

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Дипломна робота
магістра

**на тему: «ВИКОРИСТАННЯ ФОРМУЛИ ТЕЙЛОРА
ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ»**

Виконала: студентка II курсу, групи М1-М22
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Ольховецька Олександра Дмитрівна

Керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри математики
Ковальська Ірина Борисівна

Рецензент: кандидат педагогічних наук, доцент,
завідувач кафедри математики
Сморжевський Юрій Людвігович

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА ДЛЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ТА ДВОХ ЗМІННИХ.....	6
1.1 Основні поняття, необхідні для розуміння формули Тейлора.....	6
1.2 Формула Тейлора для функції однієї змінної.....	13
1.3 Застосування формули Тейлора для апроксимації функцій.....	17
1.4 Формула Тейлора для функцій двох змінних.....	22
1.5. Прикладне значення формули Тейлора для функції двох змінних.....	27
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМУЛИ ТЕЙЛОРА ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ.....	32
2.1 Типи фізичних задач, які можна розв'язати за допомогою формули Тейлора.....	32
2.2 Задачі про рух тіл.....	38
2.3. Задачі про теплопередачу та механіку рідин.....	42
2.4. Задачі з електродинаміки.....	48
ВИСНОВКИ.....	51
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	54

ВСТУП

Актуальність теми. Математика завжди була важливим інструментом для розуміння та опису фізичних явищ у науці та інженерії. Формула Тейлора, яка стала вершиною у численних областях математики, фізики та інших природничих наук, не є винятком. Її потужна абстракція та висока універсальність дозволяють наближати складні функції, а також моделювати природні явища, за допомогою простих математичних інструментів.

Формула Тейлора є однією з фундаментальних математичних концепцій, яка має велике значення в фізиці та інших природничих науках. Вона дозволяє апроксимувати складні функції шляхом їх розкладання на ряди та наближеного обчислення значень функцій в точках. Її застосування у фізичних задачах розкриває перед нами нескінченні можливості для аналізу та розв'язання різноманітних проблем. Ця формула дозволяє наближено моделювати фізичні системи, описуючи їхні зміни у точці та аналізуючи їх поведінку в околі цієї точки. Таким чином, вона стає потужним інструментом для дослідження природних явищ та для розробки нових технологій [12].

Формула Тейлора для функцій є важливим інструментом у класичному аналізі через її різноманітні застосування. Ця формула використовується для розрахунку границь функцій, вивчення їхніх екстремумів, точок перегину, інтервалів опуклості та вгнутості, аналізу збіжності рядів і інтегралів, а також для оцінки швидкості їх збіжності чи розбіжності, серед інших застосувань. Завдяки поступовому розвитку обчислювальних технологій, фізики та інженерії тепер можна використовувати формулу Тейлора для розв'язання більш складних задач, які раніше було б важко або навіть неможливо розв'язати аналітично [5].

Формула Тейлора також має важливі практичні застосування у великому спектрі областей, включаючи інженерію, комп'ютерні науки, медицину, фінанси та багато інших. Інженери та науковці в цих галузях використовують цей математичний інструмент для оптимізації проектів, розробки нових технологій та вирішення реальних завдань.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У сучасній освітній системі математичні знання відіграють ключову роль, особливо в контексті природничих і технічних наук. Професійний розвиток учнів та студентів значно полегшується завдяки навчанню математики, яка є основою багатьох предметів.

На жаль, досі не існує системної програми, яка б враховувала специфіку спільних математичних аспектів між такими предметами, як фізика та математика [2]. Дослідження показують, що відсутність своєчасного засвоєння математичних понять, які є важливими для успішного вивчення курсу фізики, призводить до того, що студентам, які добре володіють математикою, може бути важко вирішувати фізичні завдання з аналогічними математичними аспектами. Все це підкреслює важливість розробки спеціальних навчальних посібників [5], які б допомагали засвоювати математичні концепції, необхідні для розуміння і успішного вивчення фізики.

Метою даної магістерської роботи є вивчення та аналіз застосування формули Тейлора у фізичних задачах, а також розкриття її потенційних можливостей та обмежень в цьому контексті. Робота спрямована на розширення розуміння теоретичних та практичних аспектів використання цієї математичної концепції в фізичних задачах.

З огляду на мету дослідження для вирішення постають наступні *завдання*:

- вивчити основні поняття, необхідні для розуміння формули Тейлора;
- дослідити формулу Тейлора для функції однієї змінної;
- розглянути формулу Тейлора для функції двох змінних;
- оглянути фізичні задачі, які можна розв'язати за допомогою формули Тейлора;
- провести дослідження та обговорення використання формули Тейлора для розв'язання фізичних задач.

