки $S_{DEMK} = S_{BPNF} = (a-b)b$, то

$S_{AFMK} = S_{ABPNED} = S_{ABCD} - S_{PCEN} = a^2 - b^2$.

Тому, $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

Розв’язуючи вправи на закріплення формул скороченого множення, а також вправи на розкладання многочленів на множники з використанням цих формул, корисно продемонструвати в кабінеті математики таблицю 4.

Таблиця 4

ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$
$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Для формування умінь і навичок застосовувати формули скороченого множення варто пропонувати учням вправи на кодоплівці 4, наприклад:

Кодоплівка 4

Заповніть порожні клітинки так, щоб виконувалась рівність:

а) $(\square - \square)(\square + 2y^2) = 100x^6 - \square$;

б) $(1{,}2a^3 - \square)(1{,}2a^3 + \square) = \square - 0{,}01b^4$;

в) $64x^8 - 25y^6 = (8x^4 + \square)(\square - 5y^3)$;

г) $(\square - 3c)^2 = 16a^4 - 24a^2c + \square$.;

д) $\square + 48ac + 36c^2 = (\square + \square)^2$.

Учні по черзі виходять до дошки і розв’язують вправи з поясненнями. Далі вчитель на кодоплівці показує правильні відповіді і учні звіряють правильність розв'язання завдань. Така наочність дає можливість економити час і більш ефективно працювати учням на уроці.

Слід також показати учням використання формул скороченого множення для розв'язання текстових задач на складання рівнянь. Наприклад, пропонуючи класу задачу «Кожну сторону квадрата збільшили на 0,4 дм, тому його площа збільшилась на 80 см^2. Знайдіть площу більшого квадрата», проектуємо на дошку кодоплівку 5, на якій подано форму схематичного запису задачі.

Кодоплівка 5

	Була	Стала	Рівняння
Сторона квадрата			
Площа квадрата			

Проаналізувавши задачу, вибравши невідому і встановивши залежності між даними і шуканими величинами, учні заповнюють цю таблицю. Схематичний запис набере вигляду:

	Була	Стала	Рівняння
Сторона квадрата	x	$x + 4$	$(x + 4)^2 = x^2 + 80$
Площа квадрата	x^2	$(x + 4)^2$	

Розв'язуючи дане рівняння, учні одержують відповідь: 144 см^2.

Результати експериментального дослідження показують, що використання наведеної вище методики на уроках алгебри 7 класу активізує увагу учнів, підвищує їх інтерес до математики, а вчителю дає можливість зекономити час, за який вдається розв'язати більше задач.

Список використаних джерел:

1. Оборудование кабинета математики: Пособие для учителей / В.Г.Болтянский, М.Б.Волович, Э.Ю.Красс, Г.Г.Левитас. – 2-е изд., исп. и доп. – М.: Просвещение, 1981. – 191 с.

2. Математика. 5–12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Ірпінь, Перун, 2005. – 65 с.

3. Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П.Бевз, В.Г.Бевз. – К.: Зодіак – ЕКО, 2007. – 304 с.

In the article the method of the use of visual aids is exposed at the study of formulas of the brief multiplying by the lessons of algebra of a 7 class.

Key words: *didactics principle of evidentness, visual aids, types of visual aids, formula of brief increase.*

УДК 517.5

В.А.Сорич, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Н.М.Сорич, кандидат фізико-математичних наук, доцент

НАБЛИЖЕННЯ ДЕЯКИХ ЛІНІЙНИХ КОМБІНАЦІЙ ФУНКЦІЙ ТА ЇХ ПОХІДНИХ В СЕНСІ ВЕЙЛЯ-НАДЯ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИМИ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ ПОЛІНОМАМИ З ПАРНИМ ЧИСЛОМ ВУЗЛІВ НА ПЕРІОДІ

Одержано асимптотичні рівності для величини сумісного наближення лінійних комбінацій диференційовних по Вейлю-Надю функцій інтерполяційними многочленами.

Ключові слова: *Лінійна комбінація, інтерполяційний тригонометричний поліном, похідна в сенсі Вейля-Надя.*

Постановка задачі.

Нехай $f(\cdot)$ — 2π-періодична інтегровна на $(0;2\pi)$ функція $(f\epsilon L)$ і

$$S[f]=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos kx+b_k\sin kx) \quad (1)$$

— її ряд Фур'є.

Інтегралом Вейля-Надя функції $\varphi\epsilon L$ називають функцію $f(x)$, яку можна записати у вигляді

$$f(x)=I_{\beta}^{r}(\varphi;x)=\frac{a_0}{2}+\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\varphi(x+t)B_{\beta}^{r}(t)dt,$$

де $B_{\beta}^{r}(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right)}{k^r}$ — узагальнене ядро Бернуллі з параметрами $r>0$ і $\beta\in R$.

Множину всіх функцій, що подаються у вигляді (2) при $\varphi\epsilon L$, позначають через L_{β}^{r}; множину функцій, що подаються у вигляді (2) при $\varphi\epsilon\mathfrak{N}$, де $\mathfrak{N}$ — деяка підмножина із L, позначають через $L_{\beta}^{r}\mathfrak{N}$, інколи, у відповідності із традицією, замість L_{β}^{r} пишуть W_{β}^{r} (так що при $\mathfrak{N}=L$ $W_{\beta}^{r}L=W_{\beta}^{r}$).

При цьому функцію $\varphi(\cdot)$ в рівності (2) будемо називати (r,β)-ою похідною функції $f(\cdot)$ в сенсі Вейля-Надя та позначати $f_{\beta}^{(r)}(\cdot)$, при $r=\beta$ $f_{r}^{(r)}(\cdot)$ — (r,r) похідна, або ж просто r-та похідна функції $f(\cdot)$ в сенсі Вейля.

Через L_{∞} позначимо простір 2π — періодичних вимірних і суттєво обмежених функцій $f(x)$ із нормою $\|f\|_{L_\infty} = \|f\|_\infty = \operatorname*{ess\,sup}_x |f(x)|$; C — простір неперервних на всій дійсній осі 2π — періодичних функцій $f(x)$ із нормою $\|f\|_C = \max|f(x)|$; L — простір 2π — періодичних сумовних на $(0; 2\pi)$ функцій $f(x)$ із нормою $\|f\|_L = \|f\|_1 = \int_0^{2\pi}|f(x)|dx$. Одиничну кулю в просторі L_p $(p = 1, \infty)$ позначимо через $\mathcal{U}_p$, $\mathcal{U}_p = \{f : f \in L_p, \|f\|_p \le 1\}$, а також покладемо $W_\beta^r \mathcal{U}_p = W_{\beta,p}^r$ $(p = 1, \infty)$, $C_{\beta,p}^r = W_{\beta,p}^r \cap C$.

Найкраще наближення функції $f(t)$ за допомогою тригонометричних поліномів $t_{n-1}(t)$ порядку не вищого за $n-1$ у метриках просторів C i L будемо позначати відповідно через $E_n(f)_C$ і $E_n(f)_L$. Найкращим наближенням класів $W_{\beta,\infty}^r$ та $W_{\beta,1}^r$ називають величини

$$E_n\left(W_{\beta,\infty}^r\right)_C = \sup_{f \in W_{\beta,\infty}^r} E_n(f)_C = \sup_{f \in W_{\beta,\infty}^r} \inf_{t_{n-1}} \|f - t_{n-1}\|_C, \tag{3}$$

$$E_n\left(W_{\beta,1}^r\right)_L = \sup_{f \in W_{\beta,1}^r} E_n(f)_L = \sup_{f \in W_{\beta,1}^r} \inf_{t_{n-1}} \|f - t_{n-1}\|_L, \tag{4}$$

відповідно.

