

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка



**ВІСНИК
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
ІМЕНІ ІВАНА ОГІЄНКА.
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ**

Випуск 18

Кам'янець-Подільський
2025

УДК 378(477ю43):51+53](082)
ББК 74.58+22

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації:
Серія KB № 14707- 3678 ПР від 12.12.2008 р.

Друкується згідно з ухвалою вченої ради фізико-математичного факультету Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (протокол №12 від 18 листопада 2025 р.).

Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. Випуск 18. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2025. 151с.

Рецензенти:

Конет І. М. – доктор фізико-математичних наук, професор;
Павлюк О. М. – кандидат педагогічних наук.

Редакційна колегія:

Геселева К. Г. – кандидат фізико-математичних наук;
Іванюк В. А. – доктор технічних наук, доцент;
Кух А. М. – доктор педагогічних наук, доцент;
Оптасюк С. В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Пилипюк Т. М. – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Сморжевський Ю. Л. – кандидат педагогічних наук, доцент;
Теплінський Ю. В. – доктор фізико-математичних наук, професор;
Федорчук В. А. – доктор технічних наук, професор;
Щирба В. С. – кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Відповідальний секретар:

Поведа Т. П. – кандидат педагогічних наук, доцент.

©Автори матеріалів, 2025

ЗМІСТ

Ростислав АЛЕКСЄЄНКО РОЗРОБКА ПРОГРАМИ ЩОДЕННИКА ХАРЧУВАННЯ З АВТОМАТИЧНИМ ПІДРАХУНКОМ КАЛОРІЙ	6
Микола ВАСИЛЕВИЧ, Аркадій КУХ ЦИФРОВИЙ ТЕРМОМЕТР З ДИСПЛЕЄМ	8
Володимир ГАВРИШКО, Віталій ІВАНЮК, Валерія МАКУШ МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ОСББ НА ОСНОВІ ТЕХНОЛОГІЇ SPA	11
Уляна ГУДИМА, Василь ГНАТЮК, Назар ВОЙТАЛЮК ІСНУВАННЯ ТА ЄДИНІСТЬ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ ВІДШУКАННЯ ЧЕБИШОВСЬКОГО У РОЗУМІННІ ЗВАЖЕНИХ ВІДСТАНЕЙ ЦЕНТРА КІЛЬКОХ ТОЧОК ЕВКЛІДОВОГО ПРОСТОРУ	14
Василь ГНАТЮК, Уляна ГУДИМА, Дмитро ПАНАСЮК СПІВВІДНОШЕННЯ ДВОЇСТОСТІ ТА УМОВИ ЕКСТРЕМАЛЬНОСТІ ДОПУСТИМОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗВАЖЕНОЇ ЗАДАЧІ ТИПУ ЗАДАЧІ ШТЕЙНЕРА В ЕВКЛІДОВОМУ ПРОСТОРИ	20
Дмитро ЗБИРАНИК, Віктор ЩИРБА ОПТИМІЗАЦІЯ ПЕРЕДИСЛОКАЦІЇ НАСЕЛЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ЖАДІБНОГО ПІДХОДУ НА ДВОЧАСТКОВОМУ ГРАФІ	25
Артем ЗВІНКО, Тетяна ПОВЕДА ІННОВАЦІЙНІ АСПЕКТИ ЗАСОБІВ ТА МЕТОДІВ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ З ФІЗИКИ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ	29
Ростислав ЗІНЬКЕВИЧ, Аркадій КУХ ІНТЕГРОВАНІЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ «ВПЛИВ АЕРОЗОЛІВ НА ОСВІТЛЕНІСТЬ ПОВЕРХОНЬ»	33
Поліна ІВАНОВИЧ, Тетяна ПОВЕДА ІНТЕРАКТИВНІ ЦИФРОВІ РЕСУРСИ У НАВЧАННІ ПРИРОДНИЧИХ ДИСЦИПЛІН	36
Андрій КЛИМ, Віктор ЩИРБА МЕТОД ПОВНОГО ПЕРЕБОРУ ТА МУРАШИНИЙ АЛГОРИТМ В ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА	40

Дмитро КОЛЕСНИК, Віктор ЩИРБА, Дмитро ДЕМЧЕНКО ПРИКЛАДНІ ДИНАМІЧНІ ЗАДАЧІ В МОДЕЛЯХ ОРГРАФІВ	45
Владислава КОЛЯДЕНКО, Аркадій КУХ ІНТЕРАКТИВНИЙ ДОДАТОК GEOGEBRA OPTICS	49
Михайло КОСІНОВ ОСОБЛИВОСТІ ІНТЕГРАЦІЇ СІ/CD ПРОЦЕСІВ ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО ТЕСТУВАННЯ ВЕБЗАСТОСУНКІВ НА БАЗІ GITHUB ACTIONS	53
Аркадій КУХ, Оксана КУХ ЦИФРОВІ ІНСТРУМЕНТИ РАКЕТОМОДЕЛЮВАННЯ	57
Оксана КУХ, Аркадій КУХ ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СЕРВІСІВ ДЛЯ ОНЛАЙН-ОПИТУВАНЬ	60
Діана ЛАВРЕНЧУК STEM-ОСВІТА У РЕАЛІЗАЦІЇ ЗАСАД НОВОЇ УКРАЇНСЬКОЇ ШКОЛИ	65
Діана ЛАВРЕНЧУК, Тетяна ДУМАНСЬКА ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИЙ ПІДХІД ПІД ЧАС НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ...67	67
Олександр МЕЛЬНИЧУК, Аркадій КУХ ДОСЛІД ФУКО І ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОГРАФІЧНОЇ ШИРОТИ	71
Сергій ОПТАСЮК, Анатолій АНТОНЕНКО ПРОЄКТУВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ НА ОСНОВІ ARDUINO	74
Тетяна ПИЛИПЮК АНАЛІЗ ДАНИХ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ УСПІШНОСТІ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ ТА РИЗИКІВ ВІДСІВУ	80
Тетяна ПИЛИПЮК, Даніїл КУШНІР ПРАКТИЧНИЙ АНАЛІЗ КРИПТОГРАФІЧНИХ АЛГОРИТМІВ	84
Тетяна ПИЛИПЮК, Олександра ШЕРЕПЕРА ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ГРАФОВИХ АЛГОРИТМІВ У ПРОГРАМНИХ СЕРЕДОВИЩАХ	90
Андрій ПТАЩУК, Руслан ПОВЕДА, НАВЧАЛЬНІ ПРОЄКТИ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПІЗНАВАЛЬНОГО ІНТЕРЕСУ УЧНІВ З ФІЗИКИ В УМОВАХ НУШ	94

Андрій РОМАНЮК, Віктор СОРИЧ НАЙКРАЩЕ НАБЛИЖЕННЯ КОМПОЗИЦІЇ ФУНКЦІЙ З ДРОБОВИМИ ПОХІДНИМИ	100
Олександр СЛОБОДЯНЮК СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ПРИХОВАНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ В АУДІОФАЙЛАХ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МАШИННОГО НАВЧАННЯ	109
Олена СМАЛЬКО ЕВОЛЮЦІЯ ЦИФРОВИХ ІНТЕРФЕЙСІВ	113
Юрій СМОРЖЕВСЬКИЙ, Людмила НИКОНЧУК ПОДОЛАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ТРИВОЖНОСТІ В УЧНІВ	118
Олександр СТЕЦІЮК, Оксана КУХ СТВОРЕННЯ 3D ПАНОРАМ ЗА ДОПОМОГОЮ GOOGLE КАМЕРИ	123
Стефан ТОМІЧ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ ЧЕТВЕРТОГО СТЕПЕНЯ МЕТОДОМ ФЕРРАРІ	126
Андрій ФЕДОРУК, Оксана КУХ ВІРТУАЛЬНІ ЕКСКУРСІЇ З ФІЗИКИ	131
Оксана ЧОРНА, ОРГАНІЗАЦІЙНО-ПРАВОВІ ЗАСАДИ СТВОРЕННЯ БЕЗПЕЧНОГО ОСВІТНЬОГО СЕРЕДОВИЩА В ЗАКЛАДІ ОСВІТИ В ПЕРІОД ВОЄННОГО СТАНУ	134
Сергій ЧОРНИЙ, Аркадій КУХ РЕАЛІЗАЦІЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ З'ЯЗКІВ ФІЗИКИ І БІОЛОГІЇ В ІНТЕГРОВАНОМУ ЕКСПЕРИМЕНТІ	140
Роман ШУЛЕПКО, Віктор ЩИРБА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛОГІСТИЧНИХ ЗАДАЧ	143
Вадим ЯЩИШЕН, Аркадій КУХ ІНТЕГРОВАНИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ З ФІЗИКИ ТА ХІМІЇ	147

РОЗРОБКА ПРОГРАМИ ЩОДЕННИКА ХАРЧУВАННЯ З АВТОМАТИЧНИМ ПІДРАХУНКОМ КАЛОРІЙ

У статті розглянуто актуальну проблему створення програмного забезпечення для моніторингу харчування в умовах відсутності стабільного Інтернет-з'єднання. Проаналізовано недоліки існуючих хмарних рішень. Описано процес проєктування та розробки нативного Android-застосунку з використанням архітектурного патерну MVVM та концепції «Offline-first». Особливу увагу приділено реалізації алгоритмів «розумного калькулятора» для динамічного перерахунку нутрієнтів та методу експоненційного ковзного середнього (ЕМА) для аналізу тренду ваги користувача.

Ключові слова: *Android, Kotlin, Jetpack Compose, MVVM, Room Database, Offline-first, ЕМА, трекінг харчування.*

Постановка проблеми. У сучасному світі мобільні технології стали невід'ємною частиною сфери здоров'я та фітнесу. Контроль маси тіла та якості харчування вимагає постійного моніторингу, що ефективно вирішується за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення. Однак в умовах воєнного стану в Україні користувачі стикаються з проблемою нестабільного доступу до мережі Інтернет через перебої в електропостачанні. Більшість популярних міжнародних платформ (MyFitnessPal, YAZIO тощо) базуються на клієнт-серверній архітектурі, що робить їх частково або повністю непридатними в автономному режимі. Тому актуальним науково-практичним завданням є розробка автономного («offline-first») мобільного застосунку, який забезпечує повний функціонал обліку та аналізу даних, зберігаючи їх локально на пристрої користувача.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Ринок мобільних застосунків категорії «Health & Fitness» насичений різноманітними рішеннями. Аналіз їх функціоналу показує, що попри широкі можливості, вони мають суттєві недоліки: залежність від хмарних баз даних продуктів, перевантаженість інтерфейсу соціальними функціями, а також платний доступ до інструментів глибокої аналітики. Питання розробки нативних додатків на Android з використанням сучасних декларативних підходів (Jetpack Compose) та локальних баз даних (Room) розглядаються в офіційній документації Google [1] та працях з архітектури програмного забезпечення (ПЗ) [3], проте специфіка створення спеціалізованих алгоритмів для автоматизації розрахунку нутрієнтів потребує окремого дослідження та реалізації.

Мета статті полягає в описі процесу проєктування та програмної реалізації мобільного застосунку «Щоденник калорій» для ОС Android, який забезпечує

автоматизацію розрахунків харчової цінності продуктів та аналіз динаміки ваги користувача в автономному режимі.

Виклад основного матеріалу. Для реалізації програмного продукту обрано мову програмування Kotlin [4] та інструментарій Jetpack Compose [2], що є сучасним стандартом Android-розробки. Архітектура застосунку побудована за патерном MVVM (Model-View-ViewModel) із дотриманням принципів Clean Architecture [3]. Такий підхід дозволив чітко розділити шари відповідальності на: Data Layer (робота з даними), Domain Layer (бізнес-логіка) та UI Layer (інтерфейс).

Основою інформаційної системи виступає реляційна база даних, реалізована за допомогою бібліотеки Room. Спроектовано три основні сутності: FoodEntry (історія споживання їжі з часовими мітками), WeightEntry (історія зважувань) та CustomFood (локальна бібліотека продуктів користувача). Для забезпечення високої точності розрахунків макронутрієнтів (білків, жирів, вуглеводів) тип даних числових полів було змінено з цілочисельного (Int) на дійсний (Double), що дозволяє коректно враховувати продукти з малим вмістом нутрієнтів. Використання асинхронних потоків даних (Kotlin Flow) дозволило реалізувати реактивність інтерфейсу: будь-які зміни в базі даних миттєво відображаються на екрані без необхідності ручного оновлення.

Важливим етапом розробки стала реалізація алгоритмічного забезпечення, спрямованого на автоматизацію рутинних дій користувача. Впроваджено функцію «Розумний калькулятор». Традиційні щоденники вимагають введення ваги продукту, після чого показують калорійність. Розроблений алгоритм працює реверсивно: користувач може ввести бажану кількість будь-якого нутрієнта (наприклад, «хочу отримати 30 г білка»), а система автоматично розраховує необхідну вагу порції за формулою:

$$Weight = \frac{TargetValue}{BaseValue_{100g}} \times 100$$

де $TargetValue$ – цільове значення нутрієнта, $BaseValue$ – вміст нутрієнта в 100 г продукту.

Для аналізу динаміки маси тіла застосовано метод експоненційного ковзного середнього (Exponential Moving Average – ЕМА). Звичайний графік ваги часто має значні коливання через зміни водно-сольового балансу організму, що може демотивувати користувача. Реалізований алгоритм ЕМА згладжує ці «шуми» та показує реальний тренд змін композиції тіла:

$$Trend_t = \alpha \times Weight_t + (1 - \alpha) \times Trend_{t-1}$$

де α – коефіцієнт згладжування (емпірично обрано значення $\alpha = 0.15$), $Weight_t$ – фактична вага в поточний день, $Trend_{t-1}$ – значення тренду за попередній день.

Інтерфейс користувача реалізовано з акцентом на ергономіку та швидкість внесення даних. Головний екран організовано у вигляді погодинної стрічки (Timeline), де записи згруповані за часом прийому їжі з автоматичним підсумовуванням калорій та БЖВ для кожної години. Для оптимізації роботи з

даними, що повторюються, реалізовано функцію пакетної вставки («Copy Day»), яка на рівні репозиторію дублює набір записів попереднього дня в поточний, що значно економить час користувача при дотриманні стабільного раціону.

Висновки. У результаті проведеної роботи розроблено повно-функціональний мобільний застосунок «Щоденник калорій». Використання архітектурного підходу MVVM та локальної бази даних Room забезпечило повну автономність роботи програми, що ефективно вирішує проблему залежності від стабільного Інтернет-з'єднання. Впровадження математичних алгоритмів динамічного розрахунку порцій та трендового аналізу ваги підвищило інформативність системи та точність моніторингу прогресу. Тестування на реальних пристроях під управлінням Android 14 підтвердило стабільність та високу швидкодію розробленого рішення.

Список використаних джерел:

1. Android Developers Documentation [Електронний ресурс] : офіційна документація Google. – Режим доступу: <https://developer.android.com/> – Дата звернення: 20.11.2025.
2. Jetpack Compose: Modern toolkit for building native UI [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://developer.android.com/jetpack/compose> – Дата звернення: 20.11.2025.
3. Мартин Р. Чиста архітектура. Мистецтво розробки програмного забезпечення / Роберт Мартин. 2018. 352 с.
4. Котлін. Програмування на Android / [Д. Жемеров та ін.]. Київ : Фабула, 2019. 384 с.
5. Mifflin M. D. A new predictive equation for resting energy expenditure in healthy individuals / M. D. Mifflin, S. T. St Jeor, L. A. Hill // The American Journal of Clinical Nutrition. 1990. Vol. 51, No 2. P. 241–247.

The article discusses the problem of creating software for nutrition monitoring without a stable internet connection. An offline-first native Android application was designed and developed using the MVVM architecture pattern. The implementation of "smart calculator" algorithms for dynamic nutrient recalculation and the Exponential Moving Average (EMA) method for user weight trend analysis is described.

Keywords: Android, Kotlin, Jetpack Compose, MVVM, Room Database, Offline-first, EMA, nutrition tracking.

УДК 53.7

Микола ВАСИЛЕВИЧ, здобувач вищої освіти
Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

ЦИФРОВИЙ ТЕРМОМЕТР З ДИСПЛЕЄМ

Простий Arduino-термометр для шкільної фізики: демонструє вимірювання температури датчиком DS18B20 з виводом на LCD, поєднуючи електроніку та термодинаміку.

Ключові слова: *Arduino, фізика, термометр, датчик DS18B20, шкільний проєкт.*

STEM проєкти стають невід’ємною частиною шкільного курсу фізики і сучасного освітнього середовища. Великий інтерес у здобувачів освіти викликають електронні конструктори Lego, MainStorm, Arduino, тощо. Привабливість таких проєктів в простоті монтажу та програмування.

Одним із таких проєктів на Arduino є цифровий термометр з дисплеєм — ідеальний для демонстрації принципів термодинаміки, електрики та датчиків у шкільному курсі фізики (для 9 – 11 класів). Учні створюють пристрій, що вимірює температуру в реальному часі за допомогою датчика DS18B20 і виводить дані на LCD-дисплей. Це поєднує фізику (теплопередача, електричні сигнали) з програмуванням, розвиваючи навички експериментування. Проєкт простий, недорогий (вартість ~200 – 300 грн) і безпечний, триває 1 – 2 уроки.

Процес проєктування системний, базується на методі інженерного дизайну (від ідеї до тестування). Ось ключові етапи:

Визначення мети та вимог: встановіть завдання — створити пристрій для точного вимірювання температури (діапазон –55°C до +125°C з похибкою $\pm 0.5^\circ\text{C}$). Обговоріть фізичні принципи: як температура впливає на опір датчика (фізика напівпровідників). Дослідіть аналоги (наприклад, ртутний термометр vs цифровий).

Дослідження та вибір компонентів: проаналізуйте датчики (DS18B20 — цифровий, OneWire-протокол, водонепроникний). Виберіть мікроконтролер (Arduino Uno — простий для новачків). Врахуйте фізику: датчик перетворює теплову енергію на електричний сигнал.

Розробка схеми та коду: намалюйте схему в Tinkercad або Fritzing: з’єднання датчика з піном Arduino, дисплея через I2C. Напишіть код на Arduino IDE: ініціалізація бібліотек (DallasTemperature, LiquidCrystal_I2C), зчитування даних, вивід на екран. Тестуйте симуляцію в онлайн-симуляторах.

Збірка та монтаж: зберіть на макетній платі (breadboard) для прототипу. Перейдіть до пайки на перфоплаті для фінальної версії.

Тестування та вдосконалення: перевірте точність (порівняйте з еталонним термометром), калібруйте. Аналізуйте похибки (вплив шумів, напруги). Додайте функції, як сигнал при перевищенні температури.

Документація та презентація: запишіть результати, поясніть фізичні закони (закон Ома для струму в датчику).

Елементна база (основні компоненти, доступні в магазинах як Rozetka чи AliExpress):

Arduino Uno (або Nano) — мікроконтролер для обробки сигналів.

Датчик температури DS18B20 (водонепроникний варіант для експериментів з рідинами).

LCD-дисплей 16x2 з I2C-модулем (для виведення даних).

Резистор 4.7k Ω (pull-up для OneWire-шини).

Макетна плата (breadboard) та джампери (дроти для з’єднань).

2. Arduino Projects for Students - Science Buddies. URL: <https://eceprojectkart.com/arduino-projects-for-engineering-students/> (дата звернення: 7.11.2025).
3. Physics Lab - Arduino. Науковий комплект. Фізична лабораторія. URL: <https://physics-lab.arduino.cc/> (дата звернення: 10.10.2025).
4. Top 20 Arduino Projects for 2025: Science Exhibition & DIY Ideas! YouTube (RoboArmy). URL: <https://www.youtube.com/watch?v=5hYFX2mDNAY> (дата звернення: 13.11.2025).

A simple Arduino thermometer for school physics: demonstrates temperature measurement with a DS18B20 sensor with output to an LCD, combining electronics and thermodynamics.

Keywords: *Arduino, physics, thermometer, DS18B20 sensor, school project.*

УДК 004.9:332.8

Володимир ГАВРИШКО, Валерія МАКУШ, здобувачі вищої освіти
Віталій ІВАНЮК, доктор технічних наук, доцент

МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ОСББ НА ОСНОВІ ТЕХНОЛОГІЇ SPA

У статті представлено реалізацію інформаційної системи для ОСББ на базі фреймворку Blazor. Обґрунтовано переваги використання архітектури Single Page Application (SPA) для автоматизації фінансових розрахунків. Наукова новизна полягає у вдосконаленні моделі інформаційної підтримки шляхом інтеграції реєстрів та білінгу в єдину систему, де частина обчислень перенесена на клієнтську сторону, що знижує навантаження на сервер.

Ключові слова: *ОСББ, SPA, Blazor, інформаційна система, клієнтські обчислення.*

Постановка проблеми. Сучасний стан житлово-комунального господарства вимагає від ОСББ прозорості та оперативності в управлінні. Використання застарілих інструментів (паперові журнали, локальні Excel-файли) призводить до розсинхронізації даних, помилок у нарахуваннях та низького рівня довіри з боку мешканців.

Питання цифровізації муніципального управління розглядалися у працях вітчизняних вчених, проте більшість існуючих рішень є або надто дорогими, або не адаптованими під специфіку українських ОСББ [1-4].

Мета статті полягає в розробці та програмній реалізації моделі управління ОСББ на основі сучасних веб-технологій для автоматизації адміністративних та фінансових процесів.

1. Функціональні вимоги та архітектура системи

Для ефективного управління ОСББ система повинна об'єднувати дві ключові підсистеми: адміністративний блок (реєстри власників, облік квартир (площа, частка власності), історія змін власників) та фінансовий блок

(управління тарифами (з підтримкою історії змін цін), автоматизоване нарахування щомісячних платежів, облік транзакцій та ведення сальдо).

Архітектура системи базується на трирівневій моделі (Client-Server-Database), де ключову роль відіграє клієнтська частина, реалізована як односторінковий додаток (SPA).

2. Обґрунтування вибору технології SPA та Blazor

Для реалізації клієнтської частини системи обрано підхід SPA (Single Page Application) на базі фреймворку Microsoft Blazor. Цей вибір зумовлений необхідністю створення високоінтерактивного інтерфейсу, який за зручністю не поступається десктопним програмам, але працює у браузері [5-9].

Розглянемо ключові переваги Blazor у розробленій системі. На відміну від класичних веб-додатків (MVC), де кожна дія викликає перезавантаження сторінки та запит до сервера, Blazor WebAssembly дозволяє виконувати C#-код безпосередньо у браузері користувача. Це критично важливо для складних інтерфейсів бухгалтерії ОСББ, наприклад: миттєвий попередній розрахунок підсумків у платіжних відомостях без звернення до сервера; валідація введених даних (площа, тарифи) в реальному часі, це значно знижує навантаження на сервер, оскільки він обробляє лише запити до бази даних (API calls), а не рендеринг сторінок. Використання C# як на сервері (ASP.NET Core API), так і на клієнті (Blazor) дозволяє використовувати спільні моделі даних (Shared Models). Це гарантує, що структура даних про «Квартиру» або «Транзакцію» є ідентичною на всіх рівнях системи, що унеможливує помилки серіалізації та неузгодженість типів даних. Інтерфейс побудовано з використанням бібліотеки компонентів MudBlazor, що реалізує принципи Material Design. Це забезпечило адаптивність системи: вона коректно відображається як на моніторах бухгалтерів, так і на смартфонах мешканців. Використання готових компонентів (DataGrid для реєстрів, Dialogs для редагування) пришвидшило розробку та забезпечило стандартизований вигляд усіх модулів.

3. Реалізація бази даних та бізнес-логіки

База даних спроектована за реляційною моделлю. Центральною сутністю є «Квартира», до якої прив'язані «Власники» (з урахуванням історичності — дати заїзду/виїзду) та «Фінансові операції». Модуль нарахувань реалізує алгоритм, що автоматично генерує транзакції для всіх активних особових рахунків на основі діючих на момент розрахунку тарифів. Завдяки SPA-архітектурі, адміністратор може ініціювати масове нарахування та спостерігати за процесом (Progress Bar) без записання інтерфейсу.

4. Результати впровадження

Розроблений прототип системи пройшов тестування на реальних даних. Завдяки використанню SPA, час відгуку інтерфейсу при переході між розділами (наприклад, від «Реєстру мешканців» до «Балансів») становить менше 0.5 секунди, оскільки сторінка не перезавантажується повністю, а лише підтягує необхідні JSON-дані. Це суттєво пришвидшує роботу адміністратора порівняно з традиційними веб-сайтами.

Особливу увагу приділено ергономіці інтерфейсу (рис. 1).

Адаптивна верстка забезпечує зручність користування системою незалежно від типу пристрою (ПК, планшет, смартфон). Для покращення взаємодії використовуються модальні вікна, що дозволяють додавати, редагувати та імпортувати дані без перезавантаження сторінки. Це робить роботу з системою більш динамічною та ефективною для кінцевого користувача.

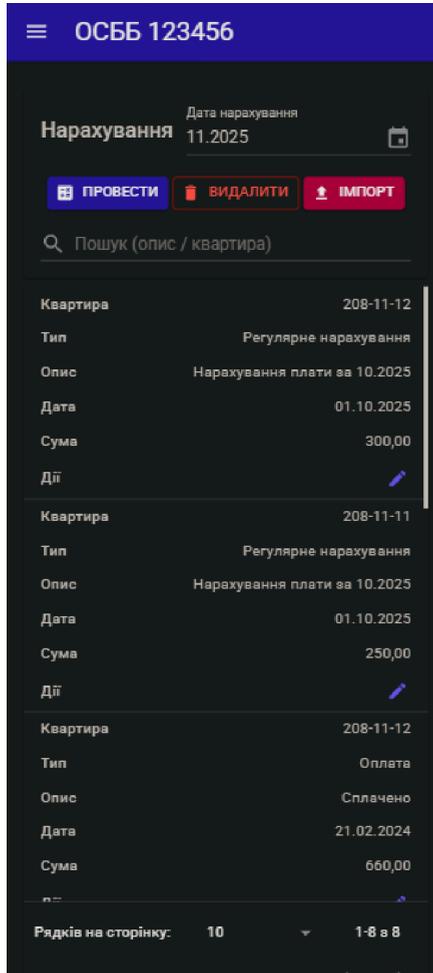


Рис. 1. Панель нарахувань на мобільному пристрої

Висновки. У роботі запропоновано та програмно реалізовано модель управління ОСББ. Використання технології Blazor дозволило створити швидкий, безпечний та масштабований інструмент. Наукова новизна рішення полягає в інтеграції різнорідних даних у єдину SPA-систему, що оптимізує обчислювальні ресурси та підвищує надійність обліку.

Список використаних джерел:

1. Терещенко Л. О., Сніжко О. С. Інформаційні технології в управлінні // Інвестиції: практика та досвід, 2011. №12. С. 28–31.
2. Тетерін О. А., Гунька Б. В., Процак К. В. Цифровізація в житлово-комунальному господарстві територіальних громад: переваги та перешкоди // Економіка та суспільство, 2024. Вип. 70. С. 804–810.
3. Від першої цеглинки до сталого розвитку ОСББ. Посібник із створення та розвитку ОСББ / Проєкт ЄС/ПРООН «Місцевий розвиток, орієнтований на громаду», фаза III. Київ, 2017. 55 с.
4. Створення та діяльність об'єднання співвласників багатоквартирного будинку: практичний посібник / Інститут місцевого розвитку. Київ : ДП «Видавничий дім “Козаки”», 2007. 288 с.
5. Створення та початок діяльності ОСББ. Посібник / Проєкт ЄС/ПРООН «HOUSES», Фонд енергоефективності. Київ, 2020. 77 с.
6. Microsoft Corporation. .NET Documentation : офіційна технічна документація. Режим доступу: <https://learn.microsoft.com/dotnet> (дата звернення: 02.07.2025).
7. Microsoft Corporation. ASP.NET Core Blazor : офіційний довідник з веб-фреймворку. Режим доступу: <https://learn.microsoft.com/aspnet/core/blazor/> (дата звернення: 02.07.2025).
8. Microsoft Corporation. Entity Framework Core Documentation : офіційна документація ORM фреймворку. Режим доступу: <https://learn.microsoft.com/ef/core/> (дата звернення: 02.07.2025).
9. MudBlazor Team. MudBlazor: Blazor Component Library : офіційна документація. Режим доступу: <https://mudblazor.com/> (дата звернення: 02.07.2025).

The article presents the implementation of an information system for OSBB based on the Blazor framework. The advantages of using Single Page Application (SPA) architecture for automating financial calculations are substantiated. The scientific novelty lies in improving the information support model by integrating registers and billing into a single system where part of the calculations is transferred to the client side.

Keywords: OSBB, SPA, Blazor, information system, client-side computing.

УДК 517.5

Уляна ГУДИМА, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Василь ГНАТЮК, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Назар ВОЙТАЛЮК, здобувач вищої освіти

**ІСНУВАННЯ ТА ЄДИНІСТЬ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ
ЗАДАЧІ ВІДШУКАННЯ ЧЕБИШОВСЬКОГО У РОЗУМІННІ ЗВАЖЕНИХ
ВІДСТАНЕЙ ЦЕНТРА КІЛЬКОХ ТОЧОК ЕВКЛІДОВОГО ПРОСТОРУ**

У роботі для задачі відшукування чебишовського у розумінні зважених відстаней центра кількох точок евклідового простору встановлено теорему існування і єдиності екстремального елемента для цієї задачі та наслідки з неї.

Ключові слова: чебишовський у розумінні зважених відстаней центр, евклідів простір, екстремальний елемент, теореми існування та єдиності.

Нехай $(Y, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ – евклідів простір, де Y – лінійний над полем дійсних чисел простір; а $\langle x, y \rangle$ – скалярний добуток елементів $x, y \in Y$, заданий на Y , $\|y\| = \sqrt{\langle y, y \rangle}$, $(Y, \|\cdot\|)$ – відповідний лінійний нормований простір. Зафіксуємо в Y точки d_1, \dots, d_m та множину V . Позначимо через c_1, \dots, c_m фіксовані додатні дійсні числа.

Поставимо задачу відшукування величини

$$\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) = \inf_{y \in V} \max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y - d_i\| = \inf_{y \in V} \max_{1 \leq i \leq m} c_i \sqrt{\langle y - d_i, y - d_i \rangle}, \quad (1)$$

яку будемо називати задачею відшукування у множині V чебишовського у розумінні зважених відстаней центра точок d_1, \dots, d_m евклідового простору $(Y, \langle \cdot, \cdot \rangle)$.

Якщо існує елемент $y^* \in V$, такий, що

$$\begin{aligned} \max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y^* - d_i\| &= \max_{1 \leq i \leq m} c_i \sqrt{\langle y^* - d_i, y^* - d_i \rangle} = \\ &= \inf_{y \in V} \max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y - d_i\| = \gamma_V^*(d_1, \dots, d_m), \end{aligned}$$

то його будемо називати чебишовським у розумінні зважених відстаней центром точок d_1, \dots, d_m відносно множини V евклідового простору $(Y, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ або екстремальним елементом для величини (1).

Екстремальний елемент для величини (1) – це точка множини V , найбільша із зважених з допомогою чисел c_i , $i = \overline{1, m}$, відстаней від якої до фіксованих точок d_1, \dots, d_m простору Y була б найменшою.

Актуальність задачі відшукування величини (1) та її екстремального елемента впливає, зокрема, з того, що результати її дослідження можна використати при вирішенні питання про оптимальне розміщення центру виробництва деякого товару тощо.

При дослідженні екстремальних задач виникають перш за все питання існування та єдиності їх екстремального елемента.

Теорема 1. Нехай в задачі відшукування величини (1) V є повною опуклою множиною в $(Y, \|\cdot\|)$. Тоді екстремальний елемент для цієї задачі існує і єдиний.

Доведення. З урахуванням характеристичних властивостей інфімуму отримаємо, що для $n \in N$ існує $y_n \in V$, таке, що

$$\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) \leq \max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y_n - d_i\| < \gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) + \frac{1}{n}. \quad (2)$$

Оскільки за умовою теореми V є опуклою множиною, то $\frac{y_p + y_n}{2} \in V$ для всіх $p, n \in N$.

Позначимо через $i_{(p,n)}$ індекс із множини $\{1, \dots, m\}$, для якого

$$\max_{1 \leq i \leq m} c_i \left\| \frac{y_p + y_n}{2} - d_i \right\| = c_{i_{(p,n)}} \left\| \frac{y_p + y_n}{2} - d_{i_{(p,n)}} \right\|. \quad (3)$$

Відомо, що в евклідовому просторі $(Y, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ справедлива рівність паралелограма:

$$\forall x, y \in Y : 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2 = \|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 \quad (4)$$

(див., наприклад, [1, с.190]).

Покладемо в рівності (4) $x = y_p - d_{i_{(p,n)}}$, $y = y_n - d_{i_{(p,n)}}$.

