Кам’янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка

Ю. Л. СМОРЖЕВСЬКИЙ

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5–6 КЛАСАХ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

ЕЛЕКТРОННЕ ВИДАННЯ НА CD-ROM

Кам’янець-Подільський
2021

УДК 37.016:51(075.8)
ББК 74.262я73
С51

Рекомендувала вчена рада фізико-математичного факультету
Кам’янець-Подільського національного університету
імені Івана Огієнка (протокол № 7 від 28 серпня 2021 р.).

Рецензенти:

Р. В. Моцик – кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри комп'ютерних наук Кам’янець-Подільського
національного університету імені Івана Огієнка;

О. М. Павлюк, – кандидат педагогічних наук, спеціаліст вищої
категорії, викладач-методист Кам’янець-Подільського
індустріального коледжу;

А. В. Семенюк, вчитель математики Кам’янець-Подільської
ЗОШ № 17 I-III ступенів.

Сморжевський Ю. Л.

С51 Методика використання наочності на уроках математики в 5–6 класах : навчальний посібник [Електронний ресурс]. Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2021. 1 електр. опт. диск (CD-ROM), 12 см.

У посібнику розкрито роль і значення наочності при вивченні шкільного курсу математики, розглянуто види наочних посібників, комп’ютер як наочний посібник на уроках математики, викладено методику використання наочних посібників на уроках математики в 5–6 класах середніх загальноосвітніх навчальних закладів.

Для вчителів математики середніх загальноосвітніх навчальних закладів, студентів педагогічних вищих закладів освіти.

УДК 37.016:51(075.8)
ББК 74.262я73

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

В умовах реформування системи освіти, відтворення і зміцнення інтелектуального потенціалу нації, виходу вітчизняної науки і техніки, економіки і виробництва на освітній рівень, інтеграції в світову систему освіти, переходу до ринкових відносин і конкуренції будь-якої продукції, в тому числі й інтелектуальної, особливо актуальним стає забезпечення належного рівня математичної підготовки підростаючого покоління.

Аналіз сучасного стану системи освіти в Україні говорить про актуальність та необхідність створення єдиного простору для інформаційно-педагогічного забезпечення освітян всім необхідним для проведення занять з використанням ілюстративного і наочного матеріалу.

Використання наочності у процесі навчання сприяє розумовому розвитку учнів, допомагає виявити зв'язок між науковими знаннями і життєвою практикою, полегшує процес засвоєння і сприяє розвитку інтересу до знань, стимулює розвиток мотиваційної сфери учнів.

Застосування принципу наочності є однією з необхідних умов успішного навчання учнів. Унаочнення підвищує ефективність уроку, допомагає подолати формалізм у навчанні, пожвавлює навчальний процес, збуджує ініціативу та мислення учнів, привчає їх до аналізу та узагальнення.

Уміле використання різноманітної наочності у процесі навчання сприяє розвитку самостійності, активності, творчої пізнавальної діяльності учнів, що значною мірою забезпечує підготовку їх до самостійної практичної роботи.

Незважаючи на наявність досить значної кількості публікацій, методичних рекомендацій, в яких висвітлюється проблема використання наочності під час вивчення тієї чи іншої теми, необхідно зазначити, що на сьогоднішній день не існує посібника, який розкривав би методику використання різних видів наочності на уроках на уроках алгебри і геометрії в основній школі. Даний посібник має на меті усунути цю проблему.

Посібник орієнтований на програму з математики для 5–6 класів середніх загальноосвітніх навчальних закладів.

Розроблена методика допоможе вчителям ефективно використання різні види наочності на уроках математики в 5–6 класах основної школи та створити необхідний комплект засобів наочності для впровадження у навчально-виховний процес.

Посібник складається з трьох розділів. У першому розділі розглянуто роль та значення наочності при вивченні шкільного курсу математики, виділено основні види наочних посібників, дано їм характеристику, розкрито роль комп'ютера і педагогічних програмних засобів до нього для інтенсифікації навчально-виховного процесу на уроках алгебри і геометрії основної школи.

У другому розділі розкрито методику використання наочності на уроках математики в 5 класі.

У третьому розділі дано методику використання наочності на уроках математики в 6 класі.

1. НАОЧНІСТЬ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ ЯК ПРИНЦИП ДИДАКТИКИ

1.1. Роль та значення наочності при вивченні шкільного курсу математики

Як відомо, перед вчителем математики стоїть завдання не лише дати учням міцні знання і навички з основних наук, а й розвинути їх мислення, зацікавити вивченням математики, активізувати їх пізнавальну діяльність, привчити працювати самостійно, щоб, закінчивши школу, вони могли самостійно підвищувати свою кваліфікацію в майбутній трудовій діяльності.

У зв'язку з цим сучасна педагогіка та психологія математики спрямовують свої зусилля на те, щоб виявити можливості учня, розширити і максимально використати їх для розвитку особистості.

Успіх у досягненні поставленої мети визначається не лише вдосконаленням змісту шкільного курсу математики, а й вдосконаленням форм, методів і засобів навчання, впровадженням таких методів навчання, які активізують пізнавальну активність учнів.

Тому не випадково в останні десятиріччя постійне вдосконалення методів, засобів і форм організації навчання математики, насамперед відшукання шляхів підвищення ефективності уроку з математики, стало предметом особливої уваги з боку школи, вчителя, педагогічної та психологічної науки.

Ефективним, на нашу думку, слід вважати такий урок математики, побудова і проведення якого максимально сприяють досягненню поставлених перед уроком цілей. Ефективно проведений урок дає можливість вчителю досягти оптимальних результатів навчання.

Завдання підвищення ефективності уроків з математики вимагає від учителя вміння володіти методами, засобами і формами навчання, як традиційними, виробленими віковим досвідом вчителів і методистів, так і тими, які виникли і ввійшли в шкільну практику відносно недавно. Уміле володіння арсеналом педагогічного досвіду дасть можливість творчо використовувати існуючі шляхи підвищення ефективності уроків з математики, принципи дидактики, зокрема, принцип наочності.

Зауважимо, що наочність є важливим компонентом активізації пізнавальної і навчальної діяльності учнів. Ще античні греки зазначали, що наочність сприяє кращому запам'ятовуванню інформації і швидшому її відтворенню. Наочність допомагає сконцентрувати увагу учнів на головному, конкретному, що дає позитивні результати при перевірці знань. Також, говорячи про увагу, можна сказати, що використання наочності на уроках в школі сприяє виробленню в людини звички відшукувати головне в матеріалі, сприяє більш точній концентрації уваги на конкретній інформації.

Принцип наочності випливає із суті процесу сприймання, осмислення і узагальнення учнями матеріалу, що вивчається. Цей принцип означає, що в навчанні необхідно, приймаючи до уваги логіку процесу засвоєння знань, на кожному етапі навчання знайти його вихідний початок у фактах і спостереженнях одиничного або в аксіомах, наукових поняттях і теоріях, після чого визначити закономірний підхід від сприймання одиничного, конкретного предмета до загального, абстрактного або навпаки — від загального, абстрактного до одиничного, конкретного [18, с. 28].

Коріння принципу наочності знаходимо в народній педагогіці [15, с. 97–98], підтвердженням чого є такі вислови: «Краще раз побачити, ніж сто разів почути», «Приклад кращий за правило» та ін.

Однак, наукове обґрунтування принципу наочності, а точніше, спроба його формулювання належить основоположнику наукової педагогіки, великому чеському педагогу Я.А. Коменському. Цей принцип він сформулював у вигляді правила, яке ним же було назване золотим, а пізніше стало відоме як «золоте правило дидактики»:

«Тому нехай буде для учнів золотим правилом: усе, що тільки можна, пропонувати для сприймання відчуттями, а саме: видиме — для сприймання зором, чутне — слухом, запахи — нюхом, що підлягає смаку — смаком, доступне дотику — дотиком. Якщо які-небудь предмети відразу можна сприйняти декількома відчуттями, нехай вони відразу охоплюються декількома відчуттями» [12, с. 303].

Я.А. Коменський міркував так: у навчанні необхідно, наскільки це можливо, предмети, що вивчаються, представляти безпосередньому спостереженню учнів, учити учнів за самими предметами, а не з книжок про ці предмети. Саме цю думку він заклав у «золоте правило» дидактики. Він вимагав, щоб вправи для відчуттів були визнані необхідними для вправ розумових. Крім того, «потрібно у навчанні справу поставити так, щоб не ми говорили учням, а самі предмети, щоб учні могли торкатися їх або їх замінників, розглядати, слухати» [12, с. 247].

Певний внесок у проблему наочності зробив Ж.Ж. Руссо [23, с. 401]. На його думку, перший розум дитини — це чуттєвий розум, відсутність власного спостереження й досвіду спричиняють дуже велику шкоду розумовому розвиткові дитини.

Однак, корінні зміни у трактуванні принципу наочності, в утвердженні його як власне принципу, належить саме Й.Г. Песталоцці.

Він у свій час зазначав: «... я утвердив вищу основу навчання у визнанні наочності як абсолютного фундаменту всякого пізнання» [11, с. 525], на що видатний російський педагог П.Ф. Каптєрєв зробив таке зауваження: «Напевне, дивно, як це Песталоцці приписує собі заслуги утвердження такого принципу, про який вже давно йшла мова в педагогіці, який розроблявся вже не одне століття і мав свою літературу. Проте слова Песталоцці справедливі» [11, с. 525].

З усього видно, що найбільша заслуга в утвердженні в педагогіці принципу наочності належить саме Й.Г. Песталоцці.

Й.Г. Песталоцці вважав, що характерна риса людської природи полягає у самодіяльності, у вільному розкритті всіх сил за власними внутрішніми законами, а не під тиском зовнішніх причин, а тому «... всі освітні засоби, як більш чи менш штучні, не повинні відхилятися від природного ходу розвитку людських здібностей чи протидіяти йому, а бути узгоджені з образом дій, якого дотримується сама природа» [24]. Усе навчання, на його думку, є не що інше, як мистецтво допомагати природному прагненню людини до розвитку, що засновується на гармонії вражень, засвоюваних дитиною, зі ступенем розвитку її сил. Саме тому будь-яке знання повинно виходити зі спостережень і до них повертатися.

Й.Г. Песталоцці рішуче заявляв, що визнає «наочність абсолютною основою пізнання», що «наочність є безумовна основа всякого знання» [24, с. 69].

«Немає живого, істинного пізнання, яке б не виходило із безпосередньо чуттєвого сприйняття або не зводилося б до нього. Тому будь-яке елементарне навчання повинно не тільки на кінець бути пов’язаним з чуттєвими сприйманнями, а починатися з них і виходити з них» [24, с. 56].

Таким чином, наочність у розумінні Й.Г. Песталоцці — це не тільки і не стільки забезпечення чуттєвого сприйняття предмета вивчення, це коли людина володіє певними чуттєвими елементами знань і використовує ці елементи для обстеження, для орієнтування, тобто зводить складне до сукупності простих елементів. Він пише: «Утвердження в дитини простого спостереження як необхідної основи будь-якого досвідного знання і піднесення згодом спостереження до ступеня мистецтва, тобто до ступеня засобу, являє собою предмет спостереження як об’єкта критичної здібності і штучно виробленої вправності та становить завдання й суть наочності» [24, с. 368].

Й.Г. Песталоцці підкреслював, що необхідно розрізняти спостереження як вихідний пункт навчання (власне відчуття) і мистецтво спостереження як вчення про відношення всіх форм. Очевидно, справу він розумів так, що навчання має йти в тому напрямі, в якому розвиток дитячої спостережливості йде від простого спостереження до ступеня мистецтва спостереження, тобто до оцінки відношення всіх форм спостережуваного об'єкта.

Вагомий внесок у розвиток його положень, їх пропаганду зробив видатний німецький педагог А. Дістервег [3].

А. Дістервег не тільки пропагував, упроваджував у шкільну практику принципи навчання Й.Г. Песталоцці, а й сам розвинув і поглибив ідеї Й.Г. Песталоцці в теорії педагогіки взагалі і в розумінні принципу наочності зокрема. Наочність він вважав основою природовідповідного навчання, надаючи великого значення ознайомленню дітей з предметами, безпосередньо доступними їх органам чуття. А. Дістервег, однак, не обмежувався тільки предметною наочністю, а допускав різноманітні її форми. У тих випадках, де неможливе безпосереднє ознайомлення з самим предметом, він пропонував звертатися до зображень на картинах, до спогадів про пережите дітьми за межами школи, до порівняння, аналогій та інших засобів [3, с. 24].

Наочність він розглядав як найважливішу умову елементарної освіти, за якою у предметі, що вивчається, виділяються найбільш зрозумілі і конкретні для дитини елементи, доступні її спостереженню або пов'язані з її попередніми знаннями [3, с. 310].

Принцип наочності знаходить, як вважає А. Дістервег [3, с. 47], своє конкретне вираження у правилах: 1) від близького до далекого; 2) від простого до складного; 3) від відомого до невідомого.

У літературі зустрічається твердження, що наочний — це такий, якому можна дати геометричний чи механічний образ. Це правильно, але частково. Річ у тому, що слово «наочний» у звичайному, побутовому значенні означає такий, якого можна побачити, тобто одержати зорове сприймання. Однак, слово «наочний» вживається у педагогіці не тільки у цьому значенні. Ми, згідно з Й.Г. Песталоцці, наочним розуміємо такий образ, коли у складному об'єкті можемо виокремити, виділити прості елементи, кожен з яких для нас є певним первинним чуттєвим образом. Тоді предмет ми розглядаємо як певну сукупність цих чуттєвих елементів.

Зробити процес навчання наочним (отже і зрозумілим) означає підвести невідоме під відоме.

Зрозуміло, що при істинному, наочному навчанні, тобто коли воно відбувається на основі вивчення реального предмета, учень сам або спільно з учителем формулює запитання ніби до предмета, бо тільки предмет може дати відповідь на це запитання, до того ж таких запитань, як правило, декілька. Але відомо, що кожен предмет виявляє свої властивості тільки у взаємодії з іншими предметами. Тому учень реально розглядає взаємодію об’єктів вивчення з іншими об’єктами і, одержуючи відповіді на поставлені запитання, синтезує їх і створює уявлення про даний об’єкт.

У ході такої взаємодії, руху, механічної і розумової дії учень бачить предмет у прямому і переносному значеннях з різних точок зору, у динаміці, переміщує, змінює його положення у просторі, рухається сам і т.д. Тому навчання за участю реальних предметів вивчення не тільки багатше з погляду отриманої інформації, а й багатше на почуття, емоції, на відчуття часу і простору.

На посиленні наочності у навчанні математики наполягав і видатний математик і педагог М.В. Остроградський [22]. Про це свідчать спогади його учнів і колег, а також аналіз його педагогічних творів. У роботі «Міркування про викладання» М.В. Остроградський наголошує: «Одних очей мало для того, щоб зберегти предмети в пам’яті, необхідно ще, якщо це можливо, використати дотик. Коли дитина виліпить букви з горщикової глини, хай вона дасть їм підсохнути і потім повторить те, що вона зробила два-три рази за допомогою моделі або за своїми першими спробами, і тоді можна бути впевненим, що спогад про ці предмети збережеться назавжди в її пам’яті. Тільки цим єдиним способом можна спростити вивчення геометричних фігур, вивчення географії і космографії, описової геометрії, фізики і механіки» [22, с. 147].

Російський педагог К.Д. Ушинський зазначав, що наочність відповідає психологічним особливостям дітей, які мислять формами, звуками, фарбами, відчуттями. Наочне навчання, за словами К.Д. Ушинського, будується не на абстрагованих уявленнях і словах, а на конкретних образах, безпосередньо сприйнятих дитиною. Наочність збагачує коло уявлень дитини, робить навчання доступнішим, конкретним і цікавим, розвиває спостережливість і мислення [32].

Визначний український педагог В.О. Сухомлинський говорив: «Образотворчий засіб наочності, навіть якщо він точно передає форму, колір та інші особливості засобу натурального, завжди є узагальненням. І завдання педагога полягає в тому, щоб поступово переходити до все складніших узагальнень при застосуванні образотворчих засобів наочності. Особливо важливо навчити дітей розуміти символічні зображення — замальовки, схеми. Вони відіграють дуже велику роль у розвитку абстрактного мислення. В зв’язку з цим я хотів би висловити побажання відносно використання класної дошки.

Класна дошка існує не тільки для того, щоб писати на ній, але й для того, щоб учитель робив замальовки, схеми, креслення — в процесі розповіді, пояснення, лекції. Викладаючи історію, ботаніку, зоологію, фізику, географію, математику, я майже на всіх уроках (приблизно на 80 уроках історії, на 90 уроках ботаніки, зоології і географії, на 100 уроках фізики і математики) використовував дошку і кольорову крейду. Без цього, на мій погляд, неможливо уявити процес розвитку абстрактного мислення. Образотворчу наочність я розглядаю не тільки як засіб конкретизації уявлень і понять, але і як засіб виходу із світу уявлень у світ абстрактної думки» [29, с. 113–114].

Про роль наочності в навчанні математики говорить і відомий методист М.В. Метельський: «В навчанні, як і в науковому пізнанні, головну роль відіграє мислення, однак не можна обійтись і без чуттєвого пізнання. Дидактичний принцип наочності в навчанні математики особливо важливий вже хоча б тому, що тут приходиться мати справу з просторовими формами і кількісними відношеннями реального світу. Крім того, високий рівень математичних абстракцій успішніше засвоюється учнем, якщо він при цьому користується їх матеріальними інтерпретаціями, реальними моделями. На основі відчуттів в учнів утворюється сприймання реальних об'єктів, формуються образні уявлення, абстрактні математичні поняття, краще засвоюються абстрактні математичні відношення і залежності» [17, с. 237].

Найбільша потреба в наочності — на початковому етапі навчання, і по мірі переходу в старші класи ця потреба зменшується, та й сама наочність стає більш складною, приймає нові форми.

Які види наочності, на яких етапах уроку їх доцільно застосовувати, щоб це було раціонально і природно, щоб вивчення математики як науки, яка спирається на логіку висловлень, не відштовхувало учня, а сприяло свідомому засвоєнню навчального матеріалу та розвитку логічного та абстрактного видів мислення хвилює багатьох методистів, педагогів.

Так, наприклад, Л. Красуля [14] описує один із основних шляхів підвищення ефективності уроків математики, а саме використання наочності. Щоб учні правильно зрозуміли та засвоїли нове математичне поняття, його треба, по можливості, проілюструвати.

Наприклад, автор вважає, що дітям важко уявити пряму лінію, яка не має ширини, точку, яка не має розмірів. Для усвідомлення цих понять рекомендується підготувати відповідні наочні посібники:

1) аркуш паперу, пофарбований у два кольори з чіткої межею. Учням пропонується виміряти довжину, а потім ширину межі. Школярі переконуються в неможливості другого вимірювання, хоч чітко бачать лінію;

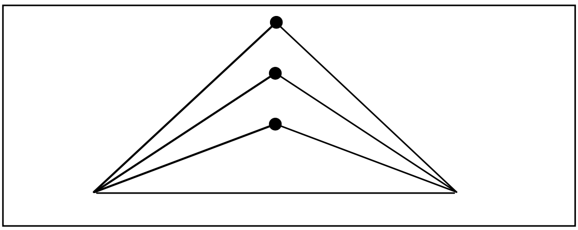
2) аркуш паперу, пофарбований у чотири кольори, тоді чітко видно точку перетину двох ліній [14, с. 7].

У роботі [14] також зазначено про те, що результати вивчення математики будуть кращими, якщо учні не лише бачитимуть моделі, братимуть їх у руки, а й виготовлятимуть деякі з них. Автор вважає, що наочність допомагає закріпити в пам'яті учнів певні математичні факти та об'єкти, бо чим краще початкове зорове сприймання, тим надовше воно запам'ятовується. Безпосереднє ознайомлення з різними геометричними образами, що зустрічаються в задачах, допомагає учням надалі правильно відтворювати їх в уяві, творчо використовуючи запам'ятовані деталі. Саме тому розв'язування задач із застосуваннями наочності активно розвиває просторову уяву учнів і створює реальні передумови для швидкого переходу до розв'язування задач без використання наочності.

Перехід до розв'язування задач з використанням малюнка, як основного виду наочності під час вивчення геометрії, повинен здійснюватися поступово. Робити це потрібно, за рекомендаціями Л. Красулі, тоді, коли основна маса учнів починає розв'язувати задачі, що супроводжуються як малюнком, так і моделлю.

У процесі вивчення математики потрібно частіше користуватися моделями, які не тільки підводять учнів до самостійного формулювання ними означень, теорем, а й допомагають спростувати неправильні уявлення, довести деякі твердження [13].

Так, у 5-му класі, коли учні починають вивчати елементи геометрії, часто виникають проблеми із «впізнанням» відповідного об'єкта, тому варто застосовувати таку модель. Це планшет із цупкого картону, на який набито кілька невеличких цвяхів. Натягуючи на цвяхи різнокольорові гумові нитки, можна моделювати різні рівнобедрені трикутники — з гострими, прямими та тупими кутами при вершині (*мал. 1*).



Мал. 1

Використання вказаної моделі унеможливить появу в учнів хибних уявлень про те, що рівнобедрені трикутники тільки з гострим кутом при вершині.

Вітчизняний психолог П.Л. М'ясоїд [20] наголошує, що, використовуючи наочність протягом уроку, вчитель тим самим покращує пам'ять учнів.

Осмисленість і міцність запам'ятовування підвищується, якщо логічна робота над матеріалом спирається на образні зв'язки. Так, при складанні плану матеріалу, який треба запам'ятати, дуже корисним є використання чуттєвої опори у вигляді просторових зорових схем, графічних моделей, що відображають структуру запам'ятовуваної системи понять [25, с. 49].

Схема може мати різну наочну форму, але чим більший обсяг матеріалу вона охоплює і чим простіша за своєю побудовою, тим ефективніша вона як спосіб запам'ятовування [25, с. 51].

Отже, використання наочності в навчальному процесі допомагає розвивати такі психічні явища як увагу, пам'ять, сприймання тощо.

Проблемі використання наочних посібників у процесі розв'язання задач узагалі та навчальних математичних, зокрема, присвячені роботи таких науковців, як П.М. Ерднієва [5], З.І. Слєпкань [27, 28], Г.П. Бевза [31], Н.А. Тарасенкової [30] та ін.

П.М. Ерднієв [5] наголошує на використанні граф-схем при доведенні теорем, за допомогою яких можна добитися короткого і чіткого доведення, коли кожна стрілка (перехід від рядка до рядка) характеризує силогізм [5, с. 61]; використання граф-схем в записі робить виведення формули зримим, а тому більш наочним і переконливим [5, с. 62].

Уміле використання комплексу графічних образів в ролі єдиного завдання збільшує певним чином пропускну здатність мозку, збільшує протікання на цій основі складних логічних міркувань. Пояснення цьому можна знайти хоча б в тому, що зорові канали переробки інформації в 100 разів сильніші слухових. Працюючи над системою задач, розташованих в таблиці, учень усвідомлює динаміку явищ і повноту уявлень [5, с. 163].

З.І. Слєпкань [28] говорить, що реалізація дидактичного принципу наочності при формуванні понять — необхідна умова, яка забезпечує ефективність навчання. Психологічний аналіз ролі наочності в навчанні підкреслює, що «при розумінні процесу учіння як аналітико-синтетичної діяльності під наочністю слід розуміти діяльність учня по відношенню до конкретних предметів і явищ. Це той практичний, реальний аналіз, який зображає перший ступінь пізнавальної діяльності і в цьому розумінні передує розумовому аналізу і синтезу, здійснюваному в словесному плані» [28, с. 47].

Наочність сприяє утворенню чітких і точних образів сприймання і представлення, полегшує учням перехід від сприймання конкретних предметів до сприймання абстрактних понять шляхом виділення і словесного закріплення схожих загальних суттєвих ознак предметів.

Для ефективного використання наочності важливо детально відбирати її, враховувати, який вид наочності найбільш оптимальний, яку функцію він повинен виконувати. Зокрема, треба визначити, чи буде використана наочність при введенні нового поняття, при розв'язуванні задач чи при проведенні практичної роботи. Важливо навчити учнів сприймати засоби наочності (вказуючи на те, що в даному матеріалі треба виділити, порівняти, уявно перетворити). Це сприяє усвідомленню сприймання, активізує мислення, підвищує пізнавальний інтерес учнів [28, с. 48].

Г.П. Бевз [31] вважає, що у підвищенні ефективності уроків з математики провідне місце займає раціональне використання наочних посібників та технічних засобів навчання. Проаналізувавши дане твердження, можна сказати, що справжнього успіху досягають ті вчителі, які використовують наочні посібники та технічні засоби навчання в комплексі і лише тоді, коли вони справді сприяють розумінню учнями програмного матеріалу, коли заощаджують час та полегшують роботу [31, с. 47].

Н.А. Тарасенкова досліджує знаково-символічні засоби (таблиці, схеми, діаграми, графіки, малюнки, реальні предмети, макети, конструкції) як способи унаочнення, які спроможні вивести учнів на досить високий рівень самостійності у процесі навчання математики в основній школі [30].

Правильне використання принципу наочності в навчанні математики повинно забезпечити своєчасний перехід від живого споглядання до абстрактного мислення. Не можна обминути перший етап, етап живого споглядання, оскільки без нього неможливий розвиток абстрактного мислення; але разом з тим неправильним, навіть шкідливим, було б надто довго затримуватись на цьому етапі, бо без своєчасного розвитку елементів абстрактного мислення неможливе глибоке і міцне оволодіння основами будь-якої науки, а особливо — математики [2, с. 5–6].

Під час наочного вивчення математичних понять легко розкриваються їх суттєві (основні) властивості, відкидаються випадкові. Основні властивості понять узагальнюються і звідси вже робляться висновки, розкриваються закони дійсності.

Узагальнююче усвідомлення математичних об'єктів формується в результаті розкриття в них суттєвих зв'язків і відношень в процесі використання наочності. Тобто, якщо відповідним чином добиратимуться об'єкти для їх наочного вивчення, то це створюватиме винятково сприятливі умови для утворення системи понять.

Отже, мислення формується в учнів на основі наочних уявлень реальних об'єктів. Зримий цілісний образ є гарантією правильного аналізу і наступного синтезу.

Від аналізу об'єктів, що знаходяться перед очима, дитина легко переходить до аналізу уявлень.

Тільки за умови зв'язку наших розумових процесів і їх джерел, в їх найбільш простих і елементарних формах з наочністю (сприйманням реальної дійсності) наше мислення дійсно відображає закономірності зовнішнього світу.

Наочність є основою судження, а значить, і цілого ряду більш складних форм мислення: умовисновків, індукції, дедукції, які також випливають із наочного сприймання зовнішнього світу.

Всі колосальні можливості корекції, які закладені в наочності, можуть бути розкритими тільки грамотним педагогом, тільки педагогом, який свідомо йде до поставленої ним мети — формування мислення своїх учнів на базі математики. Педагог має знати систему предмета, тобто знати факти, мати їх значний запас, знати систему потрібних узагальнень і висновків, знати психологію мислення учнів, розуміти окремі форми, причому педагог весь час повинен пам'ятати, що наочність не самоціль, а засіб розвитку учнів.

Велику роль відіграє унаочнення в процесі формування в учнів математичних понять. Наприклад, вивчаючи в курсі математики 5 класу многокутники і їх види (многокутник, прямокутник, квадрат, трикутник), вчитель демонструє учням моделі цих многокутників. В результаті споглядання їх в учнів створюються певні образи, які в наступних класах за допомогою аналізу і синтезу переростають у відповідні поняття і стають надалі об'єктом розумової діяльності учнів, спрямованої на розкриття тих або інших закономірностей реальної дійсності.

Важлива роль належить унаочненню при підведенні учнів до «перевідкриття» того чи іншого математичного твердження, яке має бути пояснене. Роботу вчитель направляє так, що в учня виникає певна догадка відносно закономірності, яка має бути встановлена; так виникає своєрідна гіпотеза, яка потім за допомогою міркувань або буде остаточно встановлена і перетворена в реальний факт, або буде спростована, якщо вона не відповідає реальній дійсності. При такому підході значно підвищується активність учнів, їх інтерес до навчання, а набуті знання стають більш свідомими, міцними і глибокими.

Наприклад, вивчаючи в курсі математики 6 класу множення дробів, вчитель спочатку вивішує на дошці таблицю або проектує кодоплівку, на яких зображено два квадрати зі стороною 1 дм, кожний з яких розбито на рівні прямокутники зі сторонами $\frac{1}{3}$ дм і $\frac{1}{5}$ дм. У першому квадраті заштриховано прямокутник зі сторонами $\frac{2}{3}$ дм і $\frac{4}{5}$ дм, у другому — прямокутник зі сторонами $\frac{2}{5}$ дм і $\frac{1}{3}$ дм. Учні приходять до висновку, що площа заштрихованого прямокутника в першому квадраті рівна $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$, а з другої сторони становить $\frac{8}{15}$ площі всього квадрата. Отже, $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$. Аналогічно, площа виділеного прямокутника в другому квадраті рівна $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$. Узагальнюючи ці рівності, учні самостійно приходять до правила множення дробів.

Наочні посібники часто допомагають підвести учнів до самостійного формулювання ними означень. Наприклад, вчитель демонструє таблицю, на якій зображено різні кути (гострі, прямі, тупі) і промені, які виходять з вершин цих кутів. Аналізуючи дані малюнки, учні помічають, що в одних випадках даний промінь ділить кут на два рівних кути, в інших — на два нерівних кути. Вчитель повідомляє, що у першому випадку даний промінь називають бісектрисою кута. Учні самостійно формулюють означення бісектриси кута.

Наочні посібники використовують також для створення проблемних ситуацій. Вчитель показує учням три набори, кожен з яких складається з трьох планок (у першому наборі сума довжин двох планок більша за довжину третьої планки, у другому — рівна, у третьому — менша) і пропонує з цих планок скласти три трикутники. Учні переконуються, що в другому і третьому випадках цього зробити не можна. Виникає проблемна ситуація. Проаналізувавши залежності між довжинами планок, учні приходять до висновку, що кожна сторона трикутника менша від суми двох інших його сторін.

Наочні посібники корисно використовувати для закріплення набутих знань. Пояснюючи учням 5 класу класифікацію трикутників за сторонами (різносторонні, рівносторонні, рівнобедрені), корисно використати таблицю «Трикутники, їх види». На наступному уроці цю ж таблицю можна використати для перевірки засвоєння учнями даного матеріалу.

Наочні посібники використовують також для спростування неправильних уявлень. При ознайомленні учнів у 5 класі з рівнобедреними трикутниками вони часто уявляють, що основа рівнобедреного трикутника завжди займає горизонтальне положення. Продемонструвавши учням таблицю з трикутниками, вчитель показує їм, що рівнобедрені трикутники можуть займати різні положення і вони можуть бути як гострокутні, так і прямокутні чи тупокутні.

Розв'язування задач з використанням наочних посібників активно розвиває просторову уяву учнів і створює реальні передумови для швидкого переходу до розв'язання задач без використання наочності. Такою наочністю частіше є малюнки, особливо це стосується геометричних задач.

Є.М. Кабанова-Меллер [10] досліджувала роль малюнка в процесі вивчення геометрії. Вона прийшла до висновку, що засвоєння поняття за єдиним малюнком може привести до деякої «зв'язаності». Коли учень в образі не розчленував істотні і неістотні ознаки, то образ перестає бути носієм поняття. Щоб образ став носієм поняття, треба, щоб учень вичленив у ньому істотні ознаки. Велике значення має варіювання істотних ознак з неістотними при користуванні образом. Автор у посібнику обґрунтовує доцільність вироблення методики створення опорних образів, на які учні зможуть опиратися в процесі застосування понять і теорем.

Очевидно, що значення і особливості використання наочних посібників на різних ступенях навчання математики не можуть залишатися незмінними. З підвищенням рівня загального розумового розвитку учнів легше і швидше відбувається перехід від живого споглядання до абстрактного мислення.

Чим молодший вік дитини, тим конкретніше її мислення, тим більше воно потребує опори в конкретних наочних образах. Так, наприклад, дитина дошкільного і молодшого шкільного віку легко уявляє собі три яблука, три кубики або грибки, але уявити число три без речей, яких воно стосується, для неї дуже важко.

При використанні наочних посібників ефективність буде тим вищою, чим більше число органів чуття буде залучено до їх «споглядання». Учень повинен не лише споглядати в справжньому розумінні цього слова, а й безпосередньо діяти: вирізувати, міряти, клеїти, ліпити тощо. Лише тоді він матиме можливість розкрити всі сторони і залежності спостережуваного об'єкта [2, с. 7–8].

Починаючи навчати того чи іншого питання курсу математики, вчитель насамперед повинен з'ясувати, чи є в уяві учнів потрібні чіткі і яскраві наочні образи. Якщо таких немає, то їх спочатку треба створити, бо інакше знання, набуті учнями, будуть формальними, а отже і безплідними.

У міру розвитку просторової уяви учнів зменшується роль унаочнення за допомогою моделей. Учень дедалі більше звертається до малюнка. Цей перехід від моделі до малюнка також не настає раптово, а деякий час іде паралельно [2, с. 8].