Якщо $f(x)$ — довільна 2π-періодична неперервна функція, то через $\tilde{S}_n(f; x)$ позначимо тригонометричний поліном степеня n, який інтерполює $f(x)$ в точках $x_k^{(n)} = \frac{2k\pi}{2n+1}$.

В роботі [1] С.М. Нікольський досліджував асимптотичну поведінку при $n \to \infty$ величини

$$\mathcal{E}_n\left(W_{r,\infty}^r; x\right) = \sup_{f \in W_{r,\infty}^r} \left|f(x) - \tilde{S}_n(f; x)\right|$$

і встановив, що

$$\mathcal{E}_n\left(W_{r,\infty}^r; x\right) = \frac{2}{\pi} E_n\left(W_{r,\infty}^r\right) \ln n \left|\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)x\right| + O\left(E_n\left(W_{r,\infty}^r\right)\right) =$$

$$= \frac{8}{\pi^2} K_r n^{-r} \ln n \left|\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)x\right| + O(n^{-r}), n \to \infty,$$

де $K_r = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k(r-1)} \frac{1}{(2k+1)^{r+1}}$ — відомі константи Фавара, а

$$S_n(f;x) = \frac{2}{2n+1} \sum_{k=0}^{2n} \mathcal{D}_n\left(x - x_k^{(n)}\right) f\left(x_k^{(n)}\right).$$

Актуальним питанням також є вивчення асимптотичної поведінки величини

$$\mathcal{E}_n^*\left(W_{\beta,\infty}^r; x\right) = \sup_{f \in W_{\beta,\infty}^r} \left|f(x) - S_n^*(f;x)\right|, n \to \infty, \quad (6)$$

де $S_n^*(f;x)$ — інтерполяційний тригонометричний поліном n-го порядку, що співпадає із функцією $f(x)$ у вузлах інтерполяції $x_k^{(n)} = \frac{k\pi}{n}$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, та визначається формулою

$$S_n^*(f;x) = \frac{1}{n} \sum_{k=-n}^{n-1} \mathcal{D}_n^*\left(x - x_k^{(n)}\right) f\left(x_k^{(n)}\right),$$

де $\mathcal{D}_n^*(t) = \mathcal{D}_n(t) - \frac{\cos nt}{2} = \frac{\sin(nt) ctg\frac{t}{2}}{2}$

— модифіковане ядро Діріхле порядку n, а

$\mathcal{D}_n(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n} \cos kt = \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)t}{2\sin\frac{t}{2}}$ — ядро Діріхле порядку n (див., напр., [2, с. 86-88; 3, т.2, §5]).

Нехай, далі, $r_1, r_2, \ldots, r_m$ — довільний набір дійсних чисел таких, що $0 \le r_1 \le r_2 \le \cdots \le r_m < r, \beta_i \in R, i = \overline{1,m}$.

В роботі встановлюється поведінка при $n \to \infty$ величини

$$\mathcal{E}_{n,m}^*\left(W_{\beta,\infty}^r; x; \bar{\alpha}\right) = \sup_{f \in W_{\beta,\infty}^r} \left|\sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{n^{r_i}} \left(f_{\beta_i}^{(r_i)}(x) - S_n^*\left(f_{\beta_i}^{(r_i)}; x\right)\right)\right|, \quad (8)$$

яка характеризує наближення лінійної комбінації функцій та їх похідних в сенсі Вейля-Надя $F(x;\bar{\alpha}) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{n^{r_i}} f_{\beta_i}^{(r_i)}(x)$ інтерполяційними тригонометричними многочленами $\tilde{S}_n^*(\cdot)$ в рівномірній (неперервній) метриці.

Допоміжні твердження.

Лема. Для функції Лебега $\tilde{L}_n^*(x) = \frac{1}{\pi}\sum_{k=-n}^{n-1}\left|\mathcal{D}_n^*\left(x - x_k^{(n)}\right)\right|$ інтерполяційного многочлена $\tilde{S}_n^*(f;x)$ має місце асимптотична рівність $\tilde{L}_n^*(x) = \frac{2}{\pi}\ln n\,|\sin nx| + O(1)$.

Зауважимо, що на проміжку $t \in [-\pi;\pi]$

$\sin(nt)ctg\,\frac{t}{2} - \frac{\sin(nt)}{t} = O(1)$.

В силу співвідношення (7) будемо мати

$$\tilde{L}_n^*(x) = \frac{1}{n}\sum_{k=-n}^{n-1}\left|\frac{\sin n\left(x - x_k^{(n)}\right) ctg\,\left(x - x_k^{(n)}\right)/2}{2}\right| =$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{k=-n}^{n-1}\left|\frac{\sin n\left(x - x_k^{(n)}\right)}{x - x_k^{(n)}}\right| + O(1) =$$

$$= \frac{1}{n}|\sin nx|\sum_{k=-n}^{n-1}\frac{1}{\left|x - x_k^{(n)}\right|} + O(1) =$$

$$= \sigma_1(x) + \sigma_2(x) + O(1),$$

де $\sigma_1(x) \overset{df}{=} \frac{1}{n}|\sin nx|\sum_{k=0}^{n-1}\frac{1}{\left|x - x_k^{(n)}\right|}$, $\sigma_2(x) \overset{df}{=} \frac{1}{n}|\sin nx|\sum_{k=-n}^{-1}\frac{1}{\left|x - x_k^{(n)}\right|}$.

Оскільки $x_{-k}^{(n)} = -x_k^{(n)}$, то

$$\sigma_2(x) = \frac{1}{n}|\sin nx|\sum_{k=-n}^{-1}\frac{1}{\left|x - x_k^{(n)}\right|} = \frac{1}{n}|\sin nx|\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\left(x + x_k^{(n)}\right)} =$$

$$= \frac{1}{n}|\sin nx|\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\left(x + \frac{k\pi}{n}\right)} = \frac{1}{\pi}\ln n\,|\sin nx| + O(1). \qquad (11)$$

Розглянемо тепер суму $\sigma_1(x)$. В силу того, що $\frac{|\sin nx|}{nx} = O(1)$ та

$\frac{|\sin nx|}{n\left(x-\frac{\pi}{n}\right)} = O(1)$, маємо

$$\sigma_1(x) = \frac{1}{n}|\sin nx| \sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{\left(x_k^{(n)}-x\right)} + O(1) = \frac{1}{\pi}\ln n\,|\sin nx| + O(1).$$

Об'єднуючи співвідношення (10), (11), (12), переконуємося в справедливості леми. Лему доведено.

Зауваження. Функцію $\tilde{L}_n^*(x)$ називають функцією Лебега, маючи на увазі, що їй відводиться аналогічна роль, що і відомим константам Лебега, оскільки $\tilde{L}_n^*(x) = \sup\limits_{|f|\leq 1}\left|\tilde{S}_n^*(f;x)\right|_C$ (див., напр., [4, с. 131 − 133]).

Основні результати.

Нехай

$$E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)_C = \sup_{f\in W_{\beta,\infty}^r}\inf_{t_{n-1}}\left\|\sum_{i=1}^{m}\frac{\alpha_i}{n^{r_i}}f_{\beta_i}^{(r_i)}(x) - t_{n-1}(x)\right\|_C, \qquad (13)$$

дану величину назвемо найкращим сумісним наближенням класів Вейля-Надя тригонометричними многочленами в метриці C (див., напр., [5, с. 3-54]).