Тоді одержимо, що

$$2\|y_p - d_{i_{(p,n)}}\|^2 + 2\|y_n - d_{i_{(p,n)}}\|^2 = \|y_p + y_n - 2d_{i_{(p,n)}}\|^2 + \|y_p - y_n\|^2.$$

Звідки

$$\|y_p - y_n\|^2 = 2\|y_p - d_{i_{(p,n)}}\|^2 + 2\|y_n - d_{i_{(p,n)}}\|^2 - 4\left\| \frac{y_p + y_n}{2} - d_{i_{(p,n)}} \right\|^2,$$

$$\left(c_{i_{(p,n)}} \|y_p - y_n\| \right)^2 = 2\left(c_{i_{(p,n)}} \|y_p - d_{i_{(p,n)}}\| \right)^2 + 2\left(c_{i_{(p,n)}} \|y_n - d_{i_{(p,n)}}\| \right)^2 -$$

$$-4 \left(c_{i(p,n)} \left\| \frac{y_p + y_n}{2} - d_{i(p,n)} \right\| \right)^2$$

Тому (див. (2), (3))

$$\begin{aligned} & \left(c_{i(p,n)} \|y_p - y_n\| \right)^2 = 2 \left(c_{i(p,n)} \|y_p - d_{i(p,n)}\| \right)^2 + 2 \left(c_{i(p,n)} \|y_n - d_{i(p,n)}\| \right)^2 - \\ & -4 \left(\max_{1 \leq i \leq m} \left(c_i \left\| \frac{y_p + y_n}{2} - d_i \right\| \right) \right)^2 \leq 2 \left(c_{i(p,n)} \|y_p - d_{i(p,n)}\| \right)^2 + \\ & + 2 \left(c_{i(p,n)} \|y_n - d_{i(p,n)}\| \right)^2 - 4 \left(\inf_{y \in V} \max_{1 \leq i \leq m} (c_i \|y - d_i\|) \right)^2 \leq \\ & \leq 2 \left(\max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y_p - d_i\| \right)^2 + 2 \left(\max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y_n - d_i\| \right)^2 - 4 \left(\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) \right)^2 \leq \\ & \leq 2 \left(\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) + \frac{1}{p} \right)^2 + 2 \left(\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) + \frac{1}{n} \right)^2 - 4 \left(\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) \right)^2 = \\ & = 4 \gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{n} \right) + \frac{2}{p^2} + \frac{2}{n^2} \end{aligned}$$

Звідки для всіх $n, p \in N$

$$\left(\min_{1 \leq i \leq m} c_i^2 \right) \|y_p - y_n\|^2 \leq 4 \gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{n} \right) + \frac{2}{p^2} + \frac{2}{n^2}$$

Отже,

$$0 \leq \|y_p - y_n\| \leq \frac{1}{\sqrt{\min_{1 \leq i \leq m} c_i^2}} \sqrt{4 \gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{n} \right) + \frac{2}{p^2} + \frac{2}{n^2}}$$

Перейшовши в останній подвійний нерівності до границі при $p \rightarrow \infty$,

$$n \rightarrow \infty, \text{ одержимо, що } \lim_{\substack{p \rightarrow \infty, \\ n \rightarrow \infty}} \|y_p - y_n\| = 0$$

Звідси випливає, що послідовність $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ є фундаментальною послідовністю точок повної множини V простору $(Y, \|\cdot\|)$. Тому існує $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y^* \in V$. Легко переконатися, що функція $y \in Y \rightarrow \max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y - d_i\|$ є

неперервною на $(Y, \|\cdot\|)$. Оскільки $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y^* \in V$, то внаслідок цього $\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y_n - d_i\| = \max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y^* - d_i\|$. Перейшовши до границі в нерівностях (2)

при $n \rightarrow \infty$, з зазначеного вище одержимо, що

$$\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) = \max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y^* - d_i\|, \text{ причому } y^* \in V.$$

Це й означає, що y^* є екстремальним елементом для задачі відшукування величини (1). Існування екстремального елемента для величини (1) доведено.

Переконаємося, що y^* є єдиним екстремальним елементом для величини (1). Припустимо, що $\bar{y} \in V$ також є екстремальним елементом для величини (1). Легко переконатися, що екстремальним для задачі відшукування величини (1) буде

$$\text{елемент } \frac{y^* + \bar{y}}{2} \in V.$$

Позначимо через i_0 індекс із $\{1, \dots, m\}$, для якого

$$\max_{1 \leq i \leq m} c_i \left\| \frac{y^* + \bar{y}}{2} - d_i \right\| = c_{i_0} \left\| \frac{y^* + \bar{y}}{2} - d_{i_0} \right\| = \gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) \quad (5)$$

Покладемо у рівності (4) $x = y^* - d_{i_0}$, $y = \bar{y} - d_{i_0}$.

Тоді (див. (5)) отримаємо співвідношення

$$\begin{aligned} 2\|y^* - d_{i_0}\|^2 + 2\|\bar{y} - d_{i_0}\|^2 &= \|y^* + \bar{y} - 2d_{i_0}\|^2 + \|y^* - \bar{y}\|^2, \\ 0 \leq \|y^* - \bar{y}\|^2 &= 2\|y^* - d_{i_0}\|^2 + 2\|\bar{y} - d_{i_0}\|^2 - 4\left\| \frac{y^* + \bar{y}}{2} - d_{i_0} \right\|^2, \\ 0 \leq (c_{i_0} \|y^* - \bar{y}\|)^2 &= 2(c_{i_0} \|y^* - d_{i_0}\|)^2 + 2(c_{i_0} \|\bar{y} - d_{i_0}\|)^2 - \\ &- 4\left(c_{i_0} \left\| \frac{y^* + \bar{y}}{2} - d_{i_0} \right\| \right)^2 \leq 2\left(\max_{1 \leq i \leq m} c_i \|y^* - d_i\| \right)^2 + 2\left(\max_{1 \leq i \leq m} c_i \|\bar{y} - d_i\| \right)^2 - \\ &- 4\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m) = 2(\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m))^2 + 2(\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m))^2 - \end{aligned}$$

$$-4(\gamma_V^*(d_1, \dots, d_m))^2 = 0$$

Звідси випливає, що $\|y^* - \bar{y}\| = 0$. Отже, $y^* = \bar{y}$.

Тому задача відшукування величини (1) має єдиний екстремальний елемент. Теорему доведено.

Наслідок 1. Якщо в задачі відшукування величини (2.1) $(Y, \langle \mathbb{R} \rangle)$ є гільбертовим простором, а V є замкненою опуклою множиною лінійного нормованого простору $(Y, \|\cdot\|)$, то екстремальний елемент для величини (1) існує та єдиний.

Наслідок 2. Якщо в задачі відшукування величини (2.1) $(Y, \langle \mathbb{R} \rangle)$ є гільбертовим простором і $V = Y$, то екстремальний елемент для цієї задачі існує і єдиний.

Теорема 2. Якщо в задачі відшукування величини (1) V є локально компактною і замкненою множиною, то екстремальний елемент для цієї задачі існує.

Наслідок 3. Якщо в задачі відшукування величини (1) V є скінченновимірним підпростором простору Y , то екстремальний елемент для величини (1) існує і єдиний.

Наслідок 4. За умови, що в задачі відшукування величини (1) V є компактом простору $(Y, \|\cdot\|)$, екстремальний елемент для цієї задачі існує.

Наслідок 5. За умови, коли в задачі відшукування величини (1) V є опуклою локально компактною і замкненою множиною, екстремальний елемент для цієї задачі існує та єдиний.

Наслідок 6. За умови, коли в задачі відшукування величини (2.1) V є опуклим компактом простору $(Y, \|\cdot\|)$, екстремальний елемент для цієї задачі існує і єдиний.

Список використаних джерел:

1. Годич В.І., Гнатюк Ю.В. Лінійна алгебра: навчальний посібник. Кам'янець-Подільський: Медобори, 2013. 290с.

In this work, for the problem of finding the Chebyshev center in the sense of weighted distances for several points in Euclidean space, a theorem on the existence

and uniqueness of the extremal element is established, and its consequences are presented.

Keywords: the Chebyshev center in the sense of weighted distances, the Euclidean space, the extremal element, the existence and uniqueness theorems.

УДК 517.5

Василь ГНАТЮК, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Уляна ГУДИМА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Дмитро ПАНАСЮК, здобувач вищої освіти

СПІВВІДНОШЕННЯ ДВОЇСТОСТІ ТА УМОВИ ЕКСТРЕМАЛЬНОСТІ ДОПУСТИМОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗВАЖЕНОЇ ЗАДАЧІ ТИПУ ЗАДАЧІ ШТЕЙНЕРА В ЕВКЛІДОВОМУ ПРОСТОРІ

У роботі для зваженої задачі типу задачі Штейнера в евклідовому просторі встановлено співвідношення двоїстості, достатню умову та критерій екстремальності допустимого елемента.

Ключові слова: зважена задача типу задачі Штейнера, евклідов простір, гільбертів простір, екстремальний елемент, достатня умова, критерій екстремальності.

Нехай $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ – евклідов простір над полем дійсних чисел; $\langle u, v \rangle$ – скалярний добуток елементів u та v цього простору; $b_i \in V$, $i = \overline{1, m}$; $c_i \in \mathbb{R}$, $c_i > 0$, $i = \overline{1, m}$, $A \subset V$; $\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle}$, $u \in V$, – норма на V , породжена скалярним добутком $\langle \cdot, \cdot \rangle$, заданим на V ; $(V, \|\cdot\|)$ – відповідний лінійний нормований простір. Поставимо задачу відшукування величини

$$\alpha_A^*(b_1, \dots, b_m) = \inf_{u \in A} \sum_{i=1}^m c_i \|u - b_i\|^2 = \inf_{u \in A} \sum_{i=1}^m c_i \langle u - b_i, u - b_i \rangle \quad (1)$$

Задачу відшукування величини (1) назвемо зваженою задачею типу задачі Штейнера в евклідовому просторі.

Якщо існує елемент $u^* \in A$ такий, що

$$\alpha_A^*(b_1, \dots, b_m) = \inf_{u \in A} \sum_{i=1}^m c_i \|u - b_i\|^2 = \sum_{i=1}^m c_i \|u^* - b_i\|^2, \quad (2)$$

то його будемо називати екстремальним елементом для задачі відшукування величини (1).

Твердження 1. Нехай, як і вище, $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ – евклідов простір над полем дійсних чисел, $V^m = \{(u_1, \dots, u_m) : u_i \in V, i = \overline{1, m}\}$ – m -й декартовий степінь V ,

для $u = (u_1, \dots, u_m)$, $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_m) \in V^m$, $\alpha \in R$:

$$u + \vartheta = (u_1 + \vartheta_1, \dots, u_m + \vartheta_m), \quad \alpha \cdot u = (\alpha u_1, \dots, \alpha u_m);$$

$$\langle u, \vartheta \rangle_{V^m} = c_1 \langle u_1, \vartheta_1 \rangle + \dots + c_m \langle u_m, \vartheta_m \rangle, \quad c_i > 0, \quad i = \overline{1, m}.$$

Тоді V^m є лінійним над полем дійсних чисел простором, $\langle u, \vartheta \rangle_{V^m} = \sum_{i=1}^m c_i \langle u_i, \vartheta_i \rangle$ є скалярним добутком, заданим на V^m , і, отже

$$(V^m, \langle \cdot, \cdot \rangle_{V^m}) \text{ – евклідов простір; } \|u\|_{V^m} = \|(u_1, \dots, u_m)\|_{V^m} = \sqrt{\langle u, u \rangle_{V^m}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|u_i\|^2},$$

$u = (u_1, \dots, u_m) \in V^m$, є нормою, заданою на V^m ; $(V^m, \|\cdot\|_{V^m})$ є повним нормованим простором ($(V^m, \langle \cdot, \cdot \rangle_{V^m})$ є гільбертовим простором), якщо $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ є гільбертовим простором.

Теорема 1 (достатня умова екстремальності допустимого елемента для задачі відшукування величини (1)). Якщо в задачі відшукування величини (1) $u^* \in A$ і має місце рівність

$$\max_{u \in A} \left\langle \frac{\sum_{i=1}^m c_i b_i}{\sum_{i=1}^m c_i} - u^*, u \right\rangle = \left\langle \frac{\sum_{i=1}^m c_i b_i}{\sum_{i=1}^m c_i} - u^*, u^* \right\rangle, \quad (3)$$

то u^* є екстремальним елементом для величини (1).

Доведення. Нехай для $u^* \in A$ виконується рівність (3). З цієї рівності одержуємо, що

$$\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2 \leq \sum_{i=1}^m c_i \langle b_i - u^*, b_i - u \rangle, \quad u \in A. \quad (4)$$

Внаслідок (4) та нерівності Коші-Буняковського (див., наприклад, [1, с.188]), застосованої до скалярного добутку векторів $(b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*)$, $(b_1 - u, \dots, b_m - u)$ евклідового простору $(V^m, \langle \cdot, \cdot \rangle_{V^m})$, одержимо, що

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2 &\leq \left\langle (b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*), (b_1 - u, \dots, b_m - u) \right\rangle_{V^m} \leq \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u\|^2}, \quad u \in A. \end{aligned} \quad (5)$$

Якщо $\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2 > 0$, то з (5) отримаємо, що

$$\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2 \leq \sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u\|^2, \quad u \in A.$$

Це й означає, що u^* є екстремальним елементом для величини (1).

Якщо ж $\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2 = 0$, то очевидно, що в цьому випадку умова (3)

виконується і u^* є екстремальним елементом для величини (1).

Теорему доведено.

Теорема 2 (співвідношення двоїстості для задачі відшукування величини (1)).

Якщо в задачі відшукування величини (1) V є гільбертовим простором, а A є замкнутою опуклою множиною цього простору, то має місце таке співвідношення двоїстості:

$$\alpha_A^*(b_1, \dots, b_m) = \inf_{u \in A} \sum_{i=1}^m c_i \|u - b_i\|^2 = \left(\max_{\substack{v_i \in V, i=1, m, \\ \sum_{i=1}^m c_i \|v_i\|^2 \leq 1}} \left(\sum_{i=1}^m c_i \langle v_i, b_i \rangle - \sup_{u \in A} \left\langle \sum_{i=1}^m c_i v_i, u \right\rangle \right) \right)^2. \quad (6)$$

Теорема 3 (критерій екстремальності допустимого елемента для задачі відшукування величини (1)). Нехай в задачі відшукування величини (1) V є гільбертовим простором, а A є опуклою та замкнутою множиною простору $(V, \|\cdot\|)$. Для того щоб елемент $u^* \in A$ був екстремальним елементом для величини (1) в цьому випадку, необхідно і достатньо, щоб виконувалась рівність (3).

Доведення. Необхідність. Нехай $u^* \in A$ та u^* є екстремальним елементом для величини (1), тобто має місце рівність (2). Згідно з теоремою 2 існують

елементи $v_i^* \in V$, $i = \overline{1, m}$, такі, що $\sum_{i=1}^m c_i \|v_i^*\|^2 \leq 1$ та

$$\max_{\substack{v_i \in V, i=\overline{1, m}, \\ \sum_{i=1}^m c_i \|v_i\|^2 \leq 1}} \left(\sum_{i=1}^m c_i \langle v_i, b_i \rangle - \sup_{u \in A} \left\langle \sum_{i=1}^m c_i v_i, u \right\rangle \right) = \sum_{i=1}^m c_i \langle v_i^*, b_i \rangle - \sup_{u \in A} \left\langle \sum_{i=1}^m c_i v_i^*, u \right\rangle \geq 0 \quad (7)$$

$$\alpha_A^*(b_1, \dots, b_m) = \sum_{i=1}^m c_i \|u^* - b_i\|^2 = \left(\sum_{i=1}^m c_i \langle v_i^*, b_i \rangle - \sup_{u \in A} \left\langle \sum_{i=1}^m c_i v_i^*, u \right\rangle \right)^2 \quad (8)$$

З урахуванням (7), (8) та нерівності Коші-Буняковського отримаємо, що

$$\begin{aligned} \sqrt{\alpha_A^*(b_1, \dots, b_m)} &= \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|u^* - b_i\|^2} = \sum_{i=1}^m c_i \langle v_i^*, b_i \rangle - \sup_{u \in A} \left\langle \sum_{i=1}^m c_i v_i^*, u \right\rangle \leq \\ &\leq \sum_{i=1}^m c_i \langle v_i^*, b_i \rangle - \left\langle \sum_{i=1}^m c_i v_i^*, u^* \right\rangle = \sum_{i=1}^m c_i \langle v_i^*, b_i - u^* \rangle = \\ &= \left\langle (v_1^*, \dots, v_m^*), (b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*) \right\rangle_{V^m} \leq \left\| (v_1^*, \dots, v_m^*) \right\|_{V^m} \left\| (b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*) \right\|_{V^m} = \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|v_i^*\|^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2} \end{aligned} \quad (9)$$

Звідси випливає, що в (9) всюди замість знака « \leq » має місце знак рівності.

Тому

$$\left\langle (v_1^*, \dots, v_m^*), (b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*) \right\rangle_{V^m} = \left\| (v_1^*, \dots, v_m^*) \right\|_{V^m} \left\| (b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*) \right\|_{V^m} \quad (10)$$

$$\left\| (b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*) \right\|_{V^m} = \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2} = 0$$

Розглянемо випадок, коли

Звідси випливає, що $b_i = u^*$, $i = \overline{1, m}$. Тоді для всіх $u \in A$

$$\left\langle \frac{\sum_{i=1}^m c_i b_i}{\sum_{i=1}^m c_i} - u^*, u - u^* \right\rangle = \left\langle \frac{\sum_{i=1}^m c_i u^*}{\sum_{i=1}^m c_i} - u^*, u - u^* \right\rangle =$$

$$= \langle u^* - u^*, u - u^* \rangle = \langle 0, u - u^* \rangle = 0 \leq 0$$

Тому виконується рівність (9).

В цьому випадку необхідність доведено.

$$\left\| (b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*) \right\|_{V^m} = \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2} \neq 0$$

Припустимо тепер, що співвідношень (9) впливає, що тоді і

$$\max_{u \in A} \left\langle \sum_{i=1}^m c_i v_i^*, u \right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^m c_i v_i^*, u^* \right\rangle, \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^m c_i \|v_i^*\|^2 = 1 \quad (12)$$

Позначимо $v^* = (v_1^*, \dots, v_m^*)$, $b^* = (b_1 - u^*, \dots, b_m - u^*)$. З урахуванням цих позначень та рівності (10) матимемо, що

$$\langle v^*, b^* \rangle_{V^m} = \|v^*\|_{V^m} \|b^*\|_{V^m}, \text{ причому, } b^* \neq 0. \quad (13)$$

Тоді одержимо, що (див. (13))

$$\left\| v^* - \frac{\|v^*\|_{V^m}}{\|b^*\|_{V^m}} b^* \right\|_{V^m}^2 = 0$$

Звідси впливає, що (див. (12))

$$v^* = \frac{\|v^*\|_{V^m}}{\|b^*\|_{V^m}} b^* = \frac{1}{\|b^*\|_{V^m}} b^*.$$

Тому

$$v_i^* = \frac{b_i - u^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2}}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (14)$$

З урахуванням (14) рівність (11) набере вигляду:

$$\max_{u \in A} \left\langle \sum_{i=1}^m c_i \frac{b_i - u^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2}}, u \right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^m c_i \frac{b_i - u^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \|b_i - u^*\|^2}}, u^* \right\rangle$$

Звідки

$$\max_{u \in A} \left\langle \frac{\sum_{i=1}^m c_i b_i}{\sum_{i=1}^m c_i} - u^*, u \right\rangle = \left\langle \frac{\sum_{i=1}^m c_i b_i}{\sum_{i=1}^m c_i} - u^*, u^* \right\rangle$$

Отже, доведено, що і в цьому випадку мають місце рівність (3).

Необхідність доведено.

Справедливість достатності теореми випливає з теореми 1.

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Годич В.І., Гнатюк Ю.В. Лінійна алгебра: навчальний посібник. Кам'янець-Подільський: Медобори, 2013. 290с.

In the paper, for a weighted problem of the Steiner-type in Euclidean space, a duality relation, a sufficient condition, and a criterion of extremality for an admissible element are established.

Keywords: the weighted Steiner-type problem, the Euclidean space, the Hilbert space, the extremal element, the sufficient condition, the criterion of extremality.

УДК 519.8

Дмитро ЗБИРАНИК, здобувач вищої освіти

Віктор ЩИРБА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ОПТИМІЗАЦІЯ ПЕРЕДИСЛОКАЦІЇ НАСЕЛЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ЖАДІБНОГО ПІДХОДУ НА ДВОЧАСТКОВОМУ ГРАФІ

У статті розглядається актуальна задача швидкої та ефективної передислокації населення в умовах кризового менеджменту, що вимагає розробки етично нейтральних оптимізаційних моделей.

Проблема моделюється як класична задача транспортування на двочастинковому зваженому графі $G = (V1 \cup V2, E)$, де $V1$ — джерела (початкові локації з пропозицією S_i), а $V2$ — стоки (цільові локації з ємністю C_j). Ваги ребер представляють вартість, час або ризик передислокації.

З огляду на обмеженість часу в кризових ситуаціях, запропоновано застосування жадібного алгоритму як евристики для знаходження достатньо ефективного розв'язку.

Жадібний критерій полягає у виборі маршруту з мінімальною вартістю на кожному кроці та призначенням максимально можливого обсягу потоку. Підкреслено, що, незважаючи на високу швидкість (поліноміальну обчислювальну складність), жадібний підхід не гарантує глобального оптимуму, але забезпечує швидке і задовільне рішення, що є критичним для систем підтримки прийняття рішень в екстремальних умовах.

Ключові слова: передислокація населення, гуманітарна логістика, двочастинковий граф, жадібний алгоритм, задача транспортування, оптимізація.

Вступ. Сучасні глобальні виклики – від природних катастроф до воєнних конфліктів – висувають критичні вимоги до систем гуманітарної логістики та кризового менеджменту. Серед них задача передислокації населення є однією з найбільш складних і чутливих, вимагаючи не лише швидкості, але й справедливості розподілу ресурсів.

Традиційні підходи до евакуації, що можуть оперувати фіксованими пріоритетами для різних груп, часто вступають у протиріччя з фундаментальними гуманними принципами. Саме тому існує потреба у розробці етично нейтральних моделей, де фокус зміщується на оптимізацію процесу, а не на суб'єктивну пріоритизацію об'єктів.

Ця робота розглядає передислокацію як класичну логістичну задачу розподілу, що моделюється за допомогою двочасткового зваженого графа. Ми пропонуємо застосувати жадібний алгоритм як евристичний підхід для знаходження достатньо ефективного розв'язку в умовах гострого обмеження часу.

Метою дослідження є аналіз застосовності цього підходу для швидкого призначення населення з джерел до безпечних стоків, мінімізуючи при цьому загальні витрати, час або ризики.

Отримані результати стануть основою для систем підтримки прийняття рішень, здатних забезпечити швидке і справедливе переміщення великих груп людей.

Виклад основного матеріалу. Моделі передислокації (або призначення/розподілу) населення, особливо ті, що використовують двочастинковий граф та жадібний підхід, є варіаціями класичних задач розташування об'єктів (Facility Location) та транспортування (Transportation Problem).

Більш загальною є задача евакуації населення, але там дуже багато морально-етичних та психологічних нюансів. Задача евакуації має значні гуманні нюанси, які суперечать ідеї жадібного алгоритму з фіксованими пріоритетами, оскільки всі життя рівноцінні.

Перефокусування на задачу передислокації (або оптимального розподілу) в рамках логістичної задачі на двочастковому графі, де об'єкти не мають пріоритетів, відкидає ці нюанси. Це дозволить зберегти академічну строгість моделі, одночасно мінімізуючи етичні суперечності.

Моделі передислокації описуються чотирма основними групами параметрів: об'єкти, цілі, обмеження та цільова функція. В графовій моделі використовується двочастинковий граф $G = (V1 \cup V2, E)$.

Множина $V1$ (джерела) – це, початкові локації (райони, населені пункти), звідки населення переїжджає. Кожен вузол $i \in V1$ має пропозицію (S_i), що задає кількість населення, яке потрібно передислокувати.

Множина V_2 (стоки) – це цільові локації (нові райони, притулки, міста), куди населення переїжджає. Кожен вузол $j \in V_2$ також має числовий параметр (C_j), що задає максимальну кількість населення, яку може прийняти локація.

Множина ребер характеризує можливість (наявність маршруту) з i -того пункту до j -тий пункт локації.

Цих даних недостатньо для дослідження моделі. Потрібна вагова матриця, яка характеризує вартість передислокації однієї одиниці населення з i -того пункту до j -того. Це може бути фінансова вартість, відстань, час або показник ризику.

Виходячи з цього, можна зробити висновок, що графову модель краще задавати не через теоретико-множинне, а через вагове матричне подання. За її допомогою можна описати усі згадані вище множини. Різні варіанти перевезень можна подати через матрицю об'ємів перевезень.

Оптимізаційна умова задача може мати дуже багато варіацій. Найбільш жививаним є варіант, коли весь потік (населення) потрібно перемістити з мінімальною загальною вартістю. Бувають випадки, коли перемістити весь потік за певний проміжок часу не реально (не гуманно, але на війні без втрат не буває). Тоді оцінюють втрати. Можна оцінювати пріоритети локацій. Одним словом варіантів може бути дуже багато.

Модель повинна включати обмеження для відображення реальних умов. Наприклад, сумарний потік, що входить у цільову локацію j , не може перевищувати її ємність. Може бути варіант, коли використовується декілька транспортних засобів різної місткості і потрібно мінімізувати напівпорожні перевезення. :

Будемо вважати, що мета полягає в мінімізації цільової функції

$$Z = \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_2} \alpha_{ij} x_{ij},$$

де α_{ij} – вартість передислокації.

Жадібний підхід використовується як евристика для швидкого знаходження задовільного (хоча не завжди глобально оптимального) розв'язку. На кожному кроці алгоритм робить локально найкращий вибір, не озираючись на потенційні наслідки цього вибору у майбутньому. У даній задачі це може бути передислокація максимальної можливої кількості населення за найменшою доступною вартістю (тобто вздовж найдешевшого ребра, яке ще має вільну ємність та пропозицію).

Перевагою жадібного алгоритму виступають висока швидкість та простота реалізації. Жадібні алгоритми мають низьку обчислювальну складність (часто поліноміальну), що критично для великих графів або екстрених ситуацій. Разом з тим, він не гарантує глобального оптимуму. Локально найкраще рішення може призвести до ситуації, коли пізніше для інших, більших потоків залишаться лише дорогі маршрути.

Жадібні алгоритми часто застосовують для необмежених або наближених версій задач розташування об'єктів. Для вашої моделі це означає, що, обираючи

послідовно найвигідніші ребра e_{ij} , можна швидко отримати рішення, яке буде близьким до оптимального.

Специфіка жадібного критерію для задачі оптимізації передислокації населення на двочастинковому графі полягає у виборі локально найбільш "вигідного" або "ефективного" маршруту на кожному кроці, щоб мінімізувати загальні витрати.

Оскільки цільова функція цієї задачі — це зазвичай мінімізація загальної вартості передислокації (транспортні витрати, час у дорозі тощо), то найпростіший і найпоширеніший жадібний критерій полягає у виборі ребра з найменшою вагою.

Алгоритм спочатку відсортовує всі можливі ребра за їхньою вартістю у порядку зростання. Після цього відбувається покроковий вибір: ітеративно обирається наступне, ще не використане ребро, яке має найменшу вартість серед усіх доступних.

Призначення алгоритму передислокувати максимально можливий обсяг населення по цьому ребру, який дозволяють обмеження ємності цільової локації та пропозиції початкової локації.

На кожному кроці ми робимо найбільш економне призначення, що є локально оптимальним.

Цей критерій може призвести до ситуації, коли найдешевше ребро "споживає" всю ємність цільової локації, яка була б оптимальною для іншого, більшого потоку. Як наслідок, загальна вартість може виявитися вищою, ніж при глобальній оптимізації.

Таким чином, застосування жадібних алгоритмів доцільно використовувати для оптимізаційних задач у кризовому менеджменті.

Специфіка жадібного критерію полягає у його простоті та фокусі на негайній вигоді (найменша вартість), що забезпечує швидкий результат, але вимагає подальшого аналізу для оцінки того, наскільки він близький до глобально оптимального рішення.

Список використаних джерел:

1. Безугла Л.С., Юрченко Н.І., Ільченко Т.В. та ін. Логістика: навчальний посібник. Дніпро: Пороги, 2021. 252 с.
2. Козаченко Д.М., Вернигора Р.В., Малашкін В.В. Основи дослідження операцій у транспортних системах: приклади та задачі: навчальний посібник для ВНЗ. Дніпропетровськ, 2015. 277 с.
3. Крамаренко І.С., Надточій І.І., Маркова Є.Ю. Транспортна логістика: навчальний посібник. Миколаїв : Іліон, 2024. 240 с.

The article addresses the pressing issue of rapid and effective population relocation in the context of crisis management, which necessitates the development of ethically neutral optimization models.

The problem is modeled as a classic Transportation Problem on a weighted bipartite graph $G = (V1 \cup V2, E)$, where $V1$ – represents the sources (initial locations

with supply S_j) and V_2 –represents the sinks (target locations with capacity C_j). The edge weights denote the cost, time, or risk associated with the relocation.

Given the time constraints in crisis situations, the application of a greedy algorithm is proposed as a heuristic for finding a sufficiently effective solution. The greedy criterion involves selecting the route with the minimum cost at each step and assigning the maximum possible flow volume. It is emphasized that, despite its high speed (polynomial computational complexity), the greedy approach does not guarantee a global optimum but provides a fast and satisfactory solution, which is critical for decision-support systems in extreme conditions.

Keywords: population relocation, humanitarian logistics, bipartite graph, greedy algorithm, transportation problem, optimization.

УДК 004.9:372.853

Артем ЗВІНКО, здобувач вищої освіти

Тетяна ПОВЕДА, кандидат педагогічних наук, доцент

ІННОВАЦІЙНІ АСПЕКТИ ЗАСОБІВ ТА МЕТОДІВ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ З ФІЗИКИ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ

У статті розкрито інноваційні аспекти активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів у процесі вивчення фізики, зокрема через поєднання компетентнісного, діяльнісного, STEM-орієнтованого та цифрового підходів. Показано можливості використання віртуальних лабораторій, фізичних симуляторів, елементів гри та ментальних карт для підвищення мотивації, розвитку дослідницької компетентності та критичного мислення здобувачів освіти. Проаналізовано сучасні наукові дослідження українських вчених, окреслено модель інноваційного дидактичного середовища з фізики та визначено перспективи його розвитку.

Ключові слова: активізація навчання фізики, STEM-освіта, гейміфікація, віртуальні лабораторії, ментальні карти, цифровізація освіти.

Сучасна українська школа перебуває в умовах глибокої трансформації змісту та технологій навчання, що особливо відчутно в курсі фізики як базової компоненти природничо-математичної освіти. Академік О. Ляшенко підкреслює, що шкільний курс фізики в умовах реалізації STEM-освіти має забезпечувати не лише засвоєння теоретичного матеріалу, а й формування здатності до дослідницької, проєктної та інженерно-технологічної діяльності, що пов'язує фізичні знання з реальними життєвими й професійними ситуаціями [3; 4]. Паралельно відбувається цифрова трансформація освітніх середовищ, яка змінює структуру та динаміку навчально-пізнавальної діяльності учнів. Більшість науковців, зокрема з інституту цифровізації О. Овчарук, О. Пінчук, І. Іванюк, визначають цифрову трансформацію освітніх середовищ як системний процес оновлення засобів і форм навчання на основі хмарних сервісів, електронних

освітніх ресурсів, відкритих платформ і сервісів аналітики навчальних даних [5]. У цих умовах традиційні репродуктивні методи вивчення фізики стають недостатніми для підтримки стійкого пізнавального інтересу, формування дослідницької компетентності та навичок XXI століття.

Мета публікації – проаналізувати інноваційні аспекти засобів і методів активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроках фізики (передусім у старшій школі) та окреслити модель їх інтегрованого використання в умовах цифровізованого освітнього середовища.

Компетентнісний підхід задає рамку, у межах якої будь-яка інновація в навчанні фізики оцінюється через її внесок у формування ключових і предметних компетентностей: уміння вчитися, критично мислити, працювати з інформацією, здійснювати елементарну інженерну діяльність. У роботах О. Ляшенка та його співавторів наголошується, що фізика в структурі STEM-освіти виконує функцію методологічної основи природничих знань і засобу формування в учнів цілісної наукової картини світу.

Діяльнісний підхід конкретизує вимогу активізувати навчання як перенесення акценту з викладення готового знання на організацію різних видів діяльності учня: експериментальної, дослідницької, проектної, ігрової, комунікативної. У цьому контексті інноваційні засоби – від віртуальних лабораторій до ментальних карт і цифрових ігор – виступають не самоціллю, а інструментом перебудови структури навчально-пізнавальної діяльності.

Віртуальні лабораторії та інтерактивні симулятори (PhET, OpenStax, Walter Fendt тощо) розглядаються в сучасній літературі як один з найефективніших засобів активізації пізнавальної діяльності при вивченні фізики. Портал «Квантовий Лев» пропонує українськомовні сценарії до віртуальних лабораторних робіт з використанням симуляцій PhET, що адаптовані до шкільних програм і містять інструкції, завдання й відеопояснення для учнів 7–11 класів [2; 7; 8]. Інноваційний аспект полягає в наступному:

- здобувачі освіти отримують можливість багаторазового та безпечного повторення експериментів, зокрема таких, що важко реалізувати в шкільному кабінеті;
- за рахунок інтерактивності підсилюється роль самостійного планування й аналізу досліду (зміна параметрів, побудова графіків, перевірка гіпотез);
- цифрові лабораторії добре інтегруються в змішане чи дистанційне навчання, дозволяючи переносити експериментальну діяльність за межі класу.

З позицій активізації навчання віртуальний експеримент працює як своєрідний вхід в дослідницьку діяльність, коли учень не лише виконує інструкцію, а й варіює умови, пояснює відмінності результатів та робить узагальнення.