Наочні посібники сприяють утворенню найбільш яскравої і правильної уяви предметів та явищ. Використання комп'ютерів підвищує інтерес учнів до знань і робить процес засвоєння знань більш легким. Заняття, на яких демонструються мультимедійні картинки, ілюстрації, фотографії, колекції, виконані у віртуальному вигляді комп'ютерних програм, як правило, проходять при підвищеній зацікавленості й увазі всіх учнів. Багато положень, на перший погляд важких, при вдалому використанні засобів комп'ютерної техніки стають доступними і зрозумілими. Однак, щоб не перевантажувати заняття демонстраційними матеріалами, вчитель у кожному окремому випадку повинен самостійно вирішувати, коли і скільки використовувати засоби комп'ютерної наочності у процесі навчання.

Комп'ютер надає цікаві можливості на уроках з математики. Кожен етап у процесі навчання — подання нового матеріалу, формування, закріплення та перевірка знань, умінь, навичок учнів — може бути здійснений досить ефективно завдяки раціональному застосуванню технічних засобів.

М.І. Жалдак [7] переконливо демонструє можливості комп'ютерної підтримки процесів навчання різних навчальних предметів та перетворення на основі комп'ютерних програм розглянутого типу такого предмета, як математика, який традиційно вважається важкодоступним і складним, в «математику для всіх», а розв'язування задач настільки ж доступним і привабливим, як і «просте розглядання малюнків і графічних зображень».

У роботі В.П. Дьяконова [4] описано новий науковий і прикладний напрямок, який виник на межі математики та інформатики — комп'ютерна математика. В цій книзі приводиться опис теорії і застосування ряду найновіших масових систем комп'ютерної математики Excel, Derive, MuPAD, Mathcad, Mathematica, Maple V и MATLAB. Це полегшує оптимальний вибір систем і їх інтеграцію з метою ефективного розв'язання різних задач. Тисячі простих і зрозумілих прикладів роблять цю книгу цінним практичним посібником і самоучителем з систем комп'ютерної математики.

Отже, принцип наочності є одним із важливих у навчальному процесі. Багато педагогів відзначають високу ефективність застосування засобів наочності для поглиблення інтересу учнів до навчальної, пізнавальної діяльності, для формування в них відповідних знань, умінь, навичок у сприйнятті й осмисленні оточуючого світу.

На думку досвідчених психологів [8, 9, 25, 26] вища форма пізнання людиною дійсності — це абстрактне пізнання, що відбувається за участю процесів мислення та уваги. Тому дуже важливо розвивати механізми психічного відображення. Унаочнюючи навчальний матеріал, мимовільно ми створюємо середовище для діяльності пізнавальної функції психіки учня.

Наочність застосовується і як засіб пізнання нового, і для ілюстрації думок, і для розвитку спостережливості, і для кращого усвідомлення та запам'ятовування матеріалу.

Стосовно значення принципу наочності і його ролі в процесі навчального пізнання дидактика стверджує, що наочність є вихідним моментом навчання.

1.2. Види наочних посібників, їх характеристика

Відомо, що вихідним моментом у пізнанні є споглядання. Від живого споглядання до абстрактного мислення, а від нього до практики — такий діалектичних шлях пізнання реальної дійсності. Отже, для здійснення живого споглядання вчитель повинен потурбуватись про наочні посібники.

Наочними посібниками називають ті речі, моделі, малюнки, таблиці, схеми, які показують учням у процесі навчання для того, щоб вони успішно засвоїли навчальний матеріал.

У процесі навчання математики найчастіше використовують такі наочні посібники: 1) натуральну наочність, яка представляє собою реальні предмети, що зустрічаються в природі, побуті, техніці; 2) моделі, прилади та інструменти; 3) схематичні малюнки, графіки, таблиці, діаграми [19].

Часто найкращим наочним посібником є справжня річ. Наприклад, розглядаючи в курсі математики 5 класу трикутник як жорстку фігуру, слід показати учням під час екскурсії використання жорсткості трикутника на практиці: при побудові підйомних кранів, різних архітектурних споруд, мостів. Вивчаючи прямокутник у курсі математики 5 класу, доцільно наводити приклади прямокутників з оточуючого середовища: стіни, стеля і підлога класної кімнати, кришка стола, вікно, аркуш зошита, підручника тощо.

Використання натуральної наочності на уроках математики переконує учнів у тому, що математика вивчає просторові форми і кількісні відношення реального світу.

Але іноді модель реального предмета краща, ніж сам предмет. Наприклад, для порівняння раціональних чисел, вивчення дій над ними зручно використовувати модель термометра з рухомою стрічкою, а справжній термометр для цього не придатний.

Моделями називають виготовлені з дерева, картону, дроту, скла предмети, які є об’єктами певного математичного поняття. Наприклад, на уроках математики в 5 класі доцільно використовувати набори шарнірних моделей кута, трикутника і чотирикутника, моделі різноманітних трикутників і чотирикутників, виготовлених з картону, дроту.

Наочними посібниками є також різні прилади і інструменти. Якщо вчитель вперше показує транспортир і пояснює, як ним вимірювати кути, то він у цьому випадку є наочним посібником, а пізніше учні ним користуються як вимірювальним приладом. Такими приладами і інструментами на уроках математики є: лінійка, складний метр, рулетка, польовий циркуль, штангенциркуль, мікрометр (для вимірювання довжин відрізків), транспортир, астролябія, теодоліт (для вимірювання кутів, побудови кіл і дуг), палетка (для вимірювання площ). При вивченні відповідного матеріалу слід демонструвати і пояснювати, як ними користуватися.

На уроках математики серед усіх наочних посібників найчастіше використовуються малюнки. При ознайомленні учнів з математичними поняттями і їх властивостями, розв'язуванні задач доводиться будувати графіки, схеми, діаграми, різні геометричні фігури. До малюнка ставляться певні вимоги. Він повинен бути правильним, наочним і простим у виконанні [1].

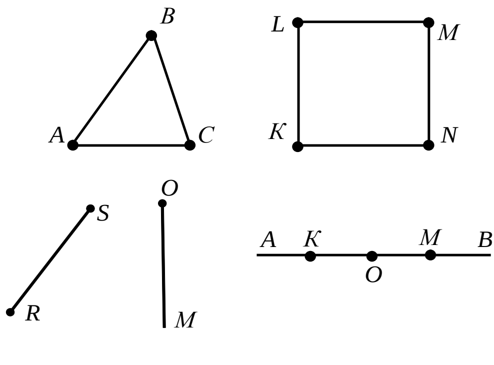
Правильним вважається малюнок, який є однією з проекцій зображуваної фігури, відповідає розглядуваній задачі чи теоремі. Малюнок вважається наочним, якщо він викликає таке ж сприймання форми фігури, як і при безпосередньому розгляді її моделі.

Третя вимога зводиться до того, щоб малюнок, по можливості, виконувався безпосередньо, при мінімальній кількості допоміжних побудов.

На дошці малюнки краще виконувати кольоровою крейдою, рівні відрізки позначати однаковим числом невеликих рисочок, прямі кути позначати маленькими квадратиками.

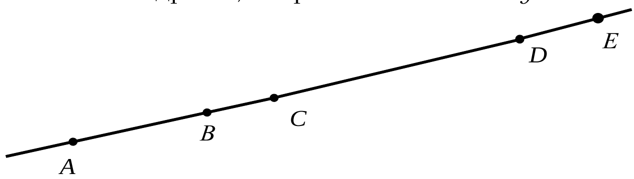
За готовим малюнком учень може розпізнати певне поняття, сформулювати його властивість чи задачу, висунути гіпотезу. Наведемо приклади таких завдань за готовими малюнками.

1. Назвіть відрізки та промені, що зображені на *малюнку 2*.



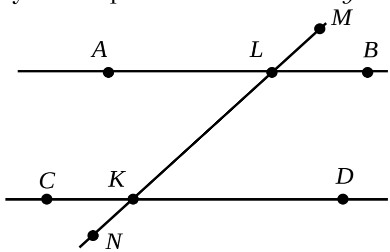
Мал. 2

2. Запишіть відрізки, зображені на *малюнку 3*.



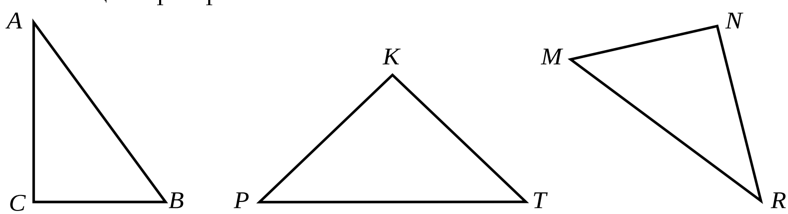
Мал. 3

3. Скільки кутів зображено на *малюнку 4*? Назвіть їх.



Мал. 4

4. Які трикутники, зображені на *малюнку 5*, є прямокутними? Як це перевірити?



Мал. 5

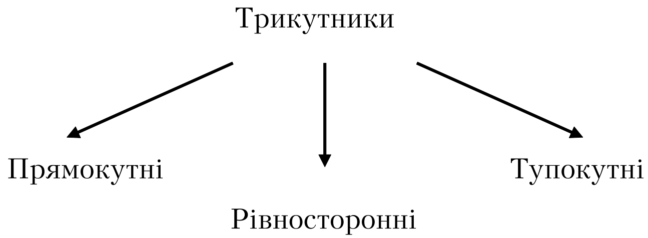
Корисно учням пропонувати і самостійно виконати малюнок до задачі. Наведемо приклади таких завдань.

1. Побудуйте три різні відрізки.
2. Побудуйте геометричну фігуру, яка складається з точок прямої, але не є відрізком.

Діаграми як вид наочності доцільно використовувати на уроках математики з метою узагальнення і систематизації знань, усвідомлення учнями взаємозв'язків між математичними поняттями. З метою ефективного використання діаграм учнів потрібно вчити розуміти суть взаємозв'язків, відображених на діаграмах. Для цього роботу з діаграмами доцільно починати з найпростіших прикладів, коли поняття, що розглядаються, добре засвоєні учнями. Поступово слід збільшувати кількість понять, що розглядаються в діаграмі, і підвищувати рівень самостійності виконання учнями завдань. При роботі з діаграмами активізується мислительна діяльність учнів.

Ефективним видом наочності при засвоєнні системи понять є класифікаційні схеми — схеми з пропущеними рядками, схеми з недостатньою або зайвою інформацією. Зацікавленість учнів викликають завдання типу:

Де помилка в схемі класифікації? Чому?



Одним із видів наочності є таблиці. Особливостями таблиць є велика інформативність, наочність і статичність поданої інформації, що дає можливість узагальнювати знання учнів, засвоювати поняття в системі. До кожної таблиці вчитель може запропонувати систему питань, що сприяють усвідомленню учнями взаємозв'язків між поняттями.

Таблиці поділяють на: 1) довідкові; 2) ілюстративні; 3) робочі (таблиці-завдання).

Існують також комбіновані таблиці, в яких поєднуються ілюстративна і робоча таблиці.

Довідкові таблиці використовують протягом тривалого часу. Такі таблиці на уроці забезпечують економію часу під час розв'язування задач, систематизації і узагальнення вивченого матеріалу.

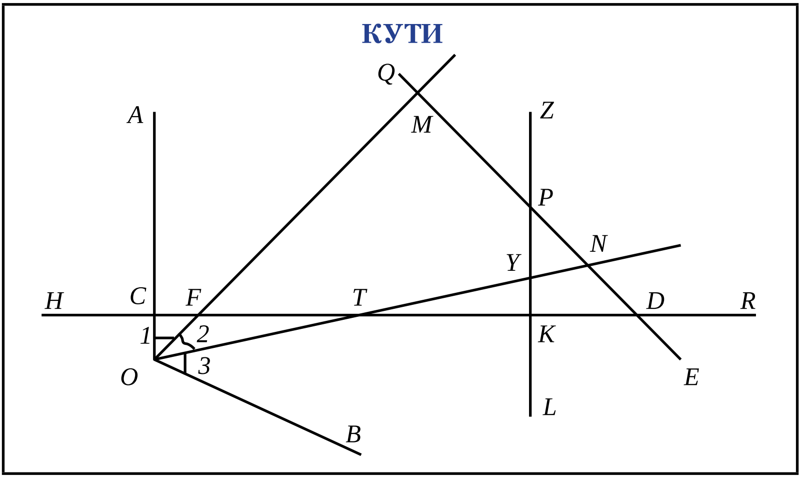
Довідкові таблиці можуть бути двох видів: таблиці, що містять матеріал, який учні повинні запам'ятати (наприклад, формули площ трикутників і чотирикутників), і таблиці, що містять матеріал, який не призначений для запам'ятовування, але необхідний в класі при розв'язуванні задач (наприклад, прості числа першої тисячі, квадрати і куби чисел першої сотні).

Учнів потрібно навчити користуватися довідковими таблицями.

Ілюстративні таблиці використовуються вчителем під час пояснення нового матеріалу, а також для фронтальної перевірки знань учнів (наприклад, дії над звичайними дробами).

Робочі таблиці — це такі таблиці, які дозволяють організовувати активну математичну діяльність учнів по засвоєнню нового теоретичного матеріалу і по його закріпленню. За допомогою робочих таблиць можна розв'язувати багато вправ по формуванню в учнів певних навичок, можна проводити опитування учнів.

Наприклад, на уроках математики у 5 класі можна використати робочу таблицю «Кути» (*мал. 6*).



Мал. 6

Цю робочу таблицю вчитель може використовувати і при поясненні нового матеріалу, і при опитуванні, і при закріпленні.

Наведемо деякі типи задач, які можуть бути розв'язані за допомогою цієї таблиці.

1. Знайдіть на таблиці кут *1*. Як його можна позначити трьома буквами?
2. Знайдіть на таблиці кут MPK. Чи можна його позначити QPL? PMK?
3. Чи перетинаються сторони кута AOB з прямими QE і ZL?
4. Знайдіть на таблиці гострі, прямі, тупі, розгорнуті кути.
5. Кути *1*, *2* і *3* рівні. Для яких кутів на таблиці проведені бісектриси?
6. Знайдіть на таблиці перпендикулярні прямі.
7. Вкажіть відстань від точки F до прямої OA і до прямої QE.

На уроках математики у 5 класі при вивченні мішаних чисел доцільно використати робочу таблицю «Мішані числа» (*мал. 7*).

МІШАНІ ЧИСЛА

Число, яке складається з **цілої частини** і з **дробової частини**, називається **мішаним числом**.

Наприклад, $4\frac{1}{5}$, $1\frac{3}{10}$, $9\frac{5}{8}$ — мішані числа. 4 — ціла частина, $\frac{1}{5}$ — правильний дріб.

Кожне мішане число дорівнює деякому неправильному дробу з тим самим знаменником. Щоб знайти чисельник цього дробу, треба цілу частину мішаного числа помножити на його знаменник і до результату додати чисельник дробової частини.

Наприклад, щоб перетворити мішане число $7\frac{2}{3}$ у неправильний дріб, треба

$$7\frac{2}{3}=\frac{7\cdot 3+2}{3}=\frac{23}{3}.$$

Щоб неправильний дріб, у якого чисельник націло не ділиться на знаменник, перетворити в мішане число, треба чисельник поділити на знаменник. Отримана неповна частка буде цілою частиною мішаного числа, а остача — чисельником його дробової частини.

Наприклад, $\frac{19}{5}=3\frac{4}{5}$, оскільки 19 : 5 = 3 (ост. 4).

Мал. 7

На цій таблиці пояснено, яке число називається мішаним, наведені приклади мішаних чисел, показано, як перетворити мішане число в неправильний дріб і неправильний дріб перетворити в мішане число, наведені приклади. Така таблиця дозволяє ефективно навчати учнів виконувати дані дії. Наприклад, вчитель пропонує учням перетворити мішане число $4\frac{1}{5}$ у неправильний дріб. Для цього радить знайти в таблиці потрібне правило і, користуючись наведеним правилом, виконати дане завдання. Аналогічно учні перетворюють неправильні дроби у мішані числа. Використання цієї таблиці створює чітке уявлення про алгоритми виконання цих перетворень.

Можливість розв'язування багатьох задач за допомогою робочих таблиць економить час на уроці, концентрує увагу учнів, сприяє підвищенню знань з математики.

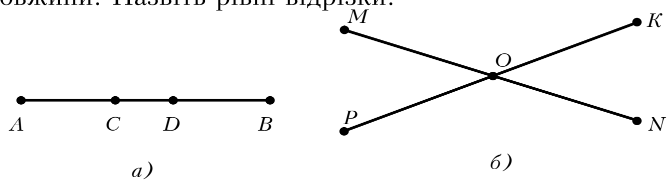
Серед технічних засобів навчання в даний час досить широко використовується кодоскоп (класна оптична дошка). За допомогою кодоскопа можна будь-який навчальний матеріал (малюнок, графік, схему, текст), нанесений на прозору плівку, спроектувати на класну дошку. Цю прозору плівку з нанесеним матеріалом називають кодопозитивом або кодоплівкою.

Кодоскоп на уроках математики дає досить чітке і відносно великих розмірів зображення, що дозволяє проектувати кодопозитив на дошку, на якому можна виконувати добудови, доповнення, записувати відповідь. Вчитель може на виготовленому кодопозитиві виконувати записи прямо на уроці. Суттєвим є те, що вчитель під час демонстрації кодопозитива весь час стоїть обличчям до класу і спостерігає за учнями, керує їх роботою. Кодопозитиви можна використовувати на різних етапах уроку: перевірка домашнього завдання, актуалізація опорних знань учнів, пояснення і закріплення нового матеріалу.

Наприклад, при вивченні теми «Відрізки, ламані та їх довжини» (математика, 5 клас) корисно запропонувати учням вправи на *кодоплівці 1*.

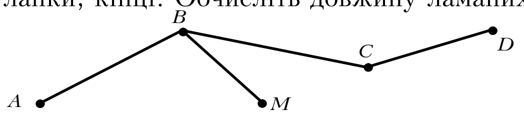
Кодоплівка 1.

1. Назвіть відрізки, зображені на *малюнку 1*. Виміряйте їх довжини. Назвіть рівні відрізки.



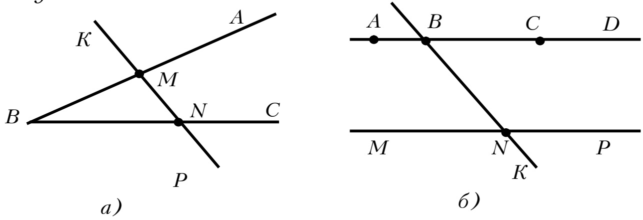
Мал. 1.

2. Назвіть ламані, зображені на *малюнку 2*. Назвіть їх вершини, ланки, кінці. Обчисліть довжину ламаних.



Мал. 2.

3. Назвіть усі відрізки, прямі та промені, зображені на *малюнку 3*.



Мал. 3.

Вивчення теми «Розкладання чисел на прості множники» (математика, 6 клас) варто супроводжувати демонстрацією *кодоплівки 2*.

Кодоплівка 2.

РОЗКЛАДАННЯ ЧИСЕЛ НА ПРОСТІ МНОЖНИКИ

Представлення складеного числа у вигляді добутку простих множників називають **розкладом числа на прості множники**.

Приклади: $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$; $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Будь-яке складене число можна подати у вигляді добутку простих чисел, тобто розкласти на прості множники.

Наприклад,
$$10 = 2 \cdot 5;$$
$$21 = 3 \cdot 7;$$
$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$
$$81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3;$$
$$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5.$$

Схема розкладання числа на прості множники

$$\begin{array}{r|l} 2940 & 2 \\ 1470 & 2 \\ 735 & 3 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$2940 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$$

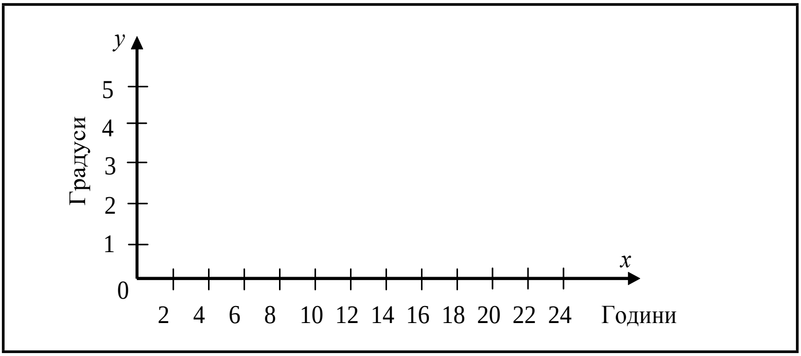
Добуток n чисел, кожне з яких дорівнює a, називають n-ним степенем числа a і позначають символом a^n .

a^n — степінь, a — основа степеня, n — показник степеня.

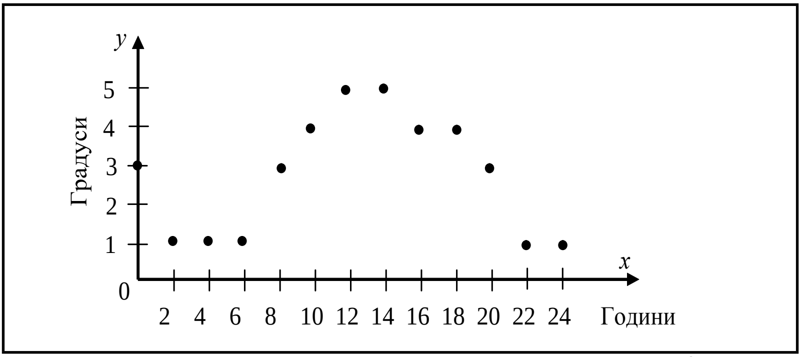
$$2940 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2.$$

Розглянемо ще одну форму роботи з кодоскопом — накладання двох чи декількох кодопозитивів один на одного при одночасному показі. Наприклад, вчитель при поясненні теми «Графіки» (математика, 6 клас) розглядає задачу про зміну температури протягом доби. Використовуючи таблицю цієї зміни, вчитель спочатку демонструє *кодоплівку 3* з системою координат, тоді накладає *кодоплівку 4* з побудованими точками і, на кінець, накладає *кодоплівку 5*, де ці точки з'єднані лінією. В результаті такої демонстрації учні бачать динаміку побудови графіка деякого процесу.

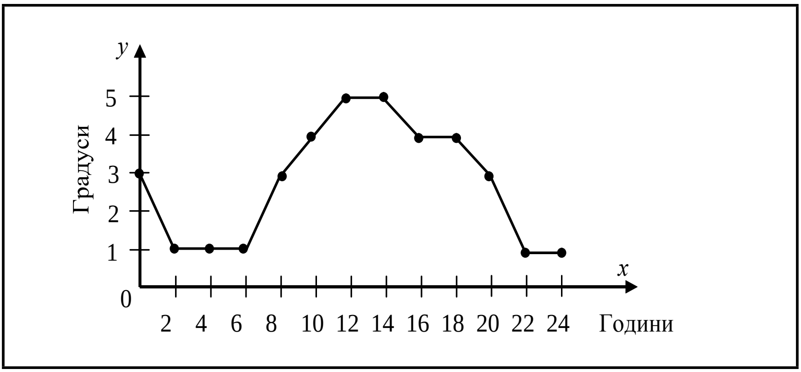
Кодоплівка 3.



Кодоплівка 4.



Кодоплівка 5.



При розгляді площ фігур зручно мати кодопозитив з квадратною сіткою (палетку). Побудувавши на дошці фігуру довільної форми і наклавши на неї за допомогою кодоскопа палетку, можна розповісти учням про наближене обчислення площі фігури. При цьому палетку можна зсувати, повертати, накладаючи її на фігуру в різних положеннях. Обчисливши площу даної фігури в цих положеннях, учні приходять до висновку, що площа фігури в різних випадках одна і та ж.

Таким чином, кодоскоп можна використовувати як наочний динамічний засіб навчання.

Знання видів наочних посібників дає змогу вчителю правильно їх добирати і ефективно використовувати під час навчання математики.

Комп'ютер як наочний засіб на уроках математики

Традиційні методи навчання передбачають активне використання принципу наочності, але відомо, наскільки він трудомісткий в реалізації, обмежений в можливостях при вивченні теоретичного матеріалу. Принципово нові можливості дають в цьому плані нові інформаційні технології (НІТ), що дозволяють наочно представляти приховані від безпосереднього сприймання закони і закономірності пізнання. Тому сьогодні можна доповнити «золоте правило» Я.А. Коменського: наочно представляти не тільки те, що можливе для безпосереднього сприймання відчуттями, але і те, що виражається абстрактними законами.

Широке впровадження в навчальний процес НІТ навчання, що базуються на комп'ютерній підтримці навчально-пізнавальної діяльності, відкриває перспективи щодо гуманізації навчального процесу, розширення та поглиблення теоретичних знань і надання результатам навчання практичного значення, посилення спілкування учнів і вчителя та учнів між собою і збільшення питомої ваги самостійної навчальної діяльності дослідницького характеру, розкриття творчого потенціалу учнів [7].

НІТ навчання надають потужні й універсальні засоби отримання, опрацювання, зберігання, подання різноманітної інформації, розкривають широкі можливості щодо істотного зменшення навчального навантаження і водночас інтенсифікації навчального процесу, надання навчально-пізнавальній діяльності творчого, дослідницького спрямування, яка природно приваблює учня, результати якої приносять йому задоволення, стимулюють бажання працювати, набувати нових знань.

Необхідність використання НІТ навчання математики пов'язана перш за все зі значно ширшими (порівняно з традиційними технологіями навчання) можливостями розкриття загальноосвітніх функцій математики.

Ефективність використання НІТ навчання під час вивчення математики значною мірою залежить від педагогічних програмних засобів (ППЗ), які дають змогу поєднати високі обчислювальні можливості з графічним поданням результатів опрацювання інформації; дають можливість економити навчальний час за рахунок виключення механічних нетворчих обчислень, здебільшого розрахункового характеру, озброюють учнів ефективними наочними методами розв'язування широкого класу задач.

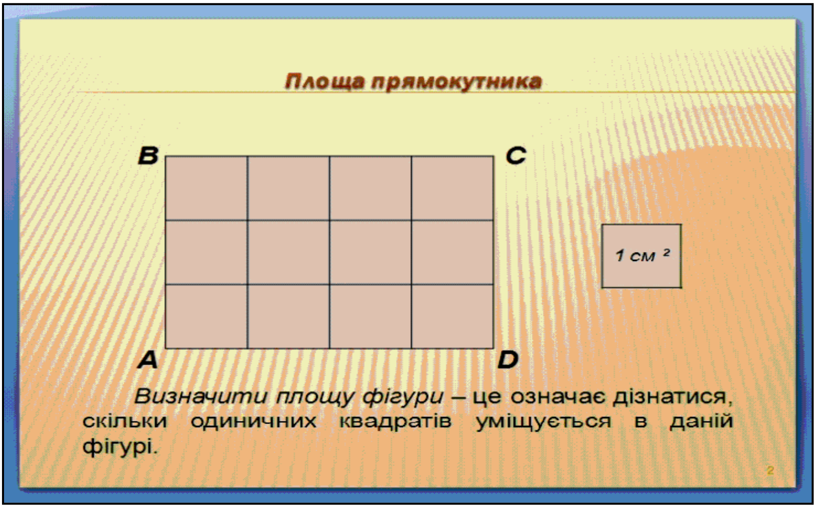
Використання ППЗ дозволяє учневі розв'язувати окремі задачі, не знаючи відповідного аналітичного апарату, методів і формул, правил тотожних перетворень виразів тощо. Завдяки можливостям графічного супроводу комп'ютерного розв'язування задачі учень легко розв'язуватиме задачі, впевнено володітиме відповідною системою понять і правил. Використання цих програм дає можливість у багатьох випадках зробити розв'язування доступним. Відповідні програми перетворюють окремі розділи і методи математики в «математику для всіх», що робить їх доступними, зрозумілими, легкими і зручними для використання [6].

Комп'ютер дає можливість використовувати ППЗ, які формують знання, уміння і навички до оволодіння уміннями самостійно «відкривати» знання, здійснюючи експериментально-дослідницьку діяльність. Такі ППЗ стимулюють продуктивну пізнавальну діяльність учнів, формують уміння застосовувати знання в нових ситуаціях, мобілізують і розвивають розумові операції, зближують мислительну діяльність з науковим пошуком, ознайомлюють з етапами, методами та прийомами дослідження, сприяють формуванню та розвитку продуктивного мислення учнів.

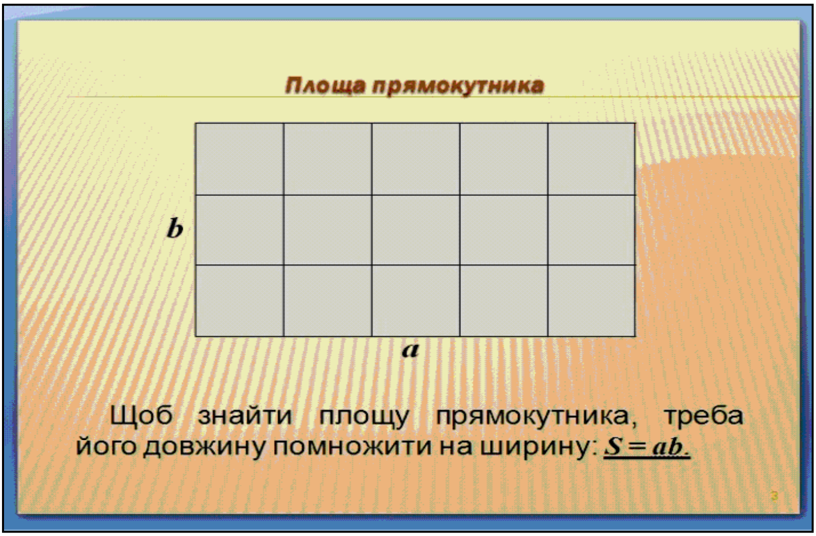
Використання ППЗ на уроках математики може значно полегшити розуміння багатьох фактів і допомогти в усвідомленні різноманітних закономірностей. Вони можуть бути використані на всіх етапах уроку і при вивченні будь-якого матеріалу з математики.

При вивченні площі прямокутника і квадрата доцільно використати комп'ютерну презентацію (див. *слайди 1, 2, 3*), які допоможуть учням усвідомити поняття площі і формули для обчислення площ прямокутника і квадрата.

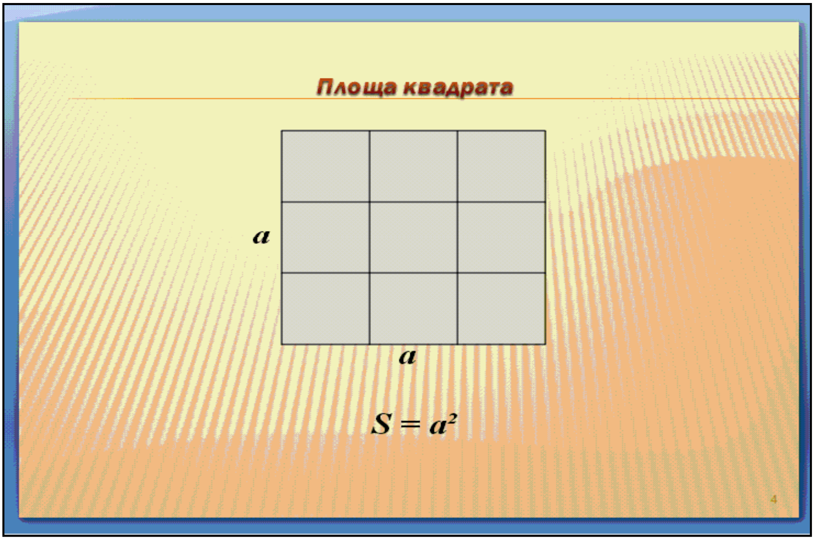
Слайд 1.



Слайд 2.



Слайд 3.



При вивченні дій над звичайними дробами у 6 класі корисною буде така комп'ютерна презентація (див. *слайди 4,5,6*).

Слайд 4.

Обчислити:

$$\boxed{6\frac{3}{8}\cdot 1\frac{7}{17}-2\frac{3}{8}:1\frac{1}{4}+\frac{2}{5}.}$$

$$\boxed{6\frac{3}{8}\cdot 1\frac{7}{17}=\frac{51}{8}\cdot\frac{24}{17}=\frac{3\cdot 3}{1}=9;}$$

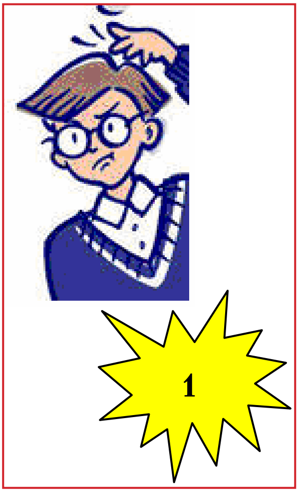
$$\boxed{2\frac{3}{8}:1\frac{1}{4}=\frac{19}{8}:\frac{5}{4}=\frac{19}{8}\cdot\frac{4}{5}=\frac{19}{10}=1\frac{9}{10};}$$

$$\boxed{9-1\frac{9}{10}+\frac{2}{5}=7\frac{10-9+4}{10}=7\frac{5}{10}=7\frac{1}{2}.}$$

Слайд 5.