Теорема 1. Нехай $0 \leq r_1 \leq r_2 \leq \cdots \leq r_m < r$, $\beta_i \in R$ і

$$E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)_C =$$

$$= \left|\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{m}\frac{\alpha_i}{n^{r_i}}\cdot\frac{\cos\left(kt+(\beta-\beta_i)\frac{\pi}{2}\right)}{k^{r-r_i}}\,sign\sin(nt-\gamma)\,dt\right| =$$

$$= \frac{4}{\pi n^r}\left|\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\frac{\sin\left((2k+1)\gamma+(\beta-\beta_i)\frac{\pi}{2}\right)}{(2k+1)^{r-r_i+1}}\right|, \qquad (14)$$

тоді для величини $\tilde{\mathcal{E}}_{n,m}^*\left(W_{\beta,\infty}^r;x;\bar{\alpha}\right)$ має місце асимптотична рівність

$$\tilde{\mathcal{E}}_{n,m}^*\left(W_{\beta,\infty}^r;x;\bar{\alpha}\right) = \frac{4}{\pi}E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)\ln n\,|\sin nx| + O\left(E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)_C\right). \quad (15)$$

Доведення.

Інтерполяційний многочлен $\tilde{S}_n^*(f;x)$ функції f має вигляд (7), тоді інтерполяційний многочлен лінійної комбінації $F(x;\bar{\alpha})$ запишеться в такому вигляді

$$\tilde{S}_n^*(F;x) = \tilde{S}_n^*\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{n^{r_i}} f_{\beta_i}^{(r_i)};x\right) =$$

$$= n^{-1}\sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{n^{r_i}} \sum_{k=-n}^{n-1} \mathcal{D}_n^*\left(x - x_k^{(n)}\right) f_{\beta_i}^{(r_i)}\left(x_k^{(n)}\right). \qquad (16)$$

Враховуючи те, що $\tilde{S}_n^*(t_{n-1};x) = t_{n-1}(x)$, і оператор $\tilde{S}_n^*$ лінійний, для довільної функції $f(x) \in W_{\beta,\infty}^r$ матимемо

$$|\rho_n(F;x)| = \left|F(x;\bar{\alpha}) - \tilde{S}_n^*(F;x)\right| =$$

$$= \left|F(x;\bar{\alpha}) - t_{n-1}^*(x) + t_{n-1}^*(x) - \tilde{S}_n^*(F;x)\right| =$$

$$= \left|F(x;\bar{\alpha}) - t_{n-1}^*(x) - \tilde{S}_n^*(F - t_{n-1}^*;x)\right| \le$$

$$\le |F(x;\bar{\alpha}) - t_{n-1}^*(x)| + \left|\tilde{S}_n^*(F - t_{n-1}^*;x)\right|,$$

де $t_{n-1}^*(x)$ — многочлен найкращого наближення функції $F(x;\alpha)$ в метриці простору C.

Із співвідношення (16) отримаємо

$$\left|\tilde{S}_n^*(F - t_{n-1}^*;x)\right| =$$

$$= \frac{1}{n}\left|\sum_{k=-n}^{n-1} \mathcal{D}_n^*\left(x - x_k^{(n)}\right)\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{n^{r_i}} f_{\beta_i}^{(r_i)}\left(x_k^{(n)}\right) - t_{n-1}^*\left(x_k^{(n)}\right)\right)\right| \le$$

$$\le \left\|\sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{n^{r_i}} f_{\beta_i}^{(r_i)}(x) - t_{n-1}^*(x)\right\|_C \frac{1}{n}\sum_{k=-n}^{n-1}\left|\mathcal{D}_n^*\left(x - x_k^{(n)}\right)\right| =$$

$$= \tilde{L}_n^*(x) E_n(F)_C.$$

Із нерівностей (17)-(18) робимо висновок

$$|\rho_n(F;x)| \le \left(1 + \tilde{L}_n^*(x)\right) E_n(F)_C,$$

де $E_n(F)$ — величина найкращого наближення функції F в просторі C, тобто

$$E_n(F)_C = \sup_{f\in W_{\beta,\infty}^r} \inf_{t_{n-1}} \|F(x;\bar{\alpha}) - t_{n-1}(x)\|_C.$$

Згідно (13) $E_n(F)_C = E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)_C$, тому

$$|\rho_n(F;x)| \le \left(1 + \tilde{L}_n^*(x)\right) E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right).$$

Із співвідношення (20) для величини $\mathcal{E}_{n,m}^*\left(W_{\beta,\infty}^r;x;\bar{\alpha}\right)$ отримуємо нерівність

$$\mathcal{E}_{n,m}^*\left(W_{\beta,\infty}^r;x;\bar{\alpha}\right) \le \left(1 + \tilde{L}_n^*(x)\right) E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)_C.$$

Для завершення доведення теореми досить тепер побудувати функцію $f(x) \in W_{\beta,\infty}^r$, на якій досягається знак рівності в (21).

Покладемо

$$f_n(x) \overset{df}{=} \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right)}{k^r} sign\ sin(n(x-t)+\gamma)\,dt. \qquad (22)$$

Тоді лінійна комбінація $F_n(x;\bar{\alpha})$ запишеться у вигляді

$$F_n(x;\bar{\alpha}) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{m}\frac{\alpha_i}{n^{r_i}}\frac{\cos\left(kt + \frac{\beta-\beta_i}{2}\pi\right)}{k^{r-r_i}} \times$$

$$\times\, sign\ sin(n(x-t)+\gamma)dt.$$

Розвинення в ряд Фур'є функції $sign\ \sin nt$ має вигляд

$sign\ \sin nt = \frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\sin(2k+1)nt}{2k+1}$, а тому із (23) маємо

$$F_n(x;\bar{\alpha}) = \frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{m}\frac{\alpha_i}{n^{r_i}}\frac{\sin\left((2k+1)(nx+\gamma) + \frac{\beta-\beta_i}{2}\right)}{(2k+1)^{r-r_i+1}\cdot n^{r-r_i}} =$$

$$= \frac{4}{\pi n^r}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\frac{\sin\left((2k+1)(nx+\gamma) + \frac{\beta-\beta_i}{2}\pi\right)}{(2k+1)^{r-r_i+1}}. \qquad (24)$$

Із умови теореми, а також співвідношень (22)-(24), випливає, що функція $f_n(x) \in W_{\beta,\infty}^r$ та $F_n(x;\bar{\alpha})$ приймає в точках $x_k^{(n)}$ значення $\pm E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)$ зі знаками, що співпадають відповідно зі знаками $sign\ \mathcal{D}_n^*\left(x - x_k^{(n)}\right)$, при цьому $|F_n(x;\bar{\alpha})| \le E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)_C$.

Отже,

$$\left|F_n(x;\bar{\alpha}) - \tilde{S}_n^*(F_n;x)\right| = \tilde{L}_n^*(x)E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)_C + O\left(E_{n,m}\left(W_{\beta,\infty}^r;\bar{\alpha}\right)_C\right). \qquad (25)$$

Співвідношення (9),(21) і (25) доводять теорему.

Теорему 1 доведено.

Приведені раніше результати роботи С.М. Нікольського [1] повністю узгоджується із результатами теореми 1 — при $m = 1$ із співвідношення (15) одержуємо (5).