Дослідниці активізації діяльності учнів засобами ігрових технологій В. Бузько та Н. Єчкало зазначають, що гейміфікація в навчанні фізики (зокрема, застосування вікторин на платформі Kahoot!) істотно підвищує пізнавальний інтерес і мотивацію учнів, а також дозволяє ефективно вирішувати ряд

практичних завдань – від актуалізації опорних знань до формувального оцінювання. Здобувачі освіти можуть відповідати на створені викладачем вікторини (тести) з планшетів, ноутбуків, смартфонів, тобто з будь-якого пристрою, що має доступ до Інтернету. Створені в Kahoot! завдання дозволяють включити в них фото та відеофрагменти. Темп виконання вікторин (тестів) регулюється шляхом введення часової межі для кожного питання [1]. Зазначимо, що у багатьох українських дослідженнях гейміфікація розглядається як перспективний, але методично непростий інструмент, який потребує чіткого врахування вікових особливостей учнів, балансу між розвагою й навчальною цінністю та етичних аспектів ігрової мотивації. Для курсу фізики гейміфікація проявляється, зокрема, у використанні онлайн-квестів, веб-квестів і змагань для закріплення тем; рейтингових системах за виконання дослідницьких або проєктних завдань; створенні сюжетних подорожей з фізичним світом з використанням інтерактивних платформ (наприклад, ThingLink, інтерактивні карти й панорами). Інноваційність цих підходів полягає в поєднанні емоційно насиченої, ігрової форми з чітко структурованими навчальними.

Ментальні карти належать до достатньо актуальних інструментів візуальної організації знань. М. Каленик усвоїй роботі обґрунтовує дидактичний потенціал ментальних карт для структурування змісту, виявлення ключових понять та їхніх взаємозв'язків, а також для розвитку в учнів умінь аналізу, узагальнення та самостійного конструювання знань. Ментальні карти в курсі фізики можуть використовуватися як опора при вивченні складних тем (наприклад, з електродинаміки, чи термодинаміки) і як засіб узагальнення розділу або теми, як інструмент планування проєктів та експериментів. Важливо, що в сучасних цифрових середовищах (онлайн-сервіси для mind maps) ментальні карти перестають бути суто паперовою технологією й перетворюються на багатокористувацький інструмент спільного конструювання знань [6].

На основі аналізу наукових джерел та педагогічного досвіду вчителів пропонуємо розглядати інноваційні аспекти активізації навчально-пізнавальної діяльності з фізики як цілісну модель, що включає декілька взаємопов'язаних компонентів:

1. Змістовий компонент. Оновлення змісту курсу фізики з урахуванням вимог STEM-освіти, орієнтація на компетентнісні результати та включення задач від реальних проблем до фізичних моделей (новітня концепція компетентнісно-орієнтованих завдань, розроблена Ляшенком та колегами).

2. Діяльнісний компонент. Систематичне впровадження навчального експерименту (реального й віртуального), дослідницьких та проєктних завдань, групової роботи, елементів ігрової та змагальної діяльності.

3. Цифровий компонент. Використання віртуальних лабораторій, симуляторів, онлайн-ових платформ для гейміфікації й формувального оцінювання, цифрових ментальних карт, хмарних сервісів для навчальних проєктів; інтеграція цих ресурсів у єдине освітнє середовище закладу освіти.

4. Рефлексивно-оцінювальний компонент. Використання цифрових інструментів для самооцінювання, взаємооцінювання, портфолію досягнень

учнів, аналізу навчальних даних, що дозволяє коригувати траєкторії навчання й підтримувати суб'єкту позицію учня.

Таке середовище не зводиться до набору окремих цікавих прийомів, а розглядається як системна інновація, у якій кожен засіб – гра, симулятор, ментальна карта, онлайн-квест, працює на спільну мету, яка полягає у розвитку дослідницької компетентності, критичного мислення й здатності застосовувати фізичні знання у реальних ситуаціях.

Висновки. Активізація навчально-пізнавальної діяльності з фізики в сучасній українській школі є неможливою без інтеграції компетентнісного, діяльнісного, STEM-орієнтованого та цифрового підходів; інноваційні засоби прискорюють перехід від пасивного сприймання інформації до активної дослідницької й проєктної діяльності учнів. Сучасні дослідження демонструють значний потенціал віртуальних лабораторій, проєктних завдань, ментальних карт та інтерактивних тестів для підвищення мотивації та ефективності навчання фізики. Розвиток інноваційного дидактичного середовища з фізики потребує не лише технічного забезпечення, а й цілеспрямованої підготовки вчителя до проєктування цифрових навчальних сценаріїв, критичного добору ресурсів та організації рефлексивної діяльності учнів.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на розроблення моделей інтеграції різних інноваційних засобів, а також на емпіричну перевірку їхнього впливу на формування предметних і ключових компетентностей здобувачів освіти.

Список використаних джерел:

1. Бузько В. Л., Єчкало Ю. В. Гейміфікація як засіб формування пізнавального інтересу у навчанні фізики. Новітні комп'ютерні технології, т. XV, 2017. С. 171-175.
2. Зінчук О. Віртуальна лабораторія Фізика 24/7. Віртуальна лабораторія. Розділи «Молекулярна фізика» та «Термодинаміка» – віртуальні експерименти, демонстрації, задачі [Електронний ресурс]. 2019. 2025. [Електронний ресурс] URL: https://physics24.free.nf/htmls/theme14.html?utm_source=chatgpt.com
3. Ляшенко О. І. Шкільний курс фізики в умовах реалізації STEM-освіти. Київ, 2024. [Електронний ресурс] URL: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/744499/1/Liashenko_Anot-2024.pdf
4. Ляшенко О. І. формування змісту шкільної природничої освіти: проблеми сьогодення і виклики на майбутнє // Збірник тез доповідей III Міжнародної науково-практичної конференції «Підготовка майбутніх учителів фізики, хімії, біології та природничих наук в контексті вимог Нової української школи», 26-27 травня 2022 року. [Електронний ресурс]. URL: http://dSPACE.tnpu.edu.ua/bitstream/123456789/25662/1/1_Lyashenko.pdf
5. О. В. Овчарук, О. С. Товканець, О. П. Пінчук, І. В. Іванюк, О. О. Гриценчук, і С. В. Трикоз. Організаційно-педагогічні умови використання інформаційно-цифрового середовища закладу загальної середньої освіти.

Інформаційні технології і засоби навчання. Том 95, № 3. 2023. с. 41–57.
URL: <https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/5186>

6. Kalenyuk M. Didactic fundamentals of using mind maps in the process of teaching physics at school. Актуальні питання природничо-математичної освіти, 2023, № 21, с. 149–158.
7. Портал «Квантовий Лев» & PhET Interactive Simulations Віртуальні лабораторні роботи з фізики для закладів загальної середньої освіти. 2021–2025. [Електронний ресурс]. URL: <https://vlabs.kvantlylion.com/>
8. PhET Interactive Simulations. Physics (States of Matter, Gas Properties, Build a Molecule, Molecule Shapes, Atomic Interactions). University of Colorado Boulder, 2008–2025. [Електронний ресурс]. <https://phet.colorado.edu/be/simulations/build-a-molecule>

The paper highlights innovative aspects of enhancing students' learning activity in physics through the combination of competence-based, activity-based, STEM-oriented and digital approaches. It presents the potential of gamification, virtual laboratories, physics simulations and mind maps for increasing motivation, developing research competence and critical thinking. Recent Ukrainian research is analysed, an innovative didactic environment for physics education is outlined and key prospects for its further development are defined.

Keywords: *physics learning activation, STEM education, gamification, virtual laboratories, mind maps, digital transformation of education.*

УДК 53.7

Ростислав ЗІНЬКЕВИЧ, здобувач вищої освіти
Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

ІНТЕГРОВАНІЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ «ВПЛИВ АЕРОЗОЛІВ НА ОСВІТЛЕНІСТЬ ПОВЕРХОНЬ»

В статті розглядається методичний підхід до постановки інтегрованих лабораторних робіт характерних для STEM освіти.

Ключові слова: *інтегрований експеримент, міжпредметні зв'язки, STEM освіта, дослідження, розвиток критичного мислення*

Інтегрований навчальний експеримент — це форма навчальної діяльності, у якій здобувачі освіти виконують дослід чи спостереження, що поєднує знання та методи з кількох різних предметних галузей (наприклад, фізики, хімії, біології, географії, астрономії). Його мета — показати взаємозв'язок наук, сформувати цілісне бачення явищ і розвивати практичні навички дослідження. Інтегрований експеримент відрізняється від традиційного тим, що він не обмежується рамками одного предмета. Наприклад, дослідження пилу в атмосфері може одночасно включати фізичні вимірювання (освітленість, температуру), хімічний аналіз складу частинок, біологічне обговорення їхнього впливу на рослини, географічне

картографування джерел забруднення та астрономічний аспект сонячної інсоляції. Таким чином, інтеграція забезпечує міжпредметний підхід, який відповідає сучасним освітнім тенденціям, зокрема STEM-освіті.

Основні риси інтегрованого навчального експерименту: поєднання кількох освітніх галузей у єдиному дослідженні; практична спрямованість та проєктний характер; розвиток критичного мислення й умінь бачити систему взаємозв'язків; формування компетентностей, що виходять за межі одного предмета. Інтегрований навчальний експеримент це практичний інструмент реалізації інтегрованого навчання, який дозволяє учням побачити, що природничі науки не існують ізольовано, а взаємодіють у реальному світі.

Продемонструємо постановку інтегрованого навчального експерименту «Вплив аерозолів на освітленість поверхонь».

Мета експерименту: дослідити, як інтенсивність сонячного випромінювання та місцеві географічні умови впливають на кількість і склад пилу в повітрі. З'ясувати: як освітленість і нагрівання поверхні впливають на підйом/осідання частинок (фізика); які типи частинок (наприклад, магнітні, органічні, мінеральні) трапляються у різних точках (хімія); який потенційний вплив пилу на листя рослин чи дихальні системи живих організмів (оглядово, без експозицій) (біологія); як рельєф, забудова та напрямок вітру змінюють розподіл аерозолів(географія); як висота Сонця й тривалість інсоляції пов'язані з добовими коливаннями концентрації пилу(астрономія).

Прилади та матеріали. Колектори пилу: картонні картки (A6 – A5), двостороння клейка стрічка або вазелін; маркер, стікери з кодами, лінійка, компас або смартфон для визначення азимута, недорогий люксметр або фотометричний датчик для вимірювання освітленості; термометр (безконтактний інфрачервоний термометр); чутливі ваги для оцінки маси пилу (опційно); невеликий неодимовий магніт для тесту на феромагнітні частинки; блокнот або таблиця для часу, місця, хмарності, вітру; рукавички, маска-респіратор при роботі з запиленими поверхнями.

Постановка дослідження. Вибір точок спостереження: відкрита сонячна ділянка: двір/парк, мінімальна тінь; тіньова ділянка: під деревами або біля будівлі, біля дороги: але на безпечній відстані. Висота/низина: пагорб / улоговина для ефекту рельєфу. розмістити по 2 – 3 колектори на кожній локації, орієнтуючи один на південь, інший на північ, щоб врахувати астрономічну геометрію Сонця.

Параметри контролю. Незалежні змінні: тип локації, освітленість, час доби, напрямок вітру. Залежні змінні: кількість і тип частинок на колекторах (площа покриття, маса, магнітність). Контроль: однаковий розмір карток, однакова тривалість експозиції, однакова висота встановлення (наприклад, 1,5 м від землі).

Перебіг роботи

Підпишіть писати кожну картку кодом (локація-орієнтація-час початку)

Нанесіть на картку рівномірно тонкий шар вазеліну (липкий шар) (Не торкатися робочої поверхні!).

Закріпіть картки на стійких опорах (паркан, штатив) на висоті 1,5 м.

Зорієнтуйте картку за компасом/смартфоном (виставити азимут (наприклад, 180° для півдня).

Зафіксуйте умови спостереження впродовж дня (ранок, полудень, надвечір або через кожні 60 – 90 хв: час, температуру, освітленість (хмарність), силу та напрямок вітру).

Зробити фото кожної картки при однаковому освітленні для подальшого аналізу.

Накласти прозору сітку (наприклад, 10×10) та підрахувати комірки з покриттям пилом у відсотках.

Відзначити наявність притягання (ферромагнітні частинки).

Описати частинки за зовнішнім виглядом (чорні — кіптява, блискучі — металеві, світлі — мінеральні/грунтові).

Визначити масу картки до та після експерименту (різниця — оцінка маси пилу)

Порівняти затемнення колектора у різних точках за допомогою люксметра.

Дані спостережень занести у таблицю:

Локація (тип місця, координати/опис.)	Орієнтація: азимут	Час інтервалу: початок / кінець	Освітленість: значення або шкала 1–5	Вітер: напрямок і сила (слабкий/середній/сильний)	Пил, % покриття: за сіткою	Магнітність: так/ні.	Тип видимих частинок.

Побудуйте графіки: % покриття карток від часу доби; порівняння між локаціями. На карті: позначити точки локацій та додати стрілки напряму вітру. Фотоколаж: порівняльні фото карток.

Міжпредметні зв'язки. Фізика: термічні потоки: нагрів Сонцем посилює конвекцію, змінює розподіл пилу; осідання: більші частинки осідають швидше (гравітація, опір повітря). Хімія: походження частинок: кіптява (вуглець), мінеральний пил (силікати), металеві мікрочастинки (з гальм/шин); адсорбція на липкій поверхні: міжмолекулярні сили та в'язкість. Біологія: вплив на рослини: забруднення може закривати продиhi листків, зменшуючи фотосинтез; оглядово обговорити механізм; здоров'я людини: дрібні частинки здатні проникати глибоко в дихальні шляхи; розглянути загальні принципи без персональних порад. Географія: рельєф і забудова: улоговини акумулюють забруднення; вулиці-«каньйони» спрямовують потоки повітря; джерела: дороги, будмайданчики, промзони — просторові патерни на карті. Астрономія: висота Сонця: змінює інсоляцію й температурні градієнти; добові цикли впливають на конвекцію; сонячна активність: обговорити роль ультрафіолету в фотохімічних процесах смогу (теоретично, без реакцій у класі).

Висновки. Порівняння локацій: очікуйте більше пилу біля транспортних потоків і в тінювих «застійних» зонах. Добова динаміка: у години високої інсоляції можливе тимчасове зменшення осідання через посилення конвекції, а

вечері — збільшення. Типи частинок: магнітні фракції вказують на техногенні джерела; світлі мінеральні — на ґрунтовий пил.

Запитання для обговорення. Джерела похибок: чи вплинула різна шорсткість липкого шару або його старіння? Моделі пояснення: які фізичні процеси краще описують різницю між ранком та вечором? Екологічні наслідки: які дії громади можуть зменшити пил у конкретних «гарячих точках»? Астрономічний чинник: як сезонна зміна висоти Сонця може змінити результати по місяцях?

Список використаних джерел:

1. Інтегроване навчання: досвід упровадження (Інститут педагогіки НАПН України) URL: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/714524/1/%D0%91%D1%96%D0%B1%D1%96%D0%BA_%D1%82%D0%B5%D0%B7%D0%B8_2018.pdf (дата звернення: 28.10.2025).
2. Методичні рекомендації щодо викладання інтегрованих курсів у школах (МОН України) URL: [https://mon.gov.ua/news/opublikovano-metodychni-rekomendatsii-shchodo-vykladannya-navchalnykh-predmetiv-intehrovanykh-kursiv-u-shkolakh](https://mon.gov.ua/news/opublikovano-metodychni-rekomendatsii-shchodo-vykladannya-integrovanih-kursiv-u-shkolakh) (дата звернення: 11.11.2025).
3. Модельна навчальна програма STEM для 5–9 класів (МОН України). URL: https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni_programy/2024/Model.navch.prohr.5-9.klas-2024/10.09.2024/stem-5-9-kl-levchenko-ta-in-10-09-2024.pdf (дата звернення: 25.09.2025).
4. Розбираємо інтегроване навчання “на атоми” на сайті «Нова українська школа» URL: <https://nus.org.ua/2024/07/10/rozbyrayemo-integrovane-navchannya-na-atomya-zom-z-innoyu-dominoyu-abo-chomu-integratsiya-tse-ne-strashno/> (дата звернення: 03.10.2025).

The article discusses a methodological approach to setting up integrated laboratory work characteristic of STEM education.

Keywords: *integrated experiment, interdisciplinary connections, STEM education, research, critical thinking development*

УДК 37.016:004.72

Поліна ІВАНОВИЧ, здобувач вищої освіти

Тетяна ПОВЕДА, кандидат педагогічних наук, доцент

ІНТЕРАКТИВНІ ЦИФРОВІ РЕСУРСИ У НАВЧАННІ ПРИРОДНИЧИХ НАУК

У статті проаналізовано функціональні можливості інтерактивних цифрових ресурсів і онлайн-платформ, придатних для підготовки та проведення занять з природничих наук (фізики, астрономії та інтегрованих курсів).

Показано, що використання таких інструментів у навчальному процесі сприяє підвищенню пізнавальної активності здобувачів освіти, підтримує їхню самостійну та самоосвітню діяльність, а також забезпечує формування цифрових і предметних компетентностей через візуалізацію, моделювання та інтерактивну взаємодію з навчальним матеріалом.

Ключові слова: цифрові ресурси, інтерактивні ресурси, освітні сайти, вебексперименти, інтерактивний симуляції, інтерактивні карти.

Впровадження цифрових технологій в освітній процес є важливим кроком до підвищення якості навчання та його відповідності сучасним вимогам. Цифрові інструменти розширюють можливості вчителя, роблять подання матеріалу більш наочним і різноманітним, а також допомагають організувати навчання з урахуванням різного темпу й потреб здобувачів освіти. Використання інтерактивних онлайн-технологій сприяє розвитку цифрової та предметної компетентностей здобувачів освіти, стимулює пізнавальну та творчу активність, формує навички пошуку, аналізу та систематизації інформації.

Використання цифрових технологій дає можливість вчителю зменшити витрачений час на виконання буденних завдань, робить зручнішим опрацювання великої кількості матеріалу, дозволяє швидко оцінювати знання здобувачів освіти, отримувати та опрацьовувати результати. Завдяки застосуванню цифрових інструментів для підготовки та проведення уроків, зокрема і фізики, вчитель може значно швидше підбирати, змінювати та створювати уроки, розробляти додаткові завдання, необхідні наочні матеріали, готові відео- та аудіо матеріали. Цифрові освітні ресурси дозволяють зробити процес навчання гнучкішим, дають можливість учням звертатися до матеріалів у зручний час і в будь-якому місці [5; 6].

Вартими уваги є інтерактивні онлайн-сайти, використання яких дозволяє не лише отримувати вже готову інформацію, а взаємодіяти та змінювати параметри, щоб отримати результат. Як досить цікавий інтерактивний онлайн-ресурс можна відмітити збірку пізнавальних вебекспериментів та візуалізацій *Neal.fun*, які подаються у гумористичній та ігровій формі [3]. До прикладу, даний сайт має інтерактивний освітній інструмент *Space Elevator*, який дозволяє вивчати різні шари атмосфери Землі від поверхні і до лінії Кармана. Також дана візуалізація дозволяє ознайомлюватись з атмосферними особливостями та явищами, які в них відбувались і відбуваються за допомогою інформаційних повідомлень які відображаються при взаємодії з інструментами наочності.

Іншою навчальною візуалізацією у даній онлайн-збірці є *The Size of Space*, яка дозволяє ознайомлюватись з відносними розмірами різних тіл: від астронавта і до усього видимого Всесвіту [3].

Також для порівняння розмірів різних об'єктів у Всесвіті можна скористатись іншим інтерактивним цифровим ресурсом — *The Scale of the Universe 2*. На цьому сайті користувачі можуть порівнювати відносні розміри тіл та фізичних значень від довжини Планка, розмірів деяких живих істот та певних рукотворних речей і до розмірів галактик та інших космічних об'єктів. До

кожного об'єкта також подається коротка інформаційна картка з основним описом.

Інтерактивні цифрові ресурси можуть бути широко застосовані на уроках астрономії, зокрема, через використання онлайн-карт неба та інших комп'ютерних візуалізацій. Так, однією з найбільш зручних інтерактивних цифрових карт зоряного неба є *Stellarium Web*, яка дозволяє переглядати небо у реальному часі, проводити пошук, відслідковувати протягом певного часу у минулому та прогнозувати в майбутньому положення різних об'єктів космосу (Сонця і Місяця, планет, малих тіл Сонячної системи, штучних супутників та об'єктів глибокого космосу). Також даний цифровий ресурс дозволяє відображати лінії сузір'їв, їх назви та ілюстративні зображення. Більше можливостей та функцій доступні у версії додатка *Stellarium Mobile* [4].

Ще одним прикладом інтерактивної онлайн-карти зоряного неба є *World Wide Telescope*. Дана карта має ширші функції, ніж згаданий вище *Stellarium Web*. Зокрема, цифровий ресурс надає можливість використовувати інструмент «Експерсії», що демонструє послідовності кадрів, зображень, підписів і пояснень різних об'єктів зоряної карти [1]. Також дана онлайн-карта надає можливість переглядати панорами поверхонь тіл Сонячної системи, які були зроблені автоматичними міжпланетними станціями.

Великий вибір інтерактивних навчальних візуалізацій можна знайти на сайті *NASA* [2]. Наприклад, доволі пізнавальною та інформативною є 3D-симуляція *Eyes on the Solar System* (Погляд на Сонячну систему), яка дозволяє інтерактивно досліджувати простір Сонячної системи за допомогою 3D-моделей Сонця, планет та їх супутників, певних малих тіл Сонячної системи та, навіть, найбільш визначні космічні місії. Дані моделі супроводжуються коротким повідомленням найважливішої інформації про них.

Наступною інтерактивною візуалізацією від *NASA* є *Eyes on the Earth* (Погляд на Землю), яке дозволяє за допомогою 3D-моделі Землі та карт, що відображають різні важливі для людства показники (реальне зображення, опади, температура, хімічні та біологічні показники), відстежувати основні зміни, що відбуваються з нашою планетою як в реальному часі, так і протягом певного періоду. Зауважимо, що даний інтерактивний ресурс має бібліотеку фотографій кліматичних подій, які відбулись у минулому.

Ще одним цікавим інтерактивним онлайн-ресурсом є одна з найдокладніших та найбільш детальних карт Марса — *Global CTX Mosaic of Mars*, створена фахівцями з Лабораторії візуалізації планет. Даний сайт дозволяє аналізувати природні ландшафти поверхні Марсу: кратери, долини, русла древніх річок, вулканічні утворення. Цікаво, що інструмент *Global CTX Mosaic of Mars* надає можливість відслідковувати пройдені маршрути руху роботизованих роверів-марсоходів. Онлайн-карта була створена із більше 100 000 фотографій, зроблених вбудованою камерою автоматичної міжпланетної станції *Mars Reconnaissance Orbiter*, яка працює на орбіті планети з 2006 році на висоті від 250 до 316 кілометрів над поверхнею.

Ще одним досить цікавим для використання, зокрема на уроках астрономії, цифровим онлайн-ресурсом є *SpaceWeatherLive.com*. завдяки даному сайту можна в реальному часі досліджувати сонячну активність (групи сонячних плям, корональні діри, корональні викиди мас, сонячні спалахи), а також наявну на даний момент авроральну активність (рівень сонячного вітру, приблизне розташування місця можливого проявлення північного саява).

Для унаочнення зв'язку між різними природничими дисциплінами, доцільно застосовувати інтегровані уроки. Досить вдалим є поєднання уроків фізики з астрономією, географією, біологією, хімією, математикою, іноземними мовами. Зокрема, використання інтерактивних погодних карт є потужним інструментом для поєднання знань із різних предметів, візуалізації складних процесів та активізації пізнавальної діяльності здобувачів освіти. Важливо, що робота з ними дозволяє досліджувати дані в реальному часі, що робить навчання максимально практичним і захоплюючим для учнів.

До прикладу, онлайн-сайти *Zoom Earth* і *Earth.nullschool.net* є інтерактивними картами, які надають можливість відслідковувати та досліджувати поверхню Землі за допомогою знімків із супутників та проводити аналіз різних параметрів атмосфери: тиску, температури, вологості, напрямку та швидкості вітрів, опадів. *Earth.nullschool.net*, окрім вище згаданих параметрів, дозволяє візуалізувати глобальні океанографічні дані (течії, температуру води), демонструвати наявність різних хімічних та органічних частинок у атмосфері, а також розміщення полярних саяв.

Використання цифрових інтерактивних сайтів на уроках є додатковим потужним інструментом, який робить навчання наочнішим, захопливим та ефективним, покращуючи розуміння та запам'ятовування матеріалу, сприяє формуванню і розвитку критичного та візуального мислення здобувачів освіти. Використання вчителем інтерактивних методів та ігрової діяльності робить навчання цікавішим, урізноманітнює форми подання інформації та стимулює учнів до активної участі у обговоренні матеріалу. Доцільність та дієвість використання інтерактивних освітніх ресурсів у навчанні залежить від правильного їх співвідношення, обґрунтованості підбору форм і методів роботи. Дані ресурси є ефективними, коли використовуються не лише заради факту їхнього використання, а як засіб для поглиблення знань, розвитку навичок і підвищення мотивації здобувачів освіти.

Список використаних джерел:

1. About WorldWide Telescope. URL: <https://worldwidetelescope.org/about/> (дата звернення: 28.10.2025 р.)
2. NASA's Eyes. URL: <https://science.nasa.gov/eyes/> (дата звернення: 10.10.2025 р.)
3. Neal.fun. URL: <https://neal.fun/> (дата звернення: 14.10.25 р.)
4. Stellarium Web. URL: <https://stellarium-labs.com/stellarium-web/> (дата звернення: 22.10.2025 р.)

5. Цифрова трансформація освіти і науки. URL: <https://mon.gov.ua/tag/tsifrova-transformatsiya-osviti-i-nauki?&tag=tsifrova-transformatsiya-osviti-i-nauki> (дата звернення: 10.10.2025 р.)

6. ПОВЕДА Тетяна, ПОВЕДА Руслан Формування цифрової компетентності майбутнього вчителя фізики в умовах цифровізації освітнього процесу // *Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. № 30 (2024): Проблеми сучасних науково-освітніх трансформацій у підготовці фахівців природничо-математичного профілю.* 138-145. <http://ped-series.kpnu.edu.ua/index> (дата звернення: 10.10.2025 р.)

The article considers the functional features of digital interactive online resources that can be used to prepare and conduct physics and astronomy lessons, as well as in integrated classes with the aim of increasing the level of cognitive activity of students, their self-educational activities, ensuring the effectiveness of the educational process and the formation of digital and subject competencies students.

Keywords: digital resources, interactive resources, educational sites, web experiments, interactive simulations, interactive maps.

УДК 519.8

Андрій КЛИМ, здобувач вищої освіти

Віктор ЩИРБА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

МЕТОД ПОВНОГО ПЕРЕБОРУ ТА МУРАШИНИЙ АЛГОРИТМ В ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА

Актуальність дослідження визначається функціональною універсальністю задачі комівояжера (TSP) як базової NP-складної моделі для широкого спектра сучасних оптимізаційних завдань, включаючи логістику, електронну комерцію та планування траєкторій у робототехніці. TSP слугує полігоном для тестування масштабованих метаевристичних алгоритмів, які знаходять високоякісні субоптимальні рішення для великих розмірів задач.

Метою статті є проведення порівняльного аналізу ефективності та масштабованості точного методу повного перебору та метаевристичного мурашиного алгоритму (ACO).

У роботі розглянуто математичну постановку TSP та її узагальнення (VRP, маршрутизація з часовими вікнами), надано детальну характеристику методу повного перебору та описано імовірнісний характер ключових компонентів ACO. Встановлено, що ACO є кращим інструментом для практичного застосування, оскільки його здатність швидко знаходити високоякісне субоптимальне рішення є економічно вигіднішою. Для підвищення надійності рекомендовано багаторазове застосування ACO.

Ключові слова: *задача комівояжера (TSP), мурашиний алгоритм (ACO), метод повного перебору, метаевристичні алгоритми, комбінаторна оптимізація, масштабованість, імовірнісний підхід.*

Вступ. Хоча задача комівояжера (TSP) є класичною NP-складною проблемою комбінаторної оптимізації, є очевидним, що її актуальність у сучасному науковому та прикладному середовищі постійно зростає. Це зумовлено функціональною універсальністю TSP як базової моделі для складніших оптимізаційних завдань, а також розвитком обчислювальних технологій.

Актуальність підкріплюється трьома ключовими факторами. Зокрема, в силу стрімкого розвитку логістики та електронної комерції ефективне вирішення TSP є критичним для мінімізації операційних витрат на "останню милю", оптимізації маршрутів кур'єрських служб та суттєвого скорочення часу доставки. Також широке використання автоматизації та робототехніка у сферах складської логістики, промисловості та автономного транспорту (безпілотні автомобілі, дрони, роботи на складах) TSP потребує планування ефективних, безколізійних траєкторій руху. Задача TSP вийшла за межі традиційної логістики і використовується в неочевидних областях, включаючи біоінформатику (секвенування ДНК), виробництво (планування послідовності операцій на верстатах із ЧПК) та проєктування мікросхем.

TSP слугує ідеальним полігоном для тестування новітніх евристичних та метаевристичних алгоритмів (зокрема, Мурашиного алгоритму), оскільки головний фокус змістився з пошуку ідеального рішення (що є неможливим для великих розмірів задачі) на розробку масштабованих методів, здатних швидко знаходити високоякісні субоптимальні рішення, достатні для практичного застосування. Таким чином, TSP є постійним двигуном інновацій у сферах алгоритмістики та оптимізації.

Мета і завдання статті полягають у проведенні порівняльного аналізу точного методу (повний перебір) та одного з найефективніших метаевристичних алгоритмів (мурашиний алгоритм, ACO) для оцінки їхньої ефективності та масштабованості.

Виклад основного матеріалу. Задача комівояжера (Traveling Salesperson Problem, TSP) математично в класичному варіанті формулюється як пошук найкоротшого Гамільтонового циклу у зваженому графі. Мета полягає у знаходженні маршруту, що починається і закінчується в одному місті (вершина), проходить через кожне інше місто рівно один раз, і при цьому має мінімальну сумарну вагу (відстань, час або вартість) ребер. TSP належить до класу NP-складних задач, що означає, що час, необхідний для знаходження точного рішення, зростає експоненційно зі збільшенням кількості міст.

Класична задача комівояжера слугує базовим шаблоном для ряду складніших логістичних задач.

Узагальненням класичної задачі комівояжера (TSP) є задача маршрутизації групи транспортних засобів (VRP), де маршрутизацію виконує не один комівояжер, а цілий парк транспортних засобів з урахуванням обмежень місткості, часових вікон доставки та декількох складів (депо). VRP є основною моделлю для сучасних логістичних компаній.

Своєрідною є маршрутизація з часовими вікнами. Додаткове ускладнення в задачі вимагає, щоб доставка відбувалася у строго визначений часовий інтервал, що додає жорсткі часові обмеження.

В задачі китайського поштаря, на відміну від TSP, потрібно відвідати кожне місто, і вимагається проходження кожного ребра (дороги) графа при мінімальній сумарній відстані.

Задача розподілу та призначення є подібною задачею оптимізації. Вона шукає найкраще парування елементів двох множин (наприклад, призначення завдань виконавцям) з мінімізацією загальної вартості, але без вимоги циклічного проходження.

Таким чином, ефективне рішення TSP (особливо за допомогою метаевристик) дає основи для моделювання та вирішення значно складніших, багатовимірних реальних логістичних проблем.

Класичні підходи до розв'язання задач маршрутизації транспортних засобів включають точні методи, евристики та метаевристичні алгоритми. Евристичні та метаевристичні підходи дозволяють отримувати досить якісні результати для великих наборів даних, однак вони не гарантують глобальної оптимальності. Саме тому точні методи залишаються актуальними, зокрема під час розв'язання задач, що вимагають строго оптимального рішення.

Метод повного перебору є найпростішим і найбільш прямолінійним підходом для розв'язання обчислювальних задач. Його принцип полягає у систематичній перевірці усіх можливих рішень (кандидатів) для знаходження того, яке відповідає умові задачі або є оптимальним.

Принцип роботи полягає в створенні або переборі всіх можливих комбінацій, перестановок чи послідовностей, які потенційно можуть бути розв'язками. Кожна згенерована комбінація перевіряється на відповідність умовам задачі.

З усіх допустимих рішень обирається те, яке максимізує або мінімізує цільову функцію (тобто, оптимальне).

У контексті задачі комівояжера, метод повного перебору працює наступним чином. Спочатку відбувається генерація маршрутів: Генеруються всі можливі перестановки міст (тобто, всі можливі замкнені маршрути). Для n міст кількість унікальних маршрутів дорівнює $(n-1)! / 2$ (з урахуванням того, що початок/кінець не мають значення, а напрямок руху не враховується).

Для кожного маршруту обчислюється його сумарна довжина (вартість). Шляхом послідовного порівняння обирається маршрут із найменшою загальною довжиною.

Головна і незаперечна перевага — метод гарантує знаходження абсолютно точного (глобально оптимального) рішення, оскільки жоден варіант не залишається неперевіраним. Крім того алгоритмічно метод є дуже простим і не вимагає складних математичних конструкцій чи евристик.

Разом з тим, алгоритм має недоліки та обчислювальну складність. Головним недоліком методу є його надмірна обчислювальна складність і немасштабованість для великих задач. Через експоненційне зростання часу обчислення, метод повного перебору є практично непридатним для вирішення великих реальних задач (де кількість міст перевищує 20-30). Для таких задач застосовують наближені методи (евристики).

Метод повного перебору використовується лише для навчальних цілей, для верифікації результатів швидших алгоритмів на малих тестових прикладах та для задач з дуже малими розмірами вхідних даних.

Мурашиний алгоритм (АСО) — це метаевристичний метод, заснований на колективному інтелекті, розроблений Марко Доріго у 1990-х роках. Він імітує поведінку реальних мурах, які знаходять найкоротший шлях до джерела їжі, використовуючи феромонні сліди.