Ми їдемо. Обчислимо, скільки годин протриває наша подорож (у годинах). Для цього Ви повинні скоротити два дроби, а отримані результати додати.

$$\frac{17\cdot 5}{17\cdot 10}$$

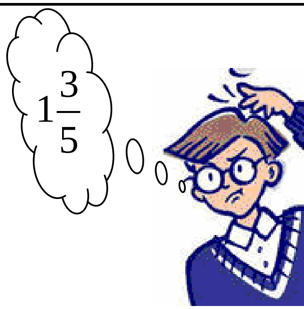


$$\frac{3\cdot 4\cdot 5}{12\cdot 2\cdot 5}$$

Слайд 6.

Обчисліть:

$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}=$$



Для забезпечення комп'ютерного супроводу навчання математики існують програмно-методичні комплекси на базі ППЗ GRAN−1, GRAN−2D, GRAN−3D, розроблені на кафедрі інформатики НПУ ім. М.П. Драгоманова, які є інструментом, що дає змогу під час розв'язування математичних задач отримати чисельні результати без знання розрахункових методів та побудувати графіки функції, не проводячи попередніх досліджень.

Програми GRAN–1 і GRAN–2D доцільно використовувати на уроках математики основної школи як засоби унаочнення при вивченні нового матеріалу і при його закріпленні.

Вивчаючи тему «Координатна площина», варто використати комп'ютерну презентацію (див. *слайди 7, 8, 9*).

Слайд 7.

Дано точки: $A(-4; 6)$; $B(-3; -4)$; $C(3; -8)$; $D(0; 6)$;
$E(-6; 0)$; $K(5; 0)$; $N(3; -1)$; $M(0; -7)$.

1. Назвіть абсциси точок A, C, E, N.
2. Назвіть ординати точок B, D, K, M.
3. Назвіть абсциси точок, які лежать на осі ординат.
4. Назвіть ординати точок, які лежать на осі абсцис.
5. У яких чвертях лежать точки A, C, B, N?
6. Ординати яких точок недодатні?

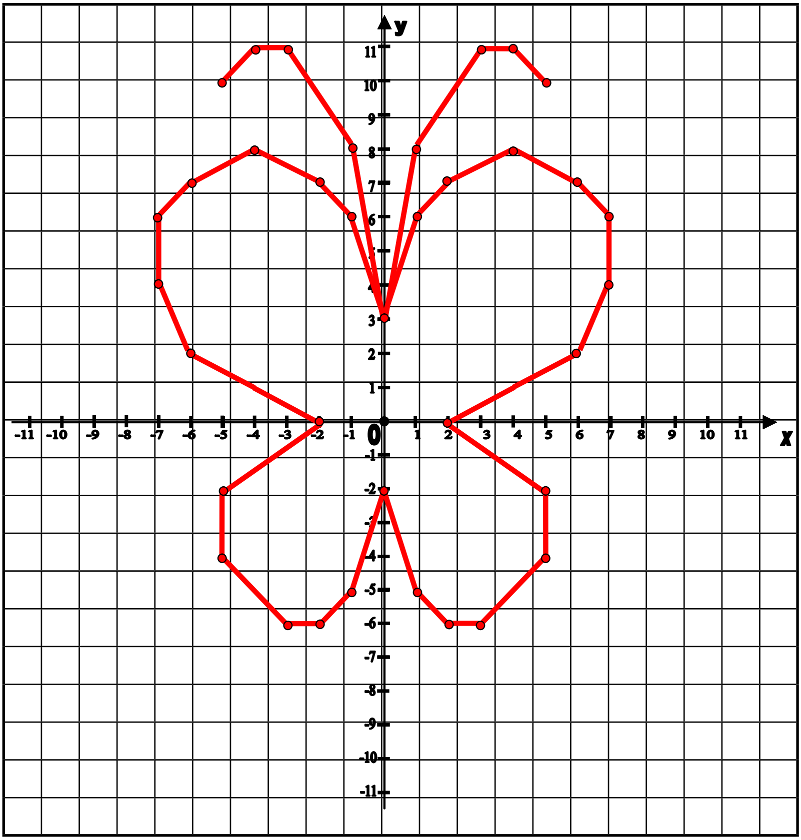
Слайд 8.

Побудуйте на координатній площині запропоновані точки.

(0; −2), (1; −5), (2; −6), (3; −6),
(5; −4), (5; −2), (2; 0), (6; 2),
(7; 4), (7; 6), (6; 7), (4; 8),
(2; 7), (1; 6), (0; 3), (−1; 6),
(−2; 7), (−4; 8), (−6; 7), (−7; 6),
(−7; 4), (−6; 2), (−2; 0), (−5; −2),
(−5; −4), (−3; −6), (−2; −6), (−1; −5),
(0; −2), (5; 10), (4; 11), (3; 11),
(1; 8), (0; 3), (−1; 8), (−3; 11),
(−4; 11), (−5; 10).

З'єднайте ці точки плавними лініями.

Слайд 9.



Програми GRAN–1 і GRAN–2D дають можливість швидко та якісно демонструвати побудови за допомогою наперед підготовлених матеріалів та зберігати ці побудови, завдяки чому економиться час. Через те, що вчитель не вимушений виконувати побудови сам, покращується якість наочних матеріалів.

Отже, використання комп'ютера у ролі ефективного засобу для наочної ілюстрації понять, демонстрації графіків, малюнків на уроках математики в 5–6 класах сприятиме глибшому засвоєнню знань, формуванню в учнів навичок евристичної діяльності, розвитку логічного і творчого мислення, математичних здібностей учнів, підвищенню мотивації та інтересу до вивчення математики, реалізації принципів диференціації та гуманізації навчання.

Студентам варто поставити питання за допомогою *кодоплівки 6.*

Кодоплівка 6

Дайте відповіді на питання:

1. Сформулюйте «золоте правило дидактики» Я.А. Коменського.
2. Назвіть відомих педагогів, які досліджували проблему наочності у навчанні.
3. Назвіть відомих українських методистів, які розробляли методику використання наочності на уроках математики.
4. Розкрийте значення наочності при вивченні шкільного курсу математики.
5. Назвіть основні види наочних посібників, які доцільно використовувати на уроках математики в 5 класі.
6. Назвіть основні види наочних посібників, які слід використовувати на уроках математики в 6 класі.
7. Наведіть приклади використання комп'ютерної презентації на уроках математики в 5 класі.
8. Наведіть приклади використання комп'ютерної презентації на уроках математики в 6 класі.

2. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНИХ ПОСІБНИКІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5 КЛАСІ

2.1. Використання наочних посібників при вивченні теми «Натуральні числа і дії над ними. Геометричні фігури і величини»

Розкриємо методику використання різних видів наочності при вивченні тем курсу математики 5 класу відповідно до діючої програми з математики.

При вивченні натуральних чисел і нумерації учням слід продемонструвати таблицю розрядних одиниць і одиниць класів (див. *табл. 1*).

Таблиця 1.

Усна нумерація розрядних одиниць	Клас мільярдів			Клас мільйонів			Клас тисяч			Клас одиниць			Письмова нумерація розрядних одиниць
	Сотні мільярдів	Десятки мільярдів	Одиниці мільярдів	Сотні мільйонів	Десятки мільйонів	Одиниці мільйонів	Сотні тисяч	Десятки тисяч	Одиниці тисяч	Сотні	Десятки	Одиниці	
Одиниця												1	1
Десять одиниць — десяток											1		10
Десять десятків — сотня										1			100
Десять сотень — тисяча									1				1000
Десять тисяч — десяток тисяч								1					10000
Десять десятків тисяч — сотня тисяч							1						100000
Десять сотень тисяч — мільйон і т.д.						1							1000000

Ознайомлюючи учнів з кількісними і порядковими числами, варто продемонструвати *слайд 1*.

Слайд 1.

Кількісні числа	Один	Два	Три	Чотири	П'ять	…
Порядкові числа	Перший	Другий	Третій	Четвертий	П'ятий	…

Під час ознайомлення учнів з римською нумерацією доцільно запропонувати їм перенести в зошити *таблицю 2*, якою зможуть користуватися під час розв'язування вправ.

Таблиця 2.

Римська нумерація	I	V	X	L	C	D	M
Арабська нумерація	1	5	10	50	100	500	1000
Приклади: XXVI = 26; XL = 40 (50 − 10); MCMXCII = 1992 (1000 + (1000 − 100) + (100 − 10) + 2).							

Введення понять натурального числа, натурального ряду, цифр і чисел варто супроводжувати демонстрацією *слайду 2.*

Слайд 2.

Числа 1, 2, 3, 4, 5, …, які використовують при лічбі предметів, називають **натуральними числами**.

Найменшим натуральним числом є число 1.
Найбільшого натурального числа не існує.

Усі натуральні числа, записані в порядку зростання, утворюють **ряд натуральних чисел** або **натуральний ряд**.

Для запису натуральних чисел використовують 10 знаків, які називають **цифрами**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Зверніть увагу: чисел існує безліч, а цифр — тільки десять. І називають їх по-різному.

Цифри: одиниця, двійка, трійка, четвірка, п'ятірка, шістка, сімка, вісімка, дев'ятка, нуль.

Числа: один, два, три, чотири, п'ять, шість, сім, вісім, дев'ять, десять, одинадцять, дванадцять, …

Таблиця 3 допоможе вчителю сформувати в учнів уміння читати багатоцифрові натуральні числа.

Таблиця 3.

Правила читання багатоцифрових натуральних чисел

Для того, щоб прочитати багатоцифрове натуральне число, потрібно:

1) розбити число на класи справа на ліво;
2) якщо найвищий клас містить три цифри, то прочитати зліва направо кожний клас як трицифрове число і додати назву класу; назва останнього класу (класу одиниць) не додається;
3) якщо найвищий клас містить одну або дві цифри, то прочитати його як одноцифрове або двоцифрове число і додати назву цього класу; решту класів читати так само, як у попередньому випадку.

Приклади:

1) 56238452145 — п'ятдесят шість мільярдів двісті тридцять вісім мільйонів чотириста п'ятдесят дві тисячі сто сорок п'ять.
2) 25002000026 — двадцять п'ять мільярдів два мільйони двадцять шість.

В кінці уроку варто провести фронтальне опитування учнів з вивченого матеріалу за допомогою *слайду 3*.

Слайд 3.

Дайте відповіді на питання:

1. Скільки існує натуральних чисел?
2. Які числа називають натуральними?
3. Яке найменше натуральне число?
4. Чи існує найбільше натуральне число?
5. Що таке цифра? Скільки існує цифр?
6. Як називають число, більше 999999 на 1?
7. Скільки різних трицифрових чисел можна написати цифрами 1, 5 і 5?
8. Трицифрове число більше за двоцифрове на одиницю. Назвіть ці числа.

Розглядаючи тему «Порівняння натуральних чисел», варто використати *таблицю 4*, якою учні зможуть користуватись, засвоюючи дану тему.

Таблиця 4.

Правила порівняння натуральних чисел

При порівнянні багатоцифрових натуральних чисел слід керуватись такими правилами:

1. Якщо два натуральних числа мають різну кількість цифр, то більшим числом буде те, у якого більше цифр.

   Приклади: 2536 > 681; 5236 < 24187.

2. Якщо два натуральних числа мають однакову кількість цифр, то більшим є те, яке має більше одиниць у найвищому розряді. Якщо ж кількість одиниць у цьому розряді однакова, то порівнюють розряди «сходинкою» нижче і т.д.

   Приклади.

1. 42268 > 36196, оскільки число 42268 містить 4 десятки тисяч, а число 36196 містить 3 десятки тисяч.
2. 382689 < 383192, оскільки ці числа мають однакову кількість сотень тисяч (по 3) і десятків тисяч (по 8), але в числі 383192 більше тисяч (3), ніж у числі 382689 (2).

Для закріплення даного матеріалу варто провести фронтальне опитування учнів з використанням *слайду 4*.

Слайд 4.

Дайте відповіді на питання:

1. Що таке знаки нерівності?
2. Що означає порівняти два числа?
3. Сформулюйте правило порівняння двох натуральних чисел.
4. Яке можливе співвідношення між двома натуральними числами?
5. Що таке множина натуральних чисел?
6. Яке натуральне число є наступним за числом a?
7. Що таке послідовність натуральних чисел?
8. Що називають натуральним рядом?
9. Що таке нерівність?

З метою систематизації вивченого матеріалу слід учням запропонувати самостійну роботу, використовуючи *слайд 5*.

Слайд 5.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Запишіть словами число: а) 12542234; б) 2507340092. 2°. Запишіть цифрами число: а) сімдесят два мільйони чотириста п'ятдесят три тисячі вісімсот тридцять два; б) п'ять мільярдів п'ятдесят мільйонів дев'ятсот сімдесят дев'ять тисяч двісті. 3*. Порівняйте числа: а) 638і 379; б) 5712 і 5126. 4*. Стрічку завдовжки 42 м розрізали на дві частини, одна з яких удвічі довша за іншу. Знайдіть довжину кожної частини. 5**. Порівняйте: а) 3 км і 2986 м; б) 2 т 565 кг і 42 ц 65 кг.	1°. Запишіть словами число: а) 23275253; б) 5703830501. 2°. Запишіть цифрами число: а) шістдесят три мільйони двісті шістдесят чотири тисячі дев'ятсот двадцять шість; б) вісім мільярдів шістдесят мільйонів чотириста вісімдесят чотири тисячі триста. 3*. Порівняйте числа: а) 726 і 568; б) 7256 і 7421. 4*. Дріт завдовжки 48 м розрізали на дві частини, одна з яких утричі довша за іншу. Знайдіть довжину кожної частини. 5**. Порівняйте: а) 5896 м і 6 км; б) 3 т 268 кг і 32 ц 68 кг.

При вивченні теми «Додавання натуральних чисел» слід повторити з учнями компоненти дії додавання, використовуючи *слайд 6*.

Слайд 6.

Дія	Запис буквами	Компонент дії		Результат
		a	b	c
Додавання	$a + b = c$	1-й доданок	2-й доданок	сума

Під час вивчення законів додавання корисно використати *таблицю 5*.

Таблиця 5.

Закони додавання

1. **Переставний закон додавання**. Від перестановки доданків їх сума не змінюється:

$$a + b = b + a.$$

Приклад. 238+ 421 = 421 + 238.

2. **Сполучний закон додавання**. Щоб до суми двох чисел додати третє число, можна до першого числа додати суму другого і третього:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Приклад. (32 + 93) + 107 = 32 + (93 + 107) = 232.

Дана таблиця допоможе учням розв'язувати вправи на обчислення значень виразів найбільш зручним способом.

Принципове значення має розгляд випадків додавання нуля, формулювання правила і записування його у вигляді відповідних рівностей із змінною: $a + 0 = a$, $0 + a = a$. Обґрунтувати ці рівності складно, оскільки означення дії додавання не вводиться. Тому доцільно підвести учнів до висновку, що $a + 0 = a$, $0 + a = a$, $0 + 0 = 0$, використавши *слайд 7.*

Слайд 7.

Властивість нуля при додаванні

Правило: Якщо один з доданків дорівнює нулю, то сума дорівнює другому доданку.

Заповніть таблицю

a	0	0	9	18	1	0		0
b	2		0		0	5	7	0
$a + b$		6		18			7	

Закріплення цього матеріалу можна провести у формі фронтального опитування за допомогою *слайду 8*.

Слайд 8.

Дайте відповіді на питання:

1. Як називаються компоненти дії додавання?
2. Сформулюйте переставний закон додавання. Запишіть його у буквеній формі.
3. Сформулюйте сполучний закон додавання. Запишіть його у буквеній формі.
4. Як додати натуральні числа?
5. Чому дорівнює сума двох чисел, якщо один з доданків дорівнює 0?
6. Як зміниться сума, якщо один з доданків збільшити на a одиниць?

Вивчення теми «Віднімання натуральних чисел» доцільно супроводжувати ілюстрацією *таблиці 6*.

Таблиця 6.

Віднімання натуральних чисел

Відняти від числа *a* число *b* означає знайти таке число ***x***, яке в сумі з ***b*** дає ***a***:

$$\underset{\text{зменшуване}}{\underset{\downarrow}{a}} \quad - \quad \underset{\text{від'ємник}}{\underset{\downarrow}{b}} \quad = \quad \underset{\text{різниця}}{\underset{\downarrow}{x}}$$

$$x + b = a$$

Приклад. 458 − 246 = 212, оскільки 212 + 246 = 458.

Тому віднімання називають **дією**, **оберненою** до додавання.

Способи перевірки дії віднімання:

1) додаванням, знаходячи зменшуване за від'ємником і різницею;

Наприклад, 533 — 499 = 34, оскільки 499 + 34 = 533;

2) відніманням, знаходячи від'ємник за зменшуваним і різницею.

Наприклад, 237 − 199 = 38, оскільки 237 − 38 = 199.

За можливості доцільно розглянути зміну результату дії віднімання від зміни компонентів. Можна запропонувати учням розглянути таблицю і дійти висновку щодо зміни різниці залежно від зміни одного з компонентів (табл. 7).

Таблиця 7.

Залежність зміни різниці від зміни одного із компонентів

Дано	Що змінили?	Як змінили?	Отримали	Як змінилася різниця
26 − 8= = 18	Від'ємник	Збільшили на 3	26 − 11 = 15	Зменшилась на 3
	Від'ємник	Збільшили на 10	26 − 18 = 8	Зменшилась на 10
	Від'ємник	Зменшили на 6	26 − 2 = 24	Збільшилась на 6
	Зменшуване	Збільшили на 5	31 − 8 = 23	Збільшилась на 5
	Зменшуване	Зменшили на 4	22 − 8 = 14	Зменшилась на 4

Виявлені закономірності потрібно застосовувати для раціоналізації обчислень. Наприклад, 5868 − 997 = 5868 − 1000 + 3 = = 4868+ 3 = 4871.

Слайд 9 допоможе закріпити даний матеріал.

Слайд 9.

Дайте відповіді на питання:

1. Що означає відняти від одного числа друге?
2. Як називають компоненти дії віднімання?
3. Як віднімають натуральні числа?
4. Як зміниться різниця, якщо зменшуване збільшити на *a* одиниць?
5. Як зміниться різниця, якщо від'ємник збільшити на *a* одиниць?
6. Коли різниця дорівнює зменшуваному?
7. Які є способи перевірки дії віднімання?

Для підготовки учнів до тематичного контролю варто запропонувати самостійну роботу, використовуючи *слайд 10*.

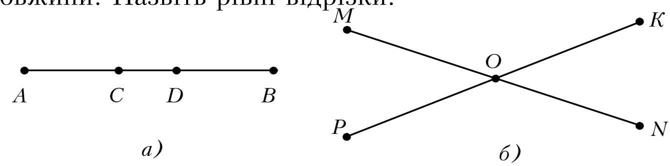
При вивченні теми «Відрізки, ламані та їх довжини» можна запропонувати учням вправи на *слайді 11*.

Слайд 10

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Від трьох мільярдів відніміть шість тисяч сто п'ять.	1°. Від чотирьох мільярдів відніміть вісім тисяч сто шість.
2°. Обчисліть: $9018 - (2136 + 4956)$.	2°. Обчисліть: $7609 - (4930 - 2156)$.
3*. Обчисліть: $(7829 + 5878) -$ $- (20000 - 18453)$.	3*. Обчисліть: $(44516 - 17398) -$ $- (14259 + 12262)$.
4*. Розв'яжіть рівняння: а) $x + 968 = 1342$; б) $5836 - x = 2438$.	4*. Розв'яжіть рівняння: а) $836 + x = 1427$; б) $x - 1456 = 432$.
5**. Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення: $(412 + 116) - 112$.	5**. Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення: $(593 + 675) - 275$.

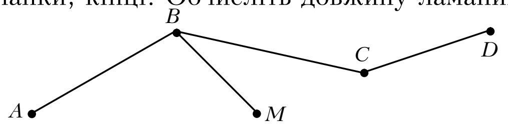
Слайд 11.

1. Назвіть відрізки, зображені на *малюнку 1*. Виміряйте їх довжини. Назвіть рівні відрізки.



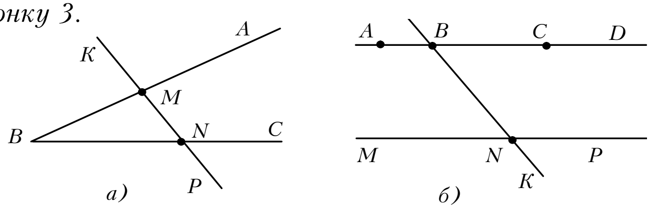
Мал. 1.

2. Назвіть ламані, зображені на *малюнку 2*. Назвіть їх вершини, ланки, кінці. Обчисліть довжину ламаних.



Мал. 2.

3. Назвіть усі відрізки, прямі та промені, зображені на *малюнку 3*.



Мал. 3.

Для закріплення даного матеріалу слід провести фронтальне опитування, використовуючи *слайд 12.*

Слайд 12.

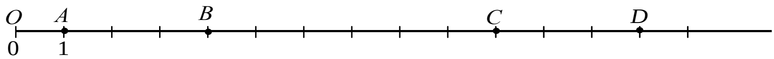
Дайте відповіді на питання:

1. Що таке відрізок? Що таке кінці відрізка?
2. Як можна виміряти довжину відрізка?
3. Як порівнюють відрізки?
4. Які відрізки називають рівними?
5. Яка фігура називається ламаною?
6. Що таке ланки ламаної, кінці ламаної?
7. Що називають довжиною ламаної?
8. Що таке промінь?
9. Що таке пряма?

При вивченні теми «Координатні промені і шкали» корисно запропонувати учням вправи на *слайді 13*.

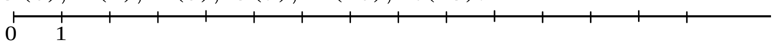
Слайд 13.

1. Яким числам відповідають точки A, B, C, D координатного променя на *малюнку 1*? Як це записують?



Мал. 1.

2. Позначте на координатному промені (*мал. 2*) точки $O(0)$, $A(2)$, $B(5)$, $C(7)$, $D(10)$, $K(13)$.



Мал. 2.

Слайд 14 допоможе закріпити цей матеріал.

Кодоплівка 12.

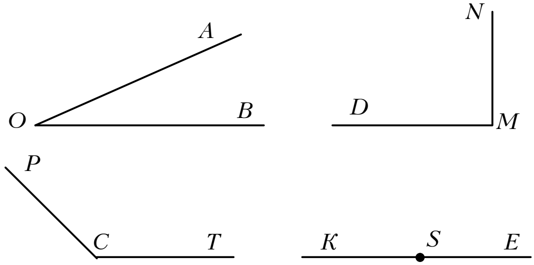
Дайте відповіді на питання:

1. Що називають координатним променем?
2. Що називають координатою точки координатного променя?
3. Що таке одиничний відрізок координатного променя?
4. Що таке шкала?
5. Які бувають шкали?
6. Що таке велика поділка і мала поділка?
7. Назвіть прилади, які мають шкали.

Вивчаючи тему «Кути та їх міри», варто запропонувати учням вправи на *слайді 15*.

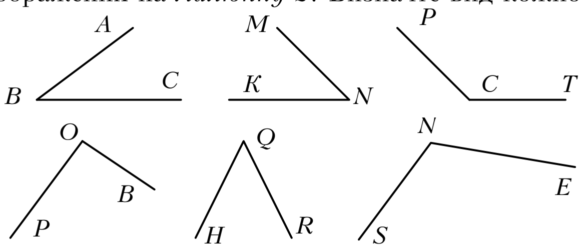
Слайд 15.

1. Для кожного з кутів, зображених на *малюнку 1*, назвіть його вершину і сторони. Запишіть позначення цих кутів. Назвіть серед них гострий, тупий, прямий і розгорнутий кути.



Мал. 1.

2. Знайдіть, користуючись транспортиром, градусну міру кутів, зображених на *малюнку 2*. Визначте вид кожного кута.



Мал. 2.

Для закріплення теми «Кути та їх міри» можна використати *слайд 16*.

Слайд 16.

Дайте відповіді на питання:

1. Що таке кут?
2. Як позначають кути?
3. Що таке вершина і сторони кута?
4. Які кути називають рівними?
5. Який кут називається розгорнутим?
6. Скільки градусів має розгорнутий кут?
7. Яким приладом вимірюють кути?
8. Які кути називають гострими, прямими і тупими?
9. Що називають бісектрисою кута?

Для систематизації вивченого геометричного матеріалу варто учням запропонувати самостійну роботу, використовуючи *слайд 17*.

Слайд 17.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Накресліть відрізок AB завдовжки 58 мм і позначте на ньому точку M таку, що BM = 16 мм. Знайдіть довжину відрізка AM.	1°. Накресліть відрізок AB завдовжки 62 мм і позначте на ньому точку N таку, що BN = 14 мм. Знайдіть довжину відрізка AN.
2°. Накресліть ламану $ABCD$ завдовжки 84 мм, у якої AB = 3 см, BC = 4 см. Знайдіть довжину ланки CD.	2°. Накресліть ламану $MNPK$ завдовжки 92 мм, у якої MN = 4 см, NP = 3 см. Знайдіть довжину ланки PK.
3*. Побудуйте кут AOB, міра якого дорівнює 120°. Проведіть його бісектрису OC. Знайдіть міру кута AOC.	3*. Побудуйте кут MOK, міра якого дорівнює 60°. Проведіть його бісектрису OP. Знайдіть міру кута MOP.
4*. Знайдіть міру кута між стрілками годинника, якщо вони показують:	4*. Знайдіть міру кута між стрілками годинника, якщо вони показують:
а) 3 год.; б) 8год.	а) 4 год.; б) 9 год.
5**. Довжина одиничного відрізка координатного променя 4 см. Знайдіть довжини відрізків OA, OB і AB, якщо $O(0)$, $A(6)$, $B(10)$.	5**. Довжина одиничного відрізка координатного променя 3 см. Знайдіть довжини відрізків OM, ON і MN, якщо $O(0)$, $M(8)$, $N(14)$.

Пояснюючи учням тему «Множення натуральних чисел», доцільно використати *таблицю 8*.

Таблиця 8.

Множення натуральних чисел

Помножити число *a* на натуральне число *b* — це означає взяти число a доданком b разів.

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + ... + a}_{b}$$

Наприклад: $15 \cdot 4 = 15 + 15 + 15 + 15 = 60$.

Якщо $a \cdot b = c$, то числа a і b називають **множниками**, число c — **добутком**, а знак «·» — **знаком множення**. Іноді замість «·» пишуть «×».

Якщо один із двох множників дорівнює одиниці, то добуток дорівнює іншому множнику:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a .$$

Якщо один із множників дорівнює нулю, то добуток дорівнює нулю:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0 .$$

Щоб помножити на число, записане одиницею з наступними нулями, достатньо до першого множника справа приписати стільки нулів, скільки їх є у другому множнику.

Наприклад: $286 \cdot 10 = 2860$,
$608 \cdot 100 = 60800$,
$421 \cdot 1000 = 421000$.

Закріплення цього матеріалу слід провести у формі фронтального опитування, використовуючи *слайд 18*.

Слайд 18.

Дайте відповіді на питання:

1. Що означає помножити число m на число n?
2. Як називають компоненти дії множення?
3. Якою дією збільшують число на a одиниць?
4. Якою дією збільшують число у a разів?
5. Чому дорівнює добуток, коли один з множників дорівнює одиниці?
6. Чому дорівнює добуток, коли один з множників дорівнює нулю?
7. Як помножити на число, записане одиницею з наступними нулями?
8. Як зміниться добуток, якщо один з множників збільшити у 3 рази?

Основні закони множення потрібно повторювати, ілюструючи їх застосування для раціоналізації обчислень, використовуючи *таблицю 9*.

Таблиця 9.

Закони множення натуральних чисел

1. Переставний закон множення.

Від перестановки множників добуток не змінюється:

$$a \cdot b = b \cdot a .$$

Наприклад: $25 \cdot 639 \cdot 4 = 25 \cdot 4 \cdot 639 = 100 \cdot 639 = 63900$.

2. Сполучний закон множення.

Щоб добуток двох чисел помножити на третє число, досить перше число помножити на добуток другого і третього чисел:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Наприклад: $(284 \cdot 125) \cdot 8 = 284 \cdot (125 \cdot 8) = 284 \cdot 1000 = 284000$.

3. Розподільний закон множення.

Щоб помножити суму на число, можна кожний доданок помножити на це число і знайдені добутки додати:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c .$$

Наприклад:

$$33 \cdot 125 = (32 + 1) \cdot 125 = 32 \cdot 125 + 125 = 32(100 + 25) + 125 =$$

$$= 4000 + 125 = 4125.$$

Слайд 19 допоможе закріпити даний матеріал.

Слайд 19.

Дайте відповіді на питання:

1. Як формулюється переставний закон множення. Запишіть його у буквеній формі.
2. Як формулюється сполучний закон множення. Запишіть його у буквеній формі.
3. Як формулюється розподільний закон множення. Запишіть його у буквеній формі.
4. Як можна помножити числа, що закінчуються нулями? Наведіть приклади.

Для підготовки учнів до тематичного контролю слід запропонувати самостійну роботу, використавши *слайд 20*.

Слайд 20.

<table>
<tr><th colspan="2">Самостійна робота</th></tr>
<tr><td>

Варіант 1

1°. Обчисліть:

а) $704 \cdot 69 + 1424$;

б) $(294 + 16) \cdot 348 - 279$.

2°. Обчисліть значення виразу $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$ найзручнішим способом.

3*. З одного порту в інший одночасно відійшли теплохід та катер. Швидкість теплохода дорівнює 28 км/год., а швидкість катера — 36 км/год. Яка відстань буде між ними через 5 год. після початку руху?

4*. Як зміниться добуток $108 \cdot 56$, якщо перший множник збільшити у 2 рази, а другий — у 3 рази? Чому?

5**. Обчисліть значення виразу $43 \cdot 64 + 43 \cdot 23 - 87 \cdot 33$ зручним способом.

</td><td>

Варіант 2

1°. Обчисліть:

а) $412 \cdot 42 - 7304$;

б) $294 + 16 \cdot (348 - 279)$.

2°. Обчисліть значення виразу $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$ найзручнішим способом.

3*. З одного села в одному напрямі вирушили одночасно два велосипедисти. Один з них їхав зі швидкістю 12 км/год., а другий — 9 км/год. Яка відстань буде між ними через 6 год. після початку руху?

4*. Як зміниться добуток $124 \cdot 38$, якщо перший множник збільшити у 3 рази, а другий — у 4 рази? Чому?

5**. Обчисліть значення виразу $93 \cdot 24 - 27 \cdot 24 + 66 \cdot 76$ зручним способом.

</td></tr>
</table>

Використовуючи *слайд 21*, формулюємо означення дії ділення.

Слайд 21.

Поділити число *a* на *b* — це означає знайти таке число *c*, що $c \cdot b = a$.

$$\begin{array}{ccccc} a & : & b & = & c. \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{ділене} & & \text{дільник} & & \text{частка} \end{array}$$

Вираз $a:b$ показує, у скільки разів a більше від b, або b менше від a.

Особливі випадки ділення

$$0:a=0 \quad (0:25=0),$$
$$a:a=1 \quad (25:25=1),$$
$$a:1=a \quad (25:1=25).$$

На нуль ділити не можна!

Для закріплення цього матеріалу можна використати *слайд 22*.

Слайд 22.

Дайте відповіді на питання:

1. Що означає поділити число m на число n?
2. Як називають числа при діленні?
3. Який зв’язок між діями множення і ділення?
4. На яке число ділити не можна? Чому?
5. Поясніть, як виконується письмове ділення.
6. Чи може частка дорівнювати діленому? Наведіть приклади.

Вивчення теми «Ділення з остачею» доцільно супроводжувати демонстрацією *таблиці 10*.

Таблиця 10.

Ділення з остачею

Ділення одного натурального числа на інше без остачі не завжди можливе. Наприклад, при діленні 23 на 4 отримаємо неповну частку 5 і остачу 3. Записують так: 23 : 4 = 5 (ост. 3).

Тут 23 — **ділене**, 4 — **дільник**, 5 — **неповна частка**, 3 — **остача**. Співвідношення між цими числами можна записати і так: $23 = 4 \cdot 5 + 3$.

Отже, **щоб знайти ділене, треба дільник помножити на неповну частку і додати остачу**.

У буквеному вигляді це записують так:

$$a = bq + r,$$

де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача, $r < q$. **Остача завжди менша від дільника**.

Якщо остачею нехтують, то **неповну частку** ще називають **наближеною часткою** і записують: $23 : 4 \approx 5$.

Закріпити цей матеріал допоможе *слайд 23*.

Слайд 23.

Дайте відповіді на питання:

1. Що таке ділення з остачею?
2. Як називаються числа при діленні чисел з остачею?
3. Яка залежність існує між числами при діленні з остачею?
4. Яка частка називається наближеною?
5. Коли пишуть знак наближеної рівності?

Систематизуючи відомості про дії множення і ділення, потрібно ознайомити учнів із залежностями між компонентами цих дій, сформулювати правила і закріпити їх на конкретних вправах. Цьому допоможе *таблиця 11*.

Таблиця 11.

Залежності між компонентами дій множення і ділення натуральних чисел
1. Щоб знайти невідомий множник, треба добуток поділити на відомий множник:
$12x = 84$; $x = 84:12$; $x = 7$.
2. Щоб знайти невідоме ділене, треба дільник помножити на частку:
$x:21 = 16$; $x = 21 \cdot 16$; $x = 336$.
3. Щоб знайти невідомий дільник, треба ділене поділити на частку:
$576:x = 18$; $x = 576:18$; $x = 32$.

