

Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка  
Факультет фізико-математичний  
Кафедра інформатики

Дипломна робота  
магістра

з теми: **«ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЗАСОБІВ АПРОКСИМАЦІЇ  
ЯДРА ЗАГАЛЬНОГО ВИДУ ВИРОДЖЕНИМ ЯДРОМ»**

Виконав: студент 5 курсу групи KN1-M19  
спеціальності комп'ютерні науки

**Рибак Богдан Ігорович**

Керівник:

Федорчу В.А., доктор технічних наук,  
професор кафедри інформатики

Рецензент:

Ковальська І. Б., кандидат фізико-математичних  
наук, доцент кафедри математички

Кам'янець-Подільський — 2020 року

## ЗМІСТ

Вступ.....	3
Розділ I ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ ВОЛЬТЕРРИ .....	6
1.1. Класифікація інтегральних рівнянь .....	6
1.2. Інтегральні рівняння Вольтерри з виродженим ядром .....	6
1.3. Квадратурний метод розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерри II роду .....	7
Розділ II СПОСОБИ АПРОКСИМАЦІЇ ЯДРА ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДОВІЛЬНОГО ВИГЛЯДУ ВИРОДЖЕНИМ .....	11
2.1. Розклад ядра в ряд.....	11
2.2. Метод Бетмена.....	12
2.3. Метод ітерацій.....	14
Розділ III РОЗРОБКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ .....	21
3.1. Опис середовища моделювання .....	21
3.2. Опис розроблених модулів .....	27
3.3. Дослідження працездатності розроблених програмних модулів на основі обчислювальних експериментів .....	28
Висновки .....	42
Список використаної літератури .....	43
Додаток А Лістинг функції <code>itwarapr</code> .....	45
Додаток Б Лістинг функцій <code>Alpha</code> і <code>Beta</code> .....	47

## ВСТУП

При проектуванні зразків нової техніки широкого розповсюдження набули спеціалізовані пакети проектування, в яких досліджуються характеристики систем, що проектуються методом комп'ютерного моделювання. Це дає змогу суттєво скоротити час проектування, а також зменшити витрати на багаторазові випробування дослідних зразків. В той же час, комп'ютерне моделювання досліджуваних об'єктів передбачає наявність їх математичних моделей, які б з необхідним ступенем адекватності відтворювали їх основні властивості. Зазначені пакети комп'ютерного проектування мають у своєму арсеналі багато засобів моделювання, однак, в ході розв'язування оптимізаційних задач, коли потрібно багаторазово прораховувати поведінку досліджуваного об'єкта при різних значеннях його параметрів, виникає необхідність побудови математичних моделей, які не вимагають великих обчислювальних ресурсів.

Крім того, існує потреба створення математичних моделей об'єктів керування для систем автоматичного керування з повною відповідальністю, в яких вирішуються одночасно задачі керування, контролю та діагностування, вирішення яких потребує наявності комп'ютерних моделей об'єктів керування з вимогою функціонування в режимі реального часу. Додатково до таких моделей висувається вимога наявності достатнього запасу обчислювальної стійкості, що дає змогу використовувати їх в умовах підвищеного рівня завад у вхідних сигналах, що є характерною ситуацією для реальних технічних систем.

Аналіз сучасних методів та засобів математичного та комп'ютерного моделювання свідчить про те, що ефективним математичним апаратом для розв'язування зазначеного класу задач є апарат інтегральних рівнянь та операторів типу Вольтерри. Особливо ефективним цей апарат виявився при аналізі, дослідженні та проектуванні керованих систем, які у своєму складі мають ланки з розподіленими параметрами. Однак, при числовій реалізації інтегральних операторів Вольтерри та при розв'язуванні інтегральних рівнянь типу Вольтерри традиційними методами виникає ефект зростання кількості

обчислень на кожному кроці дискретизації часу та накопичення похибок обчислень, що унеможлиблює застосування таких алгоритмів у системах реального часу. Виходом з такої ситуації є використання в інтегральних моделях ядер, що володіють властивістю виродженості, оскільки для такого типу ядер існує можливість побудови алгоритмів числової реалізації з незмінною кількістю операцій на кожному кроці дискретизації часу. Для деяких динамічних об'єктів існує можливість отримання інтегральних моделей з виродженими ядрами шляхом аналітичних перетворень [1-3]. Однак, для багатьох випадків побудова інтегральної моделі з виродженими ядрами є складною задачею. В обчислювальній математиці існує достатньо ефективних підходів до апроксимації функцій двох змінних, які, з досить хорошою точністю, апроксимують первинне ядро виродженим.

Розвитку методів наближення функцій двох змінних, а також близько даної задачі оптимізаційних методів і алгоритмів присвячені праці Байкова М. С., Бутирського Є. Ю., Верланя А. Ф., Войтовича М.М., Горбаня А. Н., Каленчук-Порханової А. О., Клименка В.Т., Колмогорова А. М., Кондратьєва В. П., Корнійчука М. П., Крейна М. Г., Малачівського П. С., Малоземова В. М., Петрака Л. В., Поспелова В. В., Сазонової Л. В., Семенова В. В., Хнаєва О. В., Шабозова М. Ш., Шура-Бури М.Р. та ін. Але, разом з тим, на сьогоднішній день, немає програмних реалізацій даних методів.

Оскільки сучасні серійні програмні пакети комп'ютерного проектування та моделювання не охоплюють своїми засобами даний тип математичних моделей [6-8, 15], розробка алгоритмів для побудови, числової реалізації інтегральних операторів та рівнянь типу Вольтерри, а також створення на їх основі програмних засобів є актуальною задачею.