Мурахи (віртуальні агенти) самостійно досліджують простір рішень (граф міст), залишаючи на пройдених шляхах феромонний слід. Маршрути, якими часто проходять мурахи, отримують більше феромону і стають привабливішими для наступних мурах, що поступово спрямовує колонію до оптимального або субоптимального рішення.

Імовірнісний характер алгоритму є фундаментальною особливістю АСО, що відрізняє його від детермінованих алгоритмів (наприклад, повного перебору). Ця стохастичність дозволяє алгоритму ефективно досліджувати простір рішень і уникати застрягання у локальних оптимумах.

Головний імовірнісний механізм АСО — це правило переходу, яке мураха використовує для вибору наступного міста (вершини) на своєму маршруті. Мураха, перебуваючи в місті i , вибирає наступне місто j не детерміновано (не завжди найкращий варіант), а з певною ймовірністю P_{ij} .

Ймовірність переходу P_{ij} залежить від двох основних факторів: кількості феромону та евристичної привабливості. Кількість феромону — це колективна пам'ять колонії. Чим більше феромону на ребрі, тим вища ймовірність його вибору. Евристична привабливість — це локальна інформація (наприклад, обернена відстань між містами). Коротші відстані мають вищу привабливість.

Ця імовірнісна суміш феромону та евристики дає мурасі шанс вибрати як найбільш очевидний (евристично короткий) шлях, так і більш досліджений (феромонно насичений) шлях. Це забезпечує баланс між експлуатацією відомих хороших рішень та дослідженням нових, потенційно кращих шляхів.

Оскільки вибір не є повністю детермінованим, мураха має невелику, але ненульову ймовірність вибрати менш привабливе ребро (з меншою кількістю феромону). Це дозволяє мурахам звернути з відомого шляху, досліджуючи нові ділянки графа. Без цього імовірнісного "шуму" алгоритм швидко б збігся до першого-ліпшого локального оптимуму.

Імовірнісний вибір дозволяє колонії адаптуватися, коли кращий маршрут змінюється (наприклад, у динамічних задачах).

Оновлення феромону, хоча і є детермінованим процесом (формула), працює як імовірнісний механізм зміцнення, що веде до конвергенції: Має місце позитивний зворотний зв'язок. Маршрути, що виявилися найкоротшими (найкращими), отримують пропорційно більше феромону. Це збільшує ймовірність того, що наступні мурахи виберуть ці ж самі ребра. З часом, завдяки ітераційному підсиленню, ймовірність вибору оптимальних ребер зростає, доки майже всі мурахи не почнуть обирати один і той самий шлях (конвергенція до оптимального рішення).

Таким чином, імовірнісний вибір дозволяє мурахам знаходити якісні маршрути, а імовірнісний зворотний зв'язок (через феромон) забезпечує накопичення знань і покращення рішення з кожною ітерацією. Експерименти розпочнемо з вагової матриці розмірності 5×5 , збільшуючи кожного разу розмірність на 2.

Експерименти з порівняння роботи алгоритмів розпочинали з вагової матриці розмірності 5×5 , збільшуючи кожного разу розмірність на 2. При розрахунках для вагової матриці розміром 11×11 були виявлені перші розбіжності. Стали помітними затримки в роботі методу всеможливих напрямків, а мурашиний алгоритм видав не оптимальний розв'язок. Із зростанням розмірності ці недоліки наростали. При розмірності 15×15 перший метод працював більше 24 годин, а мурашиний алгоритм показав оптимальний варіант лише один раз при 10 спробах.

Отже, АСО є кращим інструментом для практичного застосування, оскільки його здатність швидко знаходити високоякісне субоптимальне рішення є економічно вигіднішою, ніж очікування абсолютно точного рішення, яке може тривати дні або місяці, а для знаходження розв'язку більш наближеного до оптимального краще застосувати його декілька раз.

Список використаних джерел:

1. Андрейцев А.Ю., Вяля Ю.Е., Гейлик А.В., Ляшко О.В. Узагальнення задачі комівояжера та аналіз ефективності методів її розв'язання. Прикладні питання математичного моделювання Т. 4, № 1, 2021, С. 16-22.
2. Бартіш М. Я. Дослідження операцій. Ч. 2. Алгоритми оптимізації на графах, 2007. 168 с.

The relevance of the study is determined by the functional universality of the traveling salesperson problem (TSP) as a fundamental NP-hard model for a wide range of modern optimization tasks, including logistics, e-commerce, and trajectory planning in robotics. TSP serves as a testbed for developing scalable metaheuristic algorithms that find high-quality sub-optimal solutions for large problem instances.

The aim of the article is to conduct a comparative analysis of the efficiency and scalability of the exact brute-force method and the ant colony optimization (ACO) metaheuristic. The paper reviews the mathematical formulation of TSP and its

generalizations (VRP, vehicle routing with time windows), provides a detailed description of the brute-force method, and outlines the probabilistic nature of the key ACO components. It is established that ACO is a superior tool for practical application, as its ability to quickly find a high-quality sub-optimal solution is more economically viable. Repeated application of ACO is recommended to enhance solution reliability.

Keywords: *traveling salesperson problem (TSP), ant colony optimization (ACO), brute-force method, metaheuristic algorithms, combinatorial optimization, scalability, probabilistic approach.*

УДК 519.85

Дмитро КОЛЕСНИК, Дмитро ДЕМЧЕНКО, здобувачі вищої освіти
Віктор ЩИРБА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ПРИКЛАДНІ ДИНАМІЧНІ ЗАДАЧІ В МОДЕЛЯХ ОРГРАФІВ

У статті досліджується проблема моделювання та розв'язання прикладних динамічних задач, де стан, властивості та взаємозв'язки елементів системи змінюються у часі. Обґрунтовано, що час є домінуючим фактором, який унеможливує використання статичних методів оптимізації. В якості основного математичного апарату запропоновано орієнтовані графи (орграфу), які ефективно моделюють послідовність станів системи та спрямовані переходи між ними.

Проведено формалізацію динамічної задачі як пошуку оптимального маршруту в антициклічному орграфі. Особливу увагу приділено концепції багатопараметричних зв'язків, які можуть бути представлені набором матриць суміжності, та принципу оптимальності Беллмана. Розглянуто алгоритмічні основи методу динамічного програмування (ДП), який є ключовим для розв'язання багатокрокових дискретних задач, зокрема, задач про рюкзак, заміни обладнання та оптимального розподілу ресурсів.

Ключові слова: *комп'ютерні моделі, динамічні задачі, орієнтовані графи, багатопараметричні зв'язки.*

Вступ. Актуальність дослідження прикладних динамічних задач зумовлена необхідністю ефективного управління складними системами, чий стан, властивості та взаємозв'язки елементів постійно змінюються у часі. На відміну від статичних задач, де параметри фіксовані, у динамічних моделях час є домінуючим та визначальним фактором еволюції системи, вимагаючи пошуку оптимальної послідовності керуючих рішень [2].

У сучасному світі, що швидко змінюється, динамічні задачі виникають у критично важливих сферах: від логістики та транспорту (де затори змінюють вагу дуг у режимі реального часу [3]) до планування проектів та аналізу мережевих систем (де необхідне швидке реагування на зміну топології або ресурсів [1]).

Проблема полягає в тому, що стандартні методи оптимізації, розроблені для статичних умов, не можуть ефективно обробляти безперервні або дискретні зміни параметрів, структури та взаємозв'язків системи. Це вимагає розробки спеціалізованого математичного апарату.

Метою цієї статті є огляд, аналіз та формалізація підходів до моделювання та розв'язання прикладних динамічних задач, використовуючи апарат орієнтованих графів. Особлива увага приділяється принципам застосування динамічного програмування та адаптивних алгоритмів для пошуку оптимальних траєкторій.

Виклад основного матеріалу. Динамічна задача (або динамічна система) в контексті прикладного аналізу — це сукупність взаємопов'язаних елементів (об'єктів), чії властивості, взаємозв'язки або стани змінюються протягом певного проміжку часу. Під змінами потрібно розуміти зміни характеристик, станів системи, її властивостей. На відміну від статичних задач, де час є лише фіксованою константою, у динамічних моделях час є домінуючим та визначальним фактором еволюції системи. Тут важливо розглядати послідовність процесів, станів.

Динаміку можна розглядати як зміна властивостей окремих елементів системи або як зміна структури взаємозв'язків, зміна топології самої системи. Прикладом зміни стану елементів (зміни властивостей окремих елементів системи) може слугувати зміна завантаженості сервера, рівня води у резервуарі чи чисельності популяції. Кожен стан системи описується набором характеристик у момент часу. Зміна топології в графівій моделі задачі зазвичай полягає у вилученні існуючого чи приєднанні нового ребра графа.

Для дослідження та управління такими системами формують траєкторію станів (або процес станів) системи s_0, s_1, \dots, s_n , в якій описують зміни властивостей динамічних процесів системи, починаючи з початкового, стартового стану s_0 , і завершуючи кінцевим, фінішним станом s_n .

Варто зазначити, кінцевих (фінішних) станів може бути декілька. Важливо, що динамічна задача може мати множину потенційних кінцевих (фінішних) станів. Наприклад, залежно від того, яке рішення вибере водій куди повертати автомобілем, за один і той же відведений проміжок часу можна потрапити в різні місця, фінішні точки. Вибір конкретного фінального стану визначається прийнятими рішеннями.

Кожен зі станів системи характеризується деяким набором значень певних зазначених властивостей системи v_1, v_2, \dots, v_k .

Отже, динамічна система, зазвичай, може бути багатопараметричною, а кількість станів залежить від кількості вузлів (фіксованих точок) на часовому інтервалі.

При моделюванні динамічної системи ключовими характеристиками виступають властивості зв'язків між складовими елементами системи. Моделювати такі задачі доцільно за допомогою графів. Орієнтовані графи (орграфи) природно слугують математичною моделлю для динамічних задач, оскільки вони дозволяють моделювати елементи системи як вершини графа,

спрямовані взаємозв'язки та послідовність процесів як дуги, динаміку як зміну ваг дуг (наприклад, часу проходження, пропускної здатності) або зміну самої топології графа.

В більшості прикладних задач зв'язки є багатопараметричними. Наприклад, на схемах електропостачання вказується максимальна напруга по цій чи іншій вітці та довжина лінії тощо. Те саме, можна сказати про мережу газопостачання. В таких випадках кожному ребру присвоюється не один, а декілька параметрів і модель може супроводжуватися декількома таблицями (матрицями).

Для справжніх динамічних задач, де час є домінуючим та визначальним фактором, потрібно явно ввести часову залежність у графічну модель.

Багатопараметричні зв'язки (газові магістралі, забруднення) є ідеальною можливістю для демонстрації матричного представлення в орграфіях. Багатопараметричний граф може бути представлений не лише однією матрицею суміжності, а набором матриць де кожна матриця відповідає за окремий параметр (собівартість, об'єм, пропускна здатність) і всі вони можуть бути динамічними.

Кожен стан s_j тісно пов'язаний із сукупністю керувань $\{u_j^k\}$, які забезпечують динамічний перехід системи з стану s_j у наступний стан s_k . Наступність (орієнтованість), тобто неможливість системи повернутися в минулий час, забезпечується за допомогою нерівності $k > j$.

Зрозуміло, що реалізація будь-якого управління u_j^k надає можливість одержання деякого прибутку або, навпаки, пов'язане із витратами, тобто воно має певне цінове значення. Шукана послідовність керувань називається оптимальним керуванням.

В задачі пошуку оптимального керування динамічною системою потрібно вибрати таку послідовність керувань, яка з стартового стану s_0 переводить систему у фінішний стан s_n та при цьому загальна сума значень цільової функції була б екстремальною (мінімальною чи максимальною відповідно). Шукану послідовність керувань називають оптимальним керуванням, яке переводить динамічну систему зі стартового стану у фінішний.

Задача відшукування оптимуму рівносильна задачі пошуку в антициклічному орієнтованому графі шляху, що з'єднує вершину s_0 з кінцевою вершиною s_n та має максимальну або мінімальну сумарну вагу. Цей маршрут і називають оптимальним маршрутом.

Поняття стану динамічної системи відіграє велику роль в алгоритмізації динамічного програмування та може мати досить широку інтерпретацію.

Ідея методу динамічного програмування відносно багатокрокових дискретних задач прийняття рішення з адитивною цільовою функцією заключається в покроковій оптимізації (найкраще рішення приймається на кожному кроці). Прийняття оптимального рішення на кожному кроці алгоритму, за виключенням останнього, відбувається з врахуванням усіх можливих результатів на наступних кроках.

Висновки. Динамічна система характеризується послідовністю змін її основних властивостей. Методом дискретизації через певні часові проміжки виділяють скінчену впорядковану послідовність станів системи і моделюють систему скінченим антициклічним орієнтованим ваговим графом з фіксованою стартовою вершиною і непорожньою множиною кінцевих вершин. Їх може бути декілька.

Вагова матриця є основою розгляду оптимізаційних задач. Оптимальний маршрут вибирають зворотнім методом слідування: від фінішних вершин до стартових.

Типовими прикладними динамічними задачами є задачі заміни обладнання, оптимального розподілу інвестицій, задача завантаження автомобіля і інші, де необхідно відшукати керування для оптимального переходу від стартового стану системи у фінішний

Список використаних джерел:

1. Бартіш М. Я. Дослідження операцій. Ч. 2. Алгоритми оптимізації на графах, 2007. 168 с.
2. Данчук В. Д., Сватко В. В. Оптимізації пошуку шляхів по графу в динамічній задачі комівояжера методом модифікованого мурашиного алгоритму: Наукова стаття. Системні дослідження та інформаційні технології, 2012. № 2. С. 78–86.
3. Козаченко Д.М., Вернигора Р.В., Малашкін В.В. Основи дослідження операцій у транспортних системах: приклади та задачі: навчальний посібник для ВНЗ. Дніпропетровськ, 2015. 277 с.

The article investigates the problem of modeling and solving applied dynamic problems where the state, properties, and interconnections of system elements change over time. It is substantiated that time is the dominant factor, precluding the effective use of static optimization methods. Directed graphs (digraphs) are proposed as the main mathematical apparatus, as they effectively model the sequence of system states and the directed transitions between them.

The dynamic problem is formalized as the search for an optimal path in an acyclic digraph. Particular attention is paid to the concept of multi-parameter connections, which can be represented by a set of adjacency matrices, and to Bellman's principle of optimality. The algorithmic foundations of the Dynamic Programming (DP) method are considered, which is key to solving multi-stage discrete problems, specifically the knapsack problem, equipment replacement problems, and optimal resource allocation.

Keywords: Computer Models, Dynamic Problems, Directed Graphs, Multi-parameter Connections.

ІНТЕРАКТИВНИЙ ДОДАТОК GEOGEBRA OPTICS

В статті розглядається інтерактивний додаток для моделювання геометричної і хвильової оптики GeoGebra Optics. Додаток дозволяє моделювати відбиття, заломлення, утворення зображень у дзеркалах і лінзах, дисперсію в призмах (понад 80 експериментів). Ідеальний для візуалізації законів оптики та шкільних експериментів у реальному часі.

Ключові слова: GeoGebra Optics, моделювання оптичних явищ, аплети, методика демонстрацій, фізика

GeoGebra Optics це інтерактивний додаток для моделювання оптичних явищ, створений на базі інструментів GeoGebra Натаніелем Кунінграмом (Nathaniel Cunningham). Додаток дозволяє моделювати поширення світла (промені, хвилі), взаємодію з оптичними елементами, такими як дзеркала, лінзи, призми та середовища. Java-аплети ідеально підходять для шкільної фізики, щоб візуалізувати закони оптики без реального обладнання. Користувач може переміщувати об'єкти, змінювати параметри (кути, фокусні відстані, індекси заломлення) і спостерігати ефекти в реальному часі.

Додаток дозволяє використовувати інструменти для відслідковування ходу променів (ray tracing), моделювання хвиль та базових оптичних елементів: джерел світла, оптичних поверхонь, екранів, тощо. Кожен з експериментів базується на виборі елементів керування — просто перетягуйте елементи мишкою.

Розглянемо типові експерименти, які можна провести у GeoGebra Optics.

1. Відбиття світла від площини та сферичного дзеркала (закон відбивання світла)

Мета: дослідити, що кут падіння дорівнює куту відбивання ($\alpha = \beta$)

Методика демонстрації:

Додайте джерело світла (light source) і направте промінь на плоске рухоме дзеркало.

Переміщуйте дзеркало або змінійте кут падіння за допомогою слайдера.

Спостерігайте траєкторію відбитого променя — автоматично відображається нормаль і кутові мітки.

Для сферичного дзеркала: оберіть (concave/convex) опцію, встановіть фокусну відстань (f) і перевірте утворення образу (реального або уявного).

Промінь відбивається симетрично. У дзеркалі фокусна точка збирає промені, що демонструє принцип телескопа.

Ці досліди підтверджують перший закону оптики (закон відбивання світла). Також можна провести дослідження з вимірюванням кутів.

2. Заломлення світла на межі двох середовищ (закон Снеліуса, закон заломлення світла)

Мета: вивчити залежність кута заломлення від показника заломлення

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma$$

Розділіть екран на два середовища (наприклад, повітря $n=1$ і скло $n=1.5$) за допомогою інструменту "medium".

Направте промінь з одного середовища в інше, змінюючи кут падіння.

Використовуйте слайдери для n_1 та n_2 , щоб симулювати воду ($n=1.33$) чи алмаз ($n=2.42$).

Додайте "total internal reflection" режим, щоб побачити критичний кут.

Промінь "згинається" при переході; при великих кутах відбувається повне внутрішнє відбиття (як у оптоволокні) (рис. 1)

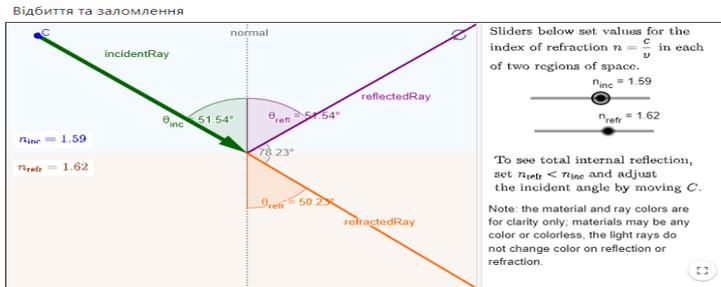


Рис. 1 . Моделювання закону заломлення світла

Експеримент дозволяє здійснити розрахунок критичного кута; ілюструє, чому риба в акваріумі виглядає ближче.

3. Утворення зображення в тонкій лінзі (формула тонкої лінзи)

Дослідити, як лінза формує зображення залежно від відстані об'єкта

$$1/f = 1/d + 1/d'$$

Виберіть лінзу (converging для опуклої, diverging для увігнутої).

Розмістіть об'єкт (стрілку або точку) перед лінзою та переміщуйте його вздовж оптичної осі. Аплет покаже промені (паралельний, фокусний, центральний) і зображення на екрані (рис. 2).

Змініть фокусну відстань f слайдером і перевірте знаки (позитивний для реального зображення).

Для опуклої лінзи — реальне зображення перевернуте і знаходиться за фокусом; для увігнутої — віртуальне, збільшене.

Аплет дозволяє змоделювати фотоапарат чи око людини; здійснити розрахунок збільшення ($M = h'/h$).

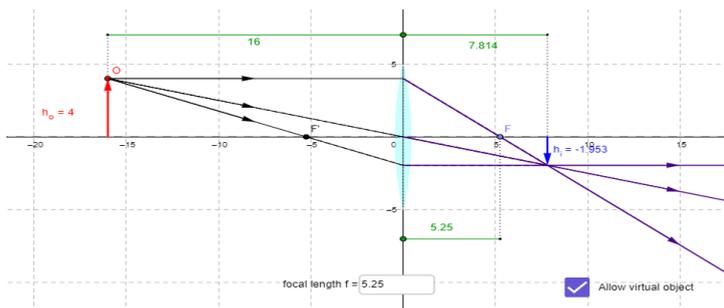


Рис.2. Побудова зображення в лінзі

4. Дисперсія світла в призмі (розкладання білого світла)

Мета: пояснити, чому призма розкладає світло на спектр (різні n для кольорів).

Додайте трикутну призму та джерело білого світла (або багатобарвне).

Направте промінь крізь призму, змінюючи кут входу.

Аплет симулює різні довжини хвиль (червоний $\lambda=700$ нм, фіолетовий $\lambda=400$ нм) з різними n .

Перемістіть призму, щоб побачити веселку на екрані (рис. 3).

Червоний промінь заломлюється менше, фіолетовий — більше, утворюючи спектр. Експеримент використовується для пояснення веселки чи спектрів..

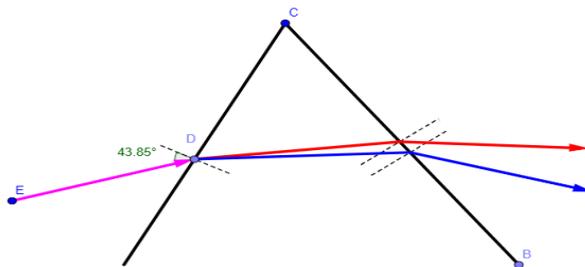
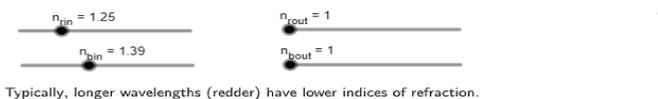


Рис. 3. Дослідження дисперсії

5. Інтерференція та дифракція (хвильова оптика)

Мета: демонстрація хвильової природи світла (інтерференційні картини).

Перейдіть у "wave mode" (якщо доступний) або додайте щілину/сітку.

Розмістіть дві щілини (Young's experiment) і джерело когерентного світла.

Змініть відстань між щілинами або λ , щоб побачити смуги (максимуми/мінімуми).

Для дифракції: використовуйте круглу діафрагму і спостерігайте кільця. Спостерігаємо чіткі інтерференційні картини; зміна λ впливає на відстань між максимумами.

Експеримент демонструє перехід від геометричної до хвильової оптики; аналогія з лазерами.

Поради для роботи з додатком:

Використовуйте панель праворуч для додавання елементів (Add Light, Mirror, Lens тощо). Слайдери дозволяють точно налаштувати параметри.

Збережіть знімки екрану або експортуйте дані для звітів.

Комбінуйте елементи, наприклад, лінза + дзеркало для телескопа, або додайте середовища для підводної оптики.

Апллет 2D, ідеальний для базових симуляцій, але не для складної 3D-оптики.

Загалом GeoGebra Optics дозволяє провести понад 80 дослідів з геометричної та хвильової оптики, Ці експерименти допомагають не тільки візуалізувати теорію, але й розвивати інтуїцію та експериментальні навички здобувачів освіти.

Список використаних джерел

1. GeoGebra Optics URL: <https://www.geogebra.org/m/n6bvtRc6> (дата звернення: 07.11.2025).
2. Використання інформаційних технологій та технологій мобільного навчання на уроках фізики та астрономії URL: <https://naurok.com.ua/vikoristannya-informaciynih-tehnologiy-ta-tehnologiy-mobilnogo-navchannya-na-urokah-fiziki-ta-astronomii> (дата звернення: 17.09.2025).
3. Використання математичної програми geogebra на уроках фізики URL: <https://ekhsuir.kspu.edu/items/182353d0-7c33-4d18-881c-85a656ef677d> (дата звернення: 10.10.2025).
4. Використання можливостей програми GEOGEBRA на уроках фізики URL: <https://daryn.online/article/3720-ispolzovanie-vozmozhnosti-programmy-geogebra-na-urokax-fiziki> (дата звернення: 07.11.2025).

The article discusses GeoGebra Optics, an interactive application for modeling geometric and wave optics. The application allows you to simulate reflection, refraction, image formation in mirrors and lenses, and dispersion in prisms (over 80 experiments). It is ideal for visualizing the laws of optics and school experiments in real time.

Keywords: *GeoGebra Optics, modeling of optical phenomena, applets, demonstration techniques, physics*

ОСОБЛИВОСТІ ІНТЕГРАЦІЇ CI/CD ПРОЦЕСІВ ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО ТЕСТУВАННЯ ВЕБЗАСТОСУНКІВ НА БАЗІ GITHUB ACTIONS

У статті досліджено практичні аспекти побудови конвеєра безперервної інтеграції та доставки (CI/CD) для автоматизації тестування адаптивних вебзастосунків. Розглянуто архітектурні переваги використання GitHub Actions як інструменту оркестрації процесів тестування. Описано етапи налаштування workflow-файлів для забезпечення кросбраузерності та перевірки адаптивності інтерфейсу. Проаналізовано методи оптимізації часу виконання тестів за допомогою паралелізації та шардингу. Особливу увагу приділено автоматизації генерації звітності та збереженню артефактів тестування.

Ключові слова: CI/CD, GitHub Actions, автоматизація тестування, Playwright, DevOps, адаптивні вебзастосунки, pipeline, workflow.

У сучасному циклі розробки програмного забезпечення (SDLC) швидкість та якість доставки продукту є критичними показниками конкурентоспроможності. Зі зростанням складності вебзастосунків, особливо тих, що вимагають адаптивної поведінки на різних типах пристроїв (RWD — Responsive Web Design), ручне тестування стає "вузьким місцем", що гальмує релізи. Вирішенням цієї проблеми є впровадження практик CI/CD (Continuous Integration / Continuous Delivery), які дозволяють автоматизувати запуск перевірок при кожній зміні коду [1].

В рамках дослідження моделі масштабованої архітектури фреймворку тестування було обрано платформу GitHub Actions. Цей вибір зумовлений глибокою інтеграцією з системою контролю версій GitHub, відсутністю необхідності підтримки власної серверної інфраструктури (на відміну від Jenkins) та гнучкістю налаштування через YAML-конфігурації [3].

Метою статті є детальний опис методики інтеграції автоматизованих тестів у процес CI/CD на базі GitHub Actions, виявлення особливостей налаштування середовища для тестування адаптивних інтерфейсів та аналіз ефективності запропонованого підходу.

Концептуальна модель інтеграції.

Основою запропонованої реалізації є підхід "Pipeline as Code". Вся логіка збірки, тестування та розгортання описується у файлах конфігурації, що зберігаються безпосередньо в репозиторії проекту. Це забезпечує версійність самої інфраструктури тестування: зміни в процесі тестування проходять той самий шлях рецензування (Code Review), що і зміни в коді продукту.

Для тестування адаптивних вебзастосунків архітектура CI/CD процесу має враховувати специфічні вимоги:

1. Мультиплатформеність: необхідність запуску тестів у середовищах, що емулюють різні операційні системи (Linux, Windows, macOS) та браузері.
2. Ізольованість: кожен запуск має відбуватися в чистому середовищі ("clean slate") для уникнення впливу попередніх тестів на результати поточних.
3. Масштабованість: здатність системи динамічно виділяти ресурси при збільшенні кількості тестів [3].

Реалізація workflow для адаптивного тестування.

У ході роботи було розроблено workflow-файл (зазвичай розміщується у директорії `.github/workflows/playwright.yml`), який реалізує повний цикл перевірки. Розглянемо ключові етапи цього процесу.

1. Тригери запуску (Event Triggers)

Ефективна CI/CD стратегія вимагає раціонального використання обчислювальних ресурсів. У розробленому фреймворку налаштовано два основних типи тригерів:

- `push` у гілку `main` або `master`: забезпечує регресійне тестування стабільної версії продукту.
- `pull_request`: запускає набір "smoke"-тестів для перевірки змін перед їх злиттям, що дозволяє виявляти дефекти на ранніх етапах.

YAML

on:

push:

branches: [main, master]

pull_request:

branches: [main, master]

2. Налаштування середовища (Environment Setup)

Оскільки фреймворк базується на Playwright та Node.js, першим кроком у завданні (job) є підготовка контейнера. GitHub Actions надає віртуальні машини (runners), наприклад `ubuntu-latest`.

Критично важливим етапом є встановлення залежностей. Використання дії `actions/setup-node` дозволяє не лише встановити потрібну версію Node.js, але й налаштувати кешування пакетів `npm` або `yarn`. Це суттєво (до 30-40%) скорочує час виконання пайплайну, оскільки не потрібно завантажувати одні й ті самі бібліотеки при кожному запуску.

3. Інсталяція браузерів

Для тестування адаптивності Playwright потребує бінарних файлів браузерів (Chromium, WebKit, Firefox). У CI/CD це реалізується командою `npm playwright install --with-deps`. Особливістю тут є прапорець `--with-deps`, який автоматично встановлює системні бібліотеки Linux, необхідні для коректної роботи браузерних рушіїв у `headless`-режимі [5].

4. Стратегія виконання тестів: Шардинг (Sharding)

Однією з головних проблем тестування адаптивних додатків є велика кількість тест-кейсів (множення кількості сценаріїв на кількість `viewports`).

Послідовне виконання може займати години.

У роботі використано механізм sharding, який підтримується Playwright та GitHub Actions. Це дозволяє розділити весь набір тестів на декілька частин (шардів) і запустити їх паралельно на різних віртуальних машинах [4].

YAML

strategy:

fail-fast: false

matrix:

shardIndex: [1, 2, 3, 4]

shardTotal: [4]

Такий підхід дозволив скоротити час повного регресійного прогону в 3-4 рази, що є критичним для забезпечення швидкого зворотного зв'язку.

Робота з артефактами та звітністю.

Інтеграція CI/CD не завершується виконанням команд. Важливим аспектом є обробка результатів.

Збереження доказів (Traceability).

У конфігурації playwright.config.ts налаштовано збереження скріншотів, відео та трейсів (traces) лише у випадку падіння тесту (retain-on-failure). У GitHub Actions ці файли вивантажуються як Artifacts. Це дозволяє розробнику завантажити архів з результатами конкретного прогону і локально відтворити помилку, маючи повний контекст (мережеві запити, консольні логи браузера).

Публікація Allure звіту.

Особливістю реалізованого рішення є автоматична генерація та хостинг звіту Allure. Оскільки GitHub Actions — ефемерне середовище (зникає після завершення роботи), звіт необхідно зберегти зовнішньо.

Використано підхід розгортання звіту на GitHub Pages [2]. Пайплайн включає окремий крок, який:

1. Збирає історію попередніх прогонів (для побудови графіків трендів).
2. Генерує статичний HTML-звіт.
3. Публікує його у спеціальну гілку gh-pages.

Це надає команді постійне посилання на актуальний стан якості проекту, де можна переглянути статистику проходження тестів на різних емульованих пристроях (iPhone, Galaxy Tab, Desktop).

Проблеми та шляхи їх вирішення.

Під час інтеграції було виявлено низку типових проблем:

1. Нестабільність тестів (Flakiness) у CI: тести, які проходять локально, можуть падати у хмарі через повільнішу мережу або меншу продуктивність CPU.

Рішення: налаштування глобальних таймаутів та використання механізму retries (автоматичний перезапуск тесту при падінні) безпосередньо у конфігурації Playwright для CI-оточення.

2. Розбіжності у рендерингу: шрифти та відступи на Linux (CI) можуть відрізнитися від Windows/macOS (локальна машина розробника), що призводить до падіння тестів візуального порівняння (visual regression).

Рішення: використання Docker-контейнерів для запуску тестів, що гарантує ідентичність середовища незалежно від хост-системи.

Отже, інтеграція процесів CI/CD на базі GitHub Actions є невід'ємною складовою сучасної моделі архітектури автоматизованого тестування. Проведене дослідження показало, що такий підхід дозволяє:

1. Забезпечити регулярну перевірку адаптивності вебзастосунку на широкому спектрі конфігурацій без залучення ручної праці.
2. Зменшити час отримання зворотного зв'язку (Feedback Loop) завдяки паралелізації та шардингу тестів.
3. Підвищити прозорість процесу розробки через автоматизовану звітність, доступну всім учасникам проєкту.

Для магістерських робіт та реальних проєктів використання GitHub Actions є оптимальним вибором з точки зору співвідношення "функціональність – складність налаштування – вартість". Подальший розвиток системи може включати інтеграцію сповіщень у месенджери (Slack, Telegram) про результати збірок та налаштування автоматичного деплою успішних білдів на тестові сервери.

Список використаних джерел:

1. BrowserStack. 16 Best Test Automation Practices to Follow in 2025. URL: <https://www.browserstack.com/guide/10-test-automation-best-practices> (дата звернення: 05.11.2025).
2. GitHub Action for Allure Report Generation. URL: <https://github.com/marketplace/actions/generate-allure-report> (дата звернення: 02.11.2025).
3. GitHub Actions Documentation. Automating your workflow with GitHub Actions. URL: <https://docs.github.com/en/actions> (дата звернення: 02.11.2025).
4. Parimi S. Accelerating Test Execution with Playwright parallel test execution. Medium. URL: <https://sureshparimi.medium.com/accelerating-test-execution-with-playwright-parallel-test-execution-fa76bab0f9fd> (дата звернення: 04.11.2025).
5. Playwright Documentation. Continuous Integration. URL: <https://playwright.dev/docs/ci> (дата звернення: 03.11.2025).

The article investigates the practical aspects of building a Continuous Integration and Delivery (CI/CD) pipeline for automating the testing of adaptive web applications. The architectural advantages of using GitHub Actions as an orchestration tool for testing processes are considered. The stages of configuring workflow files to ensure cross-browser compatibility and verify interface adaptability are described. Methods for optimizing test execution time through parallelization and sharding are analyzed. Special attention is paid to automating report generation and preserving testing artifacts.

Keywords: CI/CD, GitHub Actions, test automation, Playwright, DevOps, adaptive web applications, pipeline, workflow.