При вивченні теми «Квадрат і куб числа» спочатку слід згадати з учнями, як за допомогою добутку зручно записувати суму кількох рівних доданків, а тоді показати, як можна коротко записувати добуток, в якому всі множники рівні. Для цього варто використати *слайд 24.*

Слайд 24.

Сума однакових доданків	**Добуток однакових множників**
$5+5+5+5 = 5\cdot 4$;	$5\cdot 5\cdot 5\cdot 5 = 5^4$;
$3+3+3+3+3 = 3\cdot 5$;	$3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 3^5$;
$4+4 = 4\cdot 2$;	$4\cdot 4 = 4^2$;
$\underbrace{a+a+\ldots+a}_{n} = a\cdot n$.	$\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n} = a^n$.

Після цього слід ввести поняття степеня числа, основи степеня, показника степеня, квадрата і куба числа. Тут корисною буде *таблиця 12*.

Таблиця 12.

Степінь числа

Вираз a^n називають **степенем** числа a. Число a називають **основою степеня**, число n називають **показником степеня**.

Приклад: 8^5 — степінь числа 8. 8 — основа степеня, 5 — показник степеня.

Добуток двох рівних чисел $a \cdot a$ називають квадратом числа a:

$$a \cdot a = a^2 .$$

Добуток трьох рівних чисел $a \cdot a \cdot a$ називають кубом числа a:

$$a \cdot a \cdot a = a^3 .$$

Обчислення квадрата (куба) числа називають піднесенням до квадрата (куба) даного числа.

Слайд 25 допоможе закріпити даний матеріал.

Слайд 25.

Дайте відповіді на питання:

1. Як називають добуток двох рівних чисел? Запишіть у буквеній формі.
2. Як називають добуток трьох рівних чисел? Запишіть у буквеній формі.
3. Що означає піднести число до квадрата?
4. Що означає піднести число до куба?
5. Що таке степінь числа a?
6. Що називають основою і показником степеня?

Систематизацію вивченого матеріалу допоможе провести самостійна робота, використавши *слайд 26*.

Слайд 26.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Обчисліть: а) $256+144:16-8$; б) $(256+144):(16-8)$.	1°. Обчисліть: а) $(256+144):16-8$; б) $256+144:(16-8)$.
2°. Знайдіть неповну частку і остачу від ділення 2964 на 18.	2°. Знайдіть неповну частку і остачу від ділення 4848 на 106.
3*. Розв'яжіть рівняння $966:(x+17)=23$.	3*. Розв'яжіть рівняння $1728:(56-x)=36$.
4*. Одна із сторін трикутника в 5 разів менша від другої і на 25 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 74 см.	4*. Одна із сторін трикутника у 2 рази більша за другу сторону, а друга — на 7 дм менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 99 дм.
5**. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення: сума куба числа 5 і квадрата числа 8.	5**. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення: різниця квадратів чисел 6 і 2.

Вивчення теми «Числові і буквені вирази» доцільно супроводжувати демонстрацією *таблиці 13*.

Таблиця 13.

Вирази

Числові → Приклади: $5+6$, $200-18\cdot 11$, $2\cdot 27+(636-24):3^2$

Буквені → Приклади: $5x$, $2ab$, $(2+x)8$, $2^2+3(a+b)-4a+18$

Для числових виразів обчислюють їх значення.
Буквені вирази спрощують.

Порядок дій для обчислення значень числових виразів:

1. Дії в дужках.
2. Піднесення до степеня.
3. Множення і ділення.
4. Додавання і віднімання.

Наприклад, значення виразу $63+(428-12):2^3$ обчислюють у такій послідовності:

1) $428 - 12 = 416$; 2) $2^3 = 8$;
3) $416 : 8 = 52$; 4) $63 + 52 = 115$.

Отже, $63+(428-12):2^3=115$.

Для закріплення даного матеріалу слід провести фронтальне опитування учнів, використовуючи *слайд 27*.

Слайд 27.

Дайте відповіді на питання:

1. Що таке вираз? Наведіть приклади.
2. Який вираз називають числовим? Наведіть приклади.
3. Який вираз називають буквеним? Наведіть приклади.
4. Який порядок дій для обчислення значень числових виразів?
5. Що таке формула? Наведіть приклади.

Вивчення теми «Рівняння» доцільно супроводжувати ілюструванням учням *таблиці 14*.

Таблиця 14.

Рівняння
Рівність, яка містить невідоме число, позначене буквою, називається **рівнянням**. *Приклади.* $x + 5 = 8$; $2x + 6 = 12$; $(208 + x) - 416 = 137$. **Коренем рівняння** називають те значення невідомого, при якому рівняння перетворюється на правильну рівність. *Приклади.* 1. $x + 6 = 10$; $x = 4$ — корінь даного рівняння. 2. $3x + 5 = 17$; $3x = 17 - 5$; $3x = 12$; $x = 4$ — корінь даного рівняння. **Розв'язати рівняння** — це означає знайти всі його розв'язки або показати, що їх немає. *Приклади.* 1. $x - 2 = 8$; $x = 10$. Рівняння має один корінь: $x = 10$. 2. $x + 12 = 6$. Рівняння коренів немає.

Учні 5 класу розв'язують рівняння на основі залежностей між компонентами і результатами арифметичних дій. Тому при розв'язуванні рівнянь корисною буде для учнів *таблиця 15*.

Діюча програма передбачає систематичне використання рівнянь як основного методу розв'язування текстових задач. Під час розв'язування задач за допомогою складання рівнянь схематичні записи застосовують для зображення умови задачі, а також для відтворення ходу міркувань при складанні порівнювальних виразів. Під час складання порівнювальних виразів використовують записи однорідних величин у стовпчики, розміщують проміжні вирази в таблиці.

Так, для задачі «Другого дня зі складу видали у 2 рази більше дроту, ніж першого дня, а третього дня — у 3 рази більше, ніж першого дня. Скільки видали дроту за кожний день, якщо за три дні видали 60 кг дроту?» корисно скласти такий схематичний запис на *слайді 28*.

Таблиця 15.

Правила розв'язування рівнянь

1. Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок.

Приклад. Розв'язати рівняння $56 + x = 100$.

За даним правилом *маємо*: $x = 100 - 56$; $x = 44$.

2. Щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник.

Приклад. Розв'язати рівняння $x - 28 = 46$.

Маємо: $x = 46 + 28$; $x = 74$.

3. Щоб знайти невідомий від'ємник, треба від зменшуваного відняти різницю.

Приклад. Розв'язати рівняння $206 - x = 102$.

Маємо: $x = 206 - 102$; $x = 104$.

4. Щоб знайти невідомий множник, треба добуток поділити на відомий множник.

Приклад. Розв'язати рівняння $12 \cdot x = 84$.

Маємо: $x = 84 : 12$; $x = 7$.

5. Щоб знайти невідоме ділене, треба дільник помножити на частку.

Приклад. Розв'язати рівняння $x : 14 = 26$.

Маємо: $x = 14 \cdot 26$; $x = 364$.

6. Щоб знайти невідомий дільник, треба ділене поділити на частку.

Приклад. Розв'язати рівняння $288 : x = 18$.

Маємо: $x = 288 : 18$; $x = 16$.

Слайд 28.

Дні	I	II	III
Видали дроту	x	$2x$	$3x$

$$\underbrace{x \qquad 2x \qquad 3x}_{60}$$

Видали за 3 дні 60

Рівняння $x + 2x + 3x = 60$.

Корисно вчити учнів також складати схематичний запис при розв'язуванні задач на рух за допомогою рівнянь. Наприклад, розв'язуючи задачу «З двох міст *A* і *B*, відстань між якими 372 км, одночасно вийшли назустріч один одному два потяги. Через дві години відстань між потягами становила 136 км. Яку відстань пройшов за цей час потяг, що вийшов з *A*, якщо швидкість потяга, який вийшов з *B*, дорівнює 57 км за годину», можна запропонувати учням схематичний запис у вигляді таблиці (див. *слайд 29*).

Слайд 29.

	Швидкість (в км за годину)	Час (у годинах)	Шлях (у км)
Потяг з *A* до *B* Потяг з *B* до *A*	x 57	2 2	$x \cdot 2$ $57 \cdot 2$

Рівняння: $2x + 57 \cdot 2 = 372 - 136$.

Фронтальне опитування учнів за допомогою *слайду 30* допоможе закріпити даний матеріал.

Слайд 30.

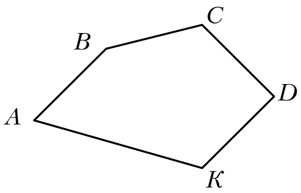
Дайте відповіді на питання:

1. Що називають рівнянням? Наведіть приклади.
2. Що називають коренем рівняння? Наведіть приклади.
3. Що означає розв'язати рівняння?
4. Які правила розв'язування рівнянь ви знаєте?
5. Як знайти невідомий доданок?
6. Як знайти невідоме зменшуване?
7. Як знайти невідомий від'ємник?
8. Як знайти невідомий множник?
9. Як знайти невідоме ділене?
10. Як знайти невідомий дільник?

Вивчення теми «Многокутники» доцільно супроводжувати демонстрацією *таблиці 16*.

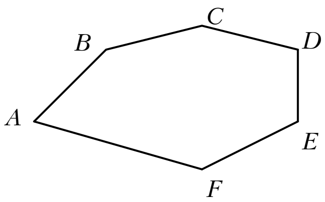
Многокутники

Ламана, у якої кінець збігається з початком, називається **замкненою**.



$ABCDK$ — замкнена ламана.

Замкнену ламану називають **многокутником**. Ланки ламаної називають **сторонами многокутника**, а вершини — **вершинами многокутника**. Частину площини, обмежену многокутником, також називають **многокутником**.



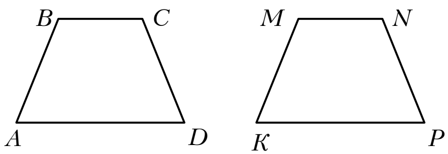
$ABCDEF$ — многокутник, AB, BC, CD, DE, EF, AF — сторони многокутника.

Точки A, B, C, D, E, F — вершини многокутника.

Кути A, B, C, D, E, F називають **кутами многокутника**.

Сума довжин усіх сторін многокутника називається його **периметром.**

$P = AB + BC + CD + DE + EF + AF$ — периметр многокутника $ABCDEF$.

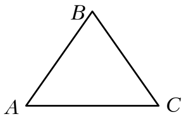
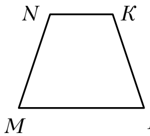
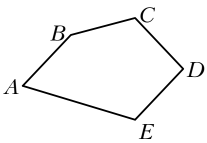
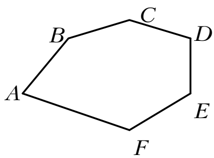


Два многокутники називаються **рівними**, якщо вони суміщаються при накладанні.

Многокутники $ABCD$ і $KMNP$ — рівні.

Види многокутників можна пояснювати учням за допомогою *таблиці 17*.

Таблиця 17.

<table>
<tr><th colspan="2">Види многокутників</th></tr>
<tr><td colspan="2">Якщо многокутник має 3, 4, 5, 6 чи взагалі n сторін, то його називають відповідно трикутником, чотирикутником, п’ятикутником, шестикутником, n-кутником.</td></tr>
<tr><td></td><td>Трикутник ABC має три вершини: A, B, C; три сторони: AB, BC, AC; три кути: $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$.</td></tr>
<tr><td></td><td>Чотирикутник $MNKP$ має чотири вершини: M, N, K, P; чотири сторони: MN, NK, KP, MP; чотири кути — $\angle PMN$, $\angle MNK$, $\angle NKP$, $\angle KPM$.</td></tr>
<tr><td></td><td>П’ятикутник $ABCDE$ має п’ять вершин: A, B, C, D, E; п’ять сторін: AB, BC, CD, DE, AE; п’ять кутів: $\angle EAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDE$, $\angle DEA$.</td></tr>
<tr><td></td><td>Шестикутник $ABCDEF$ має шість вершин: A, B, C, D, E, F; шість сторін: AB, BC, CD, DE, EF, AF; шість кутів: $\angle FAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDE$, $\angle DEF$, $\angle EFA$.</td></tr>
</table>

Закріплення матеріалу можна провести у формі фронтального опитування, використовуючи *слайд 31*.

Слайд 31.

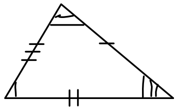
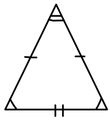
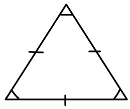
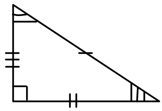
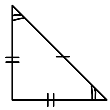
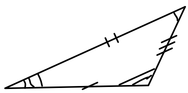
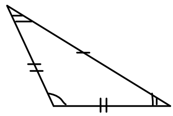
Дайте відповіді на питання:

1. Яка ламана називається замкненою?
2. Що називають многокутником?
3. Що називають вершинами і сторонами многокутника?
4. Що таке периметр многокутника?
5. Яку найменшу кількість сторін має многокутник? Як називають многокутник з найменшою кількістю сторін?
6. Які бувають трикутники залежно від сторін?
7. Які фігури називають рівними?

Розподіл трикутників за сторонами і кутами варто подати *таблицею 18*.

Таблиця 18.

Види трикутників

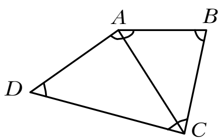
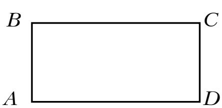
За сторонами / За кутами	Різносторонні	Рівнобедрені	
		нерівносторонні	рівносторонні
Гострокутні			
Прямокутні			
Тупокутні			

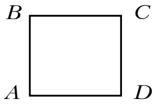
Сума всіх кутів трикутника дорівнює 180°.

Види чотирикутників теж варто ілюструвати за допомогою *таблиці 19*.

Таблиця 19.

Види чотирикутників

	Кожний чотирикутник $ABCD$ відрізком AC можна розбити на два трикутники ABC і ACD. Тому сума всіх кутів чотирикутника дорівнює 360°, тобто сумі кутів двох трикутників: 180° + 180° = 360°.
	Чотирикутник, у якого всі кути прямі, називається **прямокутником**. $ABCD$ — прямокутник. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$. Сусідні сторони прямокутника часто називають його довжиною і шириною. Периметр прямокутника обчислюється за формулою $P = 2(a + b)$, де a — довжина прямокутника, b — його ширина.

	Прямокутник, у якого всі сторони рівні, називається **квадратом**. *ABCD* — квадрат. $AB = BC = CD = AD$. Якщо сторона квадрата дорівнює a, то його периметр обчислюється за формулою $P = 4a$.

Слайд 32 допоможе провести закріплення даного матеріалу.

Слайд 32.

Дайте відповіді на питання:
1. Які бувають трикутники залежно від сторін?
2. Які бувають трикутники залежно від кутів?
3. Які трикутники називають прямокутними?
4. Які трикутники називають гострокутними?
5. Які трикутники називаються тупокутними?
6. Чому дорівнює сума всіх кутів трикутника?
7. Чому дорівнює сума кутів чотирикутника?
8. Що таке прямокутник? Наведіть приклади.
9. Що таке квадрат? Наведіть приклади.
10. Назвіть елементи чотирикутника.

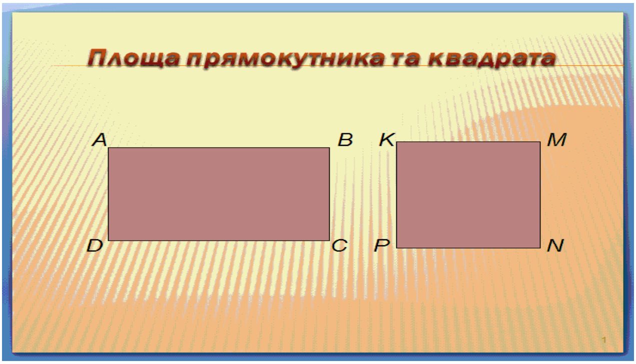
Для систематизації вивченого матеріалу доцільно провести самостійну роботу, використовуючи *слайд 33*.

Слайд 33.

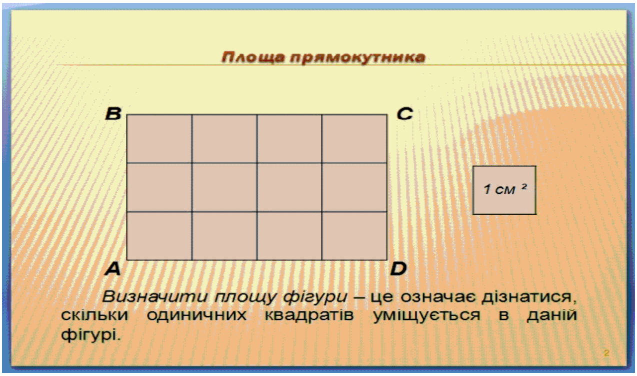
Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Накресліть замкнену ламану, що складається з п'яти ланок. Як називається така фігура? Виміряйте довжини її сторін і знайдіть периметр.	1°. Накресліть замкнену ламану, що складається з шести ланок. Як називається така фігура? Виміряйте довжини її сторін і знайдіть периметр.
2°. Один з гострих кутів прямокутного трикутника у 4 рази більший, ніж другий. Знайдіть їх міри.	2°. Один з гострих кутів прямокутного трикутника на 10° більший, ніж другий. Знайдіть їх міри.
3^{*}. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 76 см, а бічна сторона — 23 см. Знайдіть довжину основи трикутника.	3^{*}. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 67 см, а основа — 25 см. Знайдіть довжину бічної сторони трикутника.
4^{*}. Знайдіть міри кутів чотирикутника, якщо один з них більший від другого, третього і четвертого відповідно на 15°, 20° і 25°.	4^{*}. Знайдіть міри кутів чотирикутника, якщо один з них менший від другого, третього і четвертого відповідно на 15°, 20° і 25°.
5^{**}. Накресліть прямокутник зі сторонами 3 см і 6 см. Поділіть його на три рівні прямокутники. Обчисліть периметр кожного з утворених прямокутників. Скільки розв'язків має задача?	5^{**}. Чи є серед прямокутників з периметром 12 см такий, що його можна поділити на два рівних квадрати? Якщо є, то обчисліть периметр утвореного квадрата.

При вивченні площі прямокутника і квадрата корисно використати *слайди 34–39*.

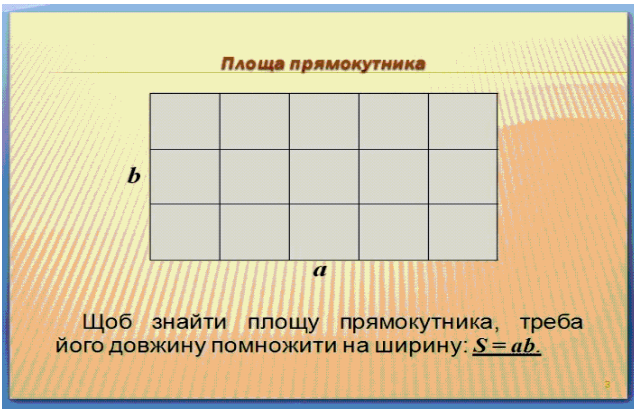
Слайд 34.



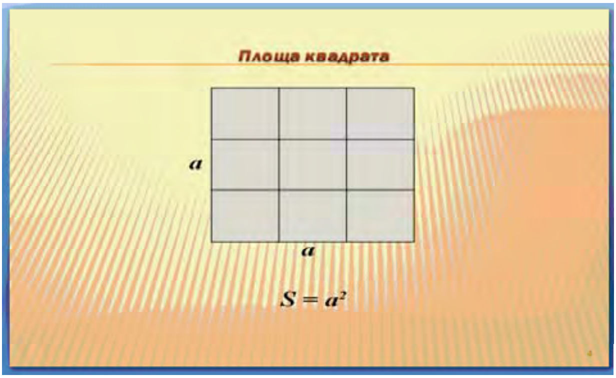
Слайд 35.



Слайд 36.

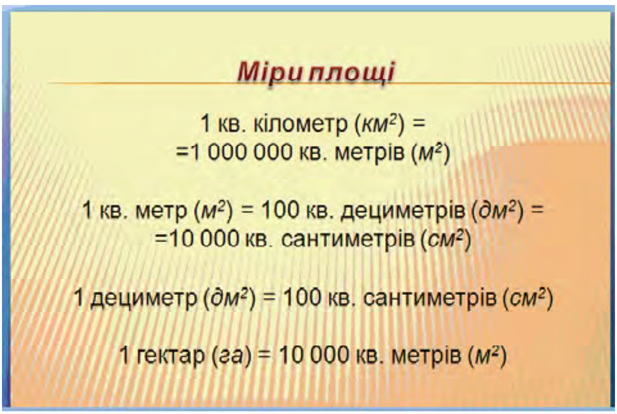


Слайд 37.



Слайд 38.

Слайд 39.



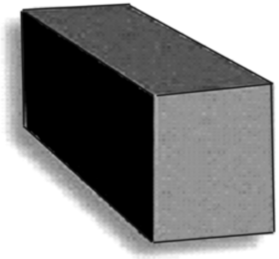
Для закріплення даного матеріалу слід провести фронтальне опитування учнів з допомогою *слайду 40*.

Слайд 40.

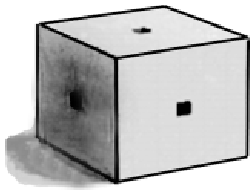
Дайте відповіді на питання:

1. Що таке одиничний квадрат?
2. Що означає визначити площу фігури?
3. Чому дорівнює площа прямокутника? Запишіть формулу.
4. Чому дорівнює площа квадрата? Запишіть формулу.
5. Якими одиницями вимірюють площі фігур? Яка залежність між ними?
6. Якими одиницями вимірюють площі земельних ділянок? Яка залежність між ними?

Вводити поняття прямокутного паралелепіпеда і куба варто з допомогою наочних моделей (*мал. 1* і *мал. 2*) і *таблиць 20* і *21*.



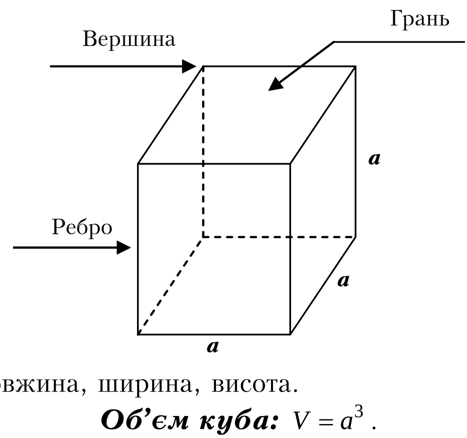
Мал. 1.



Мал. 2.

Таблиця 20.

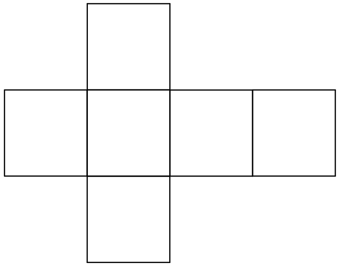
Куб



a — довжина, ширина, висота.

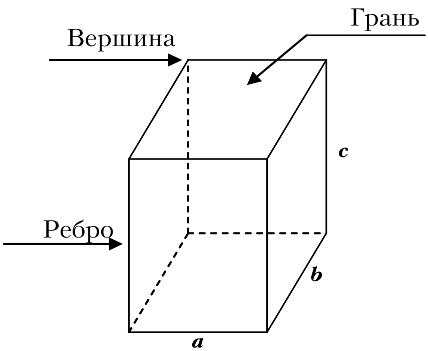
Об'єм куба: $V = a^3$.

Розгортка куба



Таблиця 21.

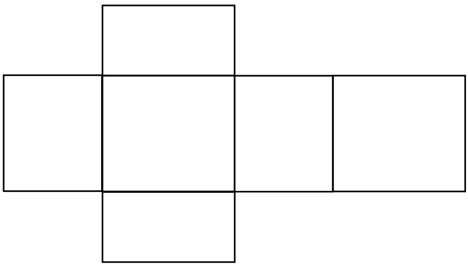
Прямокутний паралелепіпед



a — довжина, ***b*** — ширина, ***c*** — висота.

Об'єм прямокутного паралелепіпеда: $V = abc$.

Розгортка прямокутного паралелепіпеда



При поясненні об'ємів доцільно пригадати з учнями міри об'ємів (*таблиця 22*).

Таблиця 22.

Міри об'єму
1 куб. метр ($м^3$) = 1 000 куб. дециметрів ($дм^3$) = = 1 000 000 куб. сантиметрів ($см^3$).
1 куб. дециметр ($дм^3$) = 1 000 куб. сантиметрів ($см^3$).
1 літр (л) = 1 куб. дециметр ($дм^3$).

Слайд 41 допоможе закріпити даний матеріал.

Слайд 41.

Дайте відповіді на питання:

1. Наведіть приклади речей, що мають форму прямокутного паралелепіпеда.
2. Скільки вершин, граней і ребер має прямокутний паралелепіпед? Покажіть їх на моделі.
3. Що таке виміри прямокутного паралелепіпеда?
4. Що називають кубом?
5. Що таке одиничний куб? Чому дорівнює його об'єм?
6. Якими одиницями вимірюються об'єми геометричних тіл?
7. Чому дорівнює об'єм прямокутного паралелепіпеда? Запишіть формулу.
8. Чому дорівнює об'єм куба? Запишіть формулу.

Для підготовки учнів до тематичного контролю доцільно запропонувати самостійну роботу, використавши *слайд 42*.

Слайд 42.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Знайдіть площу прямокутника, довжина і ширина якого дорівнюють: а) 15 см і 12 см; б) 18м і 6 м 25 см. 2°. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого: а) 8см, 6 см і 10 см; б) 5 м, 7 м 4 дм і 9 м 26 см. 3*. На скільки квадратних сантиметрів площа квадрата зі стороною 68 см більша за площу квадрата зі стороною 42 см? 4*. У скільки разів об'єм куба з ребром 24 см менший за об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами 12 см, 48 см і 96 см? 5**. Як зміниться об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо довжину збільшити в 4 рази, ширину — у 2 рази, висоту — у 5 разів?	1°. Знайдіть площу прямокутника, довжина і ширина якого дорівнюють: а) 18 см і 24 см; б) 16 м і 8м 36 см. 2°. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого: а) 7 см, 9 см і 11 см; б) 8м, 6 м 5 дм і 7 м 35 см. 3*. На скільки квадратних метрів площа квадрата зі стороною 57 м менша за площу квадрата зі стороною 76 м? 4*. У скільки разів об'єм куба з ребром 54 см більший за об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами 27 см, 54 см і 27 см? 5**. Як зміниться об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо довжину зменшити у 3 рази, ширину збільшити в 15 разів, а висоту зменшити у 5 разів?

Використання розглянутих наочних посібників при вивченні теми «Натуральні числа і дії над ними. Геометричні фігури і величини» сприятиме свідомому засвоєнню учнями навчального матеріалу, підвищенню інтересу до математики і розвитку їх логічного мислення.

2.2. Використання наочних посібників при вивченні теми «Дробові числа і дії над ними»

При введенні звичайних дробів доцільно використати *таблицю 23*.

Таблиця 23.

Звичайні дроби

Записи виду $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{25}$ тощо називають **звичайними дробами** або коротше — **дробами**.

Звичайні дроби записують за допомогою **дробової риски**.

Число, записане над рискою, називають **чисельником дробу**; число, записане під рискою, називають **знаменником дробу**.

Приклад. $\begin{array}{ll} 5 & \leftarrow \textit{чисельник дробу,} \\ \overline{} & \leftarrow \textit{риска дробу,} \\ 6 & \leftarrow \textit{знаменник дробу.} \end{array}$

Знаменник дробу показує, на скільки частин поділили щось ціле, а чисельник — скільки таких частин взяли.

Наприклад, у дробі $\frac{3}{5}$ ціле поділили на 5 рівних частин і взяли три такі частини.

Вивчення правильних і неправильних дробів, порівняння дробів можна супроводжувати ілюстрацією *таблиці 24*.

Закріплення даного матеріалу варто провести у формі фронтального опитування учнів, використовуючи *слайд 43*.

Пояснення теми «Додавання і віднімання дробів і дробових чисел з однаковими знаменниками» обов’язково вимагає використання наочності. Найбільш поширеними є сектори, що прикріплюються до дошки. Можна також використати *таблиці 25* і *26*.

Таблиця 24.

Правильні і неправильні дроби. Порівняння дробів

Дріб, у якого чисельник менший від знаменника, називається **правильним**.

Наприклад, дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{12}{13}$ — правильні.

Дріб, у якого чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називається **неправильним**.

Наприклад, дроби $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{5}{5}$ — неправильні.

З двох дробів з однаковими знаменниками більший той, у якого чисельник більший.

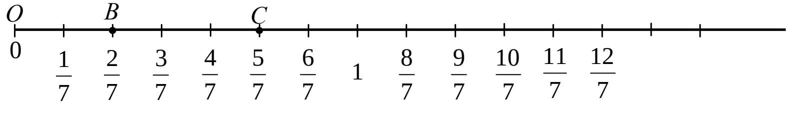
Наприклад, $\frac{5}{7} > \frac{1}{7}$, бо $5 > 1$; $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$, бо $2 < 5$; $\frac{2}{7} < \frac{7}{7}$, бо $2 < 7$; $\frac{11}{7} > \frac{7}{7}$, бо $11 > 7$.

Всі правильні дроби менші від одиниці, а неправильні — більші або дорівнюють одиниці.

Кожний неправильний дріб більший за будь-який правильний дріб.

На координатному промені з двох дробів більший дріб розташований правіше, а менший лівіше.

Наприклад, точка $B\left(\frac{2}{7}\right)$ лежить лівіше від точки $C\left(\frac{5}{7}\right)$, бо $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$.



Слайд 43.

Дайте відповіді на питання:

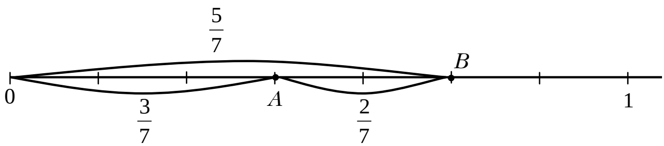
1. Що таке звичайні дроби?
2. Що називають знаменником дробу?
3. Що показує знаменник дробу?
4. Що називається чисельником дробу?
5. Що показує чисельник дробу?
6. Як порівнюють дроби з рівними знаменниками?
7. Який дріб називається правильним?
8. Який дріб називається неправильним?

Таблиця 25.

Додавання дробів з однаковими знаменниками

Щоб додати дроби з однаковими знаменниками, треба додати їх чисельники і залишити той самий знаменник.

$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}.$$



$$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{5}{7}.$$

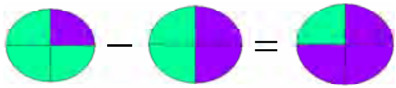
У буквеному вигляді це записується так:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}.$$

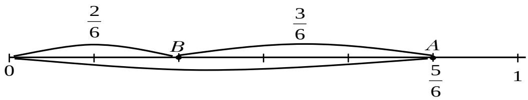
Таблиця 26.

Віднімання дробів з однаковими знаменниками

Щоб знайти різницю дробів з однаковими знаменниками, треба знайти різницю їх чисельників і залишити той самий знаменник.



$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}.$$



$$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}.$$

У буквеному вигляді це записується так: $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.

Дана рівність правильна при $a > b$ або $a = b$.

Пояснюючи учням мішані числа, перетворення мішаних чисел у неправильні дроби і навпаки, доцільно використати *таблицю 27*.

Таблиця 27.

Мішані числа

Число, яке складається з **цілої частини** і з **дробової частини**, називається **мішаним числом**.

Наприклад, $4\frac{1}{5}$, $1\frac{3}{10}$, $9\frac{5}{8}$ — мішані числа. 4 — ціла частина, $\frac{1}{5}$ — правильний дріб.

Кожне мішане число дорівнює деякому неправильному дробу з тим самим знаменником. Щоб знайти чисельник цього дробу, треба цілу частину мішаного числа помножити на його знаменник і до результату додати чисельник дробової частини.

Наприклад, щоб перетворити мішане число $7\frac{2}{3}$ у неправильний дріб, треба $7\frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{23}{3}$.

Щоб неправильний дріб, у якого чисельник націло не ділиться на знаменник, перетворити в мішане число, треба чисельник поділити на знаменник. Отримана неповна частка буде цілою частиною мішаного числа, а остача — чисельником його дробової частини.

Наприклад, $\frac{19}{5} = 3\frac{4}{5}$, оскільки $19 : 5 = 3$ (ост. 4).

Для закріплення цього матеріалу слід провести фронтальне опитування учнів з допомогою *слайду 44*.

Слайд 44.

Дайте відповіді на питання:
1. Сформулюйте правило додавання дробів з однаковими знаменниками. Запишіть це правило у буквеному вигляді. 2. Сформулюйте правило віднімання дробів з однаковими знаменниками. Запишіть це правило у буквеному вигляді. 3. Які числа називають мішаними? 4. Як перетворити неправильний дріб в мішане число? 5. Як перетворити мішане число в неправильний дріб?

При підготовці учнів до тематичного контролю можна дати самостійну роботу, використовуючи *слайд 45*.