Об'єктом дослідження є застосування формули Тейлора у фізичних задачах. В даному контексті об'єктом є фізичні явища, процеси та моделі, для

яких може бути використана формула Тейлора з метою отримання аналітичних розв'язків або чисельних наближень.

Предметом дослідження є формула Тейлора, її математичні властивості, розширення та модифікації, а також практичне застосування у конкретних фізичних задачах.

Методи дослідження. Для досягнення поставленої мети в дипломній роботі магістра були використані такі методи дослідження, як аналіз наукової та методичної літератури та наукових публікацій, які стосуються застосування формули Тейлора у фізичних задачах; математичний аналіз та розгляд основних властивостей формули Тейлора; вивчення конкретних прикладів фізичних задач, де формула Тейлора може бути застосована; дослідження чисельних методів та алгоритмів для використання формули Тейлора у фізичних обчисленнях.

Практична значимість даної роботи полягає в можливості використовувати формулу Тейлора для отримання точних або наближених розв'язків в різних фізичних задачах, що може бути корисним для науковців та інженерів, які працюють у галузі фізики та природничих наук.

Наукова новизна даної магістерської роботи полягає в системному аналізі застосування формули Тейлора у фізичних задачах та розгляді нових можливостей та підходів до використання даної математичної концепції. Робота розкриває можливості застосування формули Тейлора в різних галузях фізики та може внести важливий внесок у їх вивчення.

Структура роботи. Дипломна робота магістра складається зі вступу, двох розділів із підрозділами, висновків та списку використаної літератури.

ВИСНОВКИ

Розділ 1 даної роботи присвячений формулі Тейлора, яка є важливим інструментом у математичному аналізі та диференціальному рівнянні. В цьому розділі було розглянуто основні поняття, необхідні для вивчення формули Тейлора, її застосування для апроксимації функцій однієї та двох змінних. Формула Тейлора дозволяє наближено представити складні функції у вигляді більш простих поліномів, що дуже корисно у чисельних обчисленнях та моделюванні.

Основні поняття, що були розглянуті, включають в себе ідею розкладу складної функції в ряд Тейлора, де кожний член ряду відображає доданок в апроксимації функції. Також описали поняття похідних та їхню роль у формулі Тейлора, а також вказали на важливість точки, в якій розвивається функція, для правильної апроксимації.

Формула Тейлора дозволяє наближено аналізувати складні функції та допомагає вирішувати різноманітні завдання, що зустрічаються в наукових дослідженнях і практичних застосуваннях.

У підрозділі 1.2 було охарактеризовано формулу Тейлора для функцій однієї змінної, що є ключовою складовою аналізу функцій та їхніх наближень.

Варто зауважити, що формула Тейлора для функцій однієї змінної є важливим інструментом у математичному аналізі. Вона дозволяє наближено описувати функції та їхні властивості в околах конкретних точок, що є корисним як для теоретичних досліджень, так і для практичних застосувань. Та, безумовно, є основою для подальшого розгляду апроксимацій функцій та застосування їх у різних наукових галузях.

У підрозділі 1.3 дослідили застосування формули Тейлора для апроксимації функцій, що є важливим практичним застосуванням цього математичного інструменту та показали, що досліджувана формула дозволяє наближено представити складні функції у вигляді поліномів більш простого виду, що спрощує їхнє обчислення та аналіз.

Апроксимація функцій за допомогою формули Тейлора дозволяє наближено досліджувати різноманітні явища та знаходити розв'язки складних задач, що робить її важливим інструментом для наукових та практичних застосувань.

Далі розглядається формула Тейлора для функції двох змінних, розглядається розвинення функції у ряд, де кожний член містить похідні за обома змінними в точці розвинення, що й дозволяє наближено подавати функції з двома незалежними змінними та апроксимувати їхню поведінку в околі конкретної точки. Тому, важливим аспектом вивчення формули Тейлора для функцій двох змінних є розуміння, як ця формула може бути корисною в різних областях, таких як фізика, інженерія та економіка, оскільки дозволяє апроксимувати функції, які залежать від двох змінних, і використовується для моделювання складних процесів, наприклад, у геофізиці, динаміці рідин, термодинаміці та багатьох інших галузях.

У розділі 2 нами було розглянуто практичне застосування формули Тейлора при розв'язанні фізичних задач, оскільки дана формула допомагає наближено описувати фізичні процеси, що відбуваються в природі, і дозволяє аналізувати рух тіл, теплопередачу, механіку рідин та електродинаміку. Вона також може бути застосована для апроксимації фізичних явищ та моделювання систем, що залежать від змінних.