ЦИФРОВІ ІНСТРУМЕНТИ РАКЕТОМОДЕЛЮВАННЯ

Матеріал описує популярні сервіси для ракетомоделювання (OpenRocket, RockSim тощо), етапи будівництва моделей, особливості дизайну та тестування в OpenRocket. Акцент на доступності, точності та освітній цінності, з висновками про роль програм у хобі та навчанні.

Ключові слова: ракетомоделювання, OpenRocket, симуляція польоту, дизайн ракети, аеродинаміка.

В даний час підприємствам потрібні інженерні та технічні кадри, які мають навички в проектуванні виробів з використанням ПЗ. Саме цим задачам покликана сприяти STEM освіта. З появою різних нанотехнологій до інженерних та технічних кадрів висувуються нові вимоги, а саме проектування виробів з використанням цифрових інструментів. Активізація навчально-пізнавальної діяльності з астрономії пролягає через необхідність інтеграції сучасних технологій та методів навчання астрономії. Об'єднати теоретичні знання з астрономії з практичними навичками через навчальні проекти та цифрові інструменти, розробити і проаналізувати моделі ракетної техніки за допомогою цифрових інструментів основна мета даної роботи.

Недостатнє використання практичних проектів у навчанні астрономії веде до обмеженого розуміння здобувачами освіти матеріалу, що вивчається. При проектуванні та конструюванні моделей ракет здобувачі освіти знайомляться не тільки з основами ракетомоделювання, а й цифровими інструментами, такими як «OpenRocket», які дають можливість здійснити ґрунтований аналіз вузлів ракети, змоделювати роботу двигуна, побудувати графік польоту, тощо. Особлива увага при цьому наголошується на методичних засадах використання програмного забезпечення у роботі гуртків любителів астрономії та ракетомоделювання.

Ракетомоделювання (ракетомодельний спорт) активно почав розвиватися на початку 60-х років під керівництвом Івана Всеволодовича Кротова. Під його керівництвом було розроблено різні класи моделей ракет, які відповідають правилам Федерації ракетомодельного спорту України (заснована у 1991 р.), яка є офіційним представником Міжнародної авіаційної федерації (FAI) у сфері ракетомодельного спорту. Креслення ракет та ракетопланів, моделей станцій та телескопів публікувалися в журналах «Моделіст-конструктор» та «Юний технік». Моделісти використовували креслення цих моделей у своїй роботі: розраховували та креслили нові моделі, виготовляли та розробляли експериментальні моделі, поки в освітніх закладах викладали креслення. На жаль, у 90-х роках креслення з освітніх програм прибрали. Для усунення цього недоліку з 2004 року по теперішній час ракетомоделісти розробляють моделі ракет за кресленнями, взятими зі старих журналів. Проте ракетомоделювання —

це вид освітньої діяльності, де ентузіасти створюють та запускають моделі ракет. Для дизайну, симуляції та тестування використовуються спеціалізовані програми. Розглянемо типові сервіси (програмне забезпечення), популярних серед початківців і професіоналів.

RASAero II (Rogers Aeroscience RASAero) комбінований аеродинамічний симулятор + прогноз польоту. Володіє дуже високою точністю розрахунку аеродинаміки (використовує метод CFD-апроксимації, перевірявся на реальних запусках до звукової та надзвукової швидкості); безкоштовна версія RASAero II Lite (до 5 км висоти та Mach 2); платна повна версія знімає обмеження і додає експорт даних для польотних комп'ютерів; імпорт файлів OpenRocket (.ork) і RockSim (.rkt); ідеально підходить для високопотужних (High-Power Rocketry) і надзвукових проєктів. Офіційний сайт: <https://www.rasaero.com>.

wRASP (Windows Rocket Altitude Simulation Program) + ThrustCurve.org це класичний симулятор польоту (wRASP) + найбільша у світі онлайн-база двигунів. wRASP — безкоштовна програма (нащадок старого RASP), дуже проста, працює навіть на старих комп'ютерах; актуальні .eng-файли двигунів актуалізує прямо з сайту ThrustCurve.org (понад 15 000 двигунів від Estes до Cesaroni та Aerotech); швидко прогнозує апогей, швидкість, оптимальну затримку розкриття парашута; підходить для швидкої перевірки готових наборів (Estes, Klima, LOC Precision тощо); часто використовується разом з OpenRocket: спочатку моделюють в OpenRocket, а потім перевіряють у wRASP з реальними кривими тяги. Завантаження wRASP: <https://www.wrasp.com>. База двигунів: <https://www.thrustcurve.org>.

RockSim: комерційний програмний продукт від Apogee Rockets. Фокусується на детальній симуляції польоту, аналізі стабільності, виборі двигунів і матеріалів. Має бібліотеку компонентів, підтримує багатоступеневі ракети та кластеринг двигунів.

SpaceCAD: програма для CAD-моделювання ракет, з акцентом на прогнозування швидкості, висоти апогею та часу польоту. Допомогає оптимізувати конфігурацію двигуна, має інструменти для друку креслень і тестування стабільності.

RocketModeler (від NASA): безкоштовний онлайн-інструмент для симуляції дизайну та польоту. Дозволяє змінювати параметри (розмір, форма, маса) і візуалізувати результати, ідеальний для школярів і початківців.

Ці сервіси роблять процес моделювання безпечним і ефективним, зменшуючи помилки на етапі будівництва ракет.

Створення моделі ракети — це системний процес, що поєднує дизайн, будівництво та тестування. Опишемо типові етапи ракетомоделювання, базовані на стандартних рекомендаціях для початківців (наприклад, від Estes Rockets чи NASA):

- Планування та дизайн: визначте мету (висота, стабільність), оберіть матеріали (картон, пластик, тощо). Використовуйте програмне забезпечення (як OpenRocket) для моделювання форми, розрахунку центру мас і тиску. Створіть креслення.

- Підготовка компонентів: зберіть матеріали (фюзеляж, ніс, фіни, двигун, парашут). Виріжте деталі за шаблоном, підготуйте двигунний блок (з кільцями для фіксації).
- Складання: зберіть двигунний модуль, прикріпіть деталі до фюзеляжу (забезпечте симетрію для стабільності), встановіть шок-корд і парашут. Використовуйте клей (епоксидний або деревний).
- Фінішна обробка: пофарбуйте ракету для аеродинаміки та естетики, перевірте баланс (центр тиску повинен бути нижче центру мас).
- Тестування та запуск: симулюйте політ у програмному забезпеченні, перевірте на вітер. Запустіть на безпечному майданчику з пусковою установкою, проаналізуйте результати (висота, траєкторія).

Ці етапи займають від кількох годин до днів, залежно від складності.

OpenRocket ще один безкоштовний, відкритий інструмент для дизайну та симуляції моделей ракет, розроблений для ентузіастів і освітніх цілей. Він працює на Java, крос-платформений і не вимагає встановлення потужного ПК. Інтерфейс OpenRocket інтуїтивний drag-and-drop для додавання компонентів (ніс, тіло, крила, двигуни, парашути). Підтримує кастомні форми, матеріали та масу. Автоматично розраховує аеродинамічні коефіцієнти (C_d , C_n) і стабільність (центр тиску/маси). Вбудований оптимізатор автоматично оптимізує параметри (наприклад, кут крил для максимальної висоти) з урахуванням вітру, кута запуску.

OpenRocket має вбудовану бібліотеку деталей: база двигунів (Estes, Aerotech), матеріалів і готових дизайнів. Підтримує експорт у RockSim чи RASAero. OpenRocket містить вбудований симулятор польоту: 6 ступенів свободи (повна 3D-траєкторія), реальний час показників (висота, швидкість, прискорення). Враховує стадіювання, кластеринг двигунів, атмосферні умови.

В OpenRocket можна здійснити аналіз польоту: графіки траєкторії, стабільності, апогею. Тестування на різні сценарії (вітер, помилки). Документовані методи для точності (Barrowman рівняння для аеродинаміки). Безумовною перевагою OpenRocket його безкоштовність, активна розробка (GitHub), спільнота для обміну файлами .ork. Мінуси: не симулює складні електронні системи. OpenRocket робить тестування безпечним, зменшуючи ризики реальних запусків.

Ракетомодельовання поєднує креативність, фізику та інженерію, а сервіси як OpenRocket роблять його доступним для всіх. Етапи створення від дизайну до запуску вчать системного підходу, а OpenRocket виділяється безкоштовністю, точністю симуляції і простотою, дозволяючи уникнути помилок на ранніх стадіях. Це ідеальний інструмент для освіти та хобі, сприяючи розвитку STEM-навичок.

Список використаних джерел:

1. Apogee Rockets: Rocket Software. URL: https://www.apogeerockets.com/Rocket_Software (дата звернення: 20.09.2025).
2. NASA Glenn Research Center: Interactive Programs. URL: <https://www.nasa.gov/learning-resources/search/> (дата звернення: 25.09.2025).

3. OpenRocket Documentation. URL: <https://openrocket.readthedocs.io/en/latest/> (дата звернення: 05.10.2025).
4. OpenRocket Official Website. URL: <https://openrocket.info/> (дата звернення: 28.10.2025).

The material describes popular services for rocket modeling (OpenRocket, RockSim, etc.), the stages of model construction, design features, and testing in OpenRocket. The emphasis is on accessibility, accuracy, and educational value, with conclusions about the role of programs in hobbies and learning.

Keywords: *rocket modeling, OpenRocket, flight simulation, rocket design, aerodynamics.*

УДК 378.372:53, 004

Оксана КУХ, викладач

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СЕРВІСІВ ДЛЯ ОНЛАЙН-ОПИТУВАНЬ

Розглянуто цифрові інструменти опитування. Дана порівняльна характеристика найбільш поширених сервісів. Описано методику підготовки опитувань для різних дисциплін.

Ключові слова: *цифрові інструменти, сервіси опитування, методика підготовки.*

Онлайн-опитування є потужним інструментом для збору даних, зворотного зв'язку та проведення освітнього тестування. Сучасний ринок пропонує широкий спектр платформ — від простих та безкоштовних до професійних рішень з розширеним функціоналом для бізнесу та наукових досліджень. На основі наданих матеріалів нижче представлено аналіз ключових сервісів. Розглянемо деякі з них

Google Форми (Google Forms) знайшли своє застосування у сфері освіти, особистого користування, швидких та простих опитуваннях, безкоштовному тестуванні. Це, без сумніву, найбільш доступний та безкоштовний інструмент. Його головне перевага — це необмежена кількість опитувань та відповідей у базовому плані, а також миттєва інтеграція з екосистемою Google Workspace, зокрема з Google Таблицями для автоматичного збирання та базового аналізу даних. Типові функції: підтримує 11 типів питань, включаючи можливість додавання фото та відео. Є режим тестування з автоматичним підрахунком балів та наданням коментарів. Недоліки: обмежені можливості кастомізації дизайну та відсутність складних інструментів для глибокого аналізу та сегментації даних порівняно з професійними платформами.

SurveyMonkey. Призначення: професійні маркетингові дослідження, тестування гіпотез, багатоканальне охоплення. Це один із найвідоміших та найдосконаліших сервісів. Він орієнтований на якісний аналіз та звітність. Типові функції: велика бібліотека готових шаблонів, розширений інструментарій аналітики (фільтри, сегментація), інтеграція з CRM та маркетинговими системами. Має зручний мобільний приклад. Безкоштовний тариф дозволяє створювати необмежену кількість опитувань, але обмежує їх до 10 запитань і лише 10 відповідей. Для повноцінного використання логіки запитань та звітності потрібен платний тариф.

Turform. Призначення: інтерактивні форми опитувань з високим рівнем залучення, збору відео- та голосових відгуків (VideoAsk). Turform вирізняється своєю естетикою та інтерактивністю. Його опитування виглядають як діалог, що значно підвищує відсоток завершення. Функціонал: Зручний адаптивний дизайн, понад 100 шаблонів, підтримка умовної логіки (перехід до наступного питання залежить від попередньої відповіді). Високий рівень відповідності вимогам GDPR. Безкоштовний план дуже обмежений (10 запитань / 10 відповідей на місяць). Аналітична панель має досить базові параметри фільтрації.

JotForm. Призначений для освітніх, медичних установ та бізнесу (збір платежів, форм з електронними підписами). Це універсальна платформа, що пропонує розширені можливості, особливо у сфері збору та обробки конфіденційної інформації. Містить понад 10 тисяч безкоштовних шаблонів, підтримка HIPAA (для медичних даних), можливість приймати онлайн-платежі та використовувати електронні підписи. Підтримка складної умовної логіки та математичних формул для автоматичних розрахунків. Гнучкі платні тарифи, але безкоштовний план має жорсткі обмеження на кількість форм та відповідей (5 форм/100 відповідей).

ADS Quiz (Український сервіс). Найкраще підходить для маркетингових квізів, генерації лідів, сегментації аудиторії. Це спеціалізований український інструмент, орієнтований на бізнес-застосування та просування. Містить просунуту логіку переходів, персоналізація результатів, потужні інтеграції з CRM, Google Analytics, Telegram-ботами. Українська підтримка та навчальні матеріали.

Зведена порівняльна таблиця (ТОП сервісів)

Сервіс	Ключова перевага	Обмеження Free/Basic	Інтеграції	Складна логіка	Звітність
Google Формі	Абсолютно безкоштовний, необмежений відповідей, інтеграція з Google Таблицями.	Мінімум дизайну, базова аналітика.	Google Workspace, Asana.	Базова (перепустка розділів).	Графіки у реальному часі.
SurveyMonkey	Професійна аналітика та шаблони,	10 відповідей та 10 запитань на	CRM, маркетингові платформи.	Так (повний доступ до платних).	Глибока, фільтри, сегментація.

	висока надійність.	опитування (Free).			
Typeform	Висока інтерактивність та візуальна привабливість, VideoAsk.	10 відповідей на місяць (Free).	Slack, HubSpot, 120+ інтеграцій.	Так (розгалуження сценаріїв).	Базова фільтрація.
JotForm	10000+ шаблонів, відповідність НІРАА, прийом платежів, е-підписи.	5 форм/100 відповідей на місяць.	Salesforce, PayPal, інструменти оплати.	Так (умовна логіка).	Динамічні звіти.
ProProfs Survey Maker	100к+ готових запитань, 40+ мов, гарантована доставка листів.	15-денна демоверсія.	Salesforce, Zendesk.	Так (підрахунок балів).	Базова, але комплексна панель.
Zoho Survey	Інтеграція з екосистемою Zoho, 200+ шаблонів.	До 10 питань в одному опитуванні (Free).	Zoho CRM та інші продукти Zoho.	Так.	Розширено аналітику.
SendPulse	Конструктор, інтегрований з маркетинговими інструментами (email, чат-боти).	Залежно від основного тарифу SendPulse.	CRM, системи автоматизації	Так.	Відстеження відповідей.
ADS Quiz	Український сервіс, орієнтація на лідогенерацію та квізи.	Гнучкі тарифи від \$10 після тесту.	CRM, Telegram-бот, Google Analytics.	Так (просунута логіка).	Внутрішній CRM, аналітика.

Загальні методи підготовки опитувань та тестувань в освітніх дисциплінах враховують галузь (теми) опитування. Процес створення ефективного опитування чи тестування в науково-технічних дисциплінах (STEM) вимагає не лише технічного інструменту, а й глибокого розуміння методики оцінювання. Обсяг підготовки, незалежно від предмета (Інформатика, Математика, Фізика), включає декілька універсальних етапів.

Універсальні етапи підготовки освітнього опитування

Визначення мети та об'єкта оцінювання: що саме ми хочемо оцінити? (Наприклад: рівень засвоєння нової теми, здатність до аналітичного мислення, наявність прогалів у базових знаннях). Які знання, вміння чи навички повинні бути перевірені (згідно з навчальною програмою чи конкретним модулем)?

Вибір формату та інструменту: вибір між опитуванням (зворотній зв'язок про навчальний процес, самооцінка) та тестуванням (об'єктивна перевірка

знань). Вибір сервісу (наприклад, Google Форми для швидкого тесту чи Typeform для інтерактивного вступного опитування).

Розробка питань та інструкцій: питання мають бути чіткими, однозначними та спрямованими на перевірку конкретної компетенції. Використання умовної логіки (доступної в JotForm, Typeform) дозволяє створювати адаптивні тести, де складність чи наступні питання залежать від попередніх відповідей студента.

Пілотування та валідація: проведення тестування на невеликій групі студентів для виявлення двозначних формулювань, технічних помилок чи неадекватної складності.

Аналіз результатів та зворотний зв'язок: використання вбудованих інструментів аналітики (SurveyMonkey) або експорт даних у Google Таблиці/Excel для розрахунку надійності тесту, дискримінативності питань та розподілу балів. Надання змістовної зворотної зв'язку респондентам (особливо в режимі тесту в Google Формам).

Специфічні методи підготовки опитувань з інформатики та комп'ютерних наук спрямовані не лише на знання термінології, а й на логічне та алгоритмічне мислення, а також на практичні навички програмування.

Напрямок оцінювання	Тип питання та підготовка
Алгоритмічне мислення	Завдання з аналізу псевдокоду: Надайте фрагмент коду (або псевдокоду) та попросіть визначити кінцевий результат, кількість ітерацій або знайти логічну помилку.
Структури даних та логіка	Питання на відповідність/ранжування: Попросіть зіставити терміни (наприклад, "стек", "череда", "дерево") з їх ключовими властивостями (LIFO, FIFO, ієрархія). Використовуйте візуальні елементи для зображення структур.
Оцінка практичних навичок (теоретично)	Завдання на вибір кращого рішення: Наведіть кілька варіантів реалізації одного завдання та попросіть вибрати найбільш ефективний/оптимізований за годину (з точки зору складності $\mathcal{O}(n)$).
Базова термінологія та безпека	Закриті питання (MCQ): Перевірка знань протоколів, архітектури (наприклад, TCP/IP, OSI), принципів кібербезпеки.

Особливості використання онлайн-сервісів визначаються можливістю вбудовувати зображення блок-схем або фрагментів коду (підтримується всіма сервісами). Typeform та JotForm корисні для створення інтерактивних симуляторів, що імітують послідовність логічних кроків.

Специфічні методи підготовки опитувань з математики вимагають врахування двох ключових аспектів: концептуальне розуміння (розуміння ідей) та процедурна вправність (здатність виконувати обчислення).

Напрямок оцінювання	Тип питання та підготовка
Концептуальне розуміння	Питання з поясненням: Дайте формулу або теорему і попросіть пояснити її фізичний/геометричний сенс, а не просто застосувати. Це вимагає відкритих відповідей.
Процедурна вправність	Задачі з множинним вибором: Класичні завдання, де перевіряється коректність виконання кроків (наприклад, розв'язання рівняння, обчислення похідної). Важливо використовувати функцію рандомізації

	варіантів відповіді (доступно у Google Формам, ProProfs), щоб зменшити списування.
Аналіз помилок	Запитання "Знайди помилку": Надайте розв'язання задачі, де свідомо допущено одну чи дві типові помилки, і попросіть респондента визначити, на якому кроці порушено правило/формулу.
Графічне мислення	Вибір графіка/діаграми: Надайте функцію і попросіть вибрати її графічне уявлення чи навпаки. Використовуйте можливість додавати зображення.

Особливості використання онлайн-сервісів: JotForm дозволяє використовувати математичні формули для автоматичного розрахунку балів, що є корисним для швидкого оцінювання складних завдань. Для введення математичних символів може знадобитися використання редакторів рівнянь (наприклад, LaTeX), а потім вставка зображень у форму.

Фізика вимагає оцінки здатності студентів застосовувати принципи до реальних ситуацій, аналізувати експериментальні дані та візуалізувати процеси.

Напрямок оцінювання	Тип питання та підготовка
Експериментальне мислення	Завдання "Що станеться, якщо...": Постановка гіпотетичної ситуації та вибір результату (наприклад, зміна параметрів електричного кола, вплив на рух тіла).
Аналіз графіків та даних	Питання з графічним аналізом: Надайте графік залежності однієї фізичної величини від іншої (наприклад, $v(t)$ або $\rho(V)$) і попросіть визначити прискорення, роботу чи інші параметри на основі форми графіка.
Проблемно-орієнтовані завдання	Короткі задачі: Вимагають числової відповіді та одиниць виміру (використовуйте текстові поля з короткими відповідями). Для спрощення автоматичної перевірки варто вказувати потрібний формат відповіді.
Розуміння принципів та законів	Рейтингові шкали та порівняння: Попросіть оцінити важливість різних факторів, що впливають на фізичне явище, або порівняти два явища за певними характеристиками.

Для завдань, що вимагають розгорнутих обґрунтувань розв'язку, найкраще підходять відкриті питання. SurveyMonkey з його потужними інструментами сегментації може бути корисним для порівняння результатів між групами, що проходили різні експериментальні чи теоретичні модулі. Додавання зображень реальних чи змодельованих експериментальних установок є критично важливим для якості опитування з фізики.

Висновки. Створення якісного опитування чи тестування вимагає поєднання правильного методологічного підходу (орієнтованого на перевірку конкретних компетенцій у STEM-дисциплінах) та грамотного вибору онлайн-інструменту. Для швидких, безкоштовних освітніх тестів ідеально підійдуть Google Форми. Для глибокого, професійного аналізу даних та бізнес-досліджень слід вибрати SurveyMonkey. Для підвищення рівня залученості та естетичної привабливості форм варто використовувати Typeform. Для спеціалізованих завдань (платежі, HIPAA, складні формули) найкраще підійде JotForm. У будь-якому випадку успіх опитування залежить від чіткої постановки завдань, використання адаптивної логіки та обов'язкового пілотування перед масовим застосуванням.

Список використаних джерел:

1. Онлайн-опитування без зайвих клопотів: топ сервісів для збору даних. URL: <https://proit.ua/onlain-opituvannia-biez-zaiivkh-klopotiv-top-siervisiv-dlia-zboru-danikh/> (дата звернення: 15.11.2025).
2. 15 сервісів для створення онлайн-опитувань на сайті. URL: <https://hostiq.ua/blog/ukr/survey-tools/> (дата звернення: 17.11.2025).
3. Що про вас насправді думають клієнти? 8 сервісів для опитувань та збору даних. URL: <https://laba.ua/blog/3931-8-servisiv-dlya-opytuvan-ta-zboru-danyh> (дата звернення: 27.11.2025).

Digital testing instruments are reviewed. An equal description of the most extensive services is given. The methodology for preparing training for various disciplines is described.

Key words: digital tools, testing services, preparation methods.

УДК 373(477)"202":51

Діана ЛАВРЕНЧУК, здобувач вищої освіти

STEM-ОСВІТА У РЕАЛІЗАЦІЇ ЗАСАД НОВОЇ УКРАЇНСЬКОЇ ШКОЛИ

У статті розглядається роль STEM-освіти у формуванні математичної компетентності здобувачів освіти у контексті реалізації засад Нової української школи.

Ключові слова: STEM, математика, НУШ, компетентності, проєкт.

Актуальність теми. Сучасна освіта вимагає від школи підготовки учнів до життя в умовах технологічного суспільства, тому впровадження STEM-підходу є одним із ключових напрямів розвитку Нової української школи.

Мета публікації – проаналізувати можливості інтеграції математичних знань у STEM-навчання як засобу розвитку критичного мислення та творчості.

Виклад основного матеріалу дослідження. Впровадження STEM-підходу є важливою умовою реалізації Концепції Нової української школи, оскільки саме він сприяє розвитку критичного мислення, творчості та вміння працювати в команді – ключових навичок XXI століття.

STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) сприяє поєднанню теоретичних і практичних аспектів навчання. Під час проєктної діяльності учні застосовують математичні знання для вирішення реальних задач, що підвищує мотивацію та формує практичну спрямованість навчання. Так, використання математичного моделювання, дослідницьких завдань і цифрових інструментів (GeoGebra, Desmos тощо) активізує пізнавальну діяльність і підтримує міжпредметні зв'язки.

При проведенні STEM-занять доцільно дотримуватися наступних рекомендацій: ставити практичну задачу, що тісно пов'язана зі світом, що оточує здобувача освіти; кожне заняття має в собі містити етап конструювання, що

стимулює учасників експериментувати та вирішувати практичні задачі; комунікація – учасники під час заняття можуть спілкуватись про здобуті знання, ділитись враженнями та отриманим досвідом один з одним; вдосконалення – кожне заняття є продовженням попереднього, кожне завдання закінчується постановкою нового завдання, яке використовує набуті компетентності здобувачів освіти. Якщо застосовується для дослідження програмне забезпечення, то важливо, щоб здобувачі освіти могли мислено уявити весь логічний ланцюг творчого процесу його застосування на практиці: явище → розробка моделі → розв'язування засобами програмного забезпечення → інтерпретація отриманих результатів → застосування на практиці [1].

Для прикладу розглянемо STEM-проект «Математичне моделювання оптимізації витрат і прибутку в малому бізнесі (на прикладі кав'ярні)». Проект розроблений для застосування природничо-математичних знань (лінійного програмування) для вирішення практичного бізнес-завдання: максимізації прибутку кав'ярні.

Під час дослідження визначено ключові економічні показники (дохід, витрати, собівартість, точка беззбитковості) та побудовано математичну модель з цільовою функцією та системою обмежень на кількість напоїв і бюджет на сировину. Модель, реалізована в Excel за допомогою функції «Пошук розв'язання», показала, що за оптимальної структури продажів місячний прибуток може сягати 624 000 грн, і дозволила сформулювати рекомендації для власника, зокрема, щодо збільшення частки продажів кави «Лате» та «Капучіно», як найбільш маржинальних напоїв.

У межах проекту «Математичне моделювання оптимізації витрат і прибутку в малому бізнесі (на прикладі кав'ярні)» було продемонстровано практичне застосування математичних знань у реальному житті. Учень створив економіко-математичну модель діяльності кав'ярні, що передбачала аналіз постійних і змінних витрат, визначення точки беззбитковості та максимального прибутку. Під час роботи використовувались знання з алгебри, статистики, інформатики та економіки, а для обчислень – програма Microsoft Excel. Такий підхід дозволив учневі самостійно виконати повний цикл дослідження – від збору даних до аналізу результатів і розробки рекомендацій.

STEM-освіта дає можливість реалізувати міжпредметні зв'язки, а математика виступає ключовим інструментом для кількісного аналізу явищ. Завдяки практико-орієнтованим завданням учні бачать реальний сенс у використанні формул і розрахунків, що значно підвищує мотивацію до навчання. STEM-проекти також сприяють розвитку soft skills – комунікації, планування, аргументації власних рішень.

Впровадження елементів STEAM-освіти (де додається «А» – Art, тобто мистецтво) розширює можливості інтеграції творчих підходів. Математика, інженерія, технології й мистецтво взаємодоповнюють одне одного, формуючи цілісне уявлення про світ. Таким чином, STEAM-підхід створює умови для гармонійного розвитку особистості, поєднуючи точність науки з естетикою мистецтва.

STEAM-освіта має на меті викликати у дітей інтерес і любов до науки та мистецтва на все подальше життя. Наука, технологія, інженерія, мистецтво та математика є подібними галузями навчання, оскільки всі вони включають творчі процеси та методи дослідження. Навчання за допомогою STEAM-технологій буде корисним не лише для самих учнів, але й для майбутнього країни, оскільки учні здобувають актуальні та затребувані навички, що підготують здобувачів освіти до світу, який постійно розвивається. Найбільш поширеним засобом реалізації STEAM-освіти є проєктна діяльність. При виконанні STEAM-проєкту учні застосовують набуті теоретичні знання на практиці, набувають нових технологічних навичок, вчать презентувати свою роботу та проявляти творчість.

Висновки. Реалізація подібних ініціатив у межах НУШ дозволяє перетворити уроки математики на інтегровані освітні події, де учні діють як дослідники, аналітики та винахідники. Так, використання прикладу кав'ярні дало змогу зрозуміти учням поняття собівартості, рентабельності, математичного моделювання та оптимізації. Отримані результати показали, що інтеграція STEM-елементів у викладання математики формує стійкі практичні компетентності, необхідні для професійного та особистісного розвитку.

STEM-освіта є дієвим інструментом реалізації концепції Нової української школи. Її впровадження у навчання математики сприяє формуванню критичного мислення, творчого підходу та розуміння практичного значення математичних знань. На прикладі STEM-проєкту про кав'ярню доведено, що інтеграція математики, економіки та інформаційних технологій підвищує мотивацію учнів і готує їх до реальних життєвих викликів.

Список використаних джерел:

1. Крамаренко Т. Г., Пилипенко О. С. Математика в STEMі: навч.-метод. посіб. Кривий Ріг : Криворізький держ. пед. ун-т, 2023. 274 с. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/7849>.

The article examines the role of STEM education in the formation of mathematical competence of students in the context of implementing the principles of the New Ukrainian School.

Keywords: *STEM, mathematics, NUS, competences, project.*

УДК 37.016:51

Діана ЛАВРЕНЧУК, здобувач вищої освіти

Тетяна ДУМАНСЬКА, кандидат педагогічних наук, доцент

ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИЙ ПІДХІД ПІД ЧАС НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

У статті висвітлено значення диференційованого підходу у навчанні математики як засобу реалізації індивідуальної освітньої траєкторії здобувачів освіти.

Ключові слова: диференціація, математика, НУШ, індивідуалізація, компетентнісний підхід.

Актуальність теми. Реалізація принципів Нової української школи (НУШ) вимагає переорієнтації освітнього процесу на особистісно орієнтовану модель освіти, у центрі якої – дитина з її індивідуальними особливостями, здібностями та потребами. У таких умовах диференційований підхід стає ключовим чинником забезпечення якості математичної освіти, адже сприяє реалізації принципу «успіху кожного учня». У межах математичної освіти він дозволяє організувати навчальну діяльність так, щоб кожен здобувач освіти працював у комфортному темпі, досягаючи оптимального для себе рівня засвоєння знань.

Мета публікації: розкрити роль диференціації у формуванні математичної компетентності, підвищенні мотивації до навчання та розвитку індивідуальної освітньої траєкторії здобувачів освіти відповідно до вимог НУШ.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Диференційований підхід – це система навчання, що передбачає організацію навчального процесу з урахуванням індивідуальних особливостей, здібностей, інтересів і рівня підготовки учнів [1].

Диференційований підхід у навчанні математики передбачає варіативність змісту, методів, форм і темпу роботи здобувачів освіти. Він може реалізовуватись за різними напрямками:

- рівнева диференціація (розподіл завдань за ступенем складності);
- профільна диференціація (орієнтація змісту на потреби різних спеціальностей і напрямів освіти);
- індивідуалізація навчання (урахування особистісних особливостей, інтересів і навчальних можливостей учня).

Суть індивідуального підходу полягає в адаптації навчання до змісту та рівня знань, умінь і навичок кожного учня або до характерних для нього особливостей засвоєння, або навіть до деяких стійких рис його особистості. Основним засобом реалізації цього принципу є індивідуальні самостійні роботи, котрі виступають як дидактичний засіб організації і керівництва самостійною діяльністю учнів на всіх етапах навчання.

До основних принципів рівневої диференціації віднесемо такі:

- рівень вимог має бути вищим за рівень навчальних досягнень;
- формування «опори»: в усіх учнів класу повинні бути сформовані опорні знання та вміння;
- послідовності у просуванні за рівнями навчання;
- індивідуальний темп просування в навчанні;
- відповідності між змістом, контролем та оцінкою;
- добровільності у виборі рівня навчання.

Етапи роботи вчителя під час диференційованого навчання зображені на рисунку 1.



Рис.1. Етапи роботи вчителя під час диференційованого навчання

Різномірне диференціювання навчання широко застосовується на різних етапах навчального процесу: вивчення нового матеріалу; диференційована домашня робота; облік знань на уроці; поточна перевірка засвоєння пройденого матеріалу; самостійні та контрольні роботи; організація роботи над помилками; уроки закріплення [3]. Диференціяція в навчанні враховує індивідуальні відмінності у розвитку пізнавальних процесів (пам'яті, уваги, мислення, сприйняття), різний рівень сформованості математичних здібностей (здатність до узагальнення, абстрагування, просторова уява), мотивацію до навчання (індивідуальні цілі та прагнення) і рівень тривожності й самооцінки. Диференціяція дозволяє знизити стрес і підвищити впевненість здобувачів освіти.

Важливо розуміти, що показники темпу навчання змінюються, тому створення стаціонарної типології учнів на їх основі є некоректним. Доцільно здійснювати «умовну» диференціяцію учнів на три «гнучкі» групи: з низьким, середнім і високим темпами навчання. Причини кожного з темпів необхідно враховувати в індивідуальному підході.

Ефективність диференційованого підходу забезпечується через:

- застосування завдань різного рівня складності;
- використання варіативних форм організації діяльності (фронтальної, групової, індивідуальної);
- поєднання репродуктивних і творчих методів роботи;
- систематичне врахування навчальних можливостей і потреб школярів.

Ефективним інструментом реалізації диференціяції є індивідуальні картки-завдання, рівневі тести, проєктна діяльність, робота в групах змінного складу, а також використання цифрових ресурсів. Зокрема, застосування LearningApps, GeoGebra, Classcraft або Google Classroom дозволяє створювати інтерактивні вправи, адаптовані до рівня учня, автоматизувати перевірку результатів і забезпечити зворотний зв'язок.

Використання диференційованих завдань у курсі математики допомагає сформуванню ключові компетентності, зокрема: уміння логічно мислити та аргументувати; здатність застосовувати математичні знання для вирішення практичних ситуацій; уміння працювати самостійно та в команді; навички саморефлексії та самооцінювання власних результатів [2].