Слайд 45.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. При яких значеннях a дріб $\frac{a}{6}$ правильний?	1°. При яких значеннях a дріб $\frac{a}{5}$ правильний?
2°. Порівняйте числа: а) $\frac{7}{23}$ і $\frac{9}{23}$; б) 2 і $\frac{19}{9}$; в) $\frac{13}{6}$ і $1\frac{5}{6}$.	2°. Порівняйте числа: а) $\frac{5}{17}$ і $\frac{11}{17}$; б) 3 і $\frac{23}{9}$; в) $\frac{17}{5}$ і $3\frac{1}{5}$.
3*. Виконайте дії: а) $9\frac{3}{11}+5\frac{6}{11}$; б) $7\frac{3}{8}-5\frac{1}{8}$; в) $4\frac{7}{12}-1\frac{5}{12}+2\frac{11}{12}$.	3*. Виконайте дії: а) $4\frac{1}{9}+3\frac{4}{9}$; б) $80\frac{6}{7}-72\frac{2}{7}$; в) $6\frac{14}{15}-3\frac{2}{15}+1\frac{7}{15}$.
4*. Розв'яжіть рівняння: $4\frac{5}{7}-\left(x-6\frac{3}{7}\right)=2\frac{6}{7}$.	4*. Розв'яжіть рівняння: $19\frac{28}{34}-\left(m+2\frac{29}{34}\right)=12\frac{15}{34}$.
5**. При яких натуральних значеннях a є правильною нерівність $\frac{20}{a}<2$, ліва частина якої — неправильний дріб?	5**. При яких натуральних значеннях m є правильною нерівність $\frac{16}{m}<3$, ліва частина якої — неправильний дріб?

Вводити поняття десяткового дробу можна за допомогою звичайних дробів, в яких знаменники є степенями десяти, тобто числами 10, 100, 1000 і т.д. Для цього корисно використати *слайд 46*.

Слайд 46.

Звичайні дроби	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{17}{10}$	$\frac{19}{100}$	$\frac{127}{100}$	$\frac{531}{1000}$	$\frac{4107}{1000}$	$\frac{2159}{10000}$	$\frac{17237}{10000}$
Десяткові дроби	0,1	0,7	1,7	0,19	1,27	0,513	4,107	0,2159	1,7237

Щоб краще учні запам'ятали назви розрядів у десяткових дробах, можна запропонувати *таблицю 28*.

Таблиця 28.

Найменування розрядів у десяткових дробах

Розряди цілої частини числа					Розряди дробової частини числа				
Тисячі	Сотні	Десятки	Одиниці	,	Десяті	Соті	Тисячні	Десятитисячні	Стотисячні
		2	6	,	3	5			
	1	7	9	,	2	4	6		
1		2	1	,		7		5	4
2			4	,	1			9	2

Запишіть числа за допомогою десяткових дробів і прочитайте їх.

Також потрібно вчити учнів записувати значення величин метричної системи мір за допомогою десяткових дробів. Для цього варто запропонувати учням заповнити таку таблицю, в якій є дані лише першої колонки (див. *таблицю 29*).

Таблиця 29.

Запис значення величин у вигляді десяткового дробу

Значення величини	Цілі одиниці		Частини одиниць			Десятковий дріб
	Десятки	Одиниці	Десяті	Соті	Тисячні	
1м8дм5см2мм		1	8	5	2	1,852 м
9м8дм		9	8			9,8 м
25м4см	2	5	0	4		25,04 м
95м3мм	9	5	0	0	3	95,003 м
15кг85г	1	5	0	8	5	15,085 кг

Розв'язування вправ на записування десяткових дробів потрібно завершити правилом, яке дає учням вказівки щодо записування десяткових дробів. Шкільна практика доводить, що частина учнів припускається помилок не тільки під час записування десяткових дробів, а й при їх читанні. Експериментальна перевірка показала, що кількість таких помилок зменшується, якщо після розгляду кількох прикладів подати таке правило-орієнтир читання десяткових дробів, яке можна проілюструвати на такій таблиці (див. *таблиця 30*).

Таблиця 30.

Правило читання десяткових дробів

Для того, щоб прочитати десятковий дріб, потрібно:

1) прочитати цілу частину дробу як натуральне число і додати слово «цілих»;
2) прочитати дробову частину як натуральне число, не звертаючи уваги на нулі на початку дробової частини, і додати назву останнього розряду дробової частини.

Наприклад, десятковий дріб 2,0508 читають так: «дві цілих п'ятсот вісім десятитисячних».

Прочитайте десяткові дроби:

1,507; 0,043; 0,008; 5,06; 12,018.

Для закріплення даного матеріалу можна використати *слайд 47*.

Слайд 47.

Дайте відповіді на питання:

1. Як можна записувати дробові числа?
2. Що таке десятковий дріб?
3. З чого складається десятковий дріб?
4. Як записати десятковий дріб у вигляді мішаного числа?
5. Які розряди бувають у десяткових дробах?
6. Чим відокремлюють цілу частину десяткового дробу від дробової?
7. Сформулюйте правило читання десяткових дробів.

Порівняння десяткових дробів слід здійснювати через зорове сприймання кожного з дробів і порівняння відповідних розрядних одиниць цілої і дробової частин. Цьому допоможе пояснення вчителя з використанням *таблиці 31*.

Таблиця 31.

Порівняння десяткових дробів

Із двох десяткових дробів більший той, у якого ціла частина більша. Якщо цілі частини дробів рівні, то більший той, у якого десятих більше. Якщо ж і десятих порівну, то більший той, у якого сотих більше і т.д.

Наприклад:

1) $9{,}1 > 8{,}978$, бо перший дріб має 9 цілих, а другий — 8;

2) $0{,}4 < 0{,}6$, бо цілі частини цих дробів рівні, а десятих у першого дробу менше, ніж у другого;

3) $0{,}208 < 0{,}21$, бо цілі частини цих дробів рівні, десятих у них порівну, а сотих у першого дробу 0, а в другого 1.

До десяткового дробу справа можна дописати один або кілька нулів. Якщо десятковий дріб закінчується нулями, з дробової частини їх можна відкинути. Від цього значення дробу не зміниться.

Наприклад: 1) $1{,}40 = 1{,}4$; 2) $5{,}8 = 5{,}800$.

Слайд 48 допоможе закріпити даний матеріал.

Слайд 48.

Дайте відповіді на питання:
1. Сформулюйте правило порівняння десяткових дробів.
2. Чи зміниться значення десяткового дробу, якщо справа до нього дописати кілька нулів?
3. Чи можна будь-яке число записати у вигляді десяткового дробу? Як це зробити?
4. Порівняйте значення дробів 8,5000; 8,500; 8,50; 8,5.

При ознайомленні учнів з округленням десяткових дробів корисно використати *таблицю 32*.

Таблиця 32.

Правило округлення десяткових дробів
Якщо десятковий дріб округлюють до одиниць, десятих, сотих і т.д., то всі наступні за цим розрядом цифри відкидають. Якщо при цьому перша з цифр, які відкидають, дорівнює 0, 1, 2, 3, 4, то остання з цифр, які залишаються, не змінюється. Якщо ж перша з цифр, які відкидають, дорівнює 5, 6, 7, 8, 9, то останню з цифр, які залишають, збільшують на одиницю.
Наприклад: 1) $0{,}14 \approx 0{,}1$ (округлення до десятих); 2) $2{,}85742 \approx 2{,}86$ (округлення до сотих); 3) $1{,}002296 \approx 1{,}002$ (округлення до тисячних); 4) $84{,}976 \approx 85$ (округлення до одиниць).

При вивченні дій над десятковими дробами потрібно відразу звернути увагу учнів на те, що дії над дробовими числами, записаними у вигляді десяткового дробу, виконують майже так само, як і дії над натуральними числами, оскільки позиційний принцип десяткової нумерації поширюється і на десяткові дроби. У цьому разі дії над десятковими дробами виконувати простіше, ніж над тими самими дробовими числами, записаними у вигляді звичайних дробів. Тому, пояснюючи додавання десяткових дробів, доцільно використати *таблицю 33*.

Таблиця 33.

Додавання десяткових дробів

Щоб додати два десяткових дроби, треба:

1) зрівняти число знаків після коми в доданках;
2) записати доданки один під одним так, щоб кома була під комою;
3) додати знайдені числа, як додають натуральні числа;
4) поставити у знайденій сумі кому під комами в доданках.

Приклади:

$$\begin{array}{r}+\begin{array}{r}3,14\\ 2,83\\ \hline 5,97\end{array}\qquad +\begin{array}{r}6,40\\ 5,28\\ \hline 11,68\end{array}\qquad +\begin{array}{r}31,846\\ 2,500\\ \hline 34,346\end{array}\qquad +\begin{array}{r}42,00\\ 8,59\\ \hline 50,59\end{array}\end{array}$$

Для додавання десяткових дробів справджуються переставний і сполучний закони додавання:

$$a + b = b + a,$$
$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Приклади: $3,8+ 1,2 = 1,2 + 3,8= 5;$

$$(0,276 + 2,45) + 4,55 = 0,276 + (2,45 + 4,55) =$$
$$= 0,276 + 7 = 7,276.$$

Аналогічно, пояснення віднімання десяткових дробів доцільно супроводжувати ілюструванням *таблиці 34*.

Таблиця 34.

Віднімання десяткових дробів

Щоб від одного десяткового дробу відняти другий, треба:

1) зрівняти число знаків після коми в зменшуваному і від'ємнику;
2) записати від'ємник під зменшуваним так, щоб кома була під комою;
3) виконати віднімання так, як віднімають натуральні числа;
4) поставити у знайденій різниці кому під комами в зменшуваному і від'ємнику.

Приклади:

$$\begin{array}{r}-\begin{array}{r}1,723\\ 0,235\\ \hline 1,488\end{array}\qquad -\begin{array}{r}12,40\\ 3,18\\ \hline 9,22\end{array}\qquad -\begin{array}{r}31,846\\ 2,500\\ \hline 29,346\end{array}\qquad -\begin{array}{r}42,00\\ 8,59\\ \hline 33,41\end{array}\end{array}$$

Закріплення додавання і віднімання десяткових дробів варто провести у вигляді фронтального опитування учнів, використовуючи *слайд 49*.

Слайд 49.

Дайте відповіді на питання:
1. Сформулюйте правило додавання десяткових дробів. 2. Чи виконуються закони додавання для десяткових дробів? 3. Сформулюйте переставний закон додавання. Запишіть його у буквеному вигляді. Наведіть приклад. 4. Сформулюйте сполучний закон додавання. Запишіть його у буквеному вигляді. Наведіть приклад. 5. Чи може сума десяткових дробів дорівнювати натуральному числу? Наведіть приклад. 6. Сформулюйте правило віднімання десяткових дробів. 7. Як перевірити правильність виконання дії віднімання? 8. Чи може різниця двох десяткових дробів дорівнювати натуральному числу?

Для підготовки учнів до тематичного контролю слід дати самостійну роботу, використовуючи *слайд 50*.

Слайд 50.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. На скільки сума чисел 13,456 і 8,94 більша за їх різницю? 2°. Обчисліть: а) 2,79 м + 54,8см; б) 2,5 кг − 630 г. 3*. Розв'яжіть рівняння: $(1{,}34 + x) - 58{,}3 = 4{,}26$. 4*. За перший день туристи пройшли 6,3 км, що на 2,84 км менше, ніж за другий день. Після цього їм залишилося пройти ще 14,35 км. Скільки кілометрів становив туристичний маршрут? 5**. Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення: а) (4,12 + 0,116) − 1,12; б) 0,844 − (0,244 + 0,018).	1°. На скільки сума чисел 15,946 і 7,48 більша за їх різницю? 2°. Обчисліть: а) 4,27 м + 68,9 см; б) 4,7 кг − 840 г. 3*. Розв'яжіть рівняння: $(94{,}2 - a) - 1{,}26 = 3{,}254$. 4*. Одна сторона трикутника дорівнює 12,4 дм, що на 3,8 дм менше від другої сторони та на 2,6 дм більше за третю. Обчисліть периметр трикутника. 5**. Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення: а) (5,93 + 67,5) − 27,5; б) 7,29 − (3,961 + 2,29).

Доцільність правила множення десяткових дробів зазвичай пояснюється в підручниках за допомогою розв'язування задачі про площу прямокутника. Однак недоцільно обмежуватися лише заміною десяткових дробів натуральними числами на основі залежностей між одиницями метричної системи мір, виконанням множення натуральних чисел і оберненого перетворення здобутого результату на десятковий дріб. З дидактичних міркувань слід підвести учнів до самостійного формулювання правила множення десяткових дробів. Цьому сприятиме використання *таблиці 35*.

Таблиця 35.

Множення десяткових дробів

Щоб перемножити два десяткових дроби, достатньо перемножити їх як натуральні числа, не звертаючи уваги на коми, а в отриманому добутку відокремити комою справа стільки цифр, скільки їх є після ком в обох множниках разом.

Приклади:

$$\begin{array}{r} \times\, 12{,}43 \\ 0{,}15 \\ \hline +\;6215 \\ 1243 \\ \hline 1{,}8645 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 1{,}31 \\ 0{,}025 \\ \hline +\;655 \\ 262 \\ \hline 0{,}03275 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 0{,}27 \\ 0{,}0032 \\ \hline +\;54 \\ 81 \\ \hline 0{,}000864 \end{array}$$

Щоб помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т.д., треба в цьому дробі перенести кому вправо відповідно на одну, дві, три і т.д. цифр.

Приклади:

$$0{,}57 \cdot 10 = 5{,}7; \quad 2{,}364 \cdot 100 = 236{,}4; \quad 0{,}4965 \cdot 1000 = 496{,}5.$$

Щоб помножити десятковий дріб на 0,1; 0,01; 0,001 і т.д., досить у цьому дробі перенести кому вліво відповідно на одну, дві, три і т.д. цифр.

Приклади:

$$3{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}36; \quad 3{,}6 \cdot 0{,}01 = 0{,}036; \quad 3{,}6 \cdot 0{,}001 = 0{,}0036.$$

Закони множення виконуються і для десяткових дробів:

$ab = ba$ — переставний закон,

$(ab)c = a(bc)$ — сполучний закон,

$a(b + c) = ab + ac$ — розподільний закон.

Для закріплення даного матеріалу корисно використати *слайд 51*.

Слайд 51.

Дайте відповіді на питання:
1. Сформулюйте правило множення десяткових дробів. 2. Чи може добуток двох десяткових дробів бути меншим, ніж кожний з множників? А більшим? 3. Як помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000? 4. Як помножити десятковий дріб на 0,1; 0,01; 0,001? 5. Чи справедливі закони множення для десяткових дробів? 6. Запишіть закони множення у буквеному вигляді. Сформулюйте їх словами.

З метою підготовки учнів до тематичного контролю варто дати самостійну роботу, використавши *слайд 52*.

Слайд 52.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Обчисліть: а) $2,7 \cdot 3,04$; б) $15,2 \cdot 9,8 - 2,6^2$.	1°. Обчисліть: а) $4,2 \cdot 5,06$; б) $18,6 \cdot 8,9 - 3,4^2$.
2°. На скільки добуток чисел 9,46 і 12,8 більший за їх суму?	2°. На скільки добуток чисел 7,38 і 13,7 більший за їх суму?
3^{*}. Знайдіть значення виразу $59,8 \cdot 4,9 - 59,7 \cdot 4,9$ найзручнішим способом.	3^{*}. Знайдіть значення виразу $7,54 \cdot 3,24 - 7,54 \cdot 3,14$ найзручнішим способом.
4^{*}. Одна сторона прямокутника дорівнює 5,18 дм, що на 1,23 дм більше за другу сторону. Обчисліть площу і периметр прямокутника.	4^{*}. Одна сторона прямокутника дорівнює 2,36 м, що на 3,44 м менше від другої сторони. Обчисліть площу і периметр прямокутника.
5^{**}. Човен плив 1,8 год. за течією річки і 2,6 год. проти течії. Який шлях подолав човен за весь час руху, якщо швидкість течії дорівнює 2,4 км/год., а власна швидкість човна 18,9 км/год.?	5^{**}. Теплохід плив 4,5 год. проти течії і 0,8 год. за течією річки. Який шлях подолав теплохід, якщо його швидкість проти течії річки дорівнює 24,6 км/год., а швидкість течії — 1,8 км/год.?

Ділення десяткових дробів природно починати з ділення дробу на натуральне число. Потрібно приділити належну увагу діленню на 10, 100, 1000 і т.д. Перед вивченням дії ділення на десятковий дріб потрібно повторити правило ділення натуральних чисел і основну властивість частки. Ці пояснення слід супроводжувати ілюстрацією *таблиці 36*.

Таблиця 36.

Ділення десяткових дробів

Поділити один десятковий дріб на інший — означає знайти такий дріб, при множенні якого на дільник отримаємо ділене.

1. Ділення на натуральне число

Щоб поділити десятковий дріб на натуральне число, треба його ділити так само, як натуральне число, а кому у частці поставити зразу ж, як тільки закінчиться ділення цілої частини.

Приклади:

$$\begin{array}{l|l} -47{,}31 & 3 \\ \cline{2-2} \ \ \underline{3} & 15{,}77 \\ \ \ 17 & \\ \ \ \underline{15} & \\ \ -23 & \\ \ \ \ \ \underline{21} & \\ \ \ \ -21 & \\ \ \ \ \ \ \underline{21} & \\ \ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} -2{,}736 & 18 \\ \cline{2-2} \ \ \underline{18} & 0{,}152 \\ \ -93 & \\ \ \ \ \underline{90} & \\ \ \ -36 & \\ \ \ \ \ \underline{36} & \\ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} -7{,}843 & 341 \\ \cline{2-2} \ \ \underline{682} & 0{,}023 \\ -1023 & \\ \ \ \underline{1023} & \\ \ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$

2. Ділення на 10, 100, 1000 і т.д.

Щоб поділити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т.д., треба в цьому дробі перенести кому вліво на 1, 2, 3 і т.д. цифр.

Приклади:

$4{,}27 : 10 = 0{,}427$; $5{,}4 : 100 = 0{,}054$; $59{,}73 : 1000 = 0{,}05973$.

Основна властивість частки

Значення частки не зміниться, якщо ділене і дільник помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.

Приклади: $300 : 400 = 3 : 4$; $1{,}3 : 5 = 2{,}6 : 10$.

3. Ділення на десятковий дріб

Щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба в діленому і дільнику перенести кому вправо на стільки цифр, скільки їх є після коми в дільнику, і виконати ділення на натуральне число.

Приклади:

а) $12{,}831 : 2{,}73 = 4{,}7$; б) $4{,}5 : 1{,}25 = 3{,}6$; в) $10{,}24 : 0{,}16 = 64$.

$$\begin{array}{r|l} -1283{,}1 & 273 \\ \underline{1092} & 4{,}7 \\ -1911 & \\ \underline{1911} & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -450 & 125 \\ \underline{375} & 3{,}6 \\ -750 & \\ \underline{750} & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -1024 & 16 \\ \underline{96} & 64 \\ -64 & \\ \underline{64} & \\ 0 & \end{array}$$

Слайд 53 допоможе провести фронтальне опитування, що дасть можливість закріпити даний матеріал.

Слайд 53.

Дайте відповіді на питання:

1. Як поділити десятковий дріб на натуральне число? Покажіть на прикладі.
2. Як поділити десятковий дріб на 10, 100, 1000?
3. Сформулюйте основну властивість частки.
4. Чи завжди частка двох натуральних чисел є числом натуральним?
5. Сформулюйте правило ділення на десятковий дріб.
6. Чи завжди ділення на дробове число можна звести до ділення на натуральне число?
7. Чи може частка бути більшою за дільник? Покажіть на прикладі.
8. Чи можна ділення на 0,1 замінити множенням на 10? Чому?

Для підготовки учнів до тематичного контролю слід дати самостійну роботу, використовуючи *слайд 54*.

Слайд 54.

<table>
<tr><th colspan="2">Самостійна робота</th></tr>
<tr><th>Варіант 1</th><th>Варіант 2</th></tr>
<tr><td>1°. Знайдіть частку:
а) 45,6 : 2,4;
б) 9,246 : 0,23.

2°. Знайдіть значення виразу:
(131,4 − 80,8) : 2,3 − 21,84.

3*. Розв’яжіть рівняння: 17,28(56 − x) = 36.

4*. Площа прямокутника дорівнює площі квадрата зі стороною 2,1 см. Одна із сторін прямокутника дорівнює 0,9 см. Обчисліть периметр прямокутника.

5**. Моторний човен пройшов 105,4 км за течією річки за 8,5 год. і 39,6 км проти течії за 4,5 год. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії.</td><td>1°. Знайдіть частку:
а) 29,88: 8,3;
б) 0,2278: 0,067.

2°. Знайдіть значення виразу:
37 : 8,16 : (1,32 + 3,48) −
− 0,345.

3*. Розв’яжіть рівняння: x : 4,28+ 16,47 = 19,97.

4*. Площа прямокутника дорівнює 5,76 м^2, а одна з сторін — 3,6 м. Обчисліть периметр прямокутника.

5**. Три зошити і ручка коштують 5,4 грн., а зошит і три таких ручки — 6,6 грн. Скільки коштує одна ручка?</td></tr>
</table>

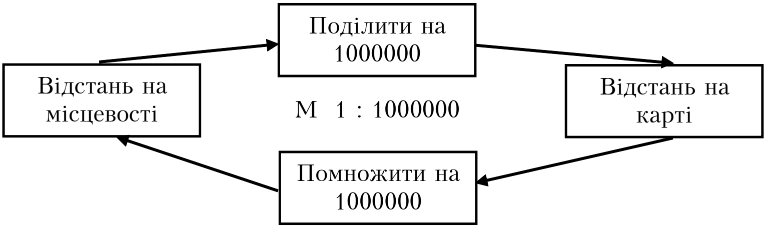
При поясненні теми «Масштаб» потрібно зауважити, що масштаб є ще одним прикладом використання ділення. Тут варто використати *слайд 55*.

Слайд 55.

Масштаб

Масштаб показує, в скільки разів відстань на малюнку, кресленні, плані чи карті менша за відстань на місцевості.

Масштаб записують у вигляді частки від ділення 1 на деяке число: 1 : 1000000 (читають: *один до мільйона*).



Закріплення даного матеріалу можна провести у формі фронтального опитування, використовуючи *слайд 56*.

Слайд 56.

Дайте відповіді на питання:

1. Коли використовують дію ділення? Наведіть приклади.
2. Що називають масштабом?
3. Масштаб карти 1 : 10000000. Що це означає?
4. Який масштаб має карта, в якої 1 см на карті відповідає 10 км на місцевості?

При ознайомленні учнів із середнім арифметичним кількох чисел слід використати *слайд 57*.

Слайд 57.

Середнє арифметичне

Середнє арифметичне кількох чисел дорівнює сумі цих чисел, поділеній на їх кількість.

Приклад. Середнє арифметичне чисел 28, 37, 29 і 31 є:

$$(28+37+29+31):4=31{,}25.$$

Якщо сума n чисел дорівнює S, то їх середнє арифметичне дорівнює $S:n$.

Знайти середнє арифметичне чисел:

1) 15 і 17; 2) 24, 25, 26; 3) 5,8 і 5,9.

Слайд 58 допоможе закріпити цей матеріал.

Слайд 58.

Дайте відповіді на питання:

1. Що називають середнім арифметичним кількох чисел?
2. Чому дорівнює середнє арифметичне чисел m і n?
3. Чому дорівнює середнє арифметичне чисел a, b, c і d?
4. Чому дорівнює середнє арифметичне n чисел, сума яких дорівнює S?

Вивчаючи тему «Дріб від числа», можна використати *слайд 59*.

Слайд 59.

Дріб від числа

Щоб знайти дріб від числа, досить це число помножити на заданий дріб.

Наприклад: 0,2 від числа 40 дорівнює 8, бо $40 \cdot 0{,}2 = 8$; 0,003 від числа 201 дорівнює 0,603, бо $201 \cdot 0{,}003 = 0{,}603$.

Щоб знайти число за відомим значенням його дробу, треба це значення поділити на дріб.

Наприклад: 0,7 від якого числа дорівнює 140?
$140 : 0{,}7 = 200$. Шукане число — 200.

Для закріплення даного матеріалу варто використати *слайд 60*.

Слайд 50.

Дайте відповіді на питання:

1. Як знайти дріб від числа?
2. Як знайти число за його дробом?
3. Знайдіть 5,03 від числа 50.
4. Знайдіть число, 0,3 якого дорівнює 90.

Вивчення відсотків доцільно супроводжувати ілюстрацією *таблиці 37*.

Таблиця 37.

Відсотки

Відсоток (або процент) — це одна сота частина.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01.$$

Щоб записати відсотки десятковим дробом або натуральним числом, потрібно число, яке стоїть перед знаком %, поділити на 100.

Наприклад: $45\% = 45 : 100 = 0{,}45$;
$600\% = 600 : 100 = 6$.

Щоб записати відсотки звичайним дробом, потрібно число, яке стоїть перед знаком %, записати у чисельнику, а у знаменнику записати 100.

Наприклад: $35\% = \frac{35}{100}$; $478\% = \frac{478}{100}$.

Продовження таблиці 37.

Щоб виразити число у відсотках, потрібно його помножити на 100%. *Наприклад*: $0{,}15 = 0{,}15 \cdot 100\% = 15\%$; $3{,}7 = 3{,}7 \cdot 100\% = 370\%$; $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$; $2\frac{2}{5} = \frac{12}{5} = \frac{12}{5} \cdot 100\% = 240\%$.

Для успішного застосування відсотків до розв'язування задач важливо попередньо сформувати в учнів навички перетворення десяткових, звичайних дробів і цілих чисел у відсотки і навпаки. Для цього доцільно використовувати для усних вправ *таблицю 38.*

Таблиця 38.

Запис звичайних і десяткових дробів у відсотках		
Звичайні дроби	Десяткові дроби	Відсотки
$\frac{1}{100}$	0,01	1%
$\frac{1}{50}$	0,02	2%
$\frac{1}{25}$	0,04	4%
$\frac{1}{20}$	0,05	5%
$\frac{1}{10}$	0,1	10%
$\frac{1}{5}$	0,2	20%
$\frac{1}{4}$	0,25	25%
$\frac{1}{2}$	0,5	50%
$\frac{3}{4}$	0,75	75%

Продовження таблиці 38.

$\frac{4}{5}$	0,8	80%
1	1	100%

Відсоткові обчислення ґрунтуються здебільшого на таких найпростіших задачах на відсотки: 1) знаходження відсотків від числа; 2) знаходження числа за його відсотками. Для успішного засвоєння способів розв'язування цих задач можна використати *таблицю 39*.

Таблиця 39.

Задачі на відсотки

1. Знаходження відсотків від числа.

Щоб знайти p відсотків числа a, треба a помножити на $0{,}01p$.

Задача. До овочевого магазину завезли 800 кг яблук, причому 62% з них першого сорту. Скільки кілограмів яблук першого сорту завезли до магазину?

Розв'язання.

Потрібно знайти 62% від 800 кг.
Для цього $800 \cdot 0{,}01 \cdot 62 = 800 \cdot 0{,}62 = 496$ (кг).

2. Знаходження числа за його відсотками.

Щоб знайти число, p відсотків якого становлять b, треба число b поділити на $0{,}01p$.

Задача. Для виготовлення вершкового морозива витрачено 35 кг цукру, що становить 14% всієї маси морозива. Скільки кілограмів морозива виготовлено?

Розв'язання.

Потрібно знайти число, 14% якого становить 35 кг.
Для цього $35 : (0{,}01 \cdot 14) = 35 : 0{,}14 = 250$ (кг).

Закріплення матеріалу можна провести у формі фронтального опитування учнів, використовуючи *слайд 61*.

Слайд 61.

Дайте відповіді на питання:
1. Що таке відсоток? Як ще називають відсотки?
2. Як знайти відсоток від даного числа?
3. Знайдіть 18% від числа 50.
4. Як знайти число за його відсотками?
5. Знайдіть число, 25% якого дорівнює 150.

Для підготовки учнів до тематичного контролю доцільно дати самостійну роботу, використавши *слайд 62*.

Слайд 62.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Знайдіть середнє арифметичне чисел: 7,388; 5,004; 6,118 і 8,019.	1°. Знайдіть середнє арифметичне чисел: 7,06; 7,815; 5,863 і 4,132.
2°. Знайдіть 94% від числа 16,5.	2°. Знайдіть 156% від числа 62.
3*. Знайдіть число, 12% якого дорівнюють 4,8.	3*. Знайдіть число, 104% якого дорівнюють 260.
4*. Під час сушіння яблука втрачають 84% своєї маси. Скільки треба взяти свіжих яблук, щоб одержати 24 кг сушених?	4*. При тушкуванні м'ясо втрачає 24% своєї маси. Скільки треба взяти сирого м'яса, щоб отримати 19 кг тушкованого?
5**. Знайдіть число, 0,85 якого дорівнюють 0,68 від 50.	5**. Знайдіть 0,128 числа, 0,32 якого становлять 80.

Експериментальні дослідження переконують, що таке використання різних видів наочних посібників при вивченні тем курсу математики 5 класу дасть змогу учням краще сприйняти, засвоїти і застосувати в подальшому вивчений матеріал, а також підвищить їх інтерес до математики.

Студентам бажано поставити питання за допомогою *слайду 63.*

Слайд 63.

Дайте відповіді на питання:

1. Яке унаочнення доцільно використовувати при ознайомленні учнів з римською нумерацією?
2. Як можна унаочнити вивчення теми «Координатні промені і шкали»?
3. Наведіть приклади наочних посібників, які варто використати при вивченні теми «Числові і буквені вирази».
4. Яку ілюстрацію слід використати при вивченні теми «Рівняння»?
5. Як унаочнити розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь?
6. Наведіть приклади наочних посібників, які доцільно використовувати при вивченні класифікації трикутників за сторонами і кутами.
7. Яку комп'ютерну презентацію можна використати при вивченні площі прямокутника і квадрата?
8. Наведіть приклади наочних посібників, які доцільно використовувати при вивченні додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками.
9. Які наочні посібники слід використовувати при вивченні множення і ділення десяткових дробів?

3. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНИХ ПОСІБНИКІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 6 КЛАСІ

3.1. Використання наочних посібників при вивченні теми «Подільність натуральних чисел»

Розкриємо методику використання різних видів наочності при вивченні тем курсу математики 6 класу відповідно до діючої програми.

Курс математики в 6 класі розпочинається розділом 1 «Подільність натуральних чисел». Вивчення теми «Ділення, дільники і кратні числа» доцільно супроводжувати ілюстрацією *таблиці 1*.

Таблиця 1.

Ділення, дільники і кратні числа

Поділити число a на число b — це означає знайти таке третє число c, яке при множенні на число b дає число a. Тобто, якщо

$$a : b = c, \text{ то } a = b \cdot c.$$

Приклад. Якщо $8 : 4 = 2$, то $8 = 4 \cdot 2$.

Якщо натуральне число a ділиться націло на натуральне число b, то число a називають **кратним** числа b, а число b — **дільником** числа a.

Приклад. $40 : 8 = 5$. Число 40 кратне числа 8, а число 8 — дільник числа 40.

Під час введення понять «просте число», «складене число» зручно, щоб учні попередньо склали таблицю (*слайд 1*) і, аналізуючи її, помітили, що є числа, які мають лише два різні дільники, а є й такі, в яких дільників більше ніж два.

Слайд 1.

Прості та складені числа

Число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Дільник числа	1	1, 2	1, 3	1; 2; 4	1; 5	1; 2; 3; 6	1; 7	1; 2; 4; 8	1; 3; 9	1; 2; 5; 10	1; 11	1; 2; 3; 4; 6; 12

Розглядаючи поняття «просте число», «складене число», потрібно звернути увагу на те, щоб учні правильно формулювали означення і в разі наявності помилки у сформульованому означенні відразу слід наводити контрприклад. Цьому сприятиме ілюстрація *таблиці 2*.

Таблиця 2.

Прості та складені числа

Натуральне число називають **простим**, якщо воно має **тільки** два різних натуральних дільники: одиницю і саме це число.

Приклад. Число 7 має тільки два дільники — числа 1 і 7. Тільки два дільники мають також, наприклад, числа 2, 3, 5, 11, 13. Такі числа називають простими.

Простих чисел нескінченно багато.

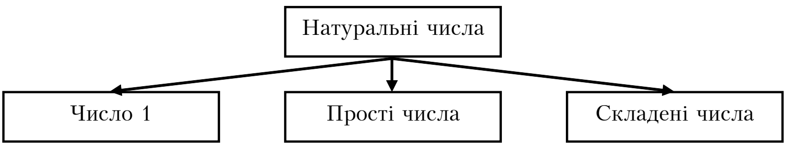
Натуральне число, яке має **більше** ніж два натуральних дільники, називають **складеним**.

Приклад. Числа 6, 8, 10, 15, 50 мають більше ніж два дільники. Тому їх називають складеними.

Складених чисел нескінченно багато.

Число 1 має тільки один дільник, тому його не вважають ні простим, ні складеним.

Залежно від кількості дільників усі натуральні числа розбивають на 3 класи:



Закріплення цієї теми доцільно провести у формі фронтального опитування, використовуючи *слайд 2*.

Слайд 2.

Дайте відповіді на питання:

1. Що означає поділити одне число на друге?
2. Що означає, що число p є дільником числа a?
3. Яке число називають простим?
4. Яке число називають складеним?
5. Назвіть 6 перших простих чисел.
6. Назвіть 6 перших складених чисел.
7. Залежно від кількості дільників на скільки класів можна розбити множину всіх натуральних чисел?
8. Чому число 1 не належить ні до простих, ні до складених чисел?
9. Чи існує парне число, яке є простим?
10. Назвіть найменше просте число.