Нехай $E_{n,m}\left(W^r_{\beta,\infty}\right)_C = \max\limits_{|\alpha_i|=1} E_{n,m}\left(W^r_{\beta,\infty};\bar{\alpha}\right)_C$. При деяких обмеженнях на параметри r_i і β_i, величина $E_{n,m}\left(W^r_{\beta,\infty}\right)_C$ знайдена при будь-якому натуральному n в роботах [5-8].

Нехай $\mathcal{E}^*_{n,m}\left(W^r_{\beta,\infty};x\right) = \max\limits_{|\alpha_i|=1} \mathcal{E}^*_{n,m}\left(W^r_{\beta,\infty};x;\bar{\alpha}\right)$, тоді об'єднуємо результати робіт [5-8] і теорему 1 та одержуємо таке твердження.

Теорема 2. 1) Нехай $0 \le r_1 \le r_2 \le \dots \le r_m < r$, причому виконується одна із умов:

а) $0 < r - r_i \le 1$, $\beta - \beta_i \in [0;\, r - r_i] \cup [2;\, 2 + r - r_i]$, $i = \overline{1,m}$ або ж $\beta - \beta_i \in [2 - r + r_i;\ 2] \cup [4 - r + r_i;\, 4]$, $i = \overline{1,m}$;

б) $r - r_m = 1, r - r_{m-1} < 2, r - r_i = 4m_i + \beta - \beta_i, m_i \in N_0$, $\beta - \beta_i \in [1;\ 2]$, $i = \overline{1,m}$,

тоді при $n \longrightarrow \infty$ має місце асимптотична рівність

$$\mathcal{E}^*_{n,m}\left(W^r_{\beta,\infty};x\right) = \frac{16}{\pi^2 n^r}\left|\sum_{i=1}^{m} \alpha_i^* \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin\left[(2k+1)\gamma - (\beta-\beta_i)\frac{\pi}{2}\right]}{(2k+1)^{r-r_i+1}}\right| \times$$

$$\times \ln n\, |\sin nx| + O(n^{-r}),$$

де $\alpha_i^* = 1$, якщо $\beta - \beta_i \in [0;2]$ і $\alpha_i^* = -1$, якщо $\beta - \beta_i \in [2;4]$, а γ — корінь рівняння

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i^* \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos\left[(2k+1)\gamma - (\beta-\beta_i)\frac{\pi}{2}\right]}{(2k+1)^{r-r_i}} = 0. \qquad (27)$$

2) Нехай виконується одна із умов:

а) $r - r_m = 1, r - r_{m-1} < 2,\ r - r_i = 4m_i + \beta - \beta_i,\ m_i \in N_0$, $\beta - \beta_i \in [1;\ 2]$, $i = \overline{1,m}$;

б) $0 < r - r_m < 1, r - r_i = 4m_i + \beta - \beta_i,\ m_i \in N, \beta - \beta_i \in [0;\ 1]$, $i = \overline{1, m-1}$,

тоді при $n \longrightarrow \infty$ має місце асимптотична рівність

$$\mathcal{E}^*_{n,m}(W^r_{\beta,\infty}; x) =$$

$$= \frac{16}{\pi^2 n^r} \sum_{i=1}^{m} \sin\frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^{r - r_i + 1}} \ln n |\sin nx| + O(n^{-r}). \quad (28)$$

Список використаних джерел:

1. Никольський С.М. Асимптотическая оценка остатка при приближении интерполяционными тригонометрическими полиномами / С.М. Никольський // ДАН СССР, — 1941. — Т.31, №3. — С. 215-218.
2. Степанец А.И. Равномерные приближения тригонометрическими полиномами / А.И. Степанец. — К.: Наук. думка, 1981. — 340 с.
3. Зигмунд А. Тригонометрические ряды: в 2 т. / А.Зигмунд. — М.: Мир, 1965. — Т.1. — 615 с.
4. Степанец А.И. Методы теории приблежения: в 2 ч. / А.И. Степанец. — К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002. — ч. II. — 468 с.
5. Сорич В.А. Наилучшее совместное приближение функций и их производных / В.А. Сорич. — К., 1989. — С. 3-54. — (Препринт / Ин-т математики АН УССР; 89.19).
6. Сорич В.А. Наилучшее одновременное приближение периодических функций и их производных тригонометрическими полиномами / В.А. Сорич // Укр. мат. журн. — 1984. — Т. 36, № 6 . — С. 791-797.
7. Сорич В.А. Наилучшее совместное приближение функций и их производных / В.А. Сорич // Теория приближения функций: тез. докл. Всесоюзной школы (Луцк, 31 авг. – 8 сент., 1989 г.) — К.: Ин-т математики АН УССР, 1989. — С. 39.
8. Сорич В.А. Наилучшее совместное приближение периодических функций и их производных / В.А. Сорич, Н.М. Сорич // Экстремальные задачи теории приближения: тез. докл. респ. конф. (Киев, 29-31 мая 1990 г.). — К.: Ин-т математики АН УССР, 1990. — С.60.

The asymptotic equalities for the joint approximation of the line combination of differentiable functions (in the Weil-Nagy sense) by interpolation polynomials have been found.

Key words: *the line combination, the interpolation, trigonometric polynomial, the derivative in the Weil-Nagy sense.*

УДК 004.42

М.С.Циганівський, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ОДНОРІДНІ РІЗНИЦЕВІ РІВНЯННЯ В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

У статті розглядаються методи розв'язування однорідних різницевих рівняннь в курсі вищої математики

Ключові слова: *різницевий оператор, різницеві рівняння, рекурентні співвідношення*

Задачі комбінаторики, теорії графів, економіки приводять до необхідності розв'язання різницевих рівнянь. У статті розглянуто методи розв'язування однорідних різницевих рівняннь.

1. Різницевий оператор. Нехай функція $f(x)$ визначена на множині $Z_0^+ = \{0,1,2,\ldots,n,\ldots\}$ цілих невід'ємних чисел.

Означення 1. Вираз

$$\Delta f(x) = f(x+1) - f(x) \qquad (1)$$

називається різницевим оператором першого порядку.

Теорема 1. Різницевий оператор $\Delta f(x)$ є лінійним оператором, тобто для довільних сталих c_1 і c_2

$$\Delta\left(c_1 f(x) + c_2\varphi(x)\right) = c_1\Delta f(x) + c_2\Delta\varphi(x), \qquad (2)$$

де $f(x)$, $\varphi(x)$ — функції визначені на множині Z_0^+.

Доведення. Згідно означення 1, маємо

$$\Delta\left(c_1 f(x) + c_2\varphi(x)\right) = c_1 f(x+1) + c_2\varphi(x+1) - \left(c_1 f(x) + c_2\varphi(x)\right) =$$

$$= c_1\left(f(x+1) - f(x)\right) + c_2\left(\varphi(x+1) - \varphi(x)\right) = c_1\Delta f(x) + c_2\Delta f(x).$$

Означення 2. різницевим оператором n-го порядку називається оператор $\Delta^n f(x) = \Delta\left(\Delta^{n-1} f(x)\right)$, дія якого полягає в n-кратному застосуванні оператора Δ.