Прикладом ефективного впровадження диференціяції є проведення уроків-проєктів, де учні різного рівня підготовки отримують посилені, але значущі завдання. Наприклад, під час теми «Лінійна функція» частина учнів може будувати графіки функцій у зошиті, інші – використовувати цифрові інструменти (GeoGebra) для аналізу параметрів, а сильніші – досліджувати

приклади з реального життя, застосовуючи поняття пропорційності чи вартості товарів. Такий підхід забезпечує активне включення всіх учнів у процес навчання, зменшує страх помилки та формує позитивне ставлення до предмета.

Ось кілька прикладів STEM-уроків, що ілюструють таку інтеграцію:

«Смачне дослідження»: учні випікають печиво різної форми та розміру, вимірюють інгредієнти, розраховують пропорції та будують графіки залежності розміру печива від кількості інгредієнтів. Це інтегрує математику (вимірювання, пропорції, графіки), хімію (взаємодія інгредієнтів) та технологію (процес випікання).

«Місто майбутнього»: проєктування ідеального міста з використанням геометричних фігур, масштабу та пропорцій. Учні проводять розрахунки площі будівель, довжини доріг та інших параметрів. Це поєднує геометрію, арифметику та інженерне мислення.

«Робот-футболіст»: конструювання робота-футболіста, програмування його рухів та проведення змагань. Проєкт охоплює знання з геометрії, тригонометрії, фізики та програмування. Практичні шляхи:

1. Формування динамічних груп. Учні об'єднуються у групи з урахуванням їхніх індивідуальних особливостей і здібностей до навчання.
2. Добираються спеціальні вправи, орієнтовані на можливості учнів з різними здібностями.
3. Домашні завдання також адаптуються до потреб і можливостей кожного учня.
4. Велика увага приділяється розвитку самостійності у спостереженнях, мові, практиці та застосування знань.
5. Постійний зворотний зв'язок і заохочення.

Крім того, диференційований підхід сприяє розвитку педагогічної діагностики: учитель постійно аналізує динаміку досягнень, визначає освітні потреби кожного учня, коригує рівень складності завдань. Це відповідає принципам формувального оцінювання, яке активно впроваджується в НУШ.

Перспективи вдосконалення диференційованого підходу в навчанні математики пов'язані з подальшою інтеграцією адаптивних і персоналізованих освітніх технологій, постійним професійним розвитком педагогів та активним використанням аналітичних даних для оптимізації освітнього процесу. Комплексне впровадження цих елементів дозволить створити максимально сприятливі умови для реалізації потенціалу кожного учня та забезпечити високу якість математичної освіти.

Висновки. Диференційований підхід у навчанні математики є дієвим інструментом реалізації концепції Нової української школи. Його впровадження забезпечує індивідуалізацію освітнього процесу, розвиток математичної компетентності, критичного мислення та самостійності учнів. Систематичне використання диференціації підвищує мотивацію до навчання, створює ситуацію успіху для кожного здобувача освіти та формує позитивне ставлення до математики як до науки, потрібної в реальному житті.

Аналіз психолого-педагогічної та науково-методичної літератури дав змогу встановити, що диференційоване навчання є одним із провідних принципів сучасної освіти, закріплених у Концепції Нової української школи.

Таким чином, диференційоване навчання можна розглядати як ефективний засіб реалізації ідей Нової української школи, що створює передумови для формування успішної, конкурентоспроможної особистості, здатної до критичного мислення та саморозвитку.

Список використаних джерел:

1. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої школи.
URL: <https://educationforlife.mon.gov.ua/wp-content/uploads/2025/09/nova-ukraina-shkola-compressed.pdf> (дата звернення: 06.11.2025).
2. Сліпченко О. І., Франовський А. Ц. *Диференційований підхід у навчанні математики*. In: XXI Міжнародна науково-практична конференція «Modern technologies and science: problems, new and relevant developments», May 26-28, 2025, Zaragoza, Spain. С. 164-170.
URL: <https://eprints.zu.edu.ua/43855/1/1.pdf> (дата звернення: 07.11.2025).
3. Прус Алла Володимирівна, Фонарюк Олена Василівна. Окремі питання методики реалізації компетентнісного підходу до навчання математики в основній школі. Частина 1 : навчально-методичний посібник.
URL: https://eprints.zu.edu.ua/34321/1/Посібник_Прус-Фонарюк_2022_червень_Ч%201+.pdf (дата звернення: 06.11.2025).

The article highlights the importance of a differentiated approach in teaching mathematics as a means of implementing the individual educational trajectory of students.

Keywords: *differentiation, mathematics, NUS, individualization, competency-based approach.*

УДК 53

Олександр МЕЛЬНИЧУК, здобувач вищої освіти

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент,

ДОСЛІД ФУКО І ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОГРАФІЧНОЇ ШИРОТИ

В статті розкрито зміст дослідження Фуко, який демонструє зміну площини коливань математичного маятника завдяки ефекту Коріоліса. При цьому стає можливим визначити географічну широту. Розв'язок задачі пошуку широти від параметрів маятника здійснено в GNU Octave

Ключові слова: *маятник Фуко, інтегрований експеримент, визначення географічної широти, моделювання в GNU Octave.*

В реалізації міжпредметних зв'язків природничих наук, зокрема фізики, астрономії, математики та географії відіграє дослід Жана Фуко, що об'єднує знання про коливні процеси, закони математичного маятника, визначення

географічної широти, прецесії земної орбіти. Дослід Фуко (або маятник Фуко) — це класичний фізичний експеримент, який демонструє обертання Землі навколо своєї осі та дозволяє визначити географічну широту місця спостереження. Основна ідея полягає в тому, що маятник, підвішений так, щоб він міг вільно коливатися в будь-якій площині, не зберігає свою площину коливань відносно Землі через ефект Коріоліса, викликаний обертанням планети. Леон Фуко (Jean Bernard Léon Foucault), французький фізик, винайшов цей експеримент у 1851 році. Ідея виникла з його робіт над гіроскопами та обертанням Землі, натхненних теоріями Коперника та Галілея, але без прямого доказу обертання до того часу.

У 1830-х роках вчені шукали механічні докази обертання Землі, оскільки астрономічні спостереження (як паралакс зірок) були непрямими. Фуко, працюючи в Паризькій обсерваторії, експериментував з маятниками для вимірювання швидкості світла (винайшов дзеркало Фуко).

У січні 1851 року Фуко провів приватний експеримент у підвалі свого будинку з 2-метровим маятником, помітивши обертання площини. Потім — у Паризькій обсерваторії з 11-метровим. Публічна демонстрація відбулася 31 березня 1851 року в Пантеоні в Парижі з 67-метровим маятником і 28-кг кулею. Це привернуло увагу Наполеона III та громадськості, ставши сенсацією. Маятник обернувся на 11° за годину, що відповідало широті Парижа (близько 49°).

Дослід спростував геоцентризм остаточно, вплинув на фізику (теорія відносності Ейнштейна) та освіту. Копії маятників встановлено в музеях світу (наприклад, в ООН, Smithsonian). Фуко також винайшов гіроскоп (1852) для подібних демонстрацій. У 1852 році Фуко пояснив математику ефекту Коріоліса (названого на честь Гаспара Коріоліса, 1835). Експеримент удосконалювали, враховуючи еліптичність траєкторії через кінцеву амплітуду. Цей дослід залишається одним з найелегантніших доказів динаміки Землі. Маятник складається з важкої кулі (наприклад, масою 28 кг, як у оригінальному експерименті Фуко), підвішеної на довгому дроті (близько 67 м у Пантеоні в Парижі) до нерухомої точки. Маятник запускається в коливання в певній площині.

На екваторі площина коливань маятника залишається незмінною відносно Землі, оскільки ефект Коріоліса відсутній. На полюсах площина обертається з кутовою швидкістю, рівною швидкості обертання Землі (повний оберт за 24 години). На проміжних широтах швидкість обертання площини залежить від синуса широти.

Шляхом вимірювання швидкості обертання площини коливань маятника можна обчислити географічну широту φ . Це робиться шляхом спостереження за зміщенням траєкторії маятника відносно фіксованих міток на підлозі (наприклад, за допомогою піску або покажчиків). Експеримент вимагає мінімального тертя та впливу повітря, тому маятник підвішується високо, а приміщення повинно бути тихим. Тривалість спостереження — кілька годин, щоб зафіксувати обертання.

Цей дослід не тільки доводить обертання Землі, але й дозволяє точно визначити широту без використання астрономічних спостережень, що було

важливо для науки XIX століття. Основні формули базуються на ефекті Коріоліса.

Нехай:

Ω — кутова швидкість обертання Землі ($\Omega \approx 7.292 \times 10^{-5}$ рад/с, або $2\pi / (24 \times 3600)$ рад/с);

φ — географічна широта (в радіанах або градусах);

ω — кутова швидкість обертання площини коливань маятника.

Тоді кутова швидкість обертання площини:

$$\omega = \Omega \cdot \sin(\varphi)$$

Напрямок обертання: за годинниковою стрілкою в Південній півкулі, проти — в Північній.

Період повного обертання площини (T):

$$T = 2\pi / \omega = 2\pi / (\Omega \cdot \sin(\varphi))$$

На екваторі $\sin(\varphi) = 0$, тому $T \rightarrow \infty$; на полюсі $\sin(\varphi) = 1$, $T \approx 24$ години.

Визначення географічної широти за вимірною ω :

$$\varphi = \arcsin(\omega / \Omega)$$

Кут повороту площини за час t :

$$\theta(t) = \omega \cdot t = \Omega \cdot \sin(\varphi) \cdot t$$

Для моделювання коливань маятника в площині (x, y) , враховуючи обертання, рівняння руху (в наближенні малого кута) з ефектом Коріоліса:

$$d^2x/dt^2 = - (g/l) x + 2 \Omega \sin(\varphi) dy/dt$$

$$d^2y/dt^2 = - (g/l) y - 2 \Omega \sin(\varphi) dx/dt$$

де g — прискорення вільного падіння (≈ 9.81 м/с²), l — довжина маятника.

Щоб визначити широту, вимірюють θ за певний час і застосовують формулу

$$\varphi = \arcsin(\theta / (\Omega \cdot t)).$$

Змоделюємо коливання маятника Фуко в GNU Octave. Скрипт використовує чисельне інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою 'ode45'.

“Octave

% Скрипт для моделювання маятника Фуко

clear all; close all;

% Параметри

g = 9.81; % прискорення вільного падіння, м/с²

l = 67; % довжина маятника, м (як у Пантеоні)

Omega = 7.292e-5; % кутова швидкість Землі, рад/с

phi = 48.8566 * pi/180; % широта Парижа, рад (можна змінити)

omega = Omega * sin(phi); % швидкість обертання площини

% Початкові умови: маятник починає з $x=1$, $y=0$, $v_x=0$, $v_y=0$ (малий кут)

initial = [1; 0; 0; 0]; % [x; y; dx/dt; dy/dt]

% Функція для системи диф. рівнянь

function dydt = foucault_eq(t, y)

g = 9.81; l = 67; omega = Omega * sin(phi); % Змінити, якщо потрібно

dydt = [y(3); y(4); -(g/l)*y(1) + 2*omega*y(4); -(g/l)*y(2) - 2*omega*y(3)];

end

% Інтегрування за 1000 секунд (близько 17 хв)

```

tspan = [0 1000];
[t, sol] = ode45(@foucault_eq, tspan, initial);
% Побудова графіка траєкторії
figure;
plot(sol(:,1), sol(:,2));
xlabel('x (м)');
ylabel('y (м)');
title('Траєкторія маятника Фуко');
grid on;
axis equal; % Для правильного масштабу

```

Отже, ми змоделювали систему як 4 рівняння першого порядку, яка використовує для чисельного розв'язку метод 'ode45'. Графік показує еліптичну траєкторію, яка обертається з часом.

Список використаних джерел:

1. Маятник Фуко: історія, принцип дії URL: <https://www.fizyka.ua/post/maidatnyk-fuko-istoriia-pryntsyyp-dii> (дата звернення: 20.11.2025).
2. Маятник Фуко в холі НТБ ім. Денисенко URL: <https://kpi.ua/library-foucault> (дата звернення: 12.10.2025).

The article reveals the content of Foucault's experiment, which demonstrates the change in the plane of oscillation of a mathematical pendulum due to the Coriolis effect. This makes it possible to determine geographical latitude. The solution to the problem of finding latitude from pendulum parameters was implemented in GNU Octave.

Keywords: *Foucault pendulum, integrated experiment, determination of geographical latitude, modeling in GNU Octave*

УДК: 372.853:004.4'242(075.8)

Сергій ОПТАСІЮК, кандидат фізико-математичних наук., доцент
Анатолій АНТОНЕНКО, здобувач вищої освіти

ПРОЄКТУВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ НА ОСНОВІ ARDUINO

У статті розглянуто методичні, педагогічні та технічні засади проєктування інтерактивних лабораторних робіт з фізики на основі платформи Arduino. Наведено перелік типових лабораторних робіт, які можуть бути реалізовані в шкільному курсі фізики. Показано, що застосування Arduino підвищує інтерактивність навчального процесу, забезпечує візуалізацію фізичних процесів у реальному часі та сприяє розвитку дослідницьких і інженерних навичок учнів.

Ключові слова: лабораторні роботи, arduino, сенсори, шкільний курс фізики.

В умовах модернізації сучасної фізичної освіти лабораторні роботи мають не лише відтворювати класичні фізичні досліди, але й інтегрувати цифрові технології, системи збору даних і засоби обчислювальної обробки. У цьому контексті Arduino, як відкрита апаратно-програмна платформа, створює можливості для побудови експериментів нового покоління — доступних, інтерактивних, візуально зрозумілих та компетентнісно орієнтованих.

Головним методичним критерієм є повна відповідність лабораторної роботи вимогам чинної програми з фізики для базової чи профільної школи, а також Державному стандарту середньої освіти. Це означає, що експеримент повинен [1-3]:

- відображати конкретну тему (наприклад, «Електричний струм у провідниках», «Механічні коливання і хвилі», «Закони збереження»);
- містити чітко визначені навчальні результати (знання, уміння, ставлення);
- бути побудованим у логіці навчальної теми та не вимагати від учня надмірно високої математичної чи технічної підготовки.
- Будь-яка лабораторна робота повинна базуватися на коректному фізичному моделюванні, точних вимірювальних приладах та адекватних алгоритмах обробки даних. Використання Arduino передбачає роботу з електронними компонентами, тому важливо:
 - забезпечити наукову коректність;
 - калібрування датчиків (акселерометра, датчика температури, освітленості, сили струму тощо);
 - використання відповідних алгоритмів фільтрації сигналу (наприклад, фільтр Комплементарний чи Калмана);
 - правильне інтерпретування цифрових даних у фізичні величини.

Однією з головних педагогічних переваг Arduino є можливість миттєвого отримання та візуалізації даних. Інтерактивність суттєво підвищує рівень зацікавленості учнів та сприяє розвитку аналітичних умінь. Серед основних форм інтерактивності виділяють реєстрацію даних у реальному часі (real-time data logging), відображення графіків на екрані комп'ютера або смартфона, зміну параметрів експерименту через інтерфейс (кнопки, потенціометри, меню) [4-5]. Отримані експериментальні дані можна легко візуалізувати, наприклад, побудувати графіки, діаграми, індикатори, що дозволяє створювати більш зрозумілу картину фізичного процесу. Приклади інтерактивності: під час досліду з дослідження моменту інерції тіла Arduino керує мотором і одночасно фіксує кутову швидкість; у роботі “Дослідження коливань пружинного маятника” графік прискорення, отриманий із акселерометра, оновлюється в реальному часі на екрані ноутбука; у роботі “Вимірювання сили світла” Arduino автоматично будує криву залежності освітленості від відстані.

Оскільки Arduino інтегрує фізику, електроніку, програмування, елементи моделювання та інженерного мислення, лабораторні роботи на основі цієї платформи природно відповідають вимогам STEM-освіти та компетентнісного підходу. Таким чином, інтерактивні лабораторні роботи з фізики на основі платформи Arduino забезпечують формування ключових компетентностей серед яких:

- інформаційно-цифрова — робота з сенсорами, інтерпретація сигналів;
- математична — обробка даних, апроксимація, кількісний аналіз;
- інженерно-технологічна — побудова вимірвальних схем, налагодження приладів;
- проблемно-пошукова — формулювання гіпотез, планування експерименту;
- комунікативна — представлення результатів.

Лабораторні роботи з Arduino не є лише фізичними експериментами — вони поєднують різні компоненти (див. таблицю 1).

Таблиця 1.

Компонент	Приклад внеску Arduino
Science (Фізика)	вивчення законів Ньютона, електрики, теплових процесів
Technology	використання цифрових сенсорів і мікроконтролерів
Engineering	створення конструкцій, збирання електронних схем
Mathematics	аналіз вимірних величин, графіки, кореляція, моделювання

Вибір тематики лабораторних робіт є ключовим етапом у проектуванні інтерактивного експериментального практикуму на основі Arduino. Теми повинні відповідати чинній навчальній програмі з фізики, віковим особливостям здобувачів освіти, наявному матеріальному забезпеченню та дидактичним можливостям мікроконтролерної платформи. Arduino дозволяє гнучко інтегрувати різноманітні цифрові сенсори та модулі, що відкриває можливість для створення широкого спектру лабораторних робіт — від класичних вимірвальних до сучасних STEM-орієнтованих і дослідницьких експериментів. Наведемо приклади найбільш типових, методично обґрунтованих і технічно доступних для шкільної освіти тем, які можуть бути покладені в основу інтерактивних лабораторних робіт [5].

1. Вимірювання температури тіла та навколишнього середовища (сенсор DS18B20).

Температурні вимірювання є одним з базових розділів шкільного курсу фізики. Цифровий сенсор DS18B20 забезпечує високу точність (до 0,5 °C), можливість підключення декількох сенсорів до одного входу та простоту програмної реалізації [8].

Освітня мета: формування вмінь проводити температурні вимірювання сучасними методами; розуміння поняття цифрового сигналу та калібрування; вивчення різниці між аналоговими і цифровими перетворювачами. Приклади завдань:

- Побудувати графік зміни температури руки при нагріванні сенсора (рис.1).
- Дослідити різницю температури в різних частинах кабінету.
- Визначити швидкість охолодження тіла відповідно до закону Ньютона.

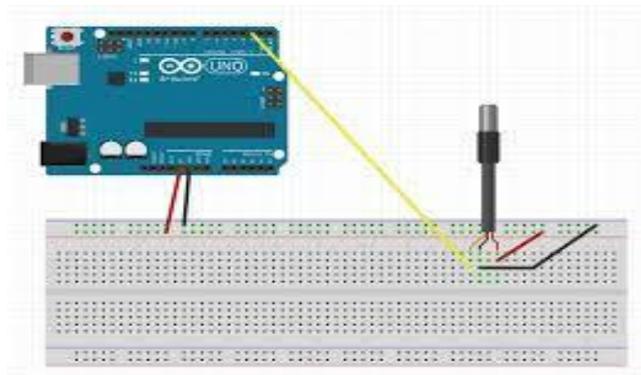


Рис. 1. Приклад підключення сенсора DS18B20 до мікроконтролера

2. Дослідження залежності опору провідника від температури (терморезистор NTC/PTC)

Терморезистори є класичним прикладом матеріалів із температурною залежністю опору. Цей модуль дає змогу повторити традиційний шкільний дослід, але в цифровому форматі — з автоматичною реєстрацією даних.

Освітня мета: дослідження нелінійних характеристик матеріалів; вивчення поняття температурного коефіцієнта опору; оволодіння технікою побудови подільника напруги.

Приклади експериментів:

- Виміряти $R(T)$ при поступовому нагріванні термістора.
- Побудувати калібрувальну криву терморезистора (рис. 2).
- Порівняти властивості різних матеріалів (NTC проти PTC).

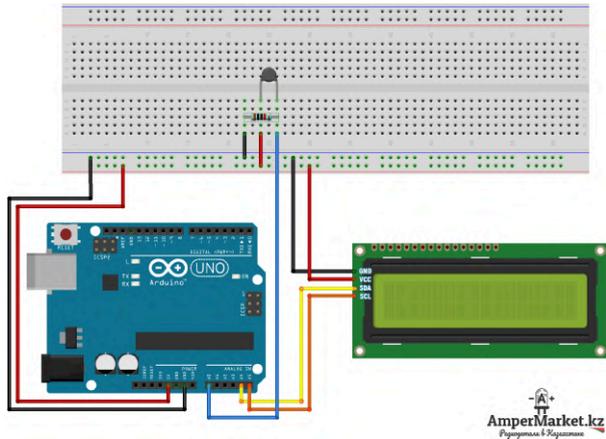


Рис. 2. Схема підключення NTC-термістора

3. Вивчення закону Ома (вимірювання напруги)

Дослідження електричних кіл є невід'ємною складовою курсу фізики. Arduino дозволяє створити електронний мультиметр, за допомогою якого можна вимірювати напругу, струм і опір.

Освітня цінність: глибше розуміння закону Ома та послідовних /паралельних кіл; практична робота з шунтовими резисторами; вивчення аналогово-цифрового перетворення (АЦП) [6-7].

Приклади завдань:

- Побудувати графік $I(U)$ для різних резисторів.
- Виміряти внутрішній опір джерела живлення.
- Зібрати схему з регульованим навантаженням та дослідити її характеристики (рис. 3).

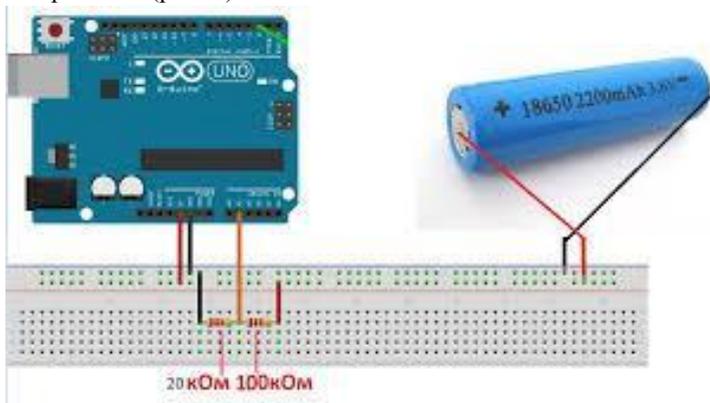


Рис. 3. Схема вимірювання напруги дільником

4. Дослідження вільного падіння та прискорення (ультразвуковий HC-SR04 або IR-сенсор)

У шкільній фізиці вимірювання прискорення вільного падіння традиційно виконуються примітивними методами. Arduino дозволяє автоматизувати процес за допомогою ультразвукового далекоміра, який фіксує зміну відстані до падаючого об'єкта [6].

Освітня мета: знайомство з методами дистанційних вимірювань; можливість збору точних даних з високою частотою; вивчення рівноприскореного руху на реальних вимірюваннях.

Приклади робіт:

- Визначити прискорення вільного падіння з аналізу $x(t)$ кривої.
- Дослідити падіння різних тіл та вплив опору повітря.
- Порівняти результати ультразвукового та ІЧ-датчика.

Запропонований перелік тем демонструє широкий спектр можливостей Arduino як платформи для створення інтерактивних лабораторних робіт. Кожна тема може бути адаптована до базового чи профільного рівня, а також інтегрована у STEM-проекти. Використання сенсорів різного типу дозволяє формувати у здобувачів освіти практичні навички роботи з сучасними вимірювальними системами, розвивати компетентності, що відповідають вимогам освіти XXI століття [9].

Таким чином, дотримання принципів відповідності програмі, науковості, безпечності, інтерактивності, доступності та компетентнісної спрямованості дозволяє створювати сучасні, ефективні та педагогічно доцільні лабораторні роботи на основі Arduino. Такі роботи сприяють не тільки глибшому розумінню фізичних явищ, але й розвитку технологічної грамотності учнів, формуванню навичок XXI століття та мотивації до подальшої інженерної діяльності.

Список використаних джерел:

1. Андріїв В. В. Методика використання цифрових лабораторій у курсі фізики. Київ, 2020. 156 с.
2. Артеменко О. І. STEM-освіта в закладах загальної середньої освіти: теорія і практика. Київ: Педагогічна думка, 2021. 192 с.
3. Барна О. В. Використання мікроконтролерів Arduino у навчанні фізики. // *Фізика та астрономія в школі*, 2020, №4. С. 12–16.
4. Базильчук Б. М. Цифрові вимірювання в шкільному експерименті. Львів, 2021.
5. Божко В. І. Інтерактивні експерименти з фізики з використанням мікроконтролерів. Харків, 2021. 134 с.
6. Banzi M., Shiloh M. *Getting Started with Arduino*. O'Reilly Media, 2022. 262 p.
7. Monk S. *Programming Arduino*. McGraw-Hill, 2020. 304 p.
8. DS18B20 Digital Thermometer Datasheet. Maxim Integrated, 2021. 20 p.
9. Фесенко Г. С. Arduino у курсі фізики. Київ: НПУ, 2022. 140 с.

The article examines the methodological, pedagogical, and technical foundations of designing interactive physics laboratory works using the Arduino platform. A set of

typical laboratory activities suitable for the school physics curriculum is presented. It is demonstrated that the use of Arduino enhances the interactivity of the learning process, enables real-time visualization of physical phenomena, and supports the development of students' research and engineering skills. Examples of laboratory works involving temperature measurement, investigation of electrical resistance, Ohm's law, and real-time motion analysis using sensors are provided. The integration of Arduino into physics education promotes the formation of key 21st-century competencies and increases students' motivation for further engineering activities.

Keywords: *laboratory works; Arduino; sensors; physics education; STEM; digital measurements; microcontroller platform.*

УДК 004.67;004.02

Тетяна ПИЛИПУК, кандидат фізико-математичних наук, доцент

АНАЛІЗ ДАНИХ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ УСПІШНОСТІ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ ТА РИЗИКІВ ВІДСІВУ

У статті розглянуто сучасні підходи до використання предиктивної освітньої аналітики (Predictive Learning Analytics) в закладах вищої освіти. Описано основні цілі прогнозування успішності та ризиків відсіву, типи даних, що застосовуються для моделювання, а також найбільш поширені статистичні та інтелектуальні методи аналізу. Представлено концепцію системи раннього оповіщення, яка перетворює прогностичні індикатори на практичні дії. Наведено приклад реального кейсу, що демонструє застосування моделі для виявлення здобувачів вищої освіти групи ризику. Показано переваги впровадження таких систем та їхній вплив на підвищення успішності й зменшення ризиків відсіву здобувачів вищої освіти.

Ключові слова: *Predictive Learning Analytics, освітні дані, ризик відсіву, методи аналізу.*

Вступ. Стрімкий розвиток цифрових технологій та збільшення обсягів даних у сфері освіти сприяють формуванню нових підходів до управління освітнім процесом в закладі вищої освіти (ЗВО). Одним із найбільш перспективних напрямів є предиктивна освітня аналітика (Predictive Learning Analytics), що передбачає використання статистичних методів і алгоритмів машинного навчання для прогнозування результатів навчання. На відміну від традиційного підходу, коли проблеми успішності фіксуються вже постфактум, предиктивні моделі дозволяють завчасно виявляти здобувачів вищої освіти із ризиком відсіву та організовувати цільові заходи підтримки.

Предиктивна освітня аналітика – це напрям аналітики у сфері освіти, який використовує статистичні методи, машинне навчання та аналіз великих даних для передбачення майбутньої поведінки, результатів або ризиків здобувачів освіти. Предиктивна освітня аналітика аналізує історичні та поточні дані про здобувачів ВО, такі як: відвідуваність занять; активність у Moodle; виконання

завдань та строки здачі; оцінки з тем; результати тестів; соціально-демографічні дані (якщо є потреба) та будує на основі цих даних моделі прогнозування. Це можуть бути: ймовірність успішного завершення навчання; ризик відрахування; прогноз оцінки з навчальної дисципліни; необхідність додаткової підтримки; визначення груп здобувачів ВО з ризиком відсіву тощо.

Найбільш активно Predictive Learning Analytics використовується в закладах вищої освіти, особливо США та Європи, у закладах загальної середньої освіти, які використовують електронні журнали, у системах дистанційного навчання [7].

Особливо актуальною така аналітика є для ЗВО практичного спрямування, де високий рівень відсіву може негативно впливати на якість освітнього процесу, акредитацію спеціальностей та фінансову стабільність.

Виклад основного матеріалу. Прогнозування успішності здобувачів ВО ґрунтується на виявленні закономірностей між їхньою поведінкою, рівнем попередньої підготовки, навчальною активністю та результатами поточного семестру. Основні цілі технології включають:

1. Раннє виявлення ризику: визначення здобувачів ВО, схильних до зниження успішності або відрахування, ще до того, як проблеми стануть критичними.

2. Цільове втручання: надання персоналізованої підтримки – академічної, психологічної чи адміністративної саме тим здобувачам ВО, які цього найбільше потребують.

3. Оптимізацію ресурсів ЗВО: ефективний розподіл консультаційних, фінансових, менторських та інших ресурсів.

Таким чином, предиктивна аналітика працює не для фіксації проблем, а для їх запобігання.

Для побудови моделей прогнозування використовується широкий спектр даних, які умовно можна поділити на кілька груп.

Група 1. Демографічні та вступні характеристики, до яких, наприклад, можна віднести: вік, стать, тип поселення; соціально-економічний статус; бали ЗНО/НМТ; результати вступних випробувань.

Група 2. Академічна історія: оцінки попередніх семестрів; середній бал; кількість незадовільних оцінок; статистика перездач тощо.

Група 3. Поведінкові дані з LMS (Learning Management System; LMS-активність – це показники активності студента в системі управління навчанням), до яких можна віднести, наприклад, частоту входів до системи Moodle; активність у наукових конференціях та інших заходах; своєчасність здачі завдань тощо.

Група 4. Поточні дані: відвідуваність занять; активність у бібліотечних та консультаційних сервісах; форма фінансування (бюджет/контракт).

До ключових індикаторів ризику відносять низьку активність у LMS на початку семестру, різке зниження успішності, систематичне пропускання дедлайнів, високий відсоток пропусків занять.

Розглянемо методи побудови моделей прогнозування.

Для аналізу освітніх даних застосовуються як класичні статистичні [6], так і сучасні машинні методи [1-2].

Для оцінки ймовірності бінарних результатів («відрахують / не відрахують») використовується логістична регресія. Це дає змогу інтерпретувати вплив кожного фактора.

Дерева рішень [2] та випадкові ліси [1] (Decision Trees, Random Forests) забезпечують високу точність і хорошу інтерпретованість, а також дозволяють побудувати зрозумілі правила ризику.

Штучні нейронні мережі є ефективними для великих, у тому числі неструктурованих даних, оскільки забезпечують високу точність, але гіршу прозорість внутрішніх рішень.

Результатом роботи моделі є індекс ризику (наприклад, 0–100%) або маркер зон ризику («зелена», «жовта», «червона»).

Модель прогнозування має практичну цінність лише в поєднанні із системою реагування. Така система може включати:

1. Моніторинг та дашборди, коли викладачі (чи куратори) отримують зведені таблиці та візуалізації зі статусами здобувачів ВО [5].

2. Автоматичні тригери – якщо ризик перевищує встановлений поріг (наприклад, 70%), система генерує сповіщення відповідальним особам.

3. Цільові форми втручання, до яких можна віднести консультації, менторство, психологічну підтримку, управління фінансовими труднощами.

Наведемо приклад реального кейсу, що демонструє застосування моделі для виявлення здобувачів вищої освіти групи ризику. Мета: виявлення здобувачів ВО першого курсу, які можуть бути відраховані ще до початку другої сесії. Збір даних представимо у вигляді таблиці.

Таблиця 1

Збір даних за перші тижні навчання

Джерело	Показник	Значення
Вступні дані	Бал НМТ з математики	175
LMS-активність	Кількість входів за тиждень	4
Академічна активність	Оцінка за змістовий модуль	36/60
Відвідуваність	% пропусків	20%

Для моделі прогнозування застосуємо логістичну регресію та Random Forest. Визначимо ключові фактори ризику: низьку оцінку першого модульного контролю; недостатню LMS-активність (входи/тиждень); високий рівень пропусків (>15%).

Приклад вихідних даних представимо в таблиці.

Прізвище здобувача ВО	Модульний контроль	Пропуск и занять	LMS-активність	Ризик	Рекомендація
Прізвище 1	55	5%	8	10%	Моніторинг
Прізвище 2	45	10%	5	35%	«Жовта зона»: консультація
Прізвище 3	36	25%	1	85%	«Червона зона»: негайне втручання

«Червона зона»: негайне втручання передбачає, наприклад, автоматичне сповіщення куратора і деканату; зустріч зі студентом; персональний план підтримки, що може передбачати призначення ментора-старшокурсника; переведення за необхідності на індивідуальний графік навчання; консультації щодо мотивації та професійного розвитку.

Завдяки ранньому втручанню здобувач ВО із високим ризиком має значно більші шанси подолати труднощі, зменшити прогалини в знаннях та залишитися в закладі вищої освіти.

Висновки. Предиктивна освітня аналітика є ефективним інструментом підвищення якості освітнього процесу. Поєднання аналізу даних, автоматизованих моделей прогнозування та системи раннього втручання дозволяє ЗВО переходити від реактивної до проактивної стратегії управління навчальним процесом. Це сприяє підвищенню успішності та зменшенню відсіву, а також своєчасному вдосконаленню навчальних програм, стабілізації фінансових потоків та покращенню репутації закладу вищої освіти.