При вивченні ознак подільності на 10, 5, 2, 3 і 9 корисно використати *таблицю 3.*

Таблиця 3.

Ознаки подільності на 10, 5, 2, 3 і 9

На 10 діляться всі ті і тільки ті числа, які закінчуються цифрою 0.

Приклади. Числа 120, 2500, 3020, 7010 діляться на 10, а числа 57, 204, 2001 на 10 не діляться.

На 5 діляться всі ті і тільки ті числа, які закінчуються цифрою 5 або 0.

Приклади. Числа 35, 265, 60, 2560 діляться на 5, а жодне з чисел 27, 229, 4006 на 5 не ділиться.

На 2 діляться всі ті і тільки ті числа, які закінчуються парною цифрою.

Приклади. Числа 6, 8, 12, 20, 34, 12036 діляться на 2. Жодне з чисел 11, 13, 25, 77, 1059 не ділиться на 2.

На 3 діляться всі ті і тільки числа, сума цифр яких ділиться на 3.

Приклади. Сума цифр числа 12402 дорівнює $1 + 2 + 4 + 0 + 2 = 9$, а 9 ділиться на 3, тому число 12402 ділиться на 3. Сума цифр числа 28057 дорівнює $2 + 8 + 0 + 5 + 7 = 22$, а 22 не ділиться на 3, тому число 28057 не ділиться на 3.

На 9 діляться всі ті і тільки числа, сума цифр яких ділиться на 9.

Приклади. Число 7524 ділиться на 9, бо сума його цифр $7 + 5 + 2 + 4 = 18$ ділиться на 9. Число 6028 на 9 не ділиться, бо його сума цифр $6 + 0 + 2 + 8 = 16$, а 16 на 9 не ділиться.

Закріплення ознак подільності чисел доцільно провести у формі фронтального опитування, використовуючи *слайд 3*.

Слайд 3.

Дайте відповіді на питання:

1. Сформулюйте ознаку подільності на 10.
2. Якою цифрою має закінчуватися запис натурального числа, щоб воно ділилось націло на 10?
3. Які числа називають парними? непарними?
4. Сформулюйте ознаку подільності на 2.
5. Як за записом натурального числа встановити, ділиться воно націло на 5 чи ні?
6. Сформулюйте ознаку подільності на 5.
7. Які числа називають кратними числа 3?
8. Сформулюйте ознаку подільності на 3.
9. Які числа називають кратними числа 9?
10. Сформулюйте ознаку подільності на 9.

Вивчення теми «Розкладання чисел на прості множники» варто супроводжувати використанням *слайду 4*.

Слайд 4.

Розкладання чисел на прості множники

Представлення складеного числа у вигляді добутку простих множників називають **розкладом числа на прості множники**.

Приклади: $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$; $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Будь-яке складене число можна подати у вигляді добутку простих чисел, тобто розкласти на прості множники.

Наприклад, $10 = 2 \cdot 5$;
$21 = 3 \cdot 7$;
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$;
$81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;
$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$.

Схема розкладання числа на прості множники

$$\begin{array}{r|l} 2940 & 2 \\ 1470 & 2 \\ 735 & 3 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$2940 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$

Добуток *n* чисел, кожне з яких дорівнює *a*, називають *n*-ним степенем числа *a* і позначають символом a^n.

a^n — степінь, a − основа степеня, n — показник степеня.

$2940 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$.

Закріплення даного матеріалу можна провести у формі фронтального опитування з використанням *слайду 5*.

Слайд 5.

Дайте відповіді на питання:

1. На які прості множники розкладається число 14?
2. Чи кожне складене число можна розкласти на прості множники?
3. На які прості множники розкладається число 1000?
4. Скільки різних простих дільників має число 300? 3000?
5. Як найзручніше розкласти на прості множники число 5000?
6. Чи правильно розкладено число на прості множники:
   а) $800 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 8$; б) $13 = 1 \cdot 13$.

Для вивчення найбільшого спільного дільника корисною буде *таблиця 4*.

Таблиця 4.

Найбільший спільний дільник

Найбільшим спільним дільником (НСД) кількох чисел називається найбільше число, на яке ділиться кожне з даних чисел.

Приклад. Знайдемо найбільший спільний дільник чисел 45 і 60. 45 ділиться на 1, 3, 5, 9, 15, 45. 60 ділиться на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Числа 45 і 60 мають чотири спільні дільники: 1, 3, 5, 15. Найбільше із цих чотирьох чисел — 15. Це найбільший спільний дільник чисел 45 і 60: НСД (45, 60) = 15.

Щоб знайти найбільший спільний дільник кількох чисел, треба розкласти їх на прості множники і перемножити їх спільні множники.

Приклад. Знайдемо НСД (132, 180, 144). Розкладемо кожне з цих чисел на прості множники:

132	2	180	2	144	2
66	2	90	2	72	2
33	3	45	3	36	2
11	11	15	3	18	2
1		5	5	9	3
		1		3	3
				1	

Продовження таблиці 4.

$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$; $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $144 = 2^4 \cdot 3^2$. Отже, НСД (132, 180, 144) = $2^2 \cdot 3 = 12$. **Якщо найбільший спільний дільник двох натуральних чисел дорівнює 1, то їх називають взаємно простими.** *Приклад*. Знайдемо НСД (585, 616). Маємо: $585 = 3^2 \cdot 5 \cdot 13$; $616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$. Отже, НСД (585, 616) = 1. Числа 585 і 616 взаємно прості.

Закріплення цього матеріалу варто провести, використовуючи *слайд 6*.

Слайд 6.

Дайте відповіді на питання:

1. Що таке спільний дільник двох чисел?
2. Яке число називають найбільшим спільним дільником двох чисел?
3. Які числа називаються взаємно простими?
4. Наведіть приклади двох чисел, НСД яких дорівнює 1.
5. Як знайти НСД кількох чисел?
6. Знайдіть НСД (24, 30, 42, 48).
7. Чим відрізняються поняття «прості числа» і «взаємно прості числа»?

Вивчення найменшого спільного кратного слід супроводжувати ілюструванням *таблиці 5*.

Таблиця 5.

Найменше спільне кратне

Найменшим спільним кратним (НСК) кількох чисел називається таке найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел.

Приклад. Знайдемо НСК (6, 4). Числа, кратні 6, — це: 6, 12, 18, 24, ... Числа, кратні 4, — це: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... Спільними кратними чисел 6 і 4 є: 12, 24, 36 і безліч інших чисел. НСК (6, 4) = 12.

Щоб знайти найменше спільне кратне чисел *a*, *b* і *c*, треба прості множники числа *a* доповнити такими простими множниками чисел *b* і *c*, яких в *a* немає, і перемножити їх.

Приклад. Знайдемо НСК (60, 72, 80).

Оскільки $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$;

$$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5,$$

то НСК $(60, 72, 80) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 720$.

Найменше спільне кратне взаємно простих чисел дорівнює їх добутку.

Приклад. Знайдемо НСК (8, 15).

Оскільки $8 = 2^3$; $15 = 3 \cdot 5$, то НСК $(8, 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$, бо 8 і 15 взаємно прості.

Якщо число *a* — дільник числа *b*, то НСК (*a*, *b*) = *b*.

Приклад. Знайдемо НСК (250, 3000). Оскільки число 250 — дільник числа 3000, то НСК (250, 3000) = 3000.

Відповідаючи на питання *слайду 7*, учні зможуть закріпити даний матеріал.

Слайд 7.

Дайте відповіді на питання:
1. Яке число називається кратним даного числа? 2. Яке число називається спільним кратним двох чисел? 3. Скільки є спільних кратних чисел 3 і 4? Чи є серед них найбільше? 4. Яке число називається найменшим спільним кратним двох чисел? 5. Чому дорівнює найменше спільне кратне взаємно простих чисел? 6. Чому дорівнює найменше спільне кратне двох чисел, одне з яких є дільником другого? 7. Як знайти НСК кількох чисел? 8. Знайдіть НСК (132, 198, 275).

Для підготовки до тематичного контролю доцільно запропонувати учням самостійну роботу, використавши *слайд 8*.

Слайд 8.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Випишіть усі прості числа, які більші за 35 і менші за 45.	1°. Випишіть усі прості числа, які більші за 15 і менші за 25.
2°. Розкладіть на прості множники число 520.	2°. Розкладіть на прості множники число 480.
3°. Знайдіть НСД (56, 64) і НСК (56, 64).	3°. Знайдіть НСД (64, 72) і НСК (64, 72).
4*. Яке найменше трицифрове число ділиться на 11?	4*. Яке найменше трицифрове число ділиться на 19?
5**. Знайдіть суму всіх дільників числа 40.	5**. Знайдіть суму всіх дільників числа 50.

Використання розглянутих наочних посібників при вивченні теми «Подільність натуральних чисел» не тільки полегшує роботу вчителя, але й економить час та розвиває увагу і мислення учнів.

3.2. Використання наочних посібників при вивченні теми «Звичайні дроби»

Вивчення розділу 2 «Звичайні дроби» доцільно розпочати з повторення і систематизації відомостей про звичайні дроби з рівними знаменниками, відомих учням з 5 класу. Для цього корисною буде *таблиця 6*.

Таблиця 6.

Звичайні дроби з рівними знаменниками

Звичайний дріб — це запис виду $\frac{a}{b}$, де a і b — натуральні числа. Число a називається **чисельником**, а b — **знаменником** дробу.

Знаменник показує, на скільки рівних частин поділено щось ціле, а **чисельник** — скільки таких частин взято. Риска, яка відокремлює чисельник від знаменника називається **рискою дробу**. Чисельник і знаменник називають членами дробу.

Наприклад, дріб $\frac{3}{8}$ означає, що ціле поділено на 8 рівних частин і взято 3 такі частини.

З двох дробів з рівними знаменниками більший той, у якого чисельник більший.

Наприклад, $\frac{4}{7} > \frac{3}{7}$, бо $4 > 3$.

Правила додавання дробів з рівними знаменниками

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$. *Приклад*: $\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{5+1}{7} = \frac{6}{7}$.

$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$. *Приклад*: $\frac{15}{23} - \frac{11}{23} = \frac{15-11}{23} = \frac{4}{23}$.

Сформулюйте ці правила словами.

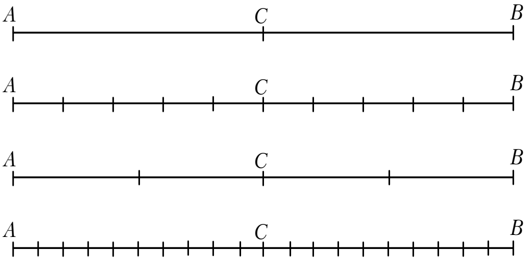
Звичайний дріб називають **правильним**, якщо чисельник менший від знаменника. Якщо ж чисельник більший або дорівнює знаменнику, то такий дріб називають **неправильним**.

Назвіть правильні і неправильні дроби.

Вивчення основної властивості дробу варто супроводжувати демонстрацією *слайду 9*.

Слайд 9.

Основна властивість дробу



$AC = BC = \frac{1}{2}$ дм.

$AC = BC = \frac{5}{10}$ дм.

$AC = BC = \frac{2}{4}$ дм.

$AC = BC = \frac{10}{20}$ дм.

Отже, $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = \frac{2}{4} = \frac{10}{20}$ або $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 10}{2 \cdot 10}$ і навпаки $\frac{10}{20} = \frac{10:10}{20:10} = \frac{5:5}{10:5} = \frac{1}{2}$.

Значення дробу не зміниться, якщо його чисельник і знаменник помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} \textbf{ або } \frac{a}{b} = \frac{a:c}{b:c}, \textbf{ де } c \neq 0.$$

Це — основна властивість дробу.

Закріплення цієї теми доцільно провести у формі фронтального опитування, використовуючи *слайд 10*.

Слайд 10.

Дайте відповіді на питання:

1. Як можна записати частку $a : b$?
2. Сформулюйте основну властивість частки.
3. Яку властивість дробу виражає рівність $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{14}{35}$?
4. Яку властивість дробу виражає рівність $\frac{14}{35} = \frac{14:7}{35:7} = \frac{2}{5}$?
5. Сформулюйте основну властивість дробу.
6. Назвіть три різні дроби, кожен з яких дорівнює $\frac{3}{4}$.
7. Назвіть три різні дроби, кожен з яких дорівнює $\frac{16}{24}$.

Вивчення теми «Скорочення дробів» доцільно ілюструвати на *слайді 11*.

Слайд 11.

Скорочення дробів

Ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник, відмінний від 1, називають **скороченням дробу**.

Приклад: $\frac{14}{35} = \frac{14:7}{35:7} = \frac{2}{5}$ скоротили дріб на 7.

Дріб, чисельник і знаменник якого — взаємно прості числа, називають **нескоротним**.

Приклад: Дріб $\frac{13}{19}$ нескоротний, бо НСД (13, 19) = 1.

Якщо скоротити дріб на найбільший спільний дільник чисельника і знаменника, то отримаємо нескоротний дріб.

Приклад: Скоротіть дріб $\frac{33}{44}$. НСД (33, 44) = 11.

$$\frac{33}{44} = \frac{33:11}{44:11} = \frac{3}{4}.$$

Закріплення цього матеріалу варто провести, використовуючи *слайд 12*.

Слайд 12.

Дайте відповіді на питання:

1. Сформулюйте основну властивість дробу.
2. Що називають скороченням дробу?
3. На яке найбільше число можна скоротити дріб?
4. Який дріб називають нескоротним?
5. На яке число треба скоротити дріб, щоб отримати нескоротний дріб?
6. Деякий дріб можна скоротити на 6. Чи можна скоротити його на 2? А на 3? Чому?

При вивченні теми «Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів» корисно використати *таблицю 7*.

Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів

Спільний знаменник дробів — це спільне кратне їх знаменників.

Наприклад, для дробів $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ спільним знаменником є число 12, бо воно є спільним кратним знаменників 4 і 6.

При зведенні дробів до спільного знаменника зручніше зводити їх до **найменшого спільного знаменника**, який дорівнює найменшому спільному кратному знаменників цих дробів.

Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, треба:
1) знайти найменший спільний знаменник даних дробів;
2) знайти додаткові множники для кожного з дробів, поділивши спільний знаменник на знаменники даних дробів;
3) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.

Приклад. Звести дроби $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$ до найменшого спільного знаменника.
1) НСК (5, 7) = 35;
2) додатковий множник до першого дробу 35 : 5 = 7, а для другого дробу — 35 : 7 = 5;
3) помножимо чисельник і знаменник дробу $\frac{2}{5}$ на 7, а чисельник і знаменник дробу $\frac{3}{7}$ на 5:

$\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 7}{5\cdot 7}=\frac{14}{35}$; $\frac{3}{7}=\frac{3\cdot 5}{7\cdot 5}=\frac{15}{35}$. Одержали дроби $\frac{14}{35}$ і $\frac{15}{35}$.

Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило порівняння дробів з рівними знаменниками.

Приклад. Порівняйте дроби $\frac{7}{8}$ і $\frac{8}{9}$.

Розв'язання.

Зведемо дроби до найменшого спільного знаменника, який дорівнює 72. Помножимо чисельник і знаменник дробу $\frac{7}{8}$ на додатковий множник 9, а дробу $\frac{8}{9}$ — на додатковий множник 8. Маємо $\frac{7}{8}=\frac{7\cdot 9}{8\cdot 9}=\frac{63}{72}$; $\frac{8}{9}=\frac{8\cdot 8}{9\cdot 8}=\frac{64}{72}$. Оскільки $\frac{63}{72}<\frac{64}{72}$, то $\frac{7}{8}<\frac{8}{9}$.

Закріплення цього матеріалу можна провести у формі фронтального опитування з використанням *слайду 13*.

Слайд 13.

Дайте відповіді на питання:

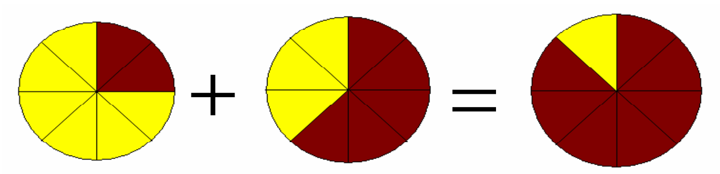
1. Про які дроби кажуть, що вони мають спільний знаменник?
2. Що означає звести дроби до спільного знаменника?
3. Що є спільним знаменником двох дробів?
4. Як звести дроби до найменшого спільного знаменника?
5. Чому дорівнює найменший спільний знаменник дробів $\frac{3}{4}$ і $\frac{1}{5}$? А дробів $\frac{2}{5}$ і $\frac{1}{10}$?
6. Дано дроби зі знаменниками m і n. Чи може їх найменшим спільним знаменником бути добуток $m \cdot n$?
7. Як порівняти дроби з різними знаменниками?

Перед вивченням додавання і віднімання дробів з різними знаменниками потрібно пригадати правила додавання і віднімання дробів з рівними знаменниками. Для цього варто використати *слайди 14* і *15*.

Слайд 14.

Додавання дробів з однаковими знаменниками

Щоб додати дроби з однаковими знаменниками, треба додати їх чисельники і залишити той самий знаменник.

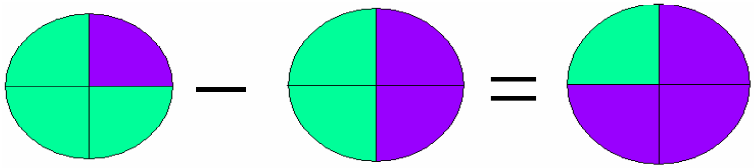


$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$$

Слайд 15.

Віднімання дробів з однаковими знаменниками

Щоб знайти різницю дробів з однаковими знаменниками, треба знайти різницю їх чисельників і залишити той самий знаменник.



$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

Пояснення додавання і віднімання дробів з різними знаменниками доцільно супроводжувати демонстрацією *таблиці 8*.

Таблиця 8.

Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками

Щоб додати (відняти) два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з рівними знаменниками.

Наприклад, знайдемо суму $\frac{3}{7} + \frac{4}{9}$. Найменший спільний знаменник доданків дорівнює 63.

Маємо: $\frac{3^{\backslash 9}}{7} + \frac{4^{\backslash 7}}{9} = \frac{27}{63} + \frac{28}{63} = \frac{27+28}{63} = \frac{55}{63}$.

Знайдемо різницю $\frac{17}{18} - \frac{11}{12}$. Найменший спільний знаменник цих дробів дорівнює 36.

Тоді: $\frac{17^{\backslash 2}}{18} - \frac{11^{\backslash 3}}{12} = \frac{34}{36} - \frac{33}{36} = \frac{34-33}{36} = \frac{1}{36}$.

Для дробів, як і для натуральних чисел, правильні переставний і сполучний закони додавання:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$ — переставний закон,

Продовження таблиці 8.

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{p}{q}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{p}{q}\right)$$ — сполучний закон.

Приклади:

1) $\frac{2}{7}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\frac{2}{7}$, бо $\frac{2^{\backslash 3}}{7}+\frac{1^{\backslash 7}}{3}=\frac{6}{21}+\frac{7}{21}=\frac{6+7}{21}=\frac{13}{21}$ і $\frac{1^{\backslash 7}}{3}+\frac{2^{\backslash 3}}{7}=\frac{7}{21}+\frac{6}{21}=\frac{7+6}{21}=\frac{13}{21}$;

2) $\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{15}=\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{15}\right)$, бо

$$\left(\frac{2^{\backslash 3}}{5}+\frac{1^{\backslash 5}}{3}\right)+\frac{2}{15}=\left(\frac{6}{15}+\frac{5}{15}\right)+\frac{2}{15}=\frac{6+5}{15}+\frac{2}{15}=$$

$$=\frac{11}{15}+\frac{2}{15}=\frac{11+2}{15}=\frac{13}{15}$$ і

$$\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{15}\right)=\frac{2}{5}+\left(\frac{1^{\backslash 5}}{3}+\frac{2^{\backslash 1}}{15}\right)=\frac{2}{5}+\left(\frac{5}{15}+\frac{2}{15}\right)=\frac{2}{5}+\frac{5+2}{15}=$$

$$=\frac{2^{\backslash 3}}{5}+\frac{7^{\backslash 1}}{15}=\frac{6}{15}+\frac{7}{15}=\frac{6+7}{15}=\frac{13}{15}.$$

Під час вивчення додавання і віднімання дробів слід повторити з учнями поняття мішаного числа, правило перетворення мішаного числа в неправильний дріб, відомі учням з 5 класу, і розглянути правило перетворення неправильного дробу в мішане число. Для цього можна використати *таблицю 9*.

Таблиця 9.

Мішані числа

Суму дробу і натурального числа записують у вигляді **мішаного числа**:

$$5+\frac{2}{3}=5\frac{2}{3}.$$

Кожне мішане число дорівнює деякому неправильному дробу з тим самим знаменником. Щоб знайти чисельник цього дробу, треба цілу частину мішаного числа помножити на його знаменник і до результату додати чисельник дробової частини.

Наприклад, щоб перетворити в неправильний дріб мішане число $4\frac{2}{5}$, треба $4\cdot 5+2=22$, тоді $4\frac{2}{5}=\frac{22}{5}$.

Щоб з неправильного дробу виділити цілу частину, тобто перетворити його в мішане число, треба чисельник поділити на знаменник. Неповна частка — це ціла частина, а остача — чисельник дробової частини.

Наприклад, щоб дріб $\frac{53}{9}$ перетворити в мішане число, ділимо 53 на 9. 53 : 9 = 5 (ост. 8). Тому $\frac{53}{9}=5\frac{8}{9}$.

Закріплення цієї теми доцільно провести у формі фронтального опитування, використовуючи *слайд 16*.

Слайд 16.

Дайте відповіді на питання:

1. Сформулюйте правило додавання і віднімання дробів з рівними знаменниками.
2. Сформулюйте правило додавання і віднімання дробів з різними знаменниками.
3. Що таке мішане число?
4. Як перетворити неправильний дріб у мішане число?
5. Як перетворити мішане число у неправильний дріб?
6. Чи кожний неправильний дріб можна перетворити в мішане число?
7. Які є закони додавання для дробових чисел?

З метою підготовки учнів до тематичного контролю доцільно запропонувати самостійну роботу, зразок якої демонструється за допомогою *слайду 17*.

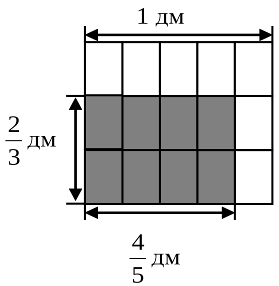
Слайд 17.

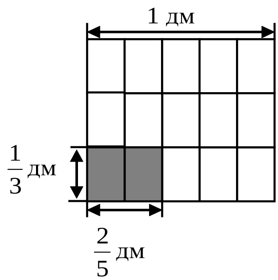
Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Виконайте дії: а) $3\frac{4}{9}+\frac{1}{6}$; б) $2\frac{2}{3}-\frac{5}{9}$.	1°. Виконайте дії: а) $\frac{3}{4}+1\frac{3}{8}$; б) $2\frac{1}{3}-\frac{5}{6}$.
2°. Порівняйте дроби: $\frac{4}{9}$ і $\frac{5}{12}$.	2°. Порівняйте дроби: $\frac{3}{7}$ і $\frac{4}{15}$.
3*. Розв'яжіть рівняння: $\left(x-\frac{2}{5}\right)-0,3=2\frac{1}{4}$.	3*. Розв'яжіть рівняння: $\left(x-\frac{1}{6}\right)-0,5=1\frac{2}{3}$.
4*. Для приготування $6\frac{1}{2}$ кг крему кухар бере $3\frac{8}{15}$ кг молока, $\frac{7}{12}$ кг какао, а решту становить цукор. Скільки кілограмів цукру бере кухар для приготування крему?	4*. Для приготування 12 кг морозива взяли $7\frac{4}{15}$ кг води, $2\frac{11}{20}$ кг молочного жиру, $1\frac{23}{30}$ кг цукру, а решту становив фруктовий сироп. Скільки взяли кілограмів сиропу?
5**. Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення: $\left(9\frac{3}{7}+2\frac{9}{16}\right)-5\frac{3}{7}$.	5**. Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення: $\left(4\frac{5}{8}+1\frac{6}{11}\right)-\frac{6}{11}$.

Під час пояснення дії множення дробів зручно використати *таблицю 10,* на якій зображено два квадрати зі стороною 1 дм, кожний з яких розбито на рівні прямокутники. Частина цих прямокутників заштрихована в кожному квадраті. Учні усно визначають площі різних прямокутників, довжини сторін яких виражені різними правильними дробами, і, порівнюючи результати, самостійно роблять висновок щодо правила множення звичайних дробів.

Таблиця 10.

Множення звичайних дробів





$$\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{15}.\qquad \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{15}.$$

Добуток двох дробів дорівнює дробу, чисельник якого дорівнює добутку чисельників даних дробів, а знаменник — добутку їхніх знаменників:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

Розглядаючи множення звичайного дробу на натуральне число, множення мішаних чисел, слід використати *таблицю 11*.

Таблиця 11.

Особливі випадки множення дробів	
1. Множення дробу на натуральне число	
Правило: Щоб помножити дріб на натуральне число, треба його чисельник помножити на це число, а знаменник залишити без зміни: $\frac{a}{b}\cdot n=\frac{a\cdot n}{b}$.	*Приклади:* а) $\frac{2}{9}\cdot 4=\frac{2\cdot 4}{9}=\frac{8}{9}$; б) $\frac{1}{3}\cdot 3=\frac{1\cdot 3}{3}=1$.
2. Множення мішаних чисел	
Правило: Щоб перемножити мішані числа, треба записати ці числа у вигляді неправильних дробів і застосувати правило множення дробів.	*Приклади:* а) $2\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{11}=\frac{11}{4}\cdot\frac{4}{11}=\frac{11\cdot 4}{4\cdot 11}=1$; б) $1\frac{2}{7}\cdot 1\frac{1}{4}=\frac{9}{7}\cdot\frac{5}{4}=\frac{9\cdot 5}{7\cdot 4}=\frac{45}{28}=1\frac{17}{28}$.

Прордовження таблиці 11.

3. Множення дробу на 1 і на 0.	
Правило: Яким би не був звичайний дріб $\frac{m}{n}$, завжди $\frac{m}{n}\cdot 1=\frac{m}{n}$; $\frac{m}{n}\cdot 0=0$.	*Приклади:* а) $\frac{2}{3}\cdot 1=\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{3}\cdot 0=0$.

При поясненні законів множення звичайних дробів варто використати *слайд 18.*

Слайд 18.

Закони множення звичайних дробів

Для дробів, як і для натуральних чисел, виконуються закони множення:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$$ — переставний закон,

$$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{p}{q}=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{p}{q}\right)$$ — сполучний закон,

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{p}{q}=\frac{a}{b}\cdot\frac{p}{q}+\frac{c}{d}\cdot\frac{p}{q}$$ — розподільний закон.

Закріплення цього матеріалу варто провести, використовуючи *слайд 19.*

Слайд 19.

Дайте відповіді на питання:

1. Що є добутком двох дробів?
2. Як помножити дріб на натуральне число?
3. Як помножити два мішані числа?
4. Чому дорівнює добуток кількох дробів?
5. Які закони множення мають місце для множення дробів?
6. Чому дорівнює добуток будь-якого дробу і числа 0?
7. Коли добуток двох дробів менший від кожного з них?

Пояснюючи взаємно обернені числа, слід продемонструвати учням *слайд 20.*

Слайд 20.

Взаємно обернені числа

Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають взаємно оберненими.

Наприклад, числа $\frac{5}{9}$ і $\frac{9}{5}$ взаємно обернені, бо $\frac{5}{9}\cdot\frac{9}{5}=\frac{5\cdot 9}{9\cdot 5}=1$.

Числа $\frac{a}{b}$ і $\frac{b}{a}$ взаємно обернені, бо $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=\frac{a\cdot b}{b\cdot a}=1$.

Якщо n — натуральне число, то обернене до нього є число $\frac{1}{n}$.

Наприклад, оберненим до числа 5 є число $\frac{1}{5}$, бо $5\cdot\frac{1}{5}=\frac{5\cdot 1}{5}=1$.

Щоб знайти число, обернене до мішаного числа, треба перетворити це число в неправильний дріб і знайти число, обернене до цього неправильного дробу.

Наприклад, $2\frac{5}{9}=\frac{23}{9}$; число $\frac{9}{23}$ є оберненим до числа $2\frac{5}{9}$, бо $\frac{23}{9}\cdot\frac{9}{23}=\frac{23\cdot 9}{9\cdot 23}=1$.

Під час пояснення ділення звичайних дробів доцільно використати *слайд 21*.

Слайд 21.

Ділення дробів

1. Щоб поділити один дріб на інший, треба ділене помножити на число, обернене до дільника:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}.$$

Наприклад, $\frac{7}{25}:\frac{4}{9}=\frac{7}{25}\cdot\frac{9}{4}=\frac{63}{100}$.

2. Щоб поділити мішане число на мішане число, треба перетворити ці числа в неправильні дроби і поділити їх за правилом ділення дробів.

Наприклад, $1\frac{7}{8}:1\frac{9}{16}=\frac{15}{8}:\frac{25}{16}=\frac{15}{8}\cdot\frac{16}{25}=\frac{3\cdot 2}{1\cdot 5}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$.

3. Якщо n — натуральне число, то $n:\frac{a}{b}=n\cdot\frac{b}{a}=\frac{nb}{a}$.

Наприклад, $8:\frac{3}{5}=8\cdot\frac{5}{3}=\frac{8\cdot 5}{3}=\frac{40}{3}=13\frac{1}{3}$.

4. $1:\frac{a}{b}=\frac{b}{a}$; $0:\frac{a}{b}=0$.

5. На нуль ділити не можна!

Закріплення цього матеріалу можна провести у формі фронтального опитування за допомогою *слайду 22*.

Слайд 22.

Дайте відповіді на питання:

1. Які числа називають взаємно оберненими?
2. Як записати число, обернене до дробу $\frac{a}{b}$?
3. Як записати число, обернене до натурального числа?
4. Як знайти число, обернене до мішаного числа?
5. Сформулюйте правило ділення дробів.
6. Як поділити два мішані числа?
7. Чи можна число 0 поділити на дріб?
8. Чи можна дріб поділити на 0?

Пояснення знаходження дробу від числа і числа за значенням його дробу можна проводити, використовуючи *таблицю 12*.

Таблиця 12.

Задачі на множення і ділення дробів

1. Знаходження дробу від числа.

Щоб знайти дріб від числа, треба це число помножити на дріб: $\frac{m}{n}$ від a дорівнює $a \cdot \frac{m}{n}$.

Наприклад, щоб знайти $\frac{3}{7}$ від 350, треба $350 \cdot \frac{3}{7} = \frac{350 \cdot 3}{7} = 150$.

2. Знаходження числа за значенням його дробу.

Щоб знайти число за значенням його дробу, треба це значення поділити на цей дріб: якщо $\frac{m}{n}$ від x дорівнює c, то $x = c : \frac{m}{n}$.

Наприклад, знайти число, $\frac{6}{7}$ якого дорівнює 45. $45 : \frac{6}{7} = 45 \cdot \frac{7}{6} = \frac{45 \cdot 7}{6} = \frac{105}{2} = 52\frac{1}{2}$.

3. Знаходження числа за його відсотками.

Щоб знайти число за його відсотками, треба подати відсотки у вигляді дробу і поділити значення відсотків на цей дріб.

Наприклад, знайти число, $66\frac{2}{3}\%$ якого дорівнює 14. $66\frac{2}{3}\% = 66\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{200}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{2}{3}$; $14 : \frac{2}{3} = 14 \cdot \frac{3}{2} = \frac{14 \cdot 3}{2} = 21$.

Для закріплення даного матеріалу у вигляді фронтального опитування слід використати *слайд 23*.

Слайд 23.

Дайте відповіді на питання:

1. Як знайти дріб від числа?
2. Як знайти відсотки від числа?
3. Як знайти число за значенням його дробу?
4. Як знайти число за його відсотками?
5. Знайдіть число, $\frac{2}{3}$ якого становить 35% від 60.

Під час пояснення перетворення звичайних дробів у десяткові корисно використати *таблицю 13*.

Таблиця 13.

Перетворення звичайних дробів у десяткові. Періодичні десяткові дроби

1. Використати основну властивість дробу.

Наприклад, $\frac{1}{2}=\frac{1\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{5}{10}=0,5$; $\frac{13}{50}=\frac{13\cdot 2}{50\cdot 2}=\frac{26}{100}=0,26$.

2. Чисельник поділити на знаменник.

Наприклад, $\frac{3}{16}=3:16=0,1875$.

Нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ можна перетворити в десятковий дріб тоді, коли розклад знаменника на прості множники не містить чисел, відмінних від 2 і 5.

Дійсно, $10 = 2 \cdot 5$; $100 = 2^2 \cdot 5^2$; $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ і т.д.

Якщо розклад знаменника нескоротного дробу на прості множники містить хоча б одне число, відмінне від 2 і 5, то такий дріб діленням чисельника на знаменник перетворюється на нескінченний періодичний десятковий дріб.