Наприклад, згідно означення 1 і 2 та теореми 1, одержимо

$$\Delta^2 f(x) = \Delta\left(\Delta f(x)\right) = \Delta\left(f(x+1) - f(x)\right) = \Delta f(x+1) - \Delta f(x) =$$

$$f(x+2) - f(x+1) - \left(f(x+1) - f(x)\right) = f(x+2) - 2f(x+1) + f(x),$$

тобто $\Delta^2 f(x) = f(x+2) - 2f(x+1) + f(x)$ (3)

Зауваження. Індукцією по n неважко показати, що різницевий оператор $\Delta^n f(x)$ — лінійний, тобто

$$\Delta^n\left(c_1 f(x) + c_2\varphi(x)\right) = c_1\Delta^n f(x) + c_2\Delta^n\varphi(x). \tag{4}$$

2. Лінійні однорідні різницеві рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами

Означення 3. Лінійним однорідним різницевим рівнянням другого порядку з сталими коефіцієнтами називається рівняння виду

$$\Delta^2 y(x) + a_1\Delta y(x) + a_0 y(x) = 0, \tag{5}$$

де $a_1, a_0 \in R$, $y(x)$ — шукана функція.

Означення 4. Функція $y(x)$ називається розв'язком лінійного однорідного різницевого рівняння (5), якщо при підстановці її рівняння, воно перетворюється в тотожність.

Теорема 2. Якщо $y_1(x)$, $y_2(x)$ — розв'язки рівняння (5), то функція $y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$ — також розв'язок цього рівняння. Тут c_1, c_2 — довільні сталі.

Доведення. Нехай $y_1(x)$ і $y_2(x)$ — розв'язки рівняння (5) Підставимо $y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$ в рівняння (5) і враховуючи, що

$$\Delta^2 y_1(x) + a_1\Delta y_1(x) + a_0 y_1(x) = 0,$$

$$\Delta^2 y_2(x) + a_1\Delta y_2(x) + a_0 y_2(x) = 0$$

та лінійність операторів Δ і Δ^2, маємо

$$\Delta^2\left(c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)\right) + a_1\Delta\left(c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)\right) + a_0\left(c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)\right) =$$

$$= c_1\left(\Delta^2 y_1(x) + a_1\Delta y_1(x) + a_0 y_1(x)\right) + c_2\left(\Delta^2 y_2(x) + a_1\Delta y_2(x) + a_0 y_2(x)\right) = 0$$

Означення 5. Розв'язок лінійного однорідного різницевого рівняння називається загальним, якщо він містить дві довільні сталі, і шляхом їх підбору можна одержати розв'язок цього рівняння, що задовольняє наперед заданим початковим умовам

$$y(0) = b_0,\ y(1) = b_1 \tag{6}$$

Теорема 3. Нехай задано рівняння (5) і початкова умова (6).

Якщо $y_1(x)$ і $y_2(x)$ розв'язки різницевого рівняння (3) і визначник

$$\begin{vmatrix} y_1(0) & y_2(0) \\ y_1(1) & y_2(1) \end{vmatrix} \neq 0, \qquad (7)$$

то функція

$$y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) \qquad (8)$$

є загальним розв’язком рівняння (5).

Доведення. Нехай виконуються умови (6), тобто

$$\begin{cases} c_1 y_1(0) + c_2 y_2(0) = b_0 \\ c_1 y_1(1) + c_2 y_2(1) = b_1 \end{cases}.$$

Оскільки визначник цієї неоднорідної системи дорівнює нулю, то система має єдиний розв’язок

$$c_1^* = \frac{\begin{vmatrix} b_0 & y_2(0) \\ b_1 & y_2(1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1(0) & y_2(0) \\ y_1(1) & y_2(1) \end{vmatrix}}, \quad c_2^* = \frac{\begin{vmatrix} y_1(0) & b_0 \\ y_1(1) & b_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1(0) & y_2(0) \\ y_1(1) & y_2(1) \end{vmatrix}}.$$

Таким чином $y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$ загальний розв’язок однорідного різницевого рівняння (5), а функція $y(x) = c_1^* y_1(x) + c_2^* y_2(x)$ — частковий розв’язок цього рівняння, який задовольняє початковим умовам (6). Враховуючи, що

$$\Delta y(x) = y(x+1) - y(x),$$

а $\Delta^2 y(x) = y(x+2) - 2y(x+2) + y(x)$, з рівняння (5), одержимо рекурентне співвідношення

$$y(x+2) + (a_1 - 2)y(x+1) + (1 + a_0 - a_1) = 0,$$

або

$$y(x+2) + py(x+1) + qy(x) = 0, \qquad (9)$$

де

$$p = a_1 - 2, \; q = 1 + a_0 - a_1. \qquad (10)$$

Будемо шукати розв’язок рекурентного співвідношення (9) у вигляді показникової функції

$$y = \lambda^x \qquad (11)$$

Підставимо (11) в (9) і врахувавши, що $\lambda^x \neq 0$, одержимо характеристичне рівняння

$$\lambda^2 + p\lambda + q = 0 \qquad (12)$$

Нехай $\lambda_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$, $\lambda_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ корені цього рівняння.

Можливі наступні випадки:

а) Корені характеристичного рівняння дійсні і різні $\lambda_1 \neq \lambda_2$, тобто $\frac{p^2}{4} - q > 0$. Тоді функції $y_1(x) = \lambda_1^x$ і $y_2(x) = \lambda_2^x$ є розв'язками рівняння (9). Оскільки $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 1$, $y_1(1) = \lambda_1$, $y_2(1) = \lambda_2$, то визначник

$$\begin{vmatrix} y_1(0) & y_2(0) \\ y_1(1) & y_2(1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{vmatrix} = \lambda_2 - \lambda_1 \neq 0,$$

тобто умови теореми 3 виконуються і функція $y(x) = c_1\lambda_1^x + c_2\lambda_2^x$ є загальним розв'язком рекурентного співвідношення (9), а отже і різницевого рівняння (5).

Приклад 1. Розв'язати рівняння

$$\Delta^2 y(x) - 3\Delta y(x) + 2y(x) = 0$$

Розв'язання. Враховуючи (5), (9) і (10), запишемо відповідне рекурентне співвідношення

$$y(x+2) - 5y(x+1) + 6y(x) = 0.$$

Характеристичне рівняння має вигляд $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$, де $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$ його корені.

Отже, загальний розв'язок різницевого рівняння має вигляд

$$y(x) = c_1 2^x + c_2 3^x.$$

б) Корені характеристичного рівняння дійсні і рівні, тобто $\frac{p^2}{4} - q = 0$ і $y_1(x) = y_2(x) = -\frac{p}{2}$.

В цьому випадку $y_1 = \left(-\frac{p}{2}\right)^x$, $y_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^x$ і визначник

$$\begin{vmatrix} y_1(0) & y_2(0) \\ y_1(1) & y_2(1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{p}{2} & -\frac{p}{2} \end{vmatrix} = 0,$$

тобто умови теореми 3 не виконуються.

Легко переконатись в тому, що функція $y_2(x) = x\lambda^x$, де $\lambda = -\dfrac{p}{2}$, є розв'язком рівняння (9).

Дійсно, підставивши $y_2(x) = x\lambda^x$ в рівняння (9), одержимо

$$\lambda^x\left[x\left(\lambda^2 + a_1\lambda + a_0\right) + \lambda\left(2\lambda - a_0\right)\right] = 0.$$

Отже, $y_1(x) = \lambda^x$, $y_2(x) = x\lambda^x$.