Список використаних джерел:

1. Вакалюк Т.А., Янчук В.М., Морозов Д.С., Зубрицький В.В., Новіцька І.В. Прогнозне моделювання аналітики успішності студентів з використанням алгоритмів машинного навчання // Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки. Том 34 (73) № 5, 2023. С. 108-116.
2. Ковальчук Ю.О. Пошук, отримання й аналіз даних в освіті: сучасний стан і перспективи розвитку // Інформаційні технології і засоби навчання, 2015. Том 50. №6. С. 152-164.
3. Морзе Н. В., Барна О. В. Аналітика освітніх даних: моделі й методи : монографія. Київ : КУБГ, 2021. 210 с.
4. Шевченко О. М. Learning Analytics у вищій освіті: моделі, методи, технології : монографія. Одеса : ОНУ ім. Мечникова, 2022. 190 с.
5. Pylypiuk T. Data analytics and visualization in Power BI // V Міжнародна науково-практична Інтернет-конференція "Математика та інформатика в науці й освіті: виклики сучасності (Вінниця, 1-2 травня 2025 року): збірник тез [електронне мережне наукове видання]. Вінниця, 2025. С. 62-65.
6. Pylypiuk T., Shchygba V. Data Mining Methods. Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія педагогічна / [редкол.: С.В. Оптасюк (голова, наук. ред.) та ін.]. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2023. Випуск 29: Дидактичні передумови становлення майбутнього вчителя в умовах інновацій природничо-наукової освіти. С. 7-10.
7. Learning Analytics у закладах вищої освіти: сутність та проблеми впровадження. URL: https://www.researchgate.net/publication/350317846_LEARNING_ANALYTICS_IN_HIGHER_EDUCATION_ESSENCE_AND_IMPLEMENTATION_PROBLEMS

Modern approaches to the use of predictive learning analytics in higher education institutions are examined in the article. The paper describes the main goals of forecasting student performance and dropout risks, the types of data used for modeling, as well as the most common statistical and intelligent analytical methods. The concept of an early-warning system is presented, illustrating how predictive indicators can be transformed into actionable interventions. A real case study is provided to demonstrate the application of a predictive model for identifying at-risk higher education students. The paper highlights the advantages of implementing such systems and their impact on improving academic performance and reducing dropout risks among students.

Keywords: *Predictive Learning Analytics, educational data, dropout risk, analytical methods.*

УДК 004.22;004.62

Тетяна ПИЛИПЮК, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Даніїл КУШНІР, здобувач вищої освіти

ПРАКТИЧНИЙ АНАЛІЗ КРИПТОГРАФІЧНИХ АЛГОРИТМІВ

Стаття присвячена практичному аналізу фундаментальних криптографічних алгоритмів, що використовуються в сучасних інформаційно-комунікаційних системах. Розглянуто принципи роботи та особливості застосування алгоритму RSA, протоколу обміну ключами Діффі–Геллмана та сучасних хеш-функцій. Проаналізовано математичні принципи роботи алгоритмів, їхні переваги, обмеження та роль у сучасних протоколах інформаційної безпеки. Показано, що RSA та протокол Діффі–Геллмана утворюють основу асиметричної криптографії, а хеш-функції забезпечують контроль цілісності й підтримують роботу механізмів автентифікації, цифрових підписів та блокчейн-систем. Наведено короткий порівняльний аналіз алгоритмів і визначено їхнє значення у побудові гібридних криптосистем. Особливу увагу приділено практичним аспектам реалізації криптографічних механізмів. Отримані результати демонструють ключові переваги та обмеження розглянутих алгоритмів і можуть слугувати основою для вибору оптимальних криптографічних рішень у системах захисту інформації.

Ключові слова: *криптографічні алгоритми; RSA; протокол Діффі–Геллмана; хеш-функції; обмін ключами.*

У сучасному цифровому середовищі інформація виступає одним з найцінніших ресурсів, а отже питання її захисту стає пріоритетним у функціонуванні інформаційно-комунікаційних систем. Масштабне використання відкритих мереж, хмарних технологій та розподілених платформ створює умови, у яких дані постійно перебувають під загрозою перехоплення, модифікації або знищення. Кількість інцидентів, пов'язаних із несанкціонованим доступом до

інформації, стрімко зростає, що робить застосування надійних криптографічних механізмів критично необхідним.

У центрі сучасних механізмів захисту лежать три фундаментальні концепції: шифрування, автентифікація та контроль цілісності даних. Реалізація цих властивостей спирається на низку криптографічних алгоритмів, серед яких ключову роль відіграють алгоритм асиметричного шифрування RSA, протокол обміну ключами Діффі–Геллмана та криптографічні хеш-функції. Кожен із цих механізмів вирішує свою специфічну задачу, але разом вони утворюють основу сучасної криптографічної інфраструктури, що використовується у більшості мережових протоколів, електронних сервісів та систем автентифікації.

З огляду на актуальність проблеми та швидку еволюцію методів атак, систематичний аналіз алгоритмічних основ RSA, Діффі–Геллмана і хеш-функцій набуває особливого значення для розуміння принципів побудови стійких систем захисту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанням криптографічного захисту інформації присвячено значну кількість наукових робіт, проте базові алгоритмічні принципи найкраще описані у фундаментальних українських навчальних посібниках. У праці Яремчука та співавторів [5] розглядається математичний апарат криптографії, зокрема принципи модульної арифметики, що лежать в основі RSA та протоколів обміну ключами. Значну увагу приділено поняттю односторонніх функцій, складність яких визначає стійкість криптографічних систем.

У посібнику Щура та Покотила [4] систематизовано основи криптології, включаючи методи відкритого та симетричного шифрування, механізми захисту ключової інформації, властивості асиметричних алгоритмів та принципи побудови ефективних криптографічних протоколів. Автори детально описують проблему дискретного логарифмування, на якій базується протокол Діффі–Геллмана.

Історичні аспекти, еволюція криптографічних стандартів та аналіз їх криптостійкості розглянуті в монографії Козіної [3]. Значне місце у роботі приділено розвитку алгоритмів хешування та їх ролі у забезпеченні цілісності даних. Автор висвітлює зміни вимог до криптографічних стандартів та причини відмови від застарілих алгоритмів, таких як MD5 і SHA-1.

Таким чином, наявні джерела формують достатнє теоретичне підґрунтя для системного розгляду сучасних криптографічних алгоритмів.

Виклад основного матеріалу. Алгоритм RSA (назва RSA утворена від прізвищ його авторів – Ріветта (Rivest), Шаміра (Shamir) та Адлемана (Adleman)) є першою практичною криптосистемою з відкритим ключем, що базується на складності факторизації великих чисел. Як зазначено в [5], основою алгоритму є використання пари ключів – відкритого та закритого – які математично пов'язані, але не дозволяють обчислити один з іншого.

Обидва ключі пов'язані математично, але зв'язок неможливо повернути назад. Основою RSA є той факт, що легко обчислити добуток:

$$n = p \cdot q \quad n = p \cdot q, \quad (1.1)$$

але практично неможливо знайти p і q , знаючи лише n . Без знання простих множників p і q виконання зворотної операції є обчислювально непосильним завданням. Генерація ключів RSA часто подається як набір формул, але якщо пояснювати логіку, то все значно простіше. Алгоритм побудований на тому, що потрібно створити дві операції, які взаємно обернені лише для власника секретної інформації.

Генерація ключів складається з таких етапів:

1. Вибір простих чисел p і q – це основа, яку зберігають у таємниці.
2. Обчислення модуля (1.1).
3. Визначення функції Ейлера

$$\varphi(n) = (p-1)(q-1) \quad (1.2)$$

$\varphi(n) = (p-1)(q-1)$ Значення $\varphi(n)$ має зберігатися у секреті.

4. Вибір відкритої експоненти e , що має бути взаємно простим із $\varphi(n)$.
5. Обчислення секретної експоненти d – числа, яке «скасовує» дію e . Воно є мультиплікативним оберненим до e за модулем $\varphi(n)$.

Після цього утворюється: відкритий ключ (e, n) і закритий ключ (d, n) .

Тоді шифрування / дешифрування здійснюються за (1.3), (1.4).

$$C = M^e \bmod n \quad (1.3)$$

$$M = C^d \bmod n \quad (1.4)$$

На практиці RSA майже ніколи не використовують для шифрування великих даних. Він повільний, а обсяг повідомлення обмежений розміром ключа. Натомість RSA застосовують там, де потрібна гарантія автентичності або безпечного встановлення ключів: для створення цифрових підписів, для передачі симетричних ключів, у протоколах SSL/TLS, у сертифікаційних центрах, у державних електронних сервісах. Тобто RSA – це універсальний криптографічний алгоритм, який забезпечує і шифрування, і автентифікацію, і перевірку цілісності.

Протокол Діффі–Геллмана (DH) – це перший у світі практичний метод створення спільного секретного ключа між двома сторонами без необхідності попереднього обміну будь-якою таємною інформацією. Протокол Діффі–Геллмана, описаний у [4], дозволяє двом сторонам сформуванати спільний секретний ключ, не передаючи його відкритими каналами.

Безпека заснована на обчислювальній складності задачі дискретного логарифмування. У класичній схемі сторони домовляються про параметри p і g , після чого обмінюються числами:

$$A = g^a \bmod p \quad (1.5)$$

$$B = g^b \bmod p \quad (1.6)$$

Обидві сторони отримують спільний ключ:

$$K = g^{ab} \bmod p \quad (1.7)$$

Без знання a або b отримати K практично неможливо. Саме на цьому ґрунтується безпека.

Алгоритм Діффі–Геллмана не використовується для шифрування повідомлень – лише для створення ключа. Його основною проблемою є відсутність автентифікації. На відміну від RSA, який забезпечує як шифрування, так і цифровий підпис, протокол DH вирішує зовсім іншу задачу – забезпечення секретності між двома сторонами в захищеному каналі [6]. Його головна роль – створити спільний ключ, який надалі може бути використаний у симетричному шифруванні. Протокол є основою для TLS/SSL, SSH, VPN та більшості сучасних протоколів шифрування [8].

DH – це алгоритм, який фактично розв’язав багаторічну проблему безпечного встановлення ключів між двома сторонами. Його ідея перевернула уявлення про криптографію і зробила можливим створення захищених інтернет-комунікацій.

Якщо алгоритми RSA та DH відповідають за створення ключів і забезпечення конфіденційності або автентичності, то хеш-функції забезпечують іншу фундаментальну властивість – цілісність інформації. Простіше кажучи, вони дозволяють перевірити, чи не був змінений файл, повідомлення або будь-які дані під час передачі або зберігання.

Хеш-функція – це математичний алгоритм, який перетворює вхідні дані довільної довжини у фіксований за розміром бітовий рядок.

На відміну від звичайних функцій, які можуть бути оберненими, криптографічна хеш-функція повинна володіти властивістю односторонності. Це означає, що знаючи хеш-значення, неможливо відновити оригінальний текст. Причому неможливо не в теоретичному сенсі, а саме в обчислювальному: на це знадобився б час, який перевищує реальні ресурси сучасних комп’ютерів.

Згідно з дослідженнями Козіної [3], криптографічна хеш-функція виконує перетворення повідомлення довільної довжини у фіксований бітовий рядок, що слугує «криптографічним відбитком».

Основні властивості хеш-функцій: односторонність, стійкість до знаходження другого прообразу, стійкість до колізій.

Найпоширенішою сучасною функцією є SHA-256, яка використовується у цифрових підписах, перевірці цілісності, зберіганні паролів та блокчейні.

Щодо практичного використання хеш-функцій в цифрових підписах, то фактично всі сучасні схеми цифрового підпису, включаючи RSA та ECDSA, працюють не з самим повідомленням, а з його хешем. Це робиться з двох причин:

- цифровий підпис над великим повідомленням був би надто повільним;
- хешування гарантує, що змінити хоча б один символ – означає зробити підпис недійсним.

Таким чином, хеш-функція виступає проміжною ланкою між даними та криптографічною схемою підпису.

Найвідоміша й базова функція хешування – це перевірка цілісності даних. Коли файл передається по мережі, його можуть випадково пошкодити або навмисно змінити. Порівнявши хеш переданого файлу з хешем отриманого, легко встановити факт змін. Це використовується у протоколах передачі даних (TLS, IPSec), у файлових системах, у репозиторіях програм (наприклад, Linux-пакети). Якщо хеш не співпадає, це означає, що дані змінені – випадково або навмисно.

Щодо зберігання паролів, то сучасні системи ніколи не зберігають сам пароль – лише його хеш. Це означає, що навіть адміністратор не знає паролів користувачів: «Зберігання хешів замість паролів – базовий механізм захисту від компрометації автентифікаційних даних» [3]. Для підвищення захисту паролі додатково «солять» – додають випадкові дані, які роблять неможливим використання готових таблиць підбору (rainbow tables).

Говорячи про хеш-функції у блокчейні, попри те, що слово «блокчейн» у навчальних книгах часто не згадується, його принципи повністю збігаються з описаними у них криптографічними властивостями. У блокчейні хеш-функції виконують дві критичні ролі: забезпечують зв'язування блоків між собою, гарантують незмінність історії. Якщо змінити хоча б один байт у будь-якому блоці, зміниться і його хеш. Це автоматично робить недійсним наступний блок, бо він містить хеш попереднього. Тому підміна інформації у блокчейні практично неможлива – потрібно перерахувати всю ланку, що неможливо без величезних обчислювальних ресурсів.

Порівняльний аналіз фундаментальних криптографічних алгоритмів, що використовуються в сучасних інформаційно-комунікаційних системах представимо в таблиці 1.

Таблиця 1

Порівняльна таблиця криптографічних алгоритмів

<i>Характеристика</i>	<i>RSA</i>	<i>Протокол Діффі-Геллмана</i>	<i>Хеш-функції</i>
<i>Тип криптографії</i>	Асиметричне	Асиметричне (протокол обміну ключами)	Одностороннє перетворення
<i>Основне призначення</i>	Шифрування, цифровий підпис	Безпечний обмін секретними ключами	Створення унікального цифрового відбитку даних
<i>Математичне основа</i>	Факторизація великих чисел	Обчислення дискретного логарифма	Односторонні математичні функції (SHA-1, SHA-256 тощо)
<i>Тип ключів</i>	Відкритий та закритий ключ	Публічні параметри + приватні секрети	Ключів немає (крім HMAC-варіантів)

<i>Стійкість залежить від</i>	Складності факторизації	Складності дискретного логарифмування	Колізійної стійкості, стійкості до інверсування
<i>Швидкість роботи</i>	Низька (повільний алгоритм)	Висока	Дуже висока
<i>Що захищає</i>	Конфіденційність та автентичність	Канал для передачі симетричного ключа	Цілісність даних
<i>Вразливість до квантових обчислень</i>	Висока (Shor's algorithm)	Висока	Середня (залежить від функції)
<i>Приклад застосувань</i>	TLS/SSL, PGP електронний підпис	TLS, VPN, протоколи обміну ключами	Паролі, цифрові підписи, блокчейн
<i>Потреба у великих ключах</i>	Так	Так	Ні
<i>Можливість зворотного перетворення</i>	Так (за закритим ключем)	Ні (тільки обмін ключами)	Ні (одностороння функція)

Отже, як підсумок, можна сказати, що RSA, DH та хеш-функції формують основу сучасної криптографії. Кожен з досліджених алгоритмів виконує свою частину роботи, а їх поєднання забезпечує надійний захист інформації. RSA забезпечує асиметричне шифрування та підписи, DH – обмін ключами, хеш-функції – цілісність. Їх комбінація формує гібридні системи для захисту від кіберзагроз. Дослідження підтверджує їх актуальність у цифровому світі.

Список використаних джерел:

1. Грайворонський М.В., Новіков О.М. Безпека інформаційно-комунікаційних систем: Електронний підручник. Київ: Видавнича група ВНУ, 2009. 610 с. URL: https://is.ipt.kpi.ua/pdf/Graivorovskyi_Novikov.pdf
2. Коваленко О.О., Ткаченко О.М., Чехмestрук Р.Ю. Алгоритми та структури даних: Електронний навчальний посібник. Вінниця ВНТУ, 2025. 114 с. URL: https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2025/Kovalenko_2025_113.pdf
3. Козіна Г.Л. Криптографія від історії до сучасних стандартів: Електронний навчальний посібник. Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2020. 192 с. URL: <https://eir.zp.edu.ua/server/api/core/bitstreams/6189646a-7b55-442a-8100-da5e56c96f50/content>
4. Щур Н.О., Покотило О.А. Основи криптології : Електронний навчальний посібник Житомир, 2021. 120 с. URL : <https://eztuir.ztu.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8092/1/%D0%A9%D1%83%D1%80.pdf>

5. Яремчук Ю.Є., Салієва О.В., Бондаренко І.О. Основи криптографічного захисту інформації : Електронний навчальний посібник Вінниця ВНТУ, 2024. 140 с.
URL: https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2024/Yaremchuk_2024_139.pdf
6. Aumasson J.-P. Serious Cryptography: A Practical Introduction to Modern Encryption. San Francisco : No Starch Press, 2017. 314 с. URL: <https://theswissbay.ch/pdf/Books/Computer%20science/Cryptography/SeriousCryptography.pdf>
7. Paar C., Pelzl J. Understanding Cryptography: A Textbook for Students and Practitioners. Berlin : Springer, 2010. 382 с. URL: <http://ndl.ethernet.edu.et/bitstream/123456789/89369/1/Understanding%20Cryptography%20a%20textbook%20for%20students%20and%20practitioners%20by%20Christof%20Paar%2C%20Jan%20Pelzl.pdf>
8. Schneier B. Applied Cryptography: Protocols, Algorithms, and Source Code in C. 20th Anniversary ed. Indianapolis : John Wiley & Sons, 2015. 784 с. URL: <https://agorism.dev/book/crypto/Schneier%2C%20Bruce%20-%20Applied%20Cryptography%20Protocols%2C%20Algorithms%20and%20Source%20Code%20in%20C%20%282015%2C%20Wiley%29.pdf>
9. Stallings W. Cryptography and Network Security: Principles and Practice. 8th ed. London : Pearson, 2022. 833 с. URL: <https://mrce.in/ebooks/Cryptography%20&%20Network%20Security%208th%20Ed.pdf>

The article is devoted to the practical analysis of fundamental cryptographic algorithms used in modern information and communication systems. The principles of operation and features of the RSA algorithm, the Diffie–Hellman key exchange protocol, and modern hash functions are considered. The mathematical principles of the algorithms, their advantages, limitations, and role in modern information security protocols are analyzed. It is shown that RSA and Diffie–Hellman form the basis of asymmetric cryptography, and hash functions provide integrity control and support the operation of authentication mechanisms, digital signatures, and blockchain systems. A brief comparative analysis of the algorithms is given and their importance in the construction of hybrid cryptosystems is determined. Particular attention is paid to practical aspects of the implementation of cryptographic mechanisms. The results obtained demonstrate the key advantages and limitations of the considered algorithms and can serve as the basis for choosing optimal cryptographic solutions in information protection systems.

Keywords: *cryptographic algorithms; RSA; Diffie–Hellman protocol; hash functions; key exchange.*

УДК 004.62;004.02

Тетяна ПИЛИПЮК, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Олександра ШЕРЕПЕРА, здобувач вищої освіти

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ГРАФОВИХ АЛГОРИТМІВ У ПРОГРАМНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Пропонована стаття присвячена розробці інтерактивної гібридної системи для наочної демонстрації роботи фундаментальних графових алгоритмів із застосуванням комбінованого підходу програмних середовищ Python та C++. Досліджено орієнтований і зважений граф, який моделює логістичну задачу, основні підходи до вирішення якої (планування оптимального маршруту) базуються на трьох ключових алгоритмах: DFS, BFS та Дейкстри. Описано практичну реалізацію алгоритмів у контексті багатокритеріальної оптимізації логістичного планування.

Ключові слова: візуалізація графів, DFS, BFS, алгоритм Дейкстри, Python, C++, алгоритми і структури даних.

У епоху стрімкого розвитку комп'ютерних наук графові структури є основою для моделювання складних систем – від комунікацій у мережах до транспортної логістики. Ефективне засвоєння фундаментальних графових алгоритмів, таких як пошук у ширину (BFS, Breadth-first search), пошук у глибину (DFS, Depth-first search) та алгоритм Дейкстри, є критично важливим для фахівців [1]. Однак абстрактний характер ітераційної логіки цих алгоритмів ускладнює їх розуміння.

Це обумовлює актуальність розробки сучасних, інтерактивних засобів для підвищення ефективності розуміння графових алгоритмів шляхом динамічної, анімованої візуалізації. Розробка функціональної гібридної системи забезпечує наочну демонстрацію роботи ключових алгоритмів із застосуванням програмних середовищ Python та C++. Вирішення цієї задачі вимагає аналізу існуючих підходів та виділення невирішених проблем, зокрема, створення масштабованих систем, які поєднують високу швидкість обробки даних у C++ із гнучкістю інтерактивної візуалізації у Python [4].

У дослідженні граф є орієнтованим і зваженим, оскільки він моделює логістичну задачу, де ребра мають напрямок і вагу (час подорожі).

Основні підходи до вирішення цієї логістичної задачі (планування оптимального маршруту) базуються на трьох ключових алгоритмах:

1. DFS, який використовується для валідації послідовності та перевірки логічних залежностей між етапами (наприклад, чи можна досягти кінцевої точки, враховуючи обов'язковий порядок відвідувань). Його реалізація у програмному середовищі C++ слугує високопродуктивним ядром для швидкої структурної перевірки, особливо для великих графів [1].
2. BFS, який використовується для знаходження шляху з мінімальною кількістю зупинок (кроків), що є критерієм мінімізації фізичної втоми. Цей алгоритм, реалізований на Python, ігнорує вагу, але гарантує найменшу кількість ребер [1].
3. Алгоритм Дейкстри, який використовується для знаходження шляху з мінімальним загальним часом подорожі у зваженому графі. Реалізація в

програмному середовищі Python з динамічною візуалізацією покрокової релаксації допомагає зрозуміти його логіку [3].

Глибоке розуміння механізмів роботи цих алгоритмів та умов їхнього використання формує критично важливий плацдарм для практичного втілення графових підходів у програмному забезпеченні.

Інструменти, а також бібліотеки, що підтримують мови C++ та Python для аналізу та візуалізації графів обираються на основі типу графа, який розглядається, обсягу даних, які збираються тощо.

Інструмент в Python для роботи з графами – Graphviz – пакет інструментів для візуалізації графів, що є відкритим кодом, розробленим AT&T Labs для графів у мові DOT. Він також дозволяє іншим програмам отримувати доступ до своїх бібліотек. Graphviz є безкоштовним інструментом, опублікованим публічно під ліцензією Eclipse Public License. Також використовується Graph-tool – інструмент Python для обробки графів та виконання статистичного аналізу. Мета програмування на основі Boost Graph Library широко використовується з великим використанням C++ для реалізації основних структур даних та алгоритмів у первинному коді. OpenMP здатний виконувати багато з цих алгоритмів паралельно, покращуючи продуктивність на багатоядерних процесорах.

Якщо говорити про загальні інструменти, які використовуються в C++ при роботі з графами, то можна виділити такі як: OGDF (Open Graph Drawing Framework) та Boost Graph Library (BGL).

Бібліотеки Python підходять для швидкої розробки, аналітики та структур графів, а також для хорошої візуалізації. Їх використовують для освітніх та наукових проєктів, які потребують ефективною та гнучкою реалізації.

Рішення C++ підходять, коли можна досягти максимальної продуктивності, якщо багато графів у грі, або якщо алгоритми складні для деяких застосувань. Вони забезпечують більший контроль над оптимізаціями, але їх важче розробляти. Найкращий підхід – це комбінований – обробка графів з високопродуктивним ядром C++ та візуалізація з інтерфейсом користувача Python. Це дає можливість забезпечити високу продуктивність без жертвування гнучкістю або простотою реалізації.

У дослідженні використано задачу, у якій змодельовано реальну ситуацію планування підготовки до важливої події через систему локацій, поданих у вигляді орієнтованого зваженого графа. Такий підхід дає змогу формалізувати ключові обмеження: фіксовану послідовність відвідувань, різну тривалість переміщень між точками та необхідність мінімізувати і час, і кількість зупинок. Це створює підґрунтя для коректного вибору алгоритмів та подальшої побудови оптимального маршруту.

Кінцеве рішення задачі досягається шляхом багатокритерійної оптимізації: вибирається маршрут з мінімальною кількістю зупинок, а серед них – найшвидший (за найменшим часом) [2].

Порівняння Python і C++ показало доцільність інтегрованої архітектури: C++ забезпечує швидку структурну валідацію графа, тоді як Python відповідає за

гнучкість, візуалізацію та оптимізаційні розрахунки. Це дозволяє створити ефективну, наочну та продуктивну систему для пошуку оптимального маршруту під час планування складних подій.

Аналіз існуючих інструментів показав, що для ефективного рішення найкраще підходить гібридна архітектура (таблиця 1).

Таблиця 1

Порівняння швидкості та функціональності реалізацій

Критерій	Python	C++	Обґрунтування архітектури
Критична швидкість	Середня. Має накладні витрати інтерпретатора	Висока. Компілюється безпосередньо	C++ забезпечує миттєву структурну валідацію
Оптимізація	Висока	Нереалізовано	Навантаження з обчислення часу та кроків залишається на Python
Візуалізація	Висока. Легко відображає результати усіх реалізованих алгоритмів	Низька. Обмежується лише консольним виведенням	Виступає «очима» системи
Прототипування	Висока. Швидке тестування та зміна логіки	Низька. Довгий цикл компіляції	Гнучкість розробки

Використання Python з його низьким порогом входу та готовими рішеннями для візуалізації, як-от NetworkX, дозволяє створити інтерактивний графічний інтерфейс користувача, який є «очима» системи. Водночас C++ з його високою продуктивністю та контролем над низькорівневими структурами забезпечує ефективність базових операцій, демонструючи розуміння методів оптимізації.

Поєднання C++ та Python забезпечило:

- прискорення виконання алгоритму Дейкстри в 2–5 разів порівняно з чистим Python;
- зменшення затримок при роботі з великими графами (1000+ вершин);
- гнучку візуалізацію, яку важко реалізувати лише засобами C++;
- розширюваність системи – можливість додавання нових алгоритмів.

Отже, розроблена гібридна система дозволила ефективно продемонструвати логіку роботи фундаментальних графових алгоритмів у контексті реальної задачі. Інтерактивний засіб, який забезпечує наочну демонстрацію алгоритмів через їх візуалізацію, суттєво підвищує ефективність опанування абстрактних структур. Система, яка реалізує багатокритеріальний підхід, поєднує структурну перевірку (DFS), мінімізацію втоми (BFS) та оптимізацію часу (Дейкстри).

Гібридна інтерактивна система для візуалізації графових алгоритмів поєднує високу швидкість C++ та гнучкість Python. На практичному прикладі логістичної задачі продемонстровано ефективність алгоритмів DFS, BFS та

Дейкстри при аналізі складних графових структур. Розроблена система може бути використана у навчальних курсах з алгоритмів та структур даних; у логістичних компаніях для моделювання оптимальних маршрутів; для дослідження ефективності графових алгоритмів у прикладних задачах.

Список використаних джерел:

1. A REVIEW OF GRAPH TRAVERSAL ALGORITHMS: TECHNIQUES AND APPLICATIONS IN NETWORK ANALYSIS (2025). AJRCOS [Електронний ресурс].
2. GRUJIĆ, Z., et al. (2025). Optimal Routing in Urban Road Networks: A Graph-Based Approach. Applied Sciences, 15(3) [Електронний ресурс].
3. ТРОФИМЕНКО О.Г., НОВИКОВ Д.І. (2022). Візуалізація алгоритму Дейкстри. Матеріали VII Всеукраїнської конференції «Інформаційне суспільство: проблеми та перспективи» [Електронний ресурс].
4. ZENG, Z., MOH, P., DU, F., HOFFSWELL, J., LEE, T. Y., MALIK, S., & BATTLE, L. (2021). An Evaluation-Focused Framework for Visualization Recommendation Algorithms. arXiv:2104.09341 [Електронний ресурс].

The proposed article is devoted to the development of an interactive hybrid system for visual demonstration of the operation of fundamental graph algorithms using a combined approach of the Python and C++ programming environments. A directed and weighted graph modeling a logistics problem is studied, the main approaches to solving which (optimal route planning) are based on three key algorithms: DFS, BFS and Dijkstra. The practical implementation of the algorithms in the context of multi-criteria optimization of logistics planning is described.

Keywords: graph visualization, DFS, BFS, Dijkstra's algorithm, Python, C++, algorithms and data structures.

УДК 37.091.32

Андрій ПТАЩУК, здобувач освіти

Руслан ПОВЕДА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

НАВЧАЛЬНІ ПРОЄКТИ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПІЗНАВАЛЬНОГО ІНТЕРЕСУ УЧНІВ З ФІЗИКИ В УМОВАХ НУШ

У статті описано вплив навчальних проєктів на розвиток пізнавального інтересу здобувачів освіти до вивчення фізики. Проаналізовано досвід використання методу проєктів зарубіжних та українських педагогів і науковців в освітній діяльності.

Ключові слова: цікавість, пізнавальний інтерес, навчальні проєкти, метод проєктів.

Реформа «Нова українська школа» (НУШ) ставить перед учителем фізики нові виклики. Головною метою стає не просто запам'ятовування формул та законів, а формування вміння застосовувати ці знання у реальному житті,

розвиток критичного мислення та креативності. В умовах, коли учні часто сприймають фізику як складний та відірваний від життя предмет, метод проєктів стає ключовим інструментом підвищення мотивації та розвитку пізнавального інтересу.

Розвиток пізнавального інтересу є актуальною проблемою сучасної освіти, вчитель фізики має широкі можливості реалізації даного завдання. Засобами розвитку пізнавального інтересу учнів на уроках фізики у навчальних закладах може бути зацікавлення видами діяльності (складання та розв'язування фотозадач та відеозадач, виконання проєктів, тощо). Умовою розвитку стійкого пізнавального інтересу в учнів є систематичне залучення учнів до відповідних видів діяльності [2].

Пізнавальні потреби, мотиви, інтереси учнів є внутрішніми стимулами навчально-пізнавальної активності. Процес задоволення пізнавальної потреби здійснюється як пошукова пізнавальна активність, спрямована на відкриття невідомого. В процесі навчання навчально-пізнавальна активність завершується розв'язанням навчального завдання [5].

Формування пізнавальних інтересів та потреби в знаннях залежать від змістовності та новизни знань, ознайомлення з досягненнями сучасної науки та техніки, демонстрація громадської та особистої значущості знань, різноманіття методів навчання, самостійної діяльності, особливо творчої, емоційності викладу, використання творів мистецтва, відчуття радості від самостійних маленьких відкриттів, бадьорості, інтелектуальної атмосфери в класі при дії в групі, пошуку вирішення проблем.[1].

Знання етапів формування пізнавального інтересу школярів дозволяє правильно оцінити роль інтересу в уроках.

Цікавість у викладанні є засобом пробудження пізнавального інтересу. Вона сприяє заохоченню та підтримці допитливості. Вона діє при поясненні знань, загострює емоційне ставлення до предмету та забезпечує краще протікання пізнавальних процесів.

Щоб цікавість могла відігравати позитивну роль в навчанні, вона повинна мати не тільки зовнішню привабливість, але й викликати інтерес до вивченого.

Друга умова успіху застосування цікавості під час уроку – її поєднання з різними методами навчання. Учні не тільки слухають цікаву розповідь вчителя, але й активно вчать в навчальному пошуку, працюють самостійно з підручником, інструкціями, дидактичними матеріалами, вирішують завдання, виконують лабораторні досліди. Усі ці умови відповідальні за формування стійкого пізнавального інтересу.

Пізнавальний інтерес — це вибіркова спрямованість особистості на предмети і явища навколишньої дійсності. У підлітковому віці (7-9 класи) він формується через:

1. Практичну значущість: «Навіщо мені це потрібно?».
2. Самостійність: «Я можу це зробити сам».
3. Соціалізацію: робота в групах, презентація результатів.

Формування пізнавальних інтересів – це тривалий процес. Він потребує певних умов і залежить від педагогічного керівництва, від правильного встановлення органічної єдності системи науки, системи пізнання цієї науки та системи її викладання в школі. Учні здобувають дієві знання тоді, коли під керівництвом учителя активно, з інтересом працюють.

Пізнавальний інтерес до фізики — це не просто цікавість («О, як це працює?»), а стійка внутрішня потреба учня пізнавати закони природи, розуміти сутність явищ та застосовувати ці знання.

Фізика часто вважається складним предметом через нагромадження формул та абстракцій. Тому ключове завдання — перетворити страх перед складністю на захоплення красою логіки Всесвіту. Розвиток пізнавального інтересу до фізики — це рух від емоції до логіки. Головна мета – показати, що фізика не придумана в кабінетах, а є мовою, якою з нами розмовляє Всесвіт.

Вивчаючи фізику, учні ознайомлюються з різноманітними природними явищами і їх науковим поясненням. У них виникає переконання в тому, що світ матеріальний, і немає будь-яких надприродних сил. Вони пізнають, що людина здатна безмежно досліджувати навколишній світ. Знайомлячись з історією розвитку фізики та техніки, учні починають розуміти, як людина, користуючись науковими знаннями, змінює навколишню дійсність, збільшуючи свою владу над природою. Всі ці аспекти мають дуже важливе значення для формування у школярів діалектикоматеріалістичного світогляду і наукової картини світу.

Формування наукового світогляду учнів під час вивчення фізики включає в себе кілька основних елементів: розкриття матеріальної природи досліджуваних фізичних явищ, встановлення зв'язків між ними та правильне пояснення їх, розкриття об'єктивного характеру досліджуваних фізичних законів, упевнення учнів у можливості пізнання законів природи та використання їх.

Навчально-пізнавальна діяльність є основною формою діяльності школяра. Учень займається нею кожного дня, по кілька годин у класі на уроках, вдома, виконуючи домашні завдання, а також бере участь в позакласних освітніх заняттях. Ця діяльність має вкрай великі потенційні можливості для всебічного розвитку. Правильна педагогічна організація навчальної роботи допомагає розвивати розумові здібності, допитливість, загартовувати волю, формувати світогляд, моральність, сприяти естетичному розвитку і багатьох інших.

