

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Дипломна робота
магістра

з теми: «**ПРО СТІЙКІСТЬ РОЗВ'ЯЗКІВ РІЗНИЦЕВИХ СИСТЕМ**»

Виконала: студентка 2 курсу, групи М1-М21
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)

Жеребцова Ірина Володимирівна

Керівник: **Теплінський Ю.В.,**

доктор фізико-математичних наук, професор

Рецензент: **Геселева К.Г.,**

кандидат фізико-математичних наук, доцент

Кам'янець-Подільський – 2022

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ I. АНАЛОГИ ОСНОВНИХ ТЕОРЕМ ЛЯПУНОВА ПРО СТІЙКІСТЬ РУХУ ДЛЯ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ	5
1.1. Постановка задачі та основні теореми.....	5
1.2. Метод функцій Ляпунова для нелінійних систем.....	7
1.3. Область асимптотичної стійкості та область тяжіння	10
РОЗДІЛ II. ОБМЕЖЕНИЙ РОЗВ'ЯЗОК, ДИСИПАТИВНІСТЬ ТА ІНВАРІАНТНІ МНОЖИНИ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ	14
2.1. Існування обмеженого розв'язку системи різницевих рівнянь	14
2.2. Умова дисипативності різницевих рівнянь	20
2.3. Існування функції Ляпунова для дисипативних різницевих рівнянь	22
2.4. Принцип зведення для різницевих систем	24
2.5. Інваріантна множина збуреної системи різницевих рівнянь	27
2.6. Зв'язок між інваріантними множинами систем диференціальних та різницевих рівнянь.....	30
РОЗДІЛ III. ПЛАНОВА СТІЙКІСТЬ ТА ЇЇ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЯМИМ МЕТОДОМ ЛЯПУНОВА.....	35
3.1. Плановий стійкий рух.....	35
3.2. Плановий нестійкий рух.	38
3.3. Асимптотично плановий стійкий рух.....	42
ВИСНОВКИ.....	46
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	47

ВСТУП

Теорія стійкості руху займається дослідженням впливу збурюючих факторів на рух матеріальної системи. Під збурюючими факторами розуміються сили, які не враховуються при описанні руху внаслідок їх малості у порівнянні з основними силами. Ці збурюючі сили зазвичай не відомі. Вони можуть діяти миттєво, що приведе до малої зміни початкового стану матеріальної системи, тобто початкових значень координат і швидкостей. Але ці фактори можуть діяти і неперервно, що буде означати, що складені математичні рівняння руху відрізняються від істинних, що в них не враховані деякі малі поправочні члени.

Добре відомо, що вплив малих збурюючих факторів на рух матеріальної системи буде не однаковим для різних рухів. На одні рухи цей вплив незначний, так що збурений рух мало відрізняється від незбуреного. Навпаки, на інші рухи вплив збурень позначається досить значно, так що збурений рух значно відрізняється від незбуреного, які б малі не були збурюючі сили. Рухи першого роду називають стійкими, рухи другого роду – нестійкими. Математична теорія стійкості руху була вперше створена А. М. Ляпуновим [4]. Пізніше вона зазнала значного розвитку в працях багатьох відомих математиків, про що можна довідатися, наприклад, з монографій [2,3,5]. Ця теорія продовжує інтенсивно розвиватися і в наш час [1,6,7], причому цей розвиток стосується далеко не лише диференціальних рівнянь у скінченновимірних просторах.

Ця дипломна робота також присвячена вивченню задач стійкості руху в сенсі Ляпунова для випадку різницевих та диференціальних рівнянь різних типів. Робота складається з трьох основних розділів. Перший розділ містить дискретні аналоги відомих теорем першого та другого методів Ляпунова про стійкість руху. Сформульовані тут твердження становлять базу для подальших досліджень. Другий розділ містить цікаві теореми про порівняльні властивості стійкості розв'язків диференціальних і відповідних їм різницевих рівнянь, які можуть істотно відрізнятися. І, нарешті, у третьому розділі досліджено властивості стійкості так званих планових рухів, які можуть бути, а можуть і не бути

розв'язками заданих систем диференціальних рівнянь. Для планових рухів також розглянуто питання стійкості, нестійкості та асимптотичної стійкості. Обсяг роботи становить 47 сторінок комп'ютерного набору.

ВИСНОВКИ

Дипломна робота присвячена вивченню задач стійкості руху в сенсі Ляпунова для випадку різницевих та диференціальних рівнянь різних типів. Робота складається з трьох розділів. Перший розділ містить дискретні аналоги відомих теорем першого та другого методів Ляпунова про стійкість руху. Сформульовані тут твердження становлять базу для подальших досліджень. Другий розділ містить цікаві теореми про порівняльні властивості стійкості розв'язків диференціальних і відповідних їм різницевих рівнянь, які можуть істотно відрізнятися. І, нарешті, у третьому розділі досліджено властивості стійкості так званих планових рухів, які можуть бути, а можуть і не бути розв'язками заданих систем диференціальних рівнянь. Для планових рухів також розглянуто питання стійкості, нестійкості та асимптотичної стійкості.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александров А. Ю., Жабко А. П. Устойчивость разностных систем – СПб.: НИИ Химии СПбГУ, 2003. – 112 с.
2. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 472 с.
3. Зубов В. И. Устойчивость движения. – М.: Высш. шк., 1973. – 270 с.
4. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. – ГИТТЛ, 1950. – 471 с.
5. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. – М.: Наука, 1966. – 530 с.
6. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 1994. – 360 с.
7. Самойленко А. М., Теплінський Ю. В. Елементи математичної теорії еволюційних рівнянь у банахових просторах. – К.: Ін-т математики НАН України, 2008. – 495 с.