Тоді $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 0$, $y_1(1) = \lambda$, $y_2(1) = \lambda$ і

$$\begin{vmatrix} y_1(0) & y_2(0) \\ y_1(1) & y_2(1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & \lambda \end{vmatrix} = \lambda \neq 0.$$

Таким чином умови теореми 3 виконуються і загальний розв'язок рівняння (9), а отже і різницевого рівняння (5) має вигляд

$$y(x) = \left(c_1 + xc_2\right)\lambda^x.$$

Приклад 2. Розв'язати рівняння

$$\Delta^2 y(x) - 2\Delta y(x) + y(x) = 0$$

Розв'язання. Враховуючи (5), (9) і (10), запишемо відповідне рекурентне співвідношення

$$y(x+2) - 4y(x+1) + 4y(x) = 0.$$

Запишемо характеристичне рівняння цього рекурентного співвідношення $\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$.

Розв'язками цього рівняння є $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$.

Таким чином, загальний розв'язок різницевого рівняння має вигляд

$$y(x) = \left(c_1 + xc_2\right)2^x.$$

в) Корені характеристичного рівняння (12) комплексно спряжені, тобто $\lambda_1 = \alpha + \beta i$, $\lambda_2 = \alpha - \beta i$.

Запишемо комплексне число $\alpha + \beta i$ в тригонометричній формі, тобто $\alpha + \beta i = \rho\left(\cos\varphi + i\sin\varphi\right)$, де $\rho = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$, $\cos\varphi = \dfrac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$, $\sin\varphi = \dfrac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$.

Оскільки комплексна функція

$$\left(\alpha + \beta i\right)^x = \rho^x \cos\varphi x + i\rho^x \sin\varphi x$$

є розв’язком рівняння (9), то з лінійності оператора Δ випливає, що дійсна та уявна частини цієї функції будуть розв’язками рівняння (9).

Отже. Функції $y_1(x) = \rho^x \cos\varphi x$ та $y_2(x) = \rho^x \sin\varphi x$ — дійсні розв’язки рівняння (5), а $y(x) = \rho^x (c_1 \cos\varphi x + c_2 \sin\varphi x)$ загальний розв’язок цього рівняння, оскільки умови теореми 3 виконуються. Дійсно, $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 0$, $y_1(1) = \rho\cos\varphi$, $y_2(1) = \rho\sin\varphi$ і

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \rho\cos\varphi & \rho\sin\varphi \end{vmatrix} = \rho\sin\varphi \neq 0 .$$

Приклад 3. Розв’язати рівняння

$$\Delta^2 y(x) + 3y(x) = 0$$

Розв’язання. Враховуючи (5), (9) і (10), запишемо відповідне рекурентне співвідношення

$$y(x+2) - 2y(x+1) + 4y(x) = 0 .$$

Його характеристичне рівняння має вигляд

$$\lambda^2 - 2\lambda + 4 = 0$$

Корені цього рівняння $\lambda_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $\lambda_2 = 1 - i\sqrt{3}$, або в тригонометричній формі $1 + i\sqrt{3} = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

Отже, загальний розв’язок різницевого рівняння має вигляд $y(x) = 2^x \left(c_1 \cos\frac{\pi}{3} x + c_2 \sin\frac{\pi}{3} x\right)$.

Список використаних джерел:

1. Ядренко М.Й. Дискретна математика: навчальний порсібник/ Ядренко М.Й. – К.: Вид.-поліграф. центр “Експрес” , 2003.-244 с.
2. Циганівський М.С. Вивчення рекурентних співвідношень в курсі “Дискретна математика” //Наукові праці Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнко: Збірник за підсумками звітної наукової конференції викладачів, докторантів і аспірантів, присвяченої 90-річчю Кам'янець-Подільського національного університету. — Випуск 7. В 5-х томах. — Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет, 2008. - Т. 1. - С. 189-190.

We consider methods for solving homogeneous differential equations in the course of higher mathematics.

Key words: *difference operator, difference equation, recurrence interrelations*

УДК 517.5

Ю.В.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
У.В.Гудима, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
В.О.Гнатюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ОПЕРАТОРА НАЙКРАЩОГО НАБЛИЖЕННЯ ДЛЯ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОЇ РІВНОМІРНОЇ НЕСИМЕТРИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ БАГАТОЗНАЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ ОДНОЗНАЧНИМИ

У статті встановлено деякі загальні властивості оператора найкращого наближення для задачі найкращої рівномірної несиметричної апроксимації багатозначного відображення однозначними.

Ключові слова: *багатозначне відображення, найкраща рівномірна несиметрична апроксимація, оператор найкращого наближення.*

Постановка задачі. Нехай X –лінійний над полем комплексних чисел нормований простір. Для множини B та елемента x цього простору покладемо $E_B(x) = \inf_{y\in B}\|x-y\|$. Будемо позначати через $B(X)$ $(O(X))$ сукупність довільних (опуклих) обмежених замкнених множин простору X, через $H_1(A,B) = \sup_{x\in A} E_B(x)$ - напіввідхилення за Гаусдорфом множини A від множини B, через $H(A,B) = \max\{H_1(A,B), H_1(B,A)\}$ - гаусдорфову відстань між множинами A,B із $B(X)$. Нехай, крім того, S –компакт, $C(S,X)$ - лінійний над полем дійсних чисел нормований простір однозначних відображень g компакта S в X, неперервних на S, з нормою $\|g\| = \max_{s\in S}\|g(s)\|$, $C(S,B(X))$ $(C(S,O(X)))$ - множина багатозначних відображень компакта S в X таких, що для кожного $s\in S$ $a(s) = B_s \in B(X)$ $(a(s) = O_s \in O(X))$ і вони неперервні на S відносно метрики Гаусдорфа на $B(X)$.

Покладемо для будь-яких $g,h \in C(S,B(X))$ $\rho(g,h) = \max_{s\in S} H(g(s),h(s))$. Величина $\rho(g,h)$ задає метрику на множині $C(S,B(X))$. Відповідний метричний простір будемо позначати через $(C(S,B(X)),\rho)$.

Нехай $a\in C(S,B(X))$, $V\subset C(S,X)$. Задачею найкращої рівномірної несиметричної апроксимації відображення a множиною V, будемо називати задачу відшукання величини

$$\alpha_V^*(a)=\inf_{g\in V}\max_{s\in S}H_1(g(s),a(s))=\inf_{g\in V}\max_{s\in S}\inf_{y\in a(s)}\|g(s)-y\|. \qquad (1)$$

Якщо існує відображення $g^*\in V$ таке, що

$$\alpha_V^*(a)=\max_{s\in S}H_1(g^*(s),a(s))=\max_{s\in S}\inf_{y\in a(s)}\|g^*(s)-y\|,$$

то його будемо називати екстремальним елементом для величини (1).

Нехай для будь-кого $a\in C(S,B(X))$ V є множиною існування екстремального елемента для величини (1). В цьому випадку позначимо через $P_V(a)$ множину всіх екстремальних елементів для величини (1). Відображення $a\to P_V(a)$, $a\in C(S,B(X))$, взагалі кажучи, є багатозначним відображенням із $C(S,B(X))$ у V. Назвемо його оператором найкращого наближення для задачі відшукання величини (1) та встановимо деякі його властивості, які узагальнюють на випадок задачі відшукання величини (1) властивості оператора найкращого наближення для задачі найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору, встановлені у праці [1].

Метою роботи є з'ясування властивостей оператора найкращого наближення для задачі відшукання (1).

Допоміжні твердження.

Твердження 1. Для будь-яких A,B,C із $B(X)$ має місце співвідношення $H_1(A,B)\le H_1(A,C)+H_1(C,B)$.

Твердження 2. Нехай $a\in C(S,B(X))$. Тоді функція $\Phi(s)=\sup_{x\in a(s)}\|x\|$, $s\in S$, є неперервною по s на S.