Наприклад, $\frac{5}{11}=5:11=0,454545...=0,(45)$. Читається: «нуль цілих і сорок п’ять у періоді».

Висновок: при діленні натурального числа на натуральне число отримаємо або натуральне число, або скінченний десятковий дріб, або нескінченний періодичний десятковий дріб.

Слайд 24 допоможе провести фронтальне опитування учнів для закріплення даної теми.

Слайд 24.

Дайте відповіді на питання:
1. Як перетворити десятковий дріб у звичайний? 2. У якому випадку нескоротний дріб можна перетворити у десятковий? 3. Як перетворити звичайний дріб у десятковий? 4. Чи кожний звичайний дріб перетворюється у скінченний десятковий або в нескінченний періодичний десятковий дріб? 5. Що називають періодом нескінченного періодичного десяткового дробу?

Корисною при вивченні наближених значень і дій над ними буде *таблиця 14*.

Таблиця 14.

Наближені значення та дії над ними

$\frac{2}{3} = 0,6666.... \approx 0,667$. Тут 0,667 — **десяткове наближення** числа $\frac{2}{3}$ до тисячних.

Десятковими знаками числа називають усі його цифри, що стоять праворуч від десяткової коми.

Наприклад, у числі 0,056 три десяткових знаки.

Значущими цифрами числа називають усі його цифри, крім нулів зліва, а також крім нулів справа, які поставлено замість цифр, відкинутих при округленні.

Наприклад, у числі 0,056 дві значущі цифри.

Правила підрахунку цифр при виконанні дій над наближеними числами

1. При додаванні і відніманні наближених чисел у результаті слід зберігати стільки десяткових знаків, скільки їх має компонент дії з найменшою кількістю десяткових знаків.

Наприклад, $2,34 + 3,5 \approx 5,8$; $5,23 - 4,8 \approx 0,4$.

2. При множенні наближених чисел у результаті слід зберігати стільки значущих цифр, скільки їх має множник з найменшою кількістю значущих цифр.

Подібним правилом користуються і під час ділення наближених чисел.

Наприклад, $3,24 \cdot 2,5 \approx 8,1$; $3,24 : 2,5 \approx 1,3$.

Закріплення даного матеріалу варто провести, використовуючи *слайд 25*.

Слайд 25.

Дайте відповіді на питання:
1. Що називають десятковими знаками числа?
2. Що таке значущі цифри?
3. Назвіть десяткові знаки і значущі цифри числа 0,0205.
4. Які числа називають наближеними?
5. Як додавати і віднімати наближені числа?
6. Як множити і ділити наближені числа?

Для підготовки учнів до тематичного контролю варто запропонувати самостійну роботу, використовуючи *слайд 26*.

Слайд 26.

Самостійна робота

Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Обчисліть: а) $\frac{2}{5}\cdot\frac{6}{8}$; б) $1\frac{2}{3}:\frac{8}{9}$; в) $3,2-\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}$.	1°. Обчисліть: а) $\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{15}$; б) $2\frac{2}{3}:\frac{7}{8}$; в) $2,4-\frac{3}{5}:\frac{2}{5}$.
2°. Розв'яжіть рівняння: а) $\frac{2}{5}x=6$; б) $1-\frac{x}{4}=0,6$.	2°. Розв'яжіть рівняння: а) $\frac{3}{4}x=12$; б) $1,5-\frac{x}{3}=1$.
3*. Знайдіть число, 60% якого становить $\frac{3}{4}$.	3*. Знайдіть число, 70% якого становить $\frac{2}{5}$.
4*. Сторона квадрата менша від його периметра на $2\frac{1}{4}$ м. Знайдіть площу квадрата.	4*. Периметр квадрата більший за його сторону на $1\frac{2}{7}$ м. Знайдіть площу квадрата.
5**. Сума двох чисел дорівнює 18,3. Знайдіть ці числа, якщо одне з них становить 50% іншого.	5**. Сума двох чисел дорівнює 16,4. Знайдіть ці числа, якщо одне з них становить 25% іншого.

Використання розглянутих наочних посібників при вивченні теми «Звичайні дроби» допоможе учням успішно засвоїти вивчений матеріал, підвищить їх інтерес до математики.

3.3. Використання наочних посібників при вивченні теми «Відношення і пропорції»

Вивчення розділу 3 «Відношення і пропорції» розпочинається з теми «Відношення», яку варто супроводжувати ілюстрацією *таблиці 15*.

Таблиця 15.

Відношення

Частку двох чисел *a* і *b*, які не дорівнюють нулю, називають **відношенням** чисел *a* і *b* або відношенням числа *a* до числа *b*.

Числа *a* і *b* називають **членами відношення**, число *a* — **попереднім членом** відношення, а число *b* — **наступним**.

Приклади відношень: 12 : 4; 2 : 5; $\frac{1}{5}:\frac{2}{7}$; 1,3 : 0,5.

Відношення чисел *a* і *b* показує, у скільки разів число *a* більше від числа *b* або яку частину число *a* становить від числа *b*.

Основна властивість відношення

Відношення двох чисел не зміниться, якщо кожне з них помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.

Наприклад, $\frac{1,3}{2,4}=\frac{1,3\cdot 10}{2,4\cdot 10}=\frac{13}{24}$; $\frac{2}{5}:\frac{3}{5}=\left(\frac{2}{5}\cdot 5\right):\left(\frac{3}{5}\cdot 5\right)=2:3$;

$$2\frac{1}{2}:0,25=\left(2\frac{1}{2}\cdot 4\right):\left(0,25\cdot 4\right)=10:1.$$

Отже, відношення дробових чисел можна замінити відношенням натуральних чисел.

Приклади відношень:

- швидкість — відношення шляху до часу;
- ціна — відношення вартості товару до його кількості;
- густина — відношення маси речовини до її об'єму;
- продуктивність праці — відношення обсягу виконаної роботи до часу, за який було виконано цю роботу.

Закріплення цього матеріалу можна провести у вигляді фронтального опитування, використовуючи *слайд 27*.

Слайд 27.

Дайте відповіді на питання:

1. Що називають відношенням двох чисел?
2. Як можна записати відношення чисел m і n?
3. Що показує відношення двох чисел?
4. Як записати відношення за допомогою звичайного дробу?
5. Сформулюйте основну властивість відношення.
6. Назвіть у відношенні $m : n$ наступний і попередній члени.
7. Які наслідки випливають з основної властивості відношення?
8. Назвіть величини, що є відношенням двох інших величин.

Під час вивчення пропорцій корисною буде *таблиця 16*.

Таблиця 16.

Пропорції

Рівність двох відношень називають **пропорцією**:

$$a : b = c : d \text{ або } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ при } b \neq 0 \text{ і } d \neq 0.$$

Наведені записи читають: «відношення a до b дорівнює відношенню c до d» або «a відноситься до b, як c відноситься до d».

Числа a і d називають **крайніми членами пропорції**, а числа b і c — **середніми членами пропорції**.

Основна властивість пропорції:

Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Якщо $a : b = c : d$, то $a \cdot d = b \cdot c$.

Правила знаходження невідомого члена пропорції:

1. Щоб знайти невідомий крайній член пропорції, досить добуток її середніх членів поділити на відомий крайній:

$$a = \frac{b \cdot c}{d}; \quad d = \frac{b \cdot c}{a}.$$

2. Щоб знайти невідомий середній член пропорції, досить добуток її крайніх членів поділити на відомий середній:

$$b = \frac{a \cdot d}{c}; \quad c = \frac{a \cdot d}{b}.$$

Для закріплення даного матеріалу можна використати *слайд 28*.

Слайд 28.

Дайте відповіді на питання:

1. Що називають пропорцією?
2. Як у пропорції $a : b = c : d$ називають числа a і d? b і c?
3. Сформулюйте основну властивість пропорції.
4. Як знайти невідомий член пропорції?
5. Наведіть приклад рівняння, яке має вигляд пропорції. Як розв'язувати такого виду рівняння?

Пояснення відсоткового відношення двох чисел слід проводити, згадавши з учнями поняття відсотка за допомогою *слайду 29*, використовуючи *слайд 30*.

Слайд 29.

Відсотки

Один відсоток — це одна сота частина.

$1\% = 0{,}01;\ 50\% = 0{,}5;$

$100\% = 1;\ 200\% = 2.$

Слайд 30.

Відсоткове відношення двох чисел

Відсоткове відношення двох чисел — це їх відношення, виражене у відсотках. Воно показує, скільки відсотків одне число становить від другого.

Наприклад відсоткове відношення чисел 16 і 25 дорівнює

$$\frac{16}{25}\cdot 100\% = 64\%.$$

Отже, щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба їх відношення помножити на 100%.

Три основні види задач на відсотки:

1) знаходження відсотків від числа;
2) знаходження числа за відсотками;
3) знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Відсоткове відношення двох чисел слід закріпити, провівши фронтальне опитування учнів за допомогою *слайду 31*.

Слайд 31.

Дайте відповіді на питання:

1. Що таке відсоток? Що таке відсоток числа?
2. Що називають відсотковим відношенням двох чисел?
3. Що показує відсоткове відношення двох чисел?
4. Які три основні види задач на відсотки ви знаєте?
5. Як знайти 10% від числа a?
6. Як знайти число за відсотками?
7. Як знайти відсоткове відношення двох чисел?
8. Яким способом зручно розв'язувати задачі на відсотки?

Пояснення прямої пропорційної залежності варто супроводжувати демонструванням *слайду 32*.

Слайд 32.

Пряма пропорційна залежність

Залежність двох величин називають **прямо пропорційною**, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї величини у кілька разів у стільки ж разів збільшується (зменшується) інша величина. Такі величини називають **прямо** пропорційними.

Якщо величини x і y прямо пропорційні, то їх відповідні значення задовольняють рівність $y = kx$, де k — деяке число (коефіцієнт пропорційності).

Приклади прямо пропорційних величин:

- маса і вартість;
- об'єм і маса;
- тривалість руху і пройдений шлях;
- довжина сторони квадрата і його периметр.

Для закріплення пропорційних величин варто використати *слайд 33*.

Слайд 33.

Дайте відповіді на питання:

1. Які дві величини називають прямо пропорційними?
2. Чим характерне відношення відповідних значень прямо пропорційних величин?
3. Наведіть приклади прямо пропорційних величин.
4. Наведіть приклади величин, які не є прямо пропорційними.
5. Якими способами розв'язують задачі з прямо пропорційними величинами.

Розглядаючи задачі на пропорційний поділ, корисно правило поділу числа на частини, пропорційні даним числам, показати на *слайді 34*.

Слайд 34.

Поділ числа на пропорційні частини

Щоб поділити число на частини, пропорційні даним числам, треба поділити його на суму даних чисел і знайдену частку помножити на кожне з них.

Наприклад, щоб поділити число 60 на три частини, пропорційні числам 2, 3 і 5, треба $60:(2+3+5)=6$ і $6\cdot2=12$, $6\cdot3=18$, $6\cdot5=30$. Числа 12, 18 і 30 — шукані.

Закріплюючи даний матеріал, можна використати *слайд 35*.

Слайд 35.

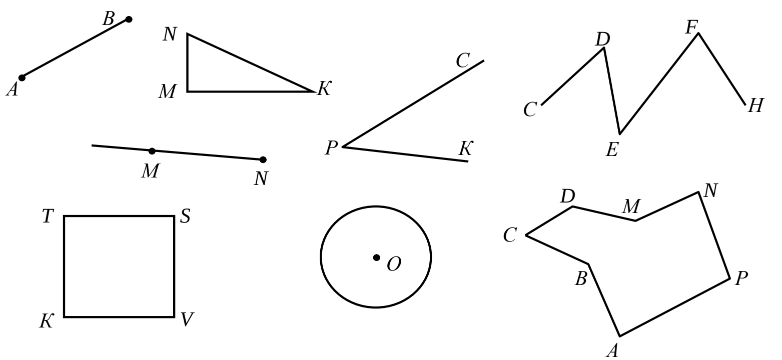
Дайте відповіді на питання:

1. Які величини називають пропорційними?
2. Наведіть приклад задачі на пропорційний поділ.
3. Сформулюйте правило поділу числа на пропорційні частини.
4. Як поділити число 60 на частини пропорційні числам 2 і 3?
5. Як знайти два числа, якщо їх сума рівна 90 і вони пропорційні числам 2 і 7?

Вивчення теми «Коло і круг» слід розпочати з актуалізації опорних знань, використовуючи *слайд 36*.

Слайд 36.

Серед фігур, зображених на малюнку, вкажіть ті, назви яких вам відомі. Назвіть ці фігури



Введення поняття кола, його елементів і довжини кола доцільно супроводжувати використанням *таблиці 17*.

Таблиця 17.

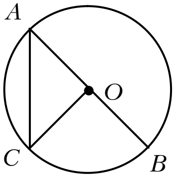
Коло. Довжина кола

Коло будують за допомогою циркуля.

Для побудови кола:

1) вибираємо точку, позначаємо її зазвичай буквою O;

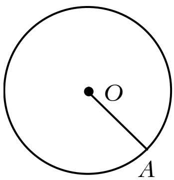
2) ставимо вістря циркуля в точку O і проводимо іншим кінцем циркуля замкнену лінію — це і є **коло**.



Точка O — центр кола, OA, OB, OC — радіуси кола: $OA = OB = OC = r$; AC — хорда, AB — діаметр: $AB = d$; $d = 2r$; l — довжина кола; $l : d = \pi$, $\pi \approx 3{,}14$; $l = \pi d$; $l = 2\pi r$ — **формула довжини кола**.

Для пояснення площі круга можна використати *слайд 37*.

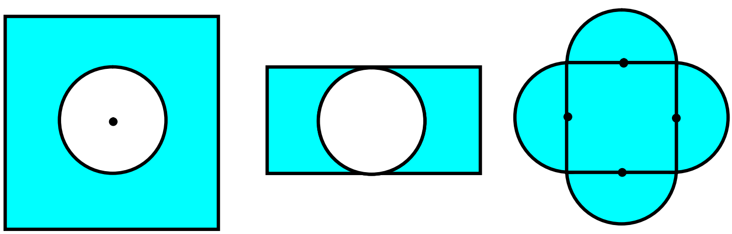
Слайд 37.

Площа круга	
 $S = \pi r^2$, де $r = OA$ — радіус круга.	*Приклади:* 1. Якщо $r = 2$ см, то $S = \pi r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$ (см^2). 2. Якщо $d = 2$ см, то $r = d : 2 = 2 : 2 = 1$ см. $S = \pi r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$ (см^2).

Під час розв'язування вправ варто використовувати картки, наприклад, *картку 1*.

Картка 1.

Зробіть необхідні вимірювання та знайдіть площі заштрихованих фігур, зображених на малюнку.



Слайд 38 допоможе краще закріпити даний матеріал.

Слайд 38.

Дайте відповіді на питання:

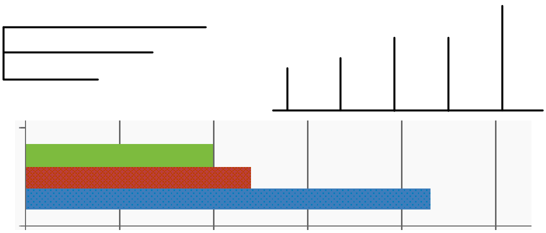
1. Як розташовані точки кола відносно його центра?
2. Як за допомогою циркуля накреслити коло?
3. Що називають радіусом кола? Діаметром кола? Хордою кола?
4. Чому дорівнює відношення довжини кола до його діаметра?
5. Чому наближено дорівнює число π?
6. За якою формулою обчислюється довжина кола?
7. Що називається кругом?
8. За якою формулою обчислюється площа круга?

Для кращого засвоєння теми «Діаграми» слід використати *таблицю 18*.

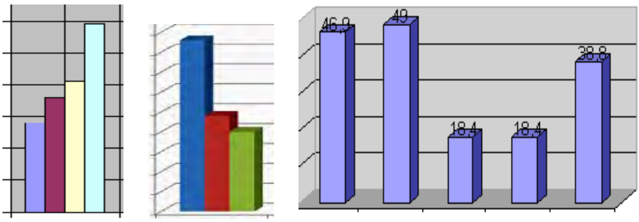
Таблиця 18.

Діаграми

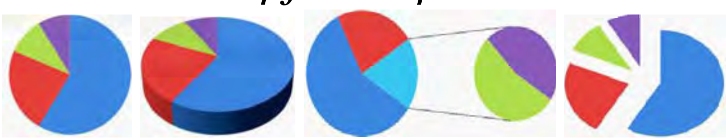
Лінійні діаграми



Стовпчасті діаграми



Кругові діаграми



Закріплення даного матеріалу варто провести у вигляді фронтального опитування за допомогою *слайду 39*.

Слайд 39.

Дайте відповіді на питання:

1. Що таке діаграма?
2. Що таке лінійна діаграма? Наведіть приклад.
3. Що таке стовпчаста діаграма? Наведіть приклад.
4. Що таке кругова діаграма? Наведіть приклад.
5. Як використовують діаграми при розв'язуванні задач? Наведіть приклади.

Вивчення теми «Випадкові події. Ймовірність випадкової події» пройде успішніше, якщо вчитель використає *слайди 40* і *41*.

Слайд 40.

Випадкові, вірогідні та неможливі події

Подія — це те, що діється, відбувається, трапляється.

Приклади подій:

1) підкинута монета впаде гербом догори;
2) придбаний лотерейний квиток виграє;
3) після ночі настане ранок;
4) гральний кубик впаде догори сімкою.

Остання подія *неможлива*, бо на гранях грального кубика немає сімки. Подія 3) *достовірна*, бо після ночі завжди настає ранок. Події 1) і 2) — *випадкові*.

Подія називається **випадковою**, якщо вона може відбутися або не відбутися.

Слайд 41.

Ймовірність випадкової події

Ймовірністю події називають відношення кількості сприятливих для цієї події результатів до кількості всіх можливих результатів.

Ймовірність події $\boldsymbol{A}$ позначають так: $\boldsymbol{P(A)}$.

Ймовірність достовірної події приймається за 1, а неможливої — за 0. Ймовірність можна виражати звичайним або десятковим дробом чи відсотками.

Наприклад, ймовірність того, що після підкидання грального кубика випаде число 3, дорівнює $\frac{1}{6}$.

Для закріплення даного матеріалу можна використати *слайд 42*.

Слайд 42.

Дайте відповіді на питання:
1. Що таке подія? Наведіть приклади.
2. Які події називають неможливими, достовірними, випадковими? Наведіть приклади.
3. Що називають ймовірністю випадкової події?
4. Як позначають ймовірність події A?
5. Чому дорівнює ймовірність достовірної події?
6. Чому дорівнює ймовірність неможливої події?

З метою підготовки учнів до тематичного контролю слід запропонувати самостійну роботу, використовуючи *слайд 43*.

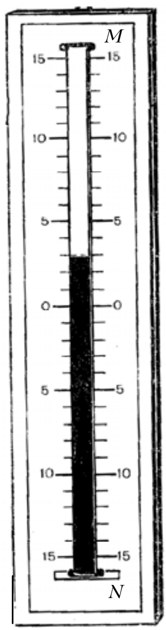
Слайд 43.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Замініть відношенням натуральних чисел відношення: а) $\frac{1}{5}:\frac{5}{7}$; б) $0,6:\frac{3}{4}$; в) $2\frac{1}{3}:3,5$.	1°. Замініть відношенням натуральних чисел відношення: а) $\frac{2}{7}:\frac{3}{5}$; б) $0,4:\frac{5}{2}$; в) $3\frac{5}{6}:2,4$.
2°. Розв'яжіть рівняння: а) $\frac{x}{6}=\frac{2}{3}$; б) $\frac{42}{x}=1,2$.	2°. Розв'яжіть рівняння: а) $\frac{x}{8}=\frac{3}{4}$; б) $\frac{64}{x}=3,2$.
3*. На скільки відсотків число 56 більше за 40?	3*. На скільки відсотків число 78 більше за 52?
4*. Знайдіть довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 4 і 5, а периметр чотирикутника дорівнює 35 см.	4*. Знайдіть довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 3, 4, 4 і 5, а периметр чотирикутника дорівнює 40 см.
5**. У воді розчинили 300 г солі та одержали 15%-й розчин солі. До розчину долили 500 г води. Скільки відсотків солі містить новий розчин?	5**. У воді розчинили 180 г солі та одержали 12%-й розчин солі. До розчину долили 300 г води. Скільки відсотків солі містить новий розчин?

Розглянуті наочні посібники покращать засвоєння учнями теми «Відношення і пропорції», а вчителю допоможуть зекономити час, завдяки чому більше розв'язати задач, що сприятиме розвитку в учнів інтересу до математики.

3.4. Використання наочних посібників при вивченні теми «Раціональні числа та дії над ними»

Розділ «Раціональні числа» розпочинається темою «Додатні і від'ємні числа». Поняття додатних і від'ємних досить зручно вводити за допомогою демонстраційного термометра, який являє собою дерев'яну або картонну смужку довжиною 600 мм і шириною 60 мм, на яку нанесено шкалу, а посередині замість ртутного стовпчика — замкнена стрічка. Для її закріплення у верхній і нижній поділці роблять отвори M і N. Стрічка імітуватиме ртутний стовпчик. Одна половина цієї стрічки пофарбована в світлий, друга — в темний колір (*мал. 3*).



Мал. 3.

Корисно також використовувати під час вивчення цієї теми і *слайд 44*.

Слайд 44.

Додатні й від'ємні числа

Числа, які більші за 0, називають **додатними числами**.

Наприклад, 2; $\frac{3}{11}$; 5,8.

Числа, які менші за 0, називають **від'ємними числами**.

Наприклад, $-\frac{1}{5}$; −3,2; $-4\frac{7}{8}$.

Число 0 не відносять ні до додатних, ні до від'ємних чисел.

Усі додатні числа разом із нулем називають **невід'ємними числами**.

Даний матеріал слід закріпити, провівши фронтальне опитування учнів за питаннями, записаними на *слайді 45*.

Слайд 45.

Дайте відповіді на питання:

1. За допомогою якого символу позначають від'ємні числа?
2. Наведіть приклади від'ємних чисел.
3. Яке число не відноситься ні до додатних, ні до від'ємних чисел?
4. Про які числа кажуть, що вони мають різні знаки?
5. Як називають разом додатні числа і нуль?
6. Які числа називають недодатними?

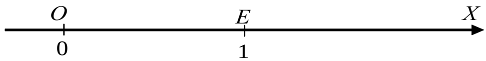
Ознайомлення учнів з координатною прямою варто супроводжувати демонструванням *слайду 46*.

Слайд 46.

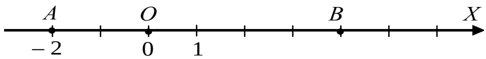
Координатна пряма

Координатна пряма — це пряма OX, на якій задано:

- початок координат O (0);
- одиничний відрізок $OE = 1$;
- додатний напрям (→).



Приклад:



$A(-2)$, бо міститься на 2 одиниці вліво від 0.

$B(4)$, бо міститься на 4 одиниці вправо від 0.

Закріплення цього матеріалу можна провести, використовуючи *слайд 47*.

Слайд 47.

Дайте відповіді на питання:

1. Що називають координатним променем?
2. Яку пряму називають координатною?
3. Як накреслити координатну пряму?
4. Які два напрями існують на координатній прямій?
5. Як на координатній прямій позначають додатний напрям?
6. Яку координату має початок координат?
7. Що таке одиничний відрізок координатної прямої?
8. Які числа називають від’ємними?

Доцільно при введенні понять цілих, дробових і раціональних чисел використати *таблицю 19*.

Для закріплення цього матеріалу варто провести фронтальне опитування учнів, використовуючи *слайд 48*.

Таблиця 19.

Цілі і дробові числа. Раціональні числа

Два числа, які відрізняються одне від одного лише знаком, називають **протилежними числами**.

Наприклад, протилежними є числа 14 і -14; $\frac{2}{3}$ і $-\frac{2}{3}$; 2,7 і $-2{,}7$; $5\frac{1}{3}$ і $-5\frac{1}{3}$; -2 і 2; $-\frac{1}{7}$ і $\frac{1}{7}$.

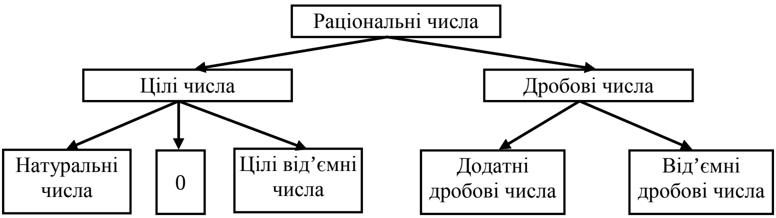
Для кожного числа існує тільки одне протилежне число. Число 0 протилежне саме собі.

Натуральні числа, протилежні їм числа і число 0 називають **цілими числами**.

Дробові числа: $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{5}$; 1,6; $-2\frac{5}{6}$.

Цілі і дробові числа разом називають **раціональними числами**.

Співвідношення між згаданими видами чисел:



Слайд 48.

Дайте відповіді на питання:

1. Які числа називають протилежними?
2. Яке число протилежне числу 8? А числу -8?
3. Які числа називають цілими?
4. Чи кожне натуральне число є цілим?
5. Якщо число додатне, то додатним чи від'ємним є число, яке йому протилежне?
6. Яке число є протилежним самому собі?
7. Які числа називають раціональними?
8. Чи кожне число є раціональним?
9. Чи правильно, що якщо раціональне число не є натуральним, то воно дробове?
10. Чи правильно, що якщо раціональне число не є дробове, то воно ціле?

При поясненні теми «Модуль числа» і закріпленні її варто використати *таблицю 20*.

Таблиця 20.

Модуль числа

1. Модуль числа a — це відстань від початку координат до точки $A(a)$.

2. Позначають: $|-2|$; $|3|$; $|a|$.

3. Властивості:

1) $|0| = 0$;

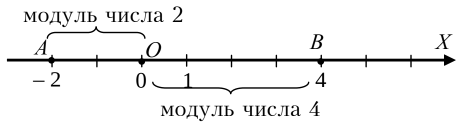
2) $|a| = a$, якщо a додатне;

3) $|a| = -a$, якщо a від’ємне;

4) якщо $|x| = a$, де a — додатне число, то $x = a$ або $x = -a$.

Приклад:

1.



2. $|x| = 3$, тому $x = 3$ або $x = -3$.

3. Обчисліть значення виразу

$$|0| + \left|-3\frac{1}{2}\right| \cdot |2| = 0 + 3\frac{1}{2} \cdot 2 = 0 + 7 = 7 .$$

Пояснення порівняння раціональних чисел слід супроводжувати демонстрацією *слайду 49*.

Слайд 50 можна використати для закріплення даного матеріалу.

Слайд 49.

Порівняння раціональних чисел

Порівняти два числа — це означає з'ясувати, яке з них більше, яке менше, або показати, що вони рівні.

З двох раціональних чисел меншим є те, якому на координатній прямій відповідає точка, розміщена лівіше. Тому кожне від'ємне число менше від нуля і від будь-якого додатного числа.

Наприклад, $-8<0$; $-12<2$; $-0,5<0,1$; $-\frac{1}{3}<2\frac{4}{5}$.

З двох від'ємних чисел меншим є те, модуль якого більший.

Наприклад, $-15<-7$, бо $|-15|>|-7|$; $-55<-54$, бо $|-55|>|-54|$; $-\frac{2}{3}<-\frac{1}{5}$, бо $\left|-\frac{2}{3}\right|>\left|-\frac{1}{5}\right|$.

Властивість модуля числа *a* можна записати так:

$$|a|=\begin{cases}\boldsymbol{a}, \text{ якщо } \quad \geq 0;\\ -\boldsymbol{a}, \text{ якщо } \quad < 0.\end{cases}$$

Слайд 50.

Дайте відповіді на питання:

1. Що означає порівняти два числа?
2. Як, користуючись розташуванням чисел на координатній прямій, можна їх порівнювати?
3. Яке з двох чисел більше: додатне чи від'ємне; від'ємне чи нуль?
4. Як можна порівняти два від'ємних числа?
5. Як порівняти будь-які раціональні числа?
6. Як у вигляді нерівності можна записати, що число *a* є:

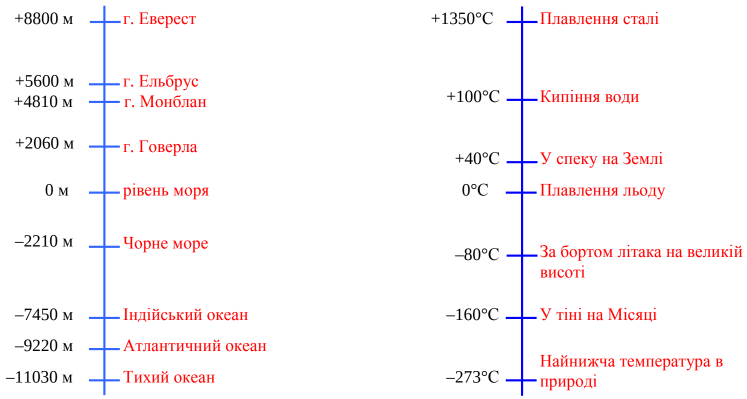
   1) додатним; 2) від'ємним;
   3) невід'ємним; 4) недодатним?

Зауважимо, що протягом вивчення раціональних чисел у кабінеті математики корисною буде *таблиця 21*.

Таблиця 21.

Використання додатних і від'ємних чисел

Висоти та глибини *Температури*



Для підготовки учнів до тематичного контролю доцільно запропонувати самостійну роботу, використавши комп'ютерну презентацію (див. *слайд 51*).

Слайд 51.

Самостійна робота

Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Які з чисел -26, $\frac{15}{3}$, $-3\frac{2}{5}$, $-\frac{4}{8}$: а) цілі; б) дробові; в) натуральні? Запишіть їх у порядку спадання?	1°. Які з чисел $\frac{3}{4}$; -41, $-\frac{6}{3}$, 15: а) цілі; б) дробові; в) натуральні? Запишіть їх у порядку зростання?
2°. Знайдіть суму і добуток модулів чисел: -15 і 2,1.	2°. Знайдіть суму і добуток модулів чисел: 16 і $-5{,}4$.
3*. Розв'яжіть рівняння: а) $\lvert x\rvert = 4$; б) $3\lvert x\rvert = 6$.	3*. Розв'яжіть рівняння: а) $\lvert x\rvert = 7$; б) $4\lvert x\rvert = 8$.
4*. Запишіть усі цілі значення x такі, що $\lvert x\rvert < 4$.	4*. Запишіть усі цілі значення x такі, що $\lvert x\rvert < 8$.
5**. Знайдіть усі цілі значення x, при яких будуть правильними одночасно обидві нерівності: $-8 < x < 2$ і $-6 \le x \le 4$.	5**. Знайдіть усі цілі значення x, при яких будуть правильними одночасно обидві нерівності: $-6 < x < 4$ і $-4 \le x \le 10$.

Для пояснення додавання раціональних чисел доцільно використати демонстраційний термометр (*мал. 3*). Крім того корисно продемонструвати учням *таблицю 22*.

Таблиця 22.

Додавання раціональних чисел

Щоб додати два від'ємних числа, треба:

4) знайти модулі доданків;
5) додати модулі доданків;
6) перед результатом поставити знак мінус.

Наприклад, $(-5) + (-3) = -8$; $(-2{,}3) + (-4{,}6) = -6{,}9$.

Щоб додати два числа з різними знаками, треба:

1) знайти модулі доданків;
2) від більшого модуля відняти менший модуль;
3) перед результатом поставити знак доданка з більшим модулем.

Наприклад, $12 + (-18) = -6$; $-3{,}8 + 4 = 0{,}2$.

Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.

Наприклад, $-5 + 5 = 0$; $5 + (-5) = 0$.

Для будь-якого раціонального a: $a + 0 = 0 + a = a$.

Наприклад, $2{,}1 + 0 = 0 + 2{,}1 = 2{,}1$;
$-6 + 0 = 0 + (-6) = -6$.

В кінці уроку можна провести фронтальне опитування учнів з метою закріплення матеріалу, використовуючи *слайд 52*.

Слайд 52.

Дайте відповіді на питання:

1. Як називають компоненти дії додавання?
2. Як додати два від'ємні числа?
3. Сформулюйте правило додавання чисел з різними знаками?
4. Чому дорівнює сума двох протилежних чисел?
5. Чи може сума двох чисел дорівнювати одному з них?
6. Чи може сума двох чисел бути більшою за кожне з цих чисел? Наведіть приклад.
7. Чи може сума двох чисел бути меншою за кожне з цих чисел? Наведіть приклад.

Таблицю 23 слід використати при поясненні віднімання раціональних чисел.

Таблиця 23.

Віднімання раціональних чисел

Віднімання — дія, обернена до додавання. Відняти від одного числа друге — це означає знайти таке третє число, яке в сумі з другим дає перше.

Якщо $a-b=x$, то $x+b=a$.

Щоб від зменшуваного відняти від'ємник, треба до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику:

$$a-b=a+(-b).$$

Наприклад, $15-19=15+(-19)=-4$;

$-2{,}8-(-4)=-2{,}8+4=1{,}2$; $\frac{2}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$.

Віднімання раціональних чисел завжди можна замінити додаванням:

$$a-b=a+(-b);\ a-(-c)=a+c.$$

Якщо $a<b$, то різниця $a-b$ — від'ємне число, і навпаки, якщо $a-b$ — від'ємне число, то $a<b$.