Слід відмітити, що в роботі були також розглянуті застосування формули Тейлора для аналізу руху тіл, оскільки вона дозволяє апроксимувати траєкторії руху об'єктів, розглядаючи їхні зміни в часі, що є корисним в механіці та астрофізиці для прогнозування руху планет, а також у фізиці руху тіл; дослідили використання формули для вивчення теплопередачі та механіки рідин, так як вона може бути застосована для апроксимації температурних та тискових профілів в теплових і гідродинамічних системах, що допомагає в розумінні і оптимізації цих процесів, а також розглянули її використання в задачах з електродинаміки, де вона може бути використана для моделювання розподілу електромагнітних полів та апроксимації характеристик електричних

схем, що допомагає в розробці та оптимізації електричних пристроїв та систем зв'язку.

Загалом, ми дійшли висновку, що формула Тейлора є потужним інструментом у математичному моделюванні та дослідженні фізичних явищ, адже вона допомагає в розв'язанні широкого спектру задач у різних областях науки й техніки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андреев А.М., Марченко О.А. Застосування математичних знань для вирішення фізичних задач // Фізика та астрономія в школі. – 2014. – №5. – С. 12 – 15.
2. Балаш В.А. Задачі з фізики і методи їх вирішення: Посібник для вчителя. – 4-е вид., перероб. і доп. – К.: Просвітлення, 1983. – 43 – 52 с.
3. Бугров Я. С., Нікольський С. К.; "Вища математика: посібн. для вузів: В 3 т. / під ред. В. А. Садовничого." 6-е видання, стереотип. 2015. Том 2: Диференціальне і інтегральне числення. 51 – 62 с.
4. Давидов М.О. Курс математичного аналізу: підручник для студентів фіз. -мат. факультетів педагогічних інститутів. Київ: Вища школа, 1990. Ч. 1: Функції однієї змінної. 38 – 53 с.
5. Денисюк В. П. Вища математика: підручник: у 4 ч. Ч. 2. / В. П. Денисюк, В. К. Репета. – 4-те вид., стереот. – К.: НАУ- друк, 2019. – 27 – 46 с.
6. Дубовик В. П. Вища математика: навч. посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К.: Вища шк., 1993. – 64 – 78 с.
7. Гельфгат І.М., Генденштейн Л.Є, Кирик Л.А. 1001 задача з фізики з відповідями, вказівками, розв'язаннями. – Харків, 2011. – 35 – 52 с.
8. Загородний В.В. Загальна фізика. Механіка. Київ: НТУУ «КПУ», 2016. 36 – 53 с.
9. Електронний ресурс: Біографія Тейлора: <http://www.univer.sity.ua/Edu/Math/tteilor.htm>
10. Електронний ресурс: «Остача в формулі Тейлора та її оцінка»: <http://webmath.exponenta.com/s/kiselev1/node58.htm>
11. Електронний ресурс: «Формула Тейлора»: <http://matica.org.ua/kratkiy-kurs-lektsiy-po-differentsialnomu-ischisleniiu/5-3-formula-teylora>
12. Кенєва І.П., Мінаєв Ю.П., Тихонська Н.І. Фізико-математичні вправи на вступних іспитах до університету та олімпіадах для абітурієнтів:

Навчальний посібник / За заг. ред. Ю.П. Мінаєва. – Запоріжжя: ЗДУ, 2015. – 98 с.

13. Марченко О.А., Мінаєв Ю.П. Знайомство з рядом Тейлора і розвиток критичного мислення // Наукові записки. – Випуск 60. Серія: Педагогічні науки. Частина 2. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В. Винниченка. – 2015. – С.77 – 84.

14. Математика для економістів: навч. посібник у 3 ч. Ч. 2 / І. О. Ластівка, Н.І. Затула, Є.Ю. Корнілович [та ін.]. – К.: НАУ. 2012. – 31 – 42 с.

15. О.І. Соколенко. "Вища математика: підручник". Київ: Видавничий центр «Академія», 2013. 43 – 50 с.

16. Пискунов Н.С. Диференціальне і інтегральне числення. Для втузів. Москва: Наука, 1972. Т. 2. 56 – 70 с.

17. Швець О., Бойко Л. Міжпредметні зв'язки математики і фізики: стан, проблеми, перспективи // Фізика та астрономія у школі. – 2012. – №6. – С. 21-25.

18. Шкіль М.І. "Математичний аналіз: В 2 частинах." -- Київ: Вища школа. Головне видавництво, 1981. Ч. 2. 45 – 55 с.

19. Юрик І., І. П.Вовкодав [та ін.]; за ред. В. П. Дубовика, І. І. Юрика. – К.: А.С.К., 2011. – 48 – 60 с.

20. Халперн Д. Психологія критичного мислення. – К.: «Просвітництво», 2010. – 51 – 62 с.