Твердження 3. Функціонал $\alpha_V^*(a)$, $a\in C(S,B(X))$, є неперервним по a на метричному просторі $(C(S,B(X)),\rho)$, якою б не була множина V.

Твердження 4. Для будь-яких $A,B\in B(X)$ та елементів $g_1,g_2\in X$ справедливе співвідношення $\left|E_A(g_1)-E_B(g_2)\right|\le H(A,B)+\|g_1-g_2\|$**.**

Твердження 5. Для будь-яких $g_1,g_2\in C(S,X)$, $a_1,a_2\in C(S,B(X))$ має місце співвідношення

$$\left|\max_{s\in S}\inf_{y\in a_1(s)}\|g_1(s)-y\|-\max_{s\in S}\inf_{y\in a_2(s)}\|g_2(s)-y\|\right|\le$$
$$\le\rho(a_1,a_2)+\|g_1-g_2\|.$$

Доведення. Справедливість твердження випливає з твердження 4 та наступних співвідношень:

$$\left|\max_{s\in S}\inf_{y\in a_1(s)}\|g_1(s)-y\|-\max_{s\in S}\inf_{y\in a_2(s)}\|g_2(s)-y\|\right|\le$$
$$\le\max_{s\in S}\left|E_{a_1(s)}(g_1(s))-E_{a_2(s)}(g_2(s))\right|\le$$
$$\le\max_{s\in S}\left(H(a_1(s),a_2(s))+\|g_1(s)-g_2(s)\|\right)\le$$
$$\le\max_{s\in S}H(a_1(s),a_2(s))+\max_{s\in S}\|g_1(s)-g_2(s)\|=$$
$$=\rho(a_1,a_2)+\|g_1-g_2\|.$$

Твердження 6. *Якщо* V - підпростір простору $C(S,X)$, то для $a\in C(S,B(X))$ та $\lambda\in R$ справедлива рівність $\alpha_V^*(\lambda a)=|\lambda|\alpha_V^*(a)$.

Основні результати.

Теорема 1. Якщо V - замкнена локально компактна множина простору $C(S,X)$, то екстремальний елемент для величини (1) існує.

Теорема 2. Нехай V - замкнена локально компактна множина простору $C(S,X)$, $a\in C(S,B(X))\to P_V(a)$ - оператор найкращого наближення для задачі відшукання величини (1), $a_0\in C(S,B(X))$. Має місце рівність

$$\lim_{a\to a_0}\sup_{g\in P_V(a)}\inf_{h\in P_V(a_0)}\|g-h\|_{C(S,X)}=$$
$$=\lim_{a\to a_0}H_1(P_V(a),P_V(a_0))=0. \qquad (2)$$

Доведення Позначимо через

$$V_0=\left\{g:g\in V,\max_{s\in S}\inf_{y\in a_0(s)}\|g(s)-y\|<\alpha_{a_0}^*(V)+2\right\}.$$

Переконаємося, що $P_V(a) = P_{V_0}(a)$ для всіх $a \in C(S, B(X)) : \rho(a, a_0) < 1$. Нехай

$$a \in C(S, B(X)) : \rho(a, a_0) < 1, g^* \in P_V(a), g_0 \in P_V(a_0).$$

З урахуванням твердження 1 одержимо, що

$$\alpha_V^*(a) \le \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g_0(s) - y\| = \max_{s\in S} H_1(g_0(s), a(s)) \le$$
$$\le \max_{s\in S} H_1(g_0(s), a_0(s)) + \max_{s\in S} H_1(a_0(s), a(s)) \le$$
$$\le \alpha_V^*(a_0) + \max_{s\in S} H(a_0(s), a(s)) = \alpha_V^*(a_0) + \rho(a, a_0) <$$
$$< \alpha_V^*(a_0) + 1.$$

Тому

$$\max_{s\in S} \inf_{y\in a_0(s)} \|g^*(s) - y\| = \max_{s\in S} H_1(g^*(s), a_0(s)) \le$$
$$\le \max_{s\in S} H_1(g^*(s), a(s)) + \max_{s\in S} H_1(a(s), a_0(s)) \le$$
$$\le \alpha_V^*(a) + \rho(a, a_0) < \alpha_V^*(a_0) + 2.$$

Отже, $g^* \in V_0$ для всіх $g^* \in P_V(a)$ і $a \in C(S, B(X)) : \rho(a, a_0) < 1$. Звідси випливає, що

$$\inf_{g\in V} \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g(s) - y\| = \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g^*(s) - y\| \le$$
$$\le \inf_{g\in V_0} \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g(s) - y\| \le \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g^*(s) - y\|.$$

Тоді

$$\alpha_V^*(a) = \inf_{g\in V} \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g(s) - y\| = \inf_{g\in V_0} \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g(s) - y\| =$$
$$= \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g^*(s) - y\| = \alpha_{V_0}^*(a). \quad (3)$$

Внаслідок цього робимо висновок, що $g^* \in P_{V_0}(a)$. Оскільки g^* вибрано з $P_V(a)$ довільним чином, то

$$P_V(a) \subset P_{V_0}(a). \quad (4)$$

Навпаки, якщо $g^* \in P_{V_0}(a)$, то з урахуванням (3) одержимо, що

$$\inf_{g\in V_0} \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g(s) - y\| = \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g^*(s) - y\| =$$

$$= \inf_{g\in V} \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g(s) - y\| = \alpha_V^*(a).$$

Тому $g^* \in P_V(a)$. Отже,

$$P_{V_0}(a) \subset P_V(a). \tag{5}$$

З (4), (5) випливає, що $P_V(a) = P_{V_0}(a)$ для всіх $a \in C(S, B(X)) : \rho(a, a_0) < 1$.

Переконаємося далі у справедливості рівності (2).

Припустимо супротивне. Тоді існує $\varepsilon > 0$ таке, що для кожного натурального числа n існує $a_n \in C(S, B(X))$, для якого $\rho(a_n, a_0) < \frac{1}{n}$ і

$$\sup_{g\in P_V(a_n)} \inf_{h\in P_V(a_0)} \|g - h\| \geq \varepsilon > \frac{\varepsilon}{2}. \tag{6}$$

Оскільки $\rho(a_n, a_0) < 1$, то за доведеним вище $P_V(a_n) = P_{V_0}(a_n)$.

Тому співвідношення (6) набере вигляду

$$\sup_{g\in P_{V_0}(a_n)} \inf_{h\in P_V(a_0)} \|g - h\| \geq \varepsilon > \frac{\varepsilon}{2}. \tag{7}$$

З (7) випливає, що для кожного натурального числа n існує елемент $g_n \in P_{V_0}(a_n)$ такий, що

$$\inf_{h\in P_V(a_0)} \|g_n - h\| > \frac{\varepsilon}{2}. \tag{8}$$

Оскільки, $P_{V_0}(a_n) \subset V_0$, то $g_n \in V_0$ для всіх $n = 1, 2, \ldots$.

З урахуванням тверджень 1 та 2 для всіх $g \in V_0$ будемо мати, що

$$\|g\| = \max_{s\in S}\|g(s)\| = \max_{s\in S} H_1(g(s), 0) \leq$$

$$\leq \max_{s\in S} H_1(g(s), a_0(s)) + \max_{s\in S} H_1(a_0(s), 0) =$$

$$= \max_{s\in S} \inf_{y\in a_0(s)} \|g(s) - y\| + \max_{s\in S} \max_{x\in a_0(s)} \|x\| <$$

$$< \alpha_V^*(a_0) + 2 + \max_{s\in S} \max_{x\in a_0(s)} \|x\|.$$

Це означає, множина V_0 є обмеженою підмножиною локально компактної множини V.