*Метою роботи* є розробка засобів апроксимаційних перетворень функцій двох змінних з метою отримання інтегральних моделей з виродженими ядрами, що дає змогу побудови алгоритмів їх числової реалізації з можливістю роботи в системах реального часу.

*Завданням дослідження є:*

- розробка алгоритмів апроксимації ядра загального вигляду виродженим ядром та їх програмна реалізація;
- розробка високопродуктивних алгоритмів розв'язування інтегральних рівнянь на основі врахування виродженості ядра та їх програмна реалізація;
- проведення обчислювальних експериментів.

*Об'єктом дослідження є процеси комп'ютерного моделювання динамічних об'єктів на основі застосування інтегральних моделей з виродженими ядрами.*

*Предметом дослідження є методи та засоби отримання та числової реалізації інтегральних моделей з виродженими ядрами.*

## ВИСНОВКИ

У даній роботі розв’язана важлива задача розробки засобів апроксимаційних перетворень функцій двох змінних з метою отримання інтегральних моделей з виродженими ядрами, що дає змогу побудови високопродуктивних алгоритмів їх числової реалізації з можливістю роботи в системах реального часу.

Ефективним методом підвищення швидкодії при числовій реалізації інтегральних моделей є використання особливості вироджених ядер, що дозволяє залишати незмінною кількість операцій на кожному кроці обчислення результату. Якщо модель об’єкта вдається подати у вигляді інтегральних операторів або рівнянь Вольтерри з виродженим ядром, то в такому випадку алгоритми їх числової реалізації можна успішно використовувати у системах реального часу, а завдяки особливостям інтегральних моделей ще і у системах зі значним рівнем високочастотних завад у вхідних даних. З цією метою було розроблено програмні засоби для апроксимації ядер інтегральних операторів та рівнянь (як функцій двох змінних) виродженими.

Проведені обчислювальні експерименти показали працездатність програмних модулів, а оцінка точності апроксимації дає змогу зробити висновок про її достатність для інженерних розрахунків, оскільки точність апроксимації не нижча точності, з якою отримуються результати при реальних вимірах.

Результати роботи можуть використовуватись при побудові моделей з підвищеною обчислювальною стійкістю, що дає змогу створювати обчислювальні алгоритми, придатні для роботи у системах реального часу.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Васильева А. Б. Интегральные уравнения /А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — М.: Физматлит, 2002. — 159 с.
2. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: Методы, алгоритмы, программы / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — К.: Наукова думка, 1986. — 543 с.
3. Верлань А. Ф. Способ аппроксимации ядер при решении интегральных уравнений на аналоговых и гибридных вычислительных машинах / А. Ф. Верлань. — В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы: тез. докл. — К.: Наукова думка, 1972, — С.18.
4. Верлань Д. А. Ітераційні алгоритми апроксимації функції двох змінних [Текст] // Математичне та комп'ютерне моделювання. — 2009. — Випуск 2. — С. 24-31.
5. Довгий Б. П. Використання математичних пакетів для розв'язування прикладних задач / Б. П. Довгий, Є. С. Вакал, В. В. Попов. — К.: КНУ, 2009. — 48 с.
6. Дьяконов В. П. Matlab 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения / В. П. Дьяконов. — М. : СОЛОН-Прес, 2005. — 800 с. — (Серия «Библиотека профессионала»).
7. Дьяконов В. П. Matlab 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6 в математике и моделировании / В. П. Дьяконов. — М. : СОЛОН-Пресс, 2005. — 576 с.
8. Кетков Ю. MATLAB 7. Программирование, численные методы /Ю. Кетков, А. Кетков, М. Шульц. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 742 с.
9. Каханер Д. Численные методы и математическое обеспечение / Д. Каханер, К. Моулер, С. Нэш ; [пер с англ. ; под ред. Х. Д. Икрамова]. — М. : Мир, 1998. — 575 с.
10. Колмогоров А. И. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одной переменной и умножения / А.И. Колмогоров // ДАН СССР, — 1957, 114, — № 5, — С. 953-956.

11. Краснов М.Л. Интегральные уравнения / М.Л. Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко.– М.: Наука, 1968. –192 с.
12. Лазарев Ю. Моделирование процессов и систем в Matlab. Учебный курс / Ю. Лазарев. – СПб.: Питер, 2005. — 512 с.
13. Манжиров А.В. Справочник по интегральным уравнениям /А. В. Манжиров, А. Д. Полянин. — М.: Факториал, 2000. — 384 с.
14. Половко А. М. MATLAB для студента /А. М. Половко, П. Н. Бутусов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 320 с.
15. Потемкин В. Г. Вычисления в среде MATLAB / В. Г. Потемкин. — М. : Диалог-МИФИ, 2004. — 720 с.
16. Фельдман Л. П. Чисельні методи в інформатиці / Л. П. Фельдман, А. І. Петренко, О. А. Дмитрієва. — К. : Видавнича група ВНУ, 2006. — 480 с.
17. Формалев В. Ф. Численные методы / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников. — М. : Физматлит, 2006. — 398 с.
18. Хемминг Р. В. Численные методы для научных работников и инженеров. — М. : Наука, 1972. — 400 с.
19. Collins G. W. Fundamental Numerical Methods and Data Analysis / George W. Collins. — 2003. — 258 p.
20. Harman Thomas L. Advanced engineering mathematics with MATLAB / Thomas L. Harman, James B. Dabney, Norman J. Richert. — Pacific Grove: Calif, 2000. — 750 p.