Наприклад, $2<5$, то $2-5=2+(-5)=-3<0$. Якщо $4-6<0$, то $4<6$.

Якщо $a>b$, то різниця $a-b$ — додатне число, і навпаки, якщо $a-b$ — додатне число, то $a>b$.

Наприклад, $8>3$, то $8-3=5>0$. Якщо $7-4=3>0$, то $7>4$.

Закріплення віднімання раціональних чисел варто провести у вигляді фронтального опитування за допомогою *слайду 53*.

Слайд 53.

Дайте відповіді на питання:

1. Що означає від одного числа відняти друге?
2. Як називаються компоненти дії віднімання?
3. Як знайти різницю двох раціональних чисел?
4. Якою дією перевіряють дію віднімання?
5. Чи завжди можливе віднімання раціональних чисел? Чому?
6. Яке число, додатне чи від'ємне, отримаємо, якщо від меншого числа віднімемо більше?
7. Яке число, додатне чи від'ємне, отримаємо, якщо від більшого числа віднімемо менше?

При ознайомленні учнів з множенням раціональних чисел доцільно використовувати *таблицю 24*.

Таблиця 24.

Множення раціональних чисел

Щоб знайти добуток двох чисел з різними знаками, досить перемножити їх модулі і поставити перед одержаним результатом знак мінус.

Наприклад, $(-2,5) \cdot 10 = -25$;

$$6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -2\ ;\quad \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{12}\ .$$

Щоб знайти добуток двох від'ємних чисел, досить перемножити модулі цих чисел.

Наприклад, $(-3) \cdot (-6) = 18$; $(-1,5) \cdot (-6) = 9$;

$$\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{7}\ .$$

Окремі випадки множення

Яким би не було раціональне число a, завжди:

$$a \cdot 0 = 0\ ;\ a \cdot 1 = 1\ ;\ a \cdot (-1) = -a\ ;$$

$$0 \cdot a = 0\ ;\ 1 \cdot a = a\ ;\ (-1) \cdot a = -a\ .$$

Для закріплення даного матеріалу можна використати *слайд 54*.

Слайд 54.

Дайте відповіді на питання:

1. Як можна помножити два числа з різними знаками?
2. Як помножити два від'ємних числа?
3. Що відбувається з числом при множенні його на −1?
4. Які знаки повинні мати два числа, щоб їх добуток був додатним числом? Від'ємним числом?
5. У якому випадку добуток дорівнює нулю?
6. Коли добуток двох раціональних чисел більший за кожний множник?

Ділення раціональних чисел слід пояснювати, користуючись *таблицею 25*.

Таблиця 25.

Ділення раціональних чисел

Ділення — дія, обернена до множення. Поділити одне число на друге — це означає знайти таке третє число, яке при множенні на друге дає перше.

Якщо $a : b = x$, то $x \cdot b = a$.

Щоб поділити два числа з різними знаками, треба поділити їх модулі і перед отриманим результатом поставити знак мінус.

Наприклад, −8: 2 = −4; 10 : (−5) = −2; $\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{2}$.

Щоб поділити два від'ємних числа, треба поділити їх модулі.

Наприклад, (−2,5) : (−5) = 0,5; −24 : (−12) = 2;

$$\left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) = 2.$$

Особливі випадки ділення

$a : a = 1; \quad a : 1 = a; \quad 0 : a = 0.$

На нуль ділити не можна!

Під час розв'язування вправ на множення і ділення раціональних чисел корисною буде *таблиця 26*.

Таблиця 26.

Залежність знака добутку і частки від знаків компонентів дії

Знак числа a	Знак числа b	Знак чисел $a \cdot b$ і $a : b$
+	+	+
+	−	−
−	+	−
−	−	+

Слайд 55 допоможе закріпити даний матеріал.

Слайд 55.

Дайте відповіді на питання: 1. Що означає поділити одне число на друге? 2. Як називають компоненти дії ділення? 3. Як поділити два числа з різними знаками? 4. Як поділити два від'ємних числа? 5. Якими знаками можна позначити дію ділення? 6. Чи можна ділити на нуль? Чому? 7. Чому дорівнює частка будь-якого числа і одиниці? Двох рівних чисел, що не дорівнюють нулю? Двох протилежних чисел?

Вивчення властивостей додавання і множення раціональних чисел доцільно проводити, використовуючи *таблицю 27*.

Таблиця 27.

Властивості додавання і множення

Для будь-яких раціональних чисел a, b і c справедливі рівності:

$a + b = b + a$ — переставний закон додавання,

$a + (b + c) = (a + b) + c$ — сполучний закон додавання.

Наприклад, $-2 + 6 = 4$ і $6 + (-2) = 4$.

Отже, $-2 + 6 = 6 + (-2)$.

$4 + ((-3) + 5) = 4 + 2 = 6$ і $(4 + (-3)) + 5 = 1 + 5 = 6$.

Отже, $4 + ((-3) + 5) = (4 + (-3)) + 5$.

Для будь-яких раціональних чисел a, b і c справедливі рівності:

$ab = ab$ — переставний закон множення,

$(ab)c = a(bc)$ — сполучний закон множення,

$(a + b)c = ac + bc$ — розподільний закон множення.

Наприклад, $-2\cdot 4 = -8$ і $4\cdot(-2) = -8$.

Отже, $-2\cdot 4 = 4\cdot(-2)$;

$(5\cdot(-3))\cdot(-2) = -15\cdot(-2) = 30$ і $5\cdot((-3)\cdot(-2)) = 5\cdot 6 = 30$.

Отже, $(5\cdot(-3))\cdot(-2) = 5\cdot((-3)\cdot(-2))$;

$(7 + (-5))\cdot 9 = 2\cdot 9 = 18$ і $7\cdot 9 + (-5)\cdot 9 = 63 - 45 = 18$.

Отже, $(7 + (-5))\cdot 9 = 7\cdot 9 + (-5)\cdot 9$.

Закріплення цього матеріалу можна провести, використовуючи *слайд 56*.

Слайд 56.

Дайте відповіді на питання:
1. Сформулюйте переставний закон додавання. Запишіть його у буквеному вигляді. 2. Сформулюйте сполучний закон додавання. Запишіть його у буквеному вигляді. 3. Чому дорівнює сума трьох чисел, два з яких протилежні одне одному? 4. Сформулюйте переставний закон множення. Запишіть його у буквеному вигляді. 5. Сформулюйте сполучний закон множення. Запишіть його у буквеному вигляді. 6. Сформулюйте розподільний закон множення. Запишіть його у буквеному вигляді.

З метою підготовки учнів до тематичного контролю слід запропонувати самостійну роботу, використавши *слайд 57*.

Слайд 57.

Самостійна робота	
Варіант 1	**Варіант 2**
1°. Виконайте дії: а) $-3,75-2,8$; б) $3,6\cdot(-2,5)$; в) $-3,6:24$.	1°. Виконайте дії: а) $-6,75-3,4$; б) $2,6\cdot(-4,5)$; в) $4,2:(-14)$.
2°. Розв'яжіть рівняння: а) $-4x+5=15$; б) $0,5x+6=4$.	2°. Розв'яжіть рівняння: а) $-5x+6=17$; б) $0,2x+8=14$.
3*. На скільки сума квадратів чисел — 0,2 і 0,5 більша за куб їх суми?	3*. На скільки сума квадратів чисел −0,3 і 0,4 більша за куб їх суми?
4*. Обчисліть: $-5,3\cdot0,2+0,2\cdot7-$ $-1,7\cdot(-0,2)+3,8:2.$	4*. Обчисліть: $-0,8\cdot1,4+1,4\cdot(-0,5)-$ $-1,3\cdot(-1,4)-5,6:(-8).$
5**. Знайдіть значення виразу: $4m-(m+3n)$, якщо $m-n=-0,8$.	5**. Знайдіть значення виразу: $-3a-(8b-15a)$, якщо $3a-2b=-0,25$.

Розглядаючи перетворення простіших виразів, корисно буде використати *слайди 58* і *59*.

Слайд 58.

Розкриття дужок

Заміна одного виразу іншим, який має такі самі числові значення, називається **перетворенням виразу**.

Розкрити у виразі дужки — це означає замінити його виразом без дужок.

Приклад. $2x^2\cdot(-5)\cdot y=2(-5)x^2y=-10x^2y$.

Числовий множник −10 називають **коефіцієнтом** даного виразу.

Щоб розкрити у виразі дужки, перед якими стоїть знак «+», досить опустити дужки і знак перед ними.

Приклад. $3a+(2x-5y+t)=3a+2x-5y+t$.

Щоб розкрити у виразі дужки, перед якими стоїть знак «−», досить опустити дужки і знак перед ними, а знаки доданків, які були в дужках змінити на протилежні.

Приклад. $5+a-(x-y+b)=5+a-x+y-b$.

Слайд 59.

Зведення подібних доданків

Доданки, які відрізняються тільки числовими множниками, називаються **подібними**.

Приклад. Вираз $2x-5x+4x$ — це сума трьох подібних доданків: $2x$, $-5x$, $4x$. На основі розподільного закону множення $2x-5x+4x=(2-5+4)x=x$.

Таке спрощення виразу називають **зведенням подібних доданків**.

Щоб звести подібні доданки, потрібно додати їх коефіцієнти і результат помножити на спільний буквений множник.

Приклад. $\underline{2a}-\underline{\underline{6b}}+3-\underline{4a}-\underline{\underline{8b}}=-2a-14b+3$.

Для закріплення даного матеріалу слід використати *слайд 60*.

Кодоплівка 54.

Дайте відповіді на питання:

1. Як записують у буквеному вигляді розподільний закон множення?
2. З якого закону множення випливає рівність: $a(b+c)=ab+ac$?
3. Сформулюйте правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак "−".
4. Сформулюйте правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак "+".
5. Які доданки називають подібними?
6. Як звести подібні доданки?

Для пояснення теми «Розв'язування рівнянь» можна використати *таблицю 28*.

Розглядаючи з учнями розв'язування задач за допомогою рівнянь, вчителю слід пам'ятати, що унаочнення задач треба розглядати як один із засобів активізації мислення учнів і виховання їх самостійності при розв'язуванні задач, а також як засіб розвитку абстрактного мислення. Наочна ілюстрація допомагає учневі краще зрозуміти умову задачі та залежність між величинами. Але, унаочнюючи аналіз і хід розв'язання задачі, треба лише допомагати учневі логічно мислити, а не розв'язувати задачу за нього. Вчитель має уважно продумати, якою мірою і як найдоцільніше можна використати той чи інший наочний посібник.

Під час розв'язування задач за допомогою рівнянь для зображення умови задачі і для відтворення ходу міркувань при складанні порівнювальних виразів часто доцільно застосовувати схематичні записи. Наприклад, для задачі «Одна сторона трикутника менша у 2 рази за другу і на 2,4 см менша за третю сторону. Знайти сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 12,8 см» варто продемонструвати учням *слайд 61*, на якій зображено схематичний запис даної задачі.

Таблиця 28.

Розв'язування рівнянь

Рівняння — це рівність, яка містить невідомі числа, позначені буквами.

Коренем (або розв'язком) рівняння називають таке значення невідомого, при якому рівняння перетворюється в правильну рівність.

Розв'язати рівняння — це означає знайти всі його корені або показати, що їх немає.

Приклад. $2x + 5 = 1$ — рівняння, $x = -2$ — корінь цього рівняння.

Основні властивості рівнянь:

1. Якщо до обох частин рівняння додати (або від обох частин відняти) одне й те саме число, то отримаємо рівняння, яке має ті самі корені, що й дане.

Приклад. Рівняння $x + 2 = 5$ має корінь $x = 3$. додамо до обох його частин число (-2). Отримаємо: $x + 2 + (-2) = 5 + (-2)$; $x = 5 - 2$; $x = 3$ — корінь отриманого рівняння.

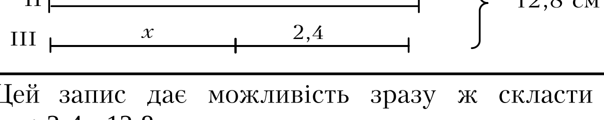
2. Будь-який доданок можна перенести з однієї частини рівняння в іншу, змінивши його знак на протилежний.

Приклад. Рівняння $2x + 5 = 9$ має корінь $x = 2$. Перенесемо доданок 5 у праву частину зі знаком «−». Матимемо: $2x = 9 - 5$; $2x = 4$; $x = 2$.

3. Якщо обидві частини рівняння помножити (поділити) на одне й те саме відмінне від нуля число, то отримаємо рівняння, яке має ті самі корені, що й дане.

Приклад. Розв'яжемо рівняння $\frac{1}{2}x = 6$. $x = 6 : \frac{1}{2}$; $x = 12$. Розв'яжемо іншим способом. Помножимо обидві частини рівняння на 2. Отримаємо: $2 \cdot \frac{1}{2}x = 2 \cdot 6$. Звідки $x = 12$.

Слайд 61.



Цей запис дає можливість зразу ж скласти рівняння $x + 2x + x + 2,4 = 12,8$.

Досить зручними є схематичні записи при розв'язуванні задач на рух. Наприклад, розв'язуючи задачу «Пароплав ішов 4 год. за течією і 6 год. проти течії річки, пройшовши всього 220 км. Скільки кілометрів пароплав пройшов за течією річки і скільки проти течії, якщо швидкість течії 2,5 км/год.?», корисним для учнів є схематичний запис залежностей між даними і шуканими величинами, який можна подати у вигляді таблиці на *слайді 62*.

Слайд 62.

	Швидкість (км/год.)	Час (год.)	Шлях (км)
Рух за течією			
Рух проти течії			

Учні, розв'язуючи задачу, заповнюють дану таблицю, яка набере вигляду (див. *слайд 63*):

Слайд 63.

	Швидкість (км/год.)	Час (год.)	Шлях (км)
Рух за течією	$x + 2{,}5$	4	$4(x + 2{,}5)$
Рух проти течії	$x - 2{,}5$	6	$6(x - 2{,}5)$

З цього запису легко скласти рівняння

$$4(x+2{,}5)+6(x-2{,}5)=220.$$

При розв'язуванні задачі «В одному баці 840 л води, а в другому $\frac{4}{7}$ того, що в першому. З першого бака виливають за годину в 3 рази більше води, ніж з другого. Через 5 год. у першому баці залишається на 40 л води менше, ніж у другому. Скільки літрів води виливають за годину з кожного бака?» теж доцільно учням запропонувати схематичний запис залежностей між даними і шуканими величинами у вигляді таблиці на *слайді 64*.

Слайд 64.

<table>
<tr><th rowspan="2">Баки</th><th rowspan="2">Було води (л)</th><th colspan="2">Вилили (л)</th><th rowspan="2">Залишилося (л)</th></tr>
<tr><th>за 1 год.</th><th>за 5 год.</th></tr>
<tr><td>I</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>II</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Після заповнення учнями таблиці вона набере вигляду (див. *слайд 65*).

Слайд 65.

Баки	Було води (л)	Вилили (л)		Залишилося (л)
		за 1 год.	за 5 год.	
I	840	$3x$	$3x \cdot 5 = 15x$	$840 - 15x$
II	$840 \cdot \frac{4}{7} = 480$	x	$x \cdot 5 = 5x$	$480 - 5x$

Використовуючи заповнену таблицю, учні легко складають рівняння $840 - 15x + 40 = 480 - 5x$.

Наведені зразки схематичних записів є орієнтовними. При підготовці до уроків з розв'язування задач за допомогою рівнянь вчитель має продумувати різні форми записів умов задач, складання порівнювальних виразів, додаткових розрахунків. Варто заохочувати учнів до вдосконалення цих записів, виявлення творчості та ініціативи.

Фронтальне опитування по даному матеріалу варто провести з метою його закріплення, використовуючи *слайд 66*.

Слайд 66.

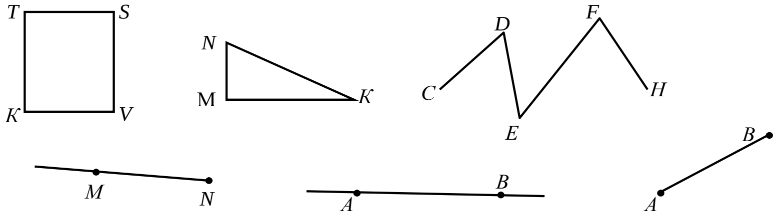
Дайте відповіді на питання:

1. Що називають рівнянням? Наведіть приклади.
2. Що таке корінь або розв'язок рівняння?
3. Які ви знаєте способи розв'язування рівнянь?
4. Сформулюйте основні властивості рівнянь.

Перед вивченням учнями перпендикулярних прямих корисно провести актуалізацію опорних знань, використовуючи *слайди 67, 68, 69*.

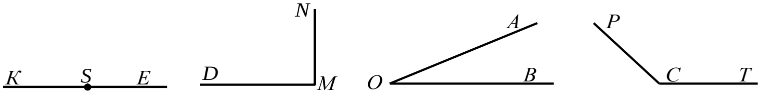
Слайд 67.

Назвіть геометричні фігури, зображені на малюнку:



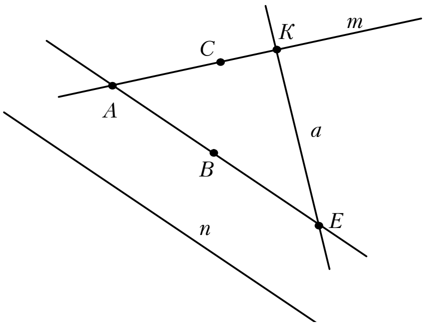
Слайд 68.

Визначте види кутів, зображених на малюнку:



Слайд 69.

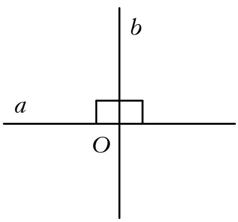
Назвіть точки, що лежать на прямій a, і точки, що не лежать на ній; прямі, які перетинають пряму a, і точки перетину. Які прямі перетинаються під прямим кутом?

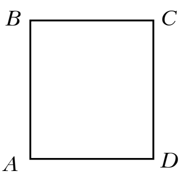


Пояснення перпендикулярних прямих доцільно супроводжувати демонстрацією *таблиці 29*.

Таблиця 29.

Перпендикулярні прямі





Дві прямі, при перетині яких утворюються прямі кути, називають **перпендикулярними прямими**.

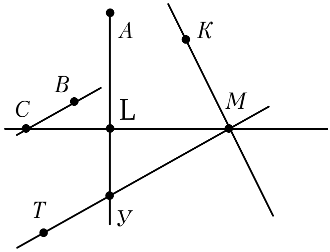
Позначають $a \perp b$.

Відрізки або промені називаються перпендикулярними, якщо вони лежать на перпендикулярних прямих.

Наприклад, сторони AB і BC прямокутника $ABCD$ перпендикулярні.

Провести пряму b, перпендикулярну до прямої a, можна за допомогою косинця.

Продовження таблиці 29.

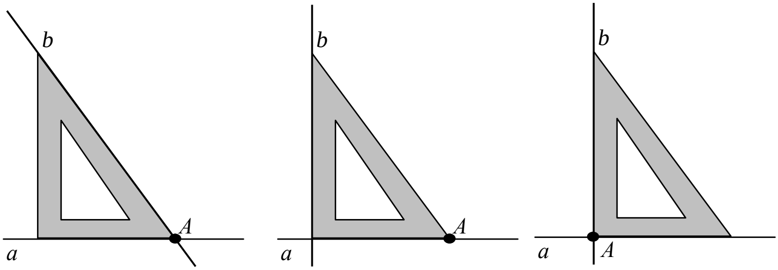


1. Назвіть перпендикулярні прямі, зображені на малюнку.
2. Назвіть точки перетину перпендикулярних прямих.
3. За допомогою косинця через точку B проведіть пряму, перпендикулярну до прямої TM; через точку L — пряму, перпендикулярну до прямої KM.

На закріплення перпендикулярності прямих можна використати і *слайд 70*.

Слайд 70.

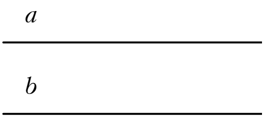
На якому з малюнків показано, як правильно побудувати пряму b, перпендикулярну до прямої a через точку A?



Вивчення паралельних прямих варто проводити, використовуючи *таблицю 30*.

Таблиця 30.

Паралельні прямі



Дві прямі на площині, які не перетинаються, називають **паралельними**.

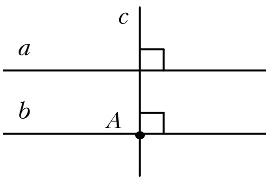
Позначають $a \parallel b$.

Два відрізки або промені називають паралельними, якщо вони лежать на паралельних прямих.

Наприклад, якщо $ABCD$ — прямокутник, то $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$.

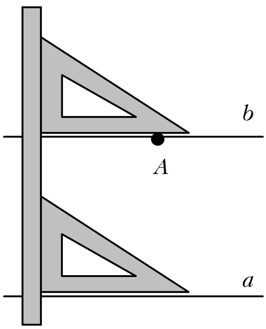
Через будь-яку точку A, яка не лежить на прямій a, можна провести пряму, паралельну прямій a.

Перший спосіб:



1) проводимо пряму c, перпендикулярну до прямої a;
2) проводимо пряму b, перпендикулярну до прямої c.
3) прямі a і b паралельні: $a \parallel b$.

Другий спосіб:



1) прикладемо до прямої a косинець однією зі сторін прямого кута;
2) до іншої сторони прямого кута прикладемо лінійку; переміщатимемо косинець уздовж лінійки доти, доки сторона прямого кута не пройде через точку A. Ця сторона прямого кута належить прямій b, яка паралельна прямій a й проходить через точку A.

Закріплення даного матеріалу слід провести у вигляді фронтального опитування учнів, використовуючи *слайд 71*.

Слайд 71.

Дайте відповіді на питання:

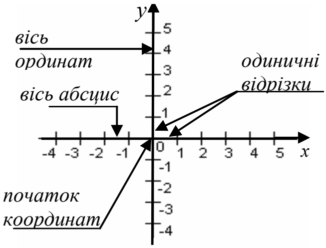
1. Які прямі називають перпендикулярними?
2. Яким символом позначають перпендикулярні прямі?
3. Як читають запис $a \perp b$?
4. Які відрізки називають перпендикулярними?
5. Яким може бути розташування двох прямих на площині?
6. Які дві прямі називають паралельними?
7. Яким символом позначають паралельність прямих?
8. Як читають запис $a \parallel b$?
9. Які відрізки називають паралельними?
10. Як можна провести пряму, паралельну даній прямій?

Пояснюючи координатну площину, слід використати *таблицю 31*.

Слайд 72 можна використати для закріплення теми «Координатна площина».

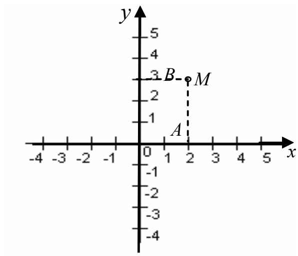
Координатна площина

Горизонтальну координатну пряму називають **віссю абсцис** і позначають буквою x.



Вертикальну координатну пряму називають **віссю ординат** і позначають буквою y.

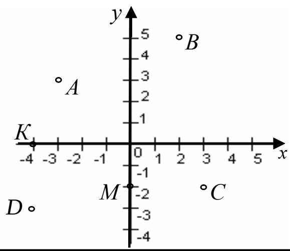
Їх додатні напрями вказані стрілками. Точку O перетину координатних прямих називають **початком координат.**



Об'єднання осей абсцис і ординат називають **прямокутною системою координат**.

Площина, на якій задано систему координат, називають **координатною площиною**.

Нехай точка M належить координатній площині. Опустимо з точки M перпендикуляри MA і MB на координатні осі. Числа 2 і 3 називають координатами точки M і записують $M(2;\ 3)$. Число 2 називають абсцисою точки M, а число 3 — ординатою.



1. Запишіть координати точок A, B, C, M, D, K, O.

2. Побудуйте точки $P(0;\ 4)$, $L(-2;\ 2)$, $X(1{,}5;\ -2)$, $У(3{,}5;\ 0)$.

Слайд 72.

Дайте відповіді на питання:

1. Як називають дві перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в початку відліку?
2. Як називають осі координат?
3. Що таке початок координат? Які його координати?
4. Як називають площину, на якій задано систему координат?
5. Що таке координати точки? Назвіть їх.
6. Як записують координати точки на площині?
7. Де знаходяться точки, абсциси яких дорівнюють нулю?
8. Де знаходяться точки, ординати яких дорівнюють нулю?

Для підготовки учнів до тематичного контролю можна запропонувати самостійну роботу, використовуючи комп'ютерну презентацію (див. *слайд 73*).

Слайд 73.

Самостійна робота	
Варіант 1 1°. Розв'яжіть рівняння: а) $28-2x=16$; б) $(18x-19)-(4-7x)=-73$. 2°. Периметр прямокутника дорівнює 12,8 см, а одна з його сторін на 2,4 см менша від другої. Знайдіть площу прямокутника. 3*. Накресліть чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші не паралельні. 4*. Позначте на координатній площині точки $A(-3;\ -4)$, $B(-3;\ 2)$, $C(4;\ 2)$, $D(4;\ -4)$. Знайдіть периметр і площу чотирикутника $ABCD$. 5**. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x;\ y)$ такі, що $x=-3$, y — довільне число.	**Варіант 2** 1°. Розв'яжіть рівняння: а) $36-4x=12$; б) $(11x+14)-(5x-8)=25$. 2°. Одна із сторін прямокутника в 15 разів більша за другу, а його периметр дорівнює 19,2 см. Знайдіть площу прямокутника. 3*. Накресліть чотирикутник, у якого протилежні сторони паралельні. 4*. Позначте на координатній площині точки $M(-2;\ 5)$, $N(3;\ 5)$, $P(3;\ -1)$, $K(-2;\ -1)$. Знайдіть периметр і площу чотирикутника $MNPK$. 5**. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x;\ y)$ такі, що $y=-5$, x — довільне число.

Використання розглянутих наочних посібників на уроках математики 6 класу сприятиме успішному засвоєнню учнями навчального матеріалу, підвищенню інтересу до математики, розвитку їх логічного мислення.

Студентам бажано поставити питання за допомогою *слайду 74.*

Слайд 74.

Дайте відповіді на питання:

1. Які наочні посібники слід використовувати при вивченні ознак подільності натуральних чисел?
2. Наведіть приклади наочних посібників, які корисно використовувати при вивченні найбільшого спільного дільника і найменшого спільного кратного.
3. Як можна унаочнити вивчення теми «Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками»?
4. Наведіть приклади наочних посібників, які варто використовувати при множенні і діленні звичайних дробів.
5. Які наочні посібники доцільно використовувати при вивченні теми «Коло і круг»?
6. Наведіть приклади наочних посібників, які слід використовувати під час вивчення теми «Додатні і від'ємні числа».
7. Як можна унаочнити вивчення теми «Модуль числа»?
8. Яку ілюстрацію варто використати при вивченні дій над раціональними числами?
9. Які наочні посібники доцільно використовувати при розв'язуванні задач за допомогою рівнянь?

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Основна використана література

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики : навч. посібник. 3-є вид., перероб. і допов. Київ: Вища школа, 1989. 367 с.
2. Бобровник М. П., Журбас М. О. Наочне приладдя з математики. Київ: Рад. школа, 1968. 180 с.
3. Дистервег А. Избранные педагогические сочинения. Москва, 1956. 425 с.
4. Дьяконов В. П. Компьютерная математика: теория и практика. Москва: Нолидж, 2000. 1296 с.
5. Эрдниев П. М. Преподавание математики в школе. (Из опыта обучения методом укрупненных упражнений). Москва: Просвещение, 1978. 304 с.
6. Жалдак М. І., Вітюк О. В. Комп'ютер на уроках геометрії: посібник для вчителів. Київ: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2000. 168 с.
7. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: посіб. для вчителів. Київ: Техніка, 1997. 303 с.
8. Загальна психологія: підручник/ за ред. С. Д. Максименка. Вінниця: Нова книга, 2004. 704 с.
9. Загальна психологія: підручник / О. С. Скрипченко, Л. В. Долинська, З. В. Огороднійчук та ін. Київ: Либідь, 2005. 464 с.
10. Кабанова-Меллер Е. М. Психология формирования знаний и навыков у школьников. Проблема приемов умственной деятельности. Москва: Изд-во АПН РСФСР, 1962. 377 с.
11. Кантерев П. Ф. Избранные педагогические сочинения / под ред. А. М. Арсеньева. Москва: Педагогика, 1982. 704 с.
12. Коменский Я. А. Великая дидактика: избр. пед. соч. Москва, 1982. Т. 1. 596 с.
13. Корінь Г. О. Доведення математичних тверджень з використанням наочності. *Газета «Математика в школі»*. 2000. № 37. С. 6–8.
14. Красуля Л. Наочність на уроках математики. *Газета «Математика»*. 2005. № 18. С. 7–9.
15. Малафіїк І. В. Дидактика: навчальний посібник. Київ: Кондор, 2005. 398 с.
16. Математика. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів «Математика. 5–9 класи» (кол. авторів). Наказ МОН від 07.06.2017. 40 с. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas
17. Метельский Н. В. Дидактика математики. Общая методика и её проблемы. 2-е изд., переработанное. Минск: Изд-во БГУ им. В. И. Ленина, 1982. — 256 с.
18. Методика викладання математики в середній школі: навч. посібник для пед. ін-тів за спец. 2104 «Математика» і 2105 «Фізика»: пер. з рос. / О. Я. Блох, Є. С. Канін, Н. Г. Килина та ін.; упоряд. П. С. Черкасов, А. А. Столяр. Харків: Вид-во «Основа» при Харк. ун-ті, 1992. 304 с.

19. Методика викладання математики: практикум / за заг. ред. Г. П. Бевза. Київ: Вища школа, 1981. 200 с.
20. М'ясоїд П. Л. Загальна психологія: навч. посібник. Київ: Вища школа, 2001. 487 с.
21. Оборудование кабинета математики: пособие для учителей / В. Г. Болтянский, М. Б. Волович, Э. Ю. Красс, Г. Г. Левитас. 2-е изд., исп. и доп. Москва: Просвещение, 1981. 191 с.
22. Остроградський М. В., Блюн А. М. Міркування про викладання. *Наукові записки КДПІ ім. О. М. Горького*. Київ, 1955. Т. XVII. С. 137–155.
23. Педагогічний словник / упор. С. У. Гончаренко. Київ: Вища школа, 1999. 568 с.
24. Песталоцци Й. Г. Избранные педагогические сочинения: в 3 т. / под ред. М. Ф. Шабаевой. Москва, 1965. Т. 3. 477 с.
25. Психологія навчання / за ред. Б. Ф. Баєва. Київ: Рад. школа, 1972. 136 с.
26. Рубинштейн С. Л. Проблемы общей психологии. Москва, 1973. 416 с.
27. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підручник. 2-е вид., допов. і перероб. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.
28. Слепкань З. И. Психолого-педагогические основы обучения математики: метод. пособие. Київ: Рад. школа, 1983. 192 с.
29. Сухомлинський В. О. Сто порад учителеві. Київ: Рад. школа, 1988. 304 с.
30. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: монографія. Черкаси: Відлуння–Плюс, 2002. 400 с.
31. Урок математики в школі: посібник для вчителів / за ред. Г. П. Бевза. Київ: Рад. школа, 1977. 112 с.
32. Ушинский К. Д. Собрание сочинений. Москва, 1950. Т. 8. 776 с.

2. Рекомендована література

1. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика: підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ: Зодіак–Еко, 2005. 352 с.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика: 6 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закл. Київ: Ґенеза, 2006. 304 с.
3. Дидактика современной школы: пособ. для учителей / под ред. В. А. Онищука. Київ: Рад. школа, 1987. 351 с.
4. Дьяконов В. П. Компьютерная математика. *Соросовский образовательный журнал*. 2001. Т. 7; 2000. № 11. С. 116–121.
5. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика. 5 клас: підруч. для закладів середньої освіти. 2-е вид., доопрац. відповідно до чинної навч. програми. Харків: Гімназія, 2018. 272 с.
6. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика: підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків: Гімназія, 2014. 400 с.
7. Янченко Г.М., Кравчук В.Р. Математика: підручник для 5 класу. Тернопіль: Підручники і посібники, 2010. 280 с.
8. Янченко Г.М., Кравчук В.Р. Математика: 6 кл. Підруч. для загальноосвіт. навч. закл. Тернопіль: Підручники і посібники, 2006. 272 с.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка

НАВЧАЛЬНЕ ЕЛЕКТРОННЕ ВИДАННЯ НА CD-ROM

СМОРЖЕВСЬКИЙ Юрій Людвігович

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри
математики Кам'янець-Подільського національного
університету імені Івана Огієнка

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5–6 КЛАСАХ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

ЕЛЕКТРОННЕ ВИДАННЯ НА CD-ROM

Один електронний оптичний диск (CD-ROM).
Об'єм даних 8.7 Мб. Підп. 24.09.2021. Обл.-вид. арк. 9,5.
Тираж 10. Зам. № 945.

Видавець і виготовлювач Кам'янець-Подільський
національний університет імені Івана Огієнка,
вул. Огієнка, 61. Кам'янець-Подільський, 32300.
Свідоцтво серії ДК № 3382 від 05.02.2009 р.