Оскільки $g_n \in V_0$, $n=1,2,...$, то з послідовності $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$ можна вибрати збіжну підпослідовність. Не обмежуючи загальності будемо вважати, що уже $\lim\limits_{n\to\infty} g_n = g_0$. (9)

Оскільки V - замкнена множина, то $g_0 \in V$. Внаслідок того, що $g_n \in P_{V_0}(a_n)$ та мають місце твердження 3 та 5 одержимо, що

$$\lim_{n\to\infty} \alpha_V^*(a_n) = \lim_{n\to\infty} \max_{s\in S} \inf_{y\in a_n(s)} \|g_n(s) - y\| =$$
$$= \max_{s\in S} \inf_{y\in a_0(s)} \|g_0(s) - y\| = \alpha_V^*(a_0).$$

Тому $g_0 \in P_V(a_0)$.

З урахуванням (8)

$$\|g_n - g_0\| \geq \inf_{h\in P_V(a_0)} \|g_n - h\| > \frac{\varepsilon}{2}.$$

Останнє співвідношення суперечить рівності (9).

Отримана суперечність доводить, що має місце рівність (2).

Теорему доведено.

Наслідок 1. Якщо V - скінченновимірний підпростір простору $C(S,X)$, $a\in C(S,B(X)) \to P_V(a)$ - оператор найкращого наближення для задачі відшукання величини (1), $a_0 \in C(S,B(X))$, то має місце рівність (2).

Наслідок 2. Якщо V - компакт простору $C(S,X)$, $a\in C(S,B(X)) \to P_V(a)$ - оператор найкращого наближення для задачі відшукання величини (1), $a_0 \in C(S,B(X))$, то має місце рівність (2).

Наслідок 3. Якщо замкнена локально компактна множина V простору $C(S,X)$ (в т. ч. скінченновимірний підпростір простору $C(S,X)$, компакт простору $C(S,X)$) є множиною єдиності екстремального елемента для величини (1), то оператор найкращого наближення для задачі відшукання цієї величини є неперервним на $(C(S,B(X)),\rho)$.

Доведення. Нехай $a_0, a_n \in C(S,B(X))$, $n=1,2,...$, і $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a_0$, тобто $\lim\limits_{n\to\infty} \rho(a_n, a_0) = 0$.

Згідно з (2) в цьому випадку одержимо, що

$$\lim_{n\to\infty}\left\| P_V\ \ a_n\ \ - P_V\ \ a_0\ \ \right\| = 0 .$$

Це й означає, що оператор найкращого наближеня для задачі відшукання величини 1 є неперервним в точці a_0 .

Оскільки точка a_0 вибрана з $C\ \ S, B\ \ X$ довільно, то він є неперервним на $C\ \ S, B\ \ X\ \ \ ,\rho$.

Наслідок доведено.

Теорема 3. Якщо V - підпростір простору $C\ \ S, X$, який є множиною існування екстремального елемента для величини (1), то оператор $a \in C\ \ S, B\ \ X\ \ \ \to P_V\ \ a$ найкращого наближення для задачі відшукання величини (1) є однорідним:

$$P_V\ \ \lambda a\ \ = \lambda P_V\ \ a\ \ ,\ a \in C\ \ S, B\ \ X\ \ \ ,\ \lambda \in R .$$

Доведення. Нехай $a \in C\ \ S, B\ \ X$, $h \in P_V\ \ a\ \ , \lambda \in R$. Використовуючи твердження 6, одержимо рівності

$$\max_{s\in S}\ \inf_{y\in\lambda a\ \ s}\ \left\|\lambda h\ \ s\ \ - y\right\| = \max_{s\in S}\ \inf_{y_1\in a\ \ s}\ \left\|\lambda h\ \ s\ \ - \lambda y_1\right\| =$$

$$= \left|\lambda\right| \max_{s\in S}\ \inf_{y_1\in a\ \ s}\ \left\| h\ \ s\ \ - y_1\right\| = \left|\lambda\right| \alpha_V^*\ \ a\ \ = \alpha_V^*\ \ \lambda a\ \ .$$

Звідси випливає, що $\lambda h \in P_V\ \ \lambda a$. Оскільки h вибрано $P_V\ \ a$ довільним чином, то тоді

$$\lambda P_V\ \ a\ \ \subset P_V\ \ \lambda a\ \ . \qquad (10)$$

Навпаки, нехай $h \in P_V\ \ \lambda a$, де $\lambda \neq 0$. Це означає, що

$$\alpha_V^*\ \ \lambda a\ \ = \max_{s\in S}\ \inf_{y\in\lambda a\ \ s}\ \left\| h\ \ s\ \ - y\right\| = \max_{s\in S}\ \inf_{y_1\in a\ \ s}\ \left\| h\ \ s\ \ - \lambda y_1\right\| =$$

$$= \max_{s\in S}\ \inf_{y_1\in a\ \ s}\ \left\|\lambda \frac{h\ \ s}{\lambda} - \lambda y_1\right\| = \left|\lambda\right| \max_{s\in S}\ \inf_{y_1\in a\ \ s}\ \left\|\frac{h\ \ s}{\lambda} - y_1\right\| = \left|\lambda\right| \alpha_V^*\ \ a\ \ .$$

Звідси випливає, що $\frac{h}{\lambda} \in P_V\ \ a\ \ ,\ h \in \lambda P_V\ \ a$. Тому

$$P_V\ \ \lambda a\ \ \subset \lambda P_V\ \ a\ \ . \qquad (11)$$

Із співвідношень (10) та (11) випливає справедливість рівності

$$P_V\ \ \lambda a\ \ = \lambda P_V\ \ a$$

для всіх $\lambda \neq 0$.

Якщо $\lambda = 0$ і $a \in C(S, B(X))$, то $\lambda a = 0$. Тоді

$$\inf_{g\in V} \max_{s\in S} \inf_{y\in a(s)} \|g(s) - y\| = \inf_{g\in V} \max_{s\in S} \inf_{y\in\{0\}} \|g(s) - y\| =$$

$$= \inf_{g\in V} \max_{s\in S} \|g(s)\| = \inf_{g\in V} \|g\| = 0 \text{ при } g = 0.$$

Тому $P_V(0\cdot a) = \{0\}$. З другого боку $0\cdot P_V(a) = \{0\}$.

Отже, $P_V(\lambda a) = \lambda P_V(a)$ і при $\lambda = 0$.

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения/ Н.П.Корнейчук – М.: Наука, 1976. – 320 с.

We established the properties of operator of best approximation for the problem of the best uniform asymmetrical approximation of the set-valued map by sets of continuous single– valued maps

Key words: *operator of best approximation, the set-valued map, best uniform asymmetrical approximation*

ВІСНИК
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка
Фізико-математичні науки
Випуск 3

Здано в набір 29.10.2010. Підписано до друку 01.11.2010.
Формат 60х84/16. Гарнітура Times. Обл. вид. арк. 8,064.
Папір офсетний. Тираж 100 прим.

32300, Хмельницька обл., м. Кам'янець-Подільський,
вул. Івана Огієнка, 61; тел. (03849) 3-06-01
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
Серія КВ № 14707- 3678 ПР від 12.12.2008 р.