Міністерство освіти і науки України
Кам`янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Дипломна робота
магістра
з теми: **«КОЛИВНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ»**

Виконала: студентка 2 курсу, групи М1-М21
спеціальності: 014 Середня освіта
(Математика)
Захарчук Олена Володимирівна

Керівник: **Теплінський Ю. В.**,
професор, доктор фізико-математичних наук

Рецензент: **Геселева К. Г.**,
кандидат фізико-математичних наук, доцент

Кам`янець-Подільський – 2022

ЗМІСТ

ВСТУП 3

РОЗДІЛ 1. ПОНЯТТЯ РЕКУРЕНТНИХ ТА МАЙЖЕ-ПЕРІОДИЧНИХ РУХІВ, ЇХ ІСНУВАННЯ ДЛЯ АБСТРАКТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ 5

1.1 Динамічні системи, рухи, інваріантні множини 5

1.2 Мінімальні множини та рекурентні рухи. Теореми Біркгофа 11

1.3 Майже-періодичні рухи як частковий випадок рекурентних рухів 18

1.4 Поняття квазіперіодичної функції 23

РОЗДІЛ 2. ПРО ІСНУВАННЯ МАЙЖЕ-ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗЛІЧЕННИХ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ 25

РОЗДІЛ 3. ПРО ІСНУВАННЯ ІНВАРІАНТНИХ ТОРІВ ЗЛІЧЕННИХ РІЗНИЦЕВИХ СИСТЕМ 39

ВИСНОВОК 45

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 46

ВСТУП

У багатьох галузях природознавства визначну роль відіграють коливні процеси, що описуються коливними розв'язками еволюційних рівнянь, до яких, зокрема, належать диференціальні та різницеві рівняння. У вивчення таких процесів вагомий внесок зроблено Н. М. Криловим та М. М. Боголюбовим, які вважаються фундаторами математичної теорії нелінійних коливань. Спочатку основним предметом досліджень були періодичні розв'язки нелінійних систем. Починаючи з середини минулого століття виникла потреба вивчення процесів, які «майже точно» повторюються через «майже один і той самий проміжок часу». Це обумовило інтерес до вивчення майже періодичних та квазіперіодичних розв'язків диференціальних та різницевих систем [1-6,10]. В 1967 році В. В. Немицький запропонував називати «коливними» рекрентні рухи динамічних систем, до яких, звичайно, належать періодичні рухи, але не тільки вони. Один із сучасних методів відшукання квазіперіодичних розв'язків полягає у відшуканні інваріантних торів диференціальних систем, які «вкриті» такими розв'язками [7-9]. Ця дипломна робота присвячена дослідженню коливних розв'язків еволюційних рівнянь різних типів, а точніше, майже-періодичних та квазіперіодичних розв'язків диференціальних та різницевих рівнянь у нескінченновимірних просторах обмежених послідовностей дійсних чисел. Робота складається з трьох основних розділів. Перший розділ присвячений вивченню питання існування коливних (рекурентних) рухів абстрактних динамічних систем. У другому розділі метод функції Гріна-Самойленка застосовується для побудови інваріантних торів квазілінійних зліченних систем диференціальних рівнянь та відповідних їм укорочених відносно кутової змінної лінійних систем спеціального виду. Це дає можливість наблизити майже-періодичні розв'язки заданих систем квазіперіодичними розв'язками вказаних укорочених систем із наперед заданою точністю, оскільки однопараметричні сім'ї цих розв'язків покривають вказані тори. У третьому розділі розглянуто

аналогічну задачу побудови інваріантних торів для випадку різницевих рівнянь. Обсяг роботи становить 46 сторінок комп’ютерного набору.

ВИСНОВОК

Ця дипломна робота присвячена дослідженню коливних розв’язків еволюційних рівнянь різних типів, а точніше, майже-періодичних та квазіперіодичних розв’язків диференціальних та різницевих рівнянь у нескінченновимірних просторах обмежених послідовностей дійсних чисел. Робота складається з трьох основних розділів. Перший розділ присвячений вивченню питання існування коливних (рекурентних) рухів абстрактних динамічних систем. У другому розділі метод функції Гріна-Самойленка застосовується для побудови інваріантних торів квазілінійних зліченних систем диференціальних рівнянь та відповідних їм укорочених відносно кутової змінної лінійних систем спеціального виду. Це дає можливість наблизити майже-періодичні розв’язки заданих систем квазіперіодичними розв’язками вказаних укорочених систем із наперед заданою точністю, оскільки однопараметричні сім’ї цих розв’язків покривають вказані тори. У третьому розділі розглянуто аналогічну задачу побудови інваріантних торів для випадку різницевих рівнянь.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Бор Г.* Почти-периодические функции. – М 1930.
2. *Демидович Б. П.* Лекции по математической теории устойчивости. – М., 1967. – 472 с.
3. *Жиков В. В.* Почти-периодические решения дифференциальных уравнений в банаховых пространствах / В. В. Жиков // Теория функций и ее приложения. - Харьков, 1967. - Вып. 4. - С. 176 - 188.
4. *Жиков В. В.* Доказательство теоремы Фавара о существовании почти-периодического решения в случае произвольного банахова пространства / В. В. Жиков // Мат. заметки. - 1978. - Т. 23. -№ 1. - С. 121-126.
5. *Левитан Б. М., Жиков В. В.* Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения. — М : МГУ, 1978. — 206 с.
6. *Немыцкий В. В., Степанов В. В.* Качественная теория дифференциальных уравнений. – М. – Л.: Гостехиздат, 1947. – 448 с.
7. *Самойленко А. М.* Элементы математической теории многочастотных колебаний. – М.: Наука, 1987. – 302.
8. *Samoilenko A. M. and Teplinskii Yu. V.* Countable Systems of Differential Equations. – VSP, Utrecht-Boston, 2003. – 287 p
9. *A. M. Samoilenko, Yu. V. Teplinsky.* Elements of Mathematical Theory of Evolutionari Equations in Banach Spaces. – Singapore: World Scientific. Series A, Volume 86. – *2013*. – 400 p.
10. *Харасахал В. Х.* Почти-периодические решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – Алма-Ата: Наука, 1970. – 200 с.