

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Магістерська робота
на тему:
**«Стійкість інваріантних множин у
метричних просторах»**

виконала
здобувач вищої освіти
2 курсу, групи М1-М20
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)

Швець Христина Євгенівна

Керівник: Теплінський Юрій Володимирович – професор, доктор фізико-
математичних наук

Рецензент: Кріль Сергій Олександрович – кандидат фізико-математичних
наук, доцент

М. Кам'янець-Подільський, 2021 р.

Зміст

ВСТУП.....	3
Розділ 1. Динамічні системи та їх інваріантні множини. Основні поняття...4	4
1.1 Динамічна система в n - вимірному евклідовому просторі, яка визначається автономною системою звичайних диференціальних рівнянь.....	4
1.2. Динамічна система в абстрактному метричному просторі	7
1.3. Стійкі інваріантні множини	10
1.4. Необхідні і достатні умови стійкості	12
Розділ 2. Про поведінку траєкторій диференціальної системи в околі її інваріантного тору	19
2.1 Про експоненціальне протягування рухів в околі інваріантного тору системи до її рухів на торі.....	19
2.2. Граничні цикли.....	36
Висновки	44
Список використаних джерел.....	45

ВСТУП

У наш час теорія динамічних систем [1,2] відокремилась у самостійну наукову дисципліну, але народжувалась вона в рамках якісної теорії диференціальних рівнянь. Тому багато об'єктів, що досліджувались в теорії диференціальних рівнянь, в узагальненому сенсі розглядаються і в теорії динамічних систем. Це стосується понять руху, стійкості руху у різних сенсах, інваріантних множин та їх властивостей, фазових портретів, атракторів, хаосу тощо. Як відомо, теорія інваріантних множин, зокрема інваріантних торів, займає важливе місце в теорії диференціальних рівнянь та динамічних систем [3-5,7]. Саме в 60-их роках минулого століття стало зрозумілим, що коливні рухи диференціальних систем тісно пов'язані з наявністю в останніх інваріантних множин спеціального типу, які одержали назву інваріантних торів. Було показано, що наявність квазіперіодичного розв'язку системи забезпечує наявність у неї інваріантного тору, як замикання цього розв'язку [7]. У зв'язку з цим інтерес викликало питання поведінки траєкторій динамічних систем в околі їх майже періодичних та квазіперіодичних рухів та питання стійкості таких рухів, зокрема граничних циклів [6-9]. Зокрема, дослідженню квазіперіодичних функцій та квазіперіодичних розв'язків диференціальних систем у скінченновимірних просторах присвячено монографію [7].

Цій тематиці і присвячена ця дипломна робота. Вона складається з двох основних розділів. Перший з них присвячено загальним питанням теорії динамічних систем та їх інваріантних множин в абстрактних метричних просторах та динамічним системам, визначеним у скінченновимірних просторах системами диференціальних рівнянь. У другому розділі досліджується поведінка траєкторій зліченної диференціальної системи в околі квазіперіодичної траєкторії, та розглянуто питання граничних циклів на площині та їх стійкості.

Обсяг роботи становить 45 сторінки комп'ютерного набору.

Висновки

Робота присвячена дослідженню інваріантних множин та їх властивостей, а також дослідженню поведінки рухів динамічних систем в околах їх коливних рухів (квазіперіодичних та періодичних). Вона складається з вступу, двох основних розділів, висновків та списку використаних джерел. У першому з них вивчаються питання загальної теорії динамічних систем та їх інваріантних множин в абстрактних метричних просторах та динамічним системам, визначеним у скінченновимірних просторах автономними системами звичайних диференціальних рівнянь. У другому розділі досліджується поведінка траєкторій розв'язків диференціального рівняння в просторі обмежених числових послідовностей в околі квазіперіодичної траєкторії, та розглянуто питання граничних циклів на площині та їх стійкості.

Список використаних джерел

1. *Зубов В. И.* Устойчивость движения. – М.: Высшая школа, 1973. – 270 с.
2. *Немыцкий В. В., Степанов В. В.* Качественная теория дифференциальных уравнений. – М.: ОГИЗ, 1947. – 448 с.
3. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Метод интегральных многообразий в нелинейной механике // Труды Международного симпозиума по нелинейным колебаниям. Т.1: Аналитические методы. – Киев: ИМ АН УССР, 1963. – С. 93-154.
4. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1974. – 501 с.
5. *Митропольский Ю. А., Лыкова О. Б.* Интегральные многообразия в нелинейной механике. – М.: Наука, 1973. – 512 с.
6. *Понтрягин Л. С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1970. – 332 с.
7. *Самойленко А. М.* Элементы математической теории многочастотных колебаний. – М.: Наука, 1987. – 302 с.
8. *Самойленко А. М., Петришин Р. І.* Багаточастотні коливання нелінійних систем. – Київ: Ін-т математики НАН України, 1998. – 238 с.
9. *Самойленко А. М., Теплинский Ю.В.* Счетные системы дифференциальных уравнений. – Киев: Институт математики НАН Украины, 1993. – 308 с.