Навчальні проекти є ефективним засобом формування предметної й ключових у процесі навчання фізики. Під час виконання навчальних проектів вирішується ціла низка різнорівневих дидактичних, виховних і розвивальних завдань: розвиваються пізнавальні навички учнів, формується вміння самостійно орієнтуватися в інформаційному просторі, висловлювати власні судження, виявляти компетентність. У проектній діяльності важливо зацікавити учнів здобуттям знань і навичок, які знадобляться в житті. Для цього необхідно зважати на проблеми реального життя, для розв'язання яких учням потрібно застосовувати здобуті знання.

Навчальні проекти розробляють окремі учні або групи учнів упродовж певного часу (урок, тиждень, місяць, семестр) у процесі вивчення того чи іншого

розділу фізики. Теми й види навчальних проєктів, форми їх представлення учні обирають самостійно або разом із учителем.

Виконання навчальних проєктів передбачає інтегровану дослідницьку, творчу діяльність учнів, спрямовану на отримання самостійних результатів за консультативної допомоги вчителя. Учитель здійснює управління і спонукає до пошукової діяльності учнів, допомагає у визначенні мети та завдань навчального проєкту, орієнтовних прийомів дослідницької діяльності й пошуку інформації для розв'язання окремих навчально-пізнавальних задач.

Захист навчальних проєктів, обговорення, узагальнення та оцінювання отриманих результатів відбувається на спеціально відведених заняттях. Оцінки за навчальні проєкти виконують мотивуючу функцію, можуть фіксуватися в портфоліо і враховуються при виведенні підсумкового оцінювання. Кількість виконаних та оцінених проєктів може бути довільною, але не менше одного за навчальний рік [7].

Розробку методу проєктів здійснювали Дж. Дьюї, В. Кілпатрик, Д. Снезден, А. Папандреу, В. Монда, Д. Каттерік. Застосуванню проєктів у процесі навчання, зокрема на уроках фізики, приділяється постійна і належна увага. Відомі посібники Л.Й. Запопадної, Ткаченка О.К. У вітчизняній педагогіці метод проєктів досліджували вчені Т. Кручиніна, А. Касперський, К. Баханов. Теоретико-концептуальне місце проєктної технології в українській педагогіці досліджували Н. В. Борисова, Т. В. Качеровська, О. Є. Коваленко, О. М. Пехота. Г. М. Романова, С. О. Сисоева. Колектив авторів на чолі з О.М. Пехотою виокремив типи проєктів. О.І. Рибіна зазначає, що ця технологія не лише інтегрує наявні знання, але також сприяє їх практичному застосуванню та отриманню нових шляхом активної самоосвіти [4].

Проєктна діяльність перетворює учня з пасивного слухача на активного дослідника. Сутність даного методу полягає у стимулюванні інтересу учнів до певних проблем, які передбачають оволодіння певною сумою знань. Шляхом проєктної діяльності, котра передбачає розв'язання цієї проблеми, здійснюється практичне застосування набутих знань. Метод проєктів набув поширення та великої популярності завдяки раціональному поєднанню теоретичних знань і можливостей їхнього практичного застосування для розвитку конкретних проблем дійсності в спільній діяльності учнів. «Усе, що я пізнаю, я знаю. Знаю, навіщо це мені потрібно, де та як ці знання застосувати», – основна теза сучасного розуміння методу проєктів, яка приваблює прибічників багатьох освітніх систем, що прагнуть знайти розумний баланс між академічними знаннями та прагматичними вміннями [6].

Виконання навчальних проєктів з фізики сприяє формуванню таких ключових компетентностей здобувачів освіти НУШ:

- вільне володіння державною мовою: захист проєкту, написання звітів, дискусії;
- математична компетентність: розрахунки, побудова графіків, аналіз помилок;

- компетентності в галузі природничих наук: розуміння фізичної картини світу, експериментальна перевірка гіпотез;
- інноваційність: створення нових приладів, моделей, нестандартне вирішення задач;
- екологічна компетентність: проекти з енергозбереження, альтернативної енергетики;
- інформаційно-комунікаційна компетентність: пошук інформації, створення презентацій, обробка даних.

Для підтримки постійного інтересу здобувачів освіти, варто чергувати різні типи проектів:

1. Дослідницькі – потребують чіткої структури (актуальність, гіпотеза, експеримент, висновки. Наприклад: «Дослідження залежності швидкості вистигання води від форми посудини»).

2. Практико-орієнтовані – спрямовані на соціальні інтереси учасників. (Наприклад: «Створення моделі «розумного будинку» з датчиками освітлення»).

3. Інформаційні – збір та аналіз інформації про певний об'єкт. (Наприклад: «Фізика в іграшках: історія та сучасність»).

4. Творчі – не мають детально опрацьованої структури спільної діяльності, підпорядковуються жанру кінцевого результату. (Наприклад: «Зйомка відеоролика «Фізичні фокуси», написання есе «Світ без тертя»).

Реалізація проектів з фізики відбувається у кілька етапів, під час яких здобувачі освіти і вчитель виконують певну діяльність (див. таб.1).

Таблиця 1

Етапи реалізації проекту

Етап	Дії учня	Дії вчителя
1. Організаційний	Обирає тему, формує групу.	Пропонує теми, допомагає у формуванні груп.
2. Планування	Визначає мету, джерела інформації, розподіляє ролі.	Консультує, допомагає спланувати час (тайм-менеджмент).
3. Дослідження	Збирає інформацію, проводить експерименти, створює продукт.	Спостерігає, надає непрямі підказки, слідкує за технікою безпеки.
4. Оформлення	Готує презентацію, звіт, стенд.	Консультує щодо вимог до оформлення.
5. Захист	Публічно представляє результати, відповідає на питання.	Організовує захист, створює доброзичливу атмосферу.
6. Рефлексія	Аналізує власну роботу та роботу команди.	Оцінює не лише продукт, а й процес (softskills).

Навчальні проекти у 7-9 класах мають свої особливості, спрямовані на розвиток творчості та дослідницьких навичок в учнів. Ключова особливість

проектної діяльності полягає в поступовому ускладненні: від простих демонстраційних моделей до повноцінних експериментальних досліджень.

1. 7 клас (початок вивчення фізики).

– Тут важливо показати, що фізика – це цікаво і не страшно.

– «Власний вимірювальний прилад»: виготовлення мензурки, терезів або лінійки з підручних матеріалів та їх калібрування.

– «Дифузія навколо нас»: чому не можна зберігати певні продукти разом? (Експерименти із запахами та розчинами).

– «Тертя: друг чи ворог?»: дослідження взуття для різних видів спорту.

2. 8 клас (теплові та електричні явища). Акцент на енергоефективності та безпеці.

– «Енергоаудит моєї квартири»: аналіз витрат електроенергії та розробка плану економії.

– «Альтернативні джерела струму»: створення гальванічного елемента з фруктів/овочів.

– «Термос своїми руками»: змагання на найефективніший саморобний термос.

3. 9 клас (рух, світло, атом). Більш складні, інтегровані проекти.

– «Безпека на дорозі»: розрахунок гальмівного шляху автомобіля за різних погодних умов (фізика + основи здоров'я).

– «Оптичні ілюзії»: створення та пояснення природи зорових ілюзій.

– «Радіаційний фон мого міста»: робота з дозиметром, складання карти безпечних місць.

Навчальні проекти є потужним каталізатором пізнавального інтересу учнів. Вони дозволяють реалізувати принцип «навчання через дію», роблять фізику зрозумілою та прикладною наукою. В умовах НУШ проектна технологія стає не додатковим навантаженням, а органічною частиною освітнього процесу, що виховує успішну особистість, здатну до саморозвитку.

Для учнів, які мають труднощі з традиційним навчанням, проекти стають шансом проявити себе в іншій ролі (як дизайнер, організатор, дослідник-практик). Для успішних учнів – додатковий стимул поглибити та розширити знання з певної теми. Успішне завершення проекту та його публічна презентація підвищують самооцінку та формують позитивне ставлення до процесу пізнання загалом.

Цей метод діяльності стимулює учнів до творчих ідей, нових варіантів розв'язання поставлених задач. Робота над навчальним проектом – це практика особистісно орієнтованого навчання, під час якого учень вибирає діяльність, враховуючи свої інтереси. Суть проектної технології полягає в можливості викликати інтерес до проблем, навчити дітей вирішувати їх через проектну діяльність, показати як ці знання можна використовувати в житті.

Список використаних джерел:

1. Басистий Павло Васильович, Чопик Павло Іванович. Формування пізнавального інтересу на уроках фізики, як елемент компетентнісного підходу // *Збірник тез доповідей III Міжнародної науково-практичної*

- конференції «Підготовка майбутніх учителів фізики, хімії, біології та природничих наук в контексті вимог Нової української школи», 20 травня 2021 року. URL: <https://surl.li/oghmau>
2. Золотарьов М. С. Розвиток пізнавального інтересу учнів основної школи під час вивчення фізики у навчальних закладах гуманітарного спрямування // Золотарьов М.С., Гончаренко Т.Л. // *Пошук молодих. Збірник матеріалів Всеукраїнської студентської науково-практичної конференції [«STEM-освіта як напрям модернізації методик навчання природничо-математичних дисциплін у середніх і вищих навчальних закладах»]*, (Херсон, 20-21 квітня 2017 р.). 2017. №17. С.59-62.
 3. Поведа Т.П. Формування готовності майбутніх вчителів до провадження проектної діяльності з фізики в ЗНЗ / Т. П. Поведа // *Наукові праці Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка: збірник за підсумками звітної наукової конференції викладачів, докторантів і аспірантів: у 3-х томах. Кам'янець-Подільський: К-ПНУ ім. Івана Огієнка, 2020. Вип.13.Т 2. С. 37-38.*
 4. Рибіна О. Проектна діяльність. Найкращі сторінки педагогічної преси. 2004. №1. С.46–49.
 5. Терлецька Л. П. Пізнавальний інтерес як вирішальний чинник діяльнісної активізації учнів / Л. П. Терлецька // *Наукові записки Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія: Педагогічні та історичні науки : [зб. наук. статей] / М-во освіти і науки, молоді та спорту України, Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. К.: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2013. Вип. 111. С. 172-178.*
 6. Стецик С. П. Інноваційні технології як засіб індивідуалізації навчальної діяльності учнів з фізики / С. П. Стецик // *Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія: Педагогічна. 2014. Вип. 20. С. 114-117.*
 7. Фізика 7–9 класи. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017 № 804.

The article describes the influence of educational projects on the development of cognitive interest in the study of physics. The experience of using the project method for foreign and Ukrainian teachers and scientists in educational activities is analyzed.

Keywords: *curiosity, cognitive interest, educational projects, project method.*

УДК 517.5

Андрій РОМАНЮК, здобувач вищої освіти

Віктор СОРИЧ, кандидат фізико – математичних наук, доцент

НАЙКРАЩЕ НАБЛИЖЕННЯ КОМПОЗИЦІЇ ФУНКЦІЙ З ДРОБОВИМИ ПОХІДНИМИ

У статті встановлено умови на параметри задачі, при яких ядра лінійних комбінацій абсолютно монотонних функцій та ядра, що подаються у вигляді періодичних інтегралів від абсолютно монотонних функцій, задовольняють умови Надея С. Одержані результати дозволили у ряді ситуацій записати точні значення найкращих сумісних наближень класів періодичних функцій, що задаються згортками з такими ядрами в метриках просторів C і L .

Ключові слова: абсолютно монотонні функції, умова Надея N_n^* , композиція функцій, найкраще наближення.

Нехай $L = L_1$ – простір 2π -періодичних сумовних на $[0, 2\pi]$ функцій φ з нормою

$$\|\varphi\|_L = \|\varphi\|_1 = \int_0^{2\pi} |\varphi(t)| dt.$$

L_∞ -простір вимірних і суттєво обмежених 2π -періодичних функцій φ із нормою

$$\|\varphi\|_{L_\infty} = \|\varphi\|_\infty = \operatorname{ess\,sup}_t |\varphi(t)|,$$

C -простір неперервних 2π -періодичних функцій φ , у якому норма визначається рівністю

$$\|\varphi\|_C = |\varphi(t)|.$$

Клас $W_\beta^r R$ при довільних $r > 0$, $\beta \in \mathbb{R}$, співпадає з множиною функцій f , що записуються згортками $f(x) = \frac{a_0}{2} + (B_{r,\beta} * \varphi)(x)$, де $B_{r,\beta}(\bullet)$ - ядра Вейля–Надея вигляду $B_{r,\beta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k t \cos(k t - \frac{\beta \pi}{2})}{k^r}$, а функція φ - ортогональна константі та належить одиничній кулі відповідних досліджуваних просторів. Елемент φ у подан-

ні його у вигляді згортки з ядром $B_{r,\beta}$, зазвичай, позначають

$$\varphi(x) = f_\beta^{(r)}(x)$$

називають дробовою (r, β) - похідною або похідною Вейля-Надея функції f .

Головна мета даної роботи – дослідження апроксимативних властивостей

$$F(t) = \sum_{i=1}^m \alpha_i f_{\beta_i}^{(r_i)}(t)$$

лінійної комбінації, де $\alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ m - вимірний числовий вектор, та обчислення точних значень величин найкращих наближень згортки цих лінійних комбінацій з елементами одиничних куль просторів $C(L)$ у рівномірній та інтегральній метриках на класах $W_{\beta, \infty}^r (W_{\beta, 1}^r)$.

Якщо функція f знаходиться в класі Вейля-Надя $W_{\beta_1}^{r_1} R$, то її похідна $f_{\beta_2}^{(r_2)}$ порядку (r_2, β_2) попадає в клас $W_{\beta_1 - \beta_2}^{r_1 - r_2}$ (див., напр.[1], с.145-146). Притримуючись підходів до вимог класифікації функцій, ми можемо розглядати лінійну комбінацію класів функцій як деякий один клас - більш складнішого характеру. І тоді задача знаходження точних значень верхніх граней найкращих сумісних наближень функцій f та їх (r_i, β_i) – похідних зведеться до задачі найкращого наближення цього складеного класу, що відповідає згорткам з твірним ядром відповідної композиції. Позначимо таке твірне ядро через $K(t, \alpha) = \sum_{i=1}^m \alpha_i B_{r-r_i, \beta-\beta_i}$. Зазначимо, що усі відомі до цього часу точні значення величин найкращого наближення на різних функціональних компактах були отримані для класів, породжених ядрами, що задовольняють умову Нікольсько-го A_n^* , або навіть більш жорстку, ніж A_n^* , умову Надя N_n^* (див., напр., [2, с. 99]): кажуть, що ядро $K(t)$ задовольняє умову N_n^* , якщо існує тригонометричний многочлен $T_{n-1}(t)$, який інтерполює ядро лише в $2n$ рівномірно розташованих на періоді точках, причому знак різниці між ядром та многочленом по черезно змінюється у вузлах інтерполяції, при цьому записують $K \in N_n^*$.

Відомо, що відшукання величини найкращого наближення класу M , що є класом згортки з ядром $K(\bullet)$, тригонометричними многочленами $T_{n-1}(\bullet)$ порядку $n - 1$ в рівномірній метриці простору C , в силу результатів роботи С. М. Нікольського [3], зводиться до відшукання найкращого наближення ядра $K(\bullet)$ в інтегральній метриці простору L тригонометричними многочленами $T_{n-1}(\bullet)$ порядку $n - 1$. А саме, у випадку виконання умови A_n^* для ядра згортки $K(t)$, виконуються рівності

$$E_n(M_\infty)_C = \|f(\bullet) - T_{n-1}(\bullet)\|_C = E_n(M_1)_1 =$$

$$\|f(\bullet) - T_{n-1}(\bullet)\|_1 = \frac{1}{\pi} E_n(K)_1, \quad (1)$$

де $f \perp T_{n-1}$ означає, що $\int_0^{2\pi} f(t) \frac{\sin kt}{\cos kt} dt = 0, k = 0, 1, \dots, n-1$.

Цей факт, зокрема, дозволив відомі результати по найкращому наближенню на класах згорток у метриці простору C автоматично переносити на метрику простору L .

У роботах В.К. Дзядика по розв'язанню задачі знаходження значень величин

$$E_n(W_{\beta, \infty}^r)_C = \|f - T_{n-1}\|_C, \quad (2)$$

$$E_n(W_{\beta, 1}^r)_L = \|f - T_{n-1}\|_L, \quad (3)$$

а також величин найкращого наближення композиції функцій із класів Вейля Надя (див. напр. [2], [4 – 5])

$$E_{n,m}(W_{\beta, \infty}^r)_C = \left\| \sum_{i=1}^m c_i^{(n)} f_{\beta_i}^{(r_i)} - t_{n-1} \right\|_C, \quad (4)$$

$$E_{n,m}(W_{\beta, 1}^r)_L = \left\| \sum_{i=1}^m c_i^{(n)} f_{\beta_i}^{(r_i)} - t_{n-1} \right\|_L, \quad (5)$$

встановлювався факт існування $2n$ рівномірно розташованих на періоді коренів трансцендентного рівняння

$$K(t, \alpha) - T_{n-1}(t) = 0, \quad (6)$$

та відсутності інших коренів на даному проміжку. Будемо вважати в даній роботі, що число коренів рівняння вигляду (6) при відповідних значеннях параметрів задачі $\alpha_i, r - r_i, \beta - \beta_i, i = \overline{1, m}$ не більше за $2n + 2$ (приклади існування композицій таких ядер Бернуллі приведено в роботі [2]).

Розглянемо далі сукупність точок

$$\frac{\theta}{n+1}, \frac{\theta + \pi}{n+1}, \dots, \frac{\theta + (2n-2)\pi}{n+1}, \quad (7)$$

де $\theta_n \in [0, 1[$ – корінь рівняння

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\text{coscos} \left[(2v+1)\theta_n \pi - \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi \right]}{[(2v+1)(n+1)]^{r-r_i}} = 0, \quad (8)$$

та позначимо через $\Delta_n(t) = \Delta_n(\alpha, r - r_i, \beta - \beta_i) = K(t) - T_{n-1}^*(t)$.

Зауваження. У випадку, коли рівняння (8) коренів не має, приймаємо $\theta_n = 0$.

Для кожного натурального n знайдеться така лінійна комбінація $K(t, \alpha) = K(t, \alpha_0)$, для якої будуть рівними значення функції $K(t, \alpha_0)$, та тригонометричного многочлена $T_{n-1}^*(t)$ в точці $t_{2n} = \frac{\theta_n \pi + (2n-1)\pi}{n+1}$. Якщо б вдалося показати що така ж рівність між ядром $K(t, \alpha_0)$ та наближаючим многочленом $T_{n-1}^*(t)$ має місце і в точках t_{2n+1} та t_{2n+2} , то різниця $\Delta_n(t)$ мала б максимальне число коренів $2n+2$ і вони рівномірно розташовані на періоді. Таку процедуру завжди можна здійснити, (див., напр., [2]). В деяких важливих випадках приведену властивість вдається довести. Тут же, при можливій максимальній кількості коренів $2n+2$ для рівняння $\Delta_n(t) = 0$, шукаємо умови на параметри задачі, при яких ядра лінійних комбінацій мають не більше $2n$ коренів вигляду (8).

В даній роботі ми користуємося ідеями та результатами досліджень В.К. Дзядика (див. [4]). Приведемо тут деякі з них.

Наслідуючи С.Н. Бернштейна, назовемо функцію $P(t)$ абсолютно монотонною на деякому проміжку (a, b) , якщо вона нескінченне число разів диференційовна в (a, b) і якщо у всіх точках (a, b) функція $P(t)$ та всі її похідні мають однаковий знак. До цієї ж множини функцій заміною t на $a + b - t$ зводяться і ті функції, послідовні похідні яких мають протилежні знаки.

Теорема Д₁. ([4]). Якщо деяка функція $P(t)$ має в інтервалі $(-\infty, a)$ абсолютно монотонну похідну, то

- 1) який би не був тригонометричний многочлен $T_{n-1}(t)$ порядку $n-1$, транс-цендентне рівняння $P(t) - T_{n-1}(t) = 0$ може мати не більше $2n-1$ корінь враховуючи їх кратність при всіх $t: a - 2\pi \leq t < a$;
- 2) якщо рівняння $P(t) - T_{n-1}(t) = 0$ має рівно $2n-1$ корінь $t_k: a - 2\pi \leq t_k \leq a$ ($k = \overline{1, 2n - 1}$), то при всіх $t: a - 2\pi \leq t < a$ має місце нерівність

$$\frac{P(t) - T_{n-1}(t)}{\omega_n(t)} > 0, \quad (9)$$

де $\omega_n(t) = \prod_{k=1}^{2n-1} (t - t_k)$.

Теорема D_2 .([4]). Якщо задана в деякому інтервалі $(b, +\infty)$ функція $P(t)$ наділена властивістю, що породжена нею функція $-P'(t)$ є абсолютно монотонною в інтервалі $(-\infty, -b)$, то

- 1) який би не був тригонометричний многочлен $T_{n-1}(t)$ порядку $n-1$, трансцендентне рівняння $P(t) - T_{n-1}(t) = 0$ може мати не більше $2n-1$ корінїв враховуючи їх кратність при всіх $t: b < t \leq b + 2\pi$;
- 2) якщо рівняння $P(t) - T_{n-1}(t) = 0$ має рівно $2n-1$ корінїв $t_k: b < t_k \leq b + 2$

π
 $(k = 1, 2n - 1)$, при всіх $t: b < t \leq b + 2\pi$ має місце нерівність

$$\frac{P(t) - T_{n-1}(t)}{\omega_n(t)} < 0,$$

де $\omega_n(t)$ визначена в теоремі D_1 .

Теорема D_3 .([4]). Якщо $0 < r < 1$ і $\beta \in [r, 2 - r]$, тоді для довільних натуральних n справедлива рівність

$$E_n(W_{\beta, \infty}^r)_C = E_n(W_{\beta, 1}^r)_L = \frac{4}{\pi n^r} \sin \sin \frac{\beta \pi}{2} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{1}{(2v+1)^{r+1}}.$$

Окрім цього, многочлен який

забезпечує найкраще наближення в метриці простору L ядра згортки $B_{r, \beta}(t)$

інтерполює його в $2n-1$ точці: $\frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}, \dots, (2n - 1)\frac{\pi}{n}$.

Авторами в роботі [2] встановлено достатні умови належності ядер згорток Вейля-Надя та їх лінійних комбінацій до множини ядер, для яких виконується умова N_n^* , і на цій основі знайдено точні значення величин найкращих наближень на класах згорток із лінійними комбінаціями ядер Бернуллі. Тут же розглянута така ж задача на нових множинах функцій. Без втрати загальності можемо вважати також, що значення неперервної на $(0, 2\pi)$ функції $K(t)$ в точці

$$0_+ \text{ невід'ємне. Позначимо через } B_1(t) = B_1(t, \alpha) = K_1(t, \alpha) = \sum_{i=1}^{m_1} \alpha_i B_{1,i}(t) \text{ суму}$$

тих доданків в ядрі $K(t, \alpha)$, що є абсолютно монотонними функціями ($m_1 \leq m$), а $B_2(t) = B_2(t, \alpha) = K(t, \alpha) - B_1(t)$.

Властивість 1. Якщо $0 < r - r_i \leq 1$, $(\beta - \beta_i) \in [0, r - r_i]$, $i = \overline{1, m}$, то ядро $K(t, \alpha) = B_1(t, \alpha) = \sum_{i=1}^m \frac{\sin \sin(r - r_i + \beta - \beta_i) \frac{\pi}{2}}{\sin \sin(r - r_i) \pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{cscos} \left[kt - (r - r_i) \frac{\pi}{2} \right]}{k^{r - r_i}}$ і його похідна задовольняють умови теореми D_1 .

Доведення. Справді, при вказаних умовах числа $\sin \sin(r - r_i + \beta - \beta_i) \frac{\pi}{2} > 0$, $\sin \sin(r - r_i + \beta_i - \beta) \frac{\pi}{2} > 0$, $i = \overline{1, m}$.

В силу того що функції $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{cscos} \left[k(-2\pi - t) - (r - r_i) \frac{\pi}{2} \right]}{k^{r - r_i}}$, визначені в інтервалі $(-2\pi, \infty)$, наділені тією властивістю, що породжені ними функції $\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{cscos} \left[k(-2\pi + t) - (r - r_i) \frac{\pi}{2} \right]}{k^{r - r_i}} \right)'$ абсолютно монотонними в інтервалі $(-\infty, 2\pi)$, то $\sin \sin(r - r_i + \beta - \beta_i) \frac{\pi}{2} > 0$, $\sin \sin(r - r_i + \beta_i - \beta) \frac{\pi}{2} > 0$, $i = \overline{1, m}$. А тому для функції $B_1(t, \alpha)$ і для її похідної справедлива теорема D_1 .

Властивість 2. Якщо $0 < r - r_i \leq 1$, $(\beta - \beta_i) \in [0, r - r_i]$, $i = \overline{1, m}$, то ядро

$B_2(t) = K_2(t) = \sum_{i=1}^m \frac{\sin \sin(r - r_i + \beta_i - \beta) \frac{\pi}{2}}{\sin \sin(r - r_i) \pi} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{cscos} \left[k(-2\pi - t) - (r - r_i) \frac{\pi}{2} \right]}{k^{r - r_i}} \right)'$ задовольняє умови теореми D_2 .

Сумовна на $[-2\pi, 0]$ функція $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{cscos} \left[kt - (r - r_i) \frac{\pi}{2} \right]}{k^{r - r_i}}$ при $0 < r - r_i \leq 1$ може бути продовжена з напівсегмента $[-2\pi, 0[$ на інтервал $(-\infty, 0)$ таким чином, щоб її похідна була абсолютно монотонною на $(-\infty, 0)$ функцією (див. [6], с. 118) і при цьому $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{cscos} \left[kt - (r - r_i) \frac{\pi}{2} \right]}{k^{r - r_i}} =$
 $= \left\{ t^{r - r_i + 1} + (t + 2\pi)^{r - r_i + 1} + \dots + (t + 2n\pi)^{r - r_i + 1} - \frac{(2\pi)^{r - r_i + 1}}{r - r_i} n^{r - r_i} \right\},$

де $\Gamma(r)$ – значення гамма функції Ейлера в точці r .

Нехай $K(t, \alpha)$ абсолютно монотонне ядро. Та нехай $\{t_k\}_1^{2n-1}$ – довільна система з $2n-1$ точки інтервалу $(b, 2\pi)$, і $T_{n-1}(t)$ – многочлен, що інтерполіює функцію $K'(t) = (K_1(t) + K_2(t))'$ в точках t_k ($k = \overline{1, 2n-1}$), $T_{n-1}^{(1)}(t)$ і $T_{n-1}^{(2)}(t)$ – многочлени, що інтерполіюють, відповідно, функції $K_1'(t)$ і $-K_2'(t)$ в цих самих точках. В силу теорем D_1 та D_2 маємо

$$\frac{K'(t) - T_{n-1}(t)}{\omega_n(t)} = \frac{K_1'(t) - T_{n-1}^{(1)}(t)}{\omega_n(t)} - \frac{(-K_2'(t) - T_{n-1}^{(2)}(t))}{\omega_n(t)} > 0, \text{ де функція } \omega_n(t) \text{ визначена в}$$

(9). Останній факт означає що різниця $K'(t) - T_{n-1}(t)$ не може мати в інтервалі $(0, 2\pi)$ більше за $2n-1$ нуль враховуючи їх кратність. Тоді в силу теореми Ролля рівняння $K(t) - T_{n-1}(t) = 0$ на періоді $(0, 2\pi)$ має не більше за $2n$ коренів.

Властивість 3. Якщо виконуються умови $0 < r - r_i \leq 1$, $(\beta - \beta_i) \in [2 - r - r_i, 2]$, $i = \overline{1, m}$, то функція $K(t, \alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos \cos \left[kt - (\beta - \beta_i) \frac{\pi}{2} \right]}{k^{r-r_i}}$ наділена тією ж властивістю, що і у властивості 1.

Теорема D_4 . ([4]). Якщо $0 < r < 1$ і $\beta \in [2 - r, 2]$, то для довільних натураль-них n справедлива рівність $E_n(W_{\beta, \infty}^r)_C = E_n(W_{\beta, 1}^r)_L = \frac{4}{\pi^r} M_{r, \beta}$, де

$$M_{r, \beta} = \left| \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin \sin \left[(2k+1)\theta\pi - \frac{\beta\pi}{2} \right]}{(2k+1)^{r+1}} \right|, \theta\pi \in (0, \pi) - \text{є корінь рівняння}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos \cos \left[(2k+1)\theta\pi - \frac{\beta\pi}{2} \right]}{(2k+1)^r} = 0.$$

Проводячи міркування аналогічні до досліджень ядер в роботі [2], приходи-мо до справедливості таких тверджень:

Теорема 1. Нехай $K(t, \alpha)$ – лінійна комбінація абсолютно монотонних ядер що інтерполіюється многочленом $T_{n-1}^*(t)$ степеня $n-1$ не більше ніж в $2n + 1$ –й точці на періоді і виконуються умови $0 < r - r_i \leq 1$, $(\beta - \beta_i) \in [0, r - r_i]$, $i = \overline{1, m}$,

$\text{sign} \left(\Delta_n^* (\pi, \alpha) \right) = (-1)^n$. Тоді для всіх $n \in \mathbb{N}$ та $\alpha_i > 0$, для яких справджуються вказані обмеження, має місце включення $K(t, \alpha) \in N_n^*$ та виконуються рівності

$$E_{n,m} \left(W_{\beta,\infty}^r \right)_C = E_{n,m} \left(W_{\beta,1}^r \right)_L = \frac{4}{\pi n^r} M_{r,r_i,\beta,\beta_i}, \quad (10)$$

де

$$M_{r,r_i,\beta,\beta_i} = \sum_{i=1}^m \sin \sin \frac{\beta - \beta_i}{2} \pi \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^{r-r_i+1}}. \quad (11)$$

Теорема 2. Нехай ядро $K(t, \alpha)$ інтерполюється многочленом $T_{n-1}^*(t)$ степеня $n-1$ не більше ніж в $(2n+2)$ -х точках на періоді і виконуються умови $0 < r - r_i \leq 1$, $(\beta - \beta_i) \in [2 - r + r_i, 2]$, $i = \overline{1, m}$, при цьому $\text{sign} \left(\Delta_n^* (\pi, \alpha) \right) = (-1)^n$. Тоді для всіх $n \in \mathbb{N}$ та $\alpha_i > 0$, для яких справджуються вказані обмеження, має місце включення $K(t, \alpha) \in N_n^*$ та виконуються рівності

$$E_{n,m} \left(W_{\beta,\infty}^r \right)_C = E_{n,m} \left(W_{\beta,1}^r \right)_L = \frac{4}{\pi n^r} M_{r,r_i,\beta,\beta_i}, \quad (12)$$

$$\text{де } M_{r,r_i,\beta,\beta_i} = \left| \sum_{i=1}^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin \sin \left[(2k+1)\theta\pi - \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2} \right]}{(2k+1)^{r-r_i+1}} \right|, \theta\pi \in (0, \pi) - \text{є корінь рівняння}$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos \cos \left[(2k+1)\theta\pi - \frac{(\beta - \beta_i)\pi}{2} \right]}{(2k+1)^{r-r_i}} = 0. \quad (13)$$

Зауваження 1. Результати теорем 1 та 2 можна розповсюдити і на ядра, що подаються у вигляді періодичних інтегралів від абсолютно монотонних функцій.

Список використаних джерел:

1. Степанец А. И. Методы теории приближений: в 2 ч. К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002. Ч.1. 427 с.
2. Сорич В. А., Сорич Н. М. Нові апроксимційні ефекти ядер Вейля-Надя. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2021. Вип.22. С. 97-109.
3. Никольский С. М. Приближение функций тригонометрическими полиномами в среднем. Изв. АН СССР. Сер. мат. 1946. Вып. 10. С. 207-256.

4. Дзядык В.К. О наилучшем приближении на классах периодических функций, определяемых интегралами от линейной комбинации абсолютно монотонных ядер. Мат. заметки. 1974. Вып. 16. №5. С. 691-701.
5. Сорич В.А. Наилучшее совместное приближение функций и их производных. Киев, 1989. С. 3-54. (Препринт/ Ин-т математики АН УРСР; 89.19).
6. Зигмунд А. Тригонометрические ряды: в 2-х т.-М.: Мир, 1965. Т.1, 615 с.

The article establishes conditions for the parameters of the problem under which the kernels of linear combinations of absolutely monotone functions and kernels presented as periodic integrals of absolutely monotone functions satisfy the Nagy conditions N_n^ . The article establishes conditions for the parameters of the problem under which the kernels of linear combinations of absolutely monotone functions and kernels presented as periodic integrals of absolutely monotone functions satisfy the Nagy conditions. The obtained results allowed us to record, in a number of situations, the exact values of the best joint approximations of classes of periodic functions given by convolutions with such kernels in the metrics of the spaces C and L .*

Keywords: *absolutely monotone functions, Nagy condition N_n^* , composition of functions, best approximation.*

УДК 004.056.55

Олександр СЛОБОДЯНЮК, кандидат технічних наук, доцент

СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ПРИХОВАНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ В АУДИОФАЙЛАХ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МАШИННОГО НАВЧАННЯ

У статті розглянуто сучасні підходи до виявлення аудіостеганографії із застосуванням методів машинного та глибинного навчання, включно з ознаковою класифікацією, нейронними мережами, GAN-моделями та виявленням аномалій. Особливу увагу приділено їх ефективності, обмеженням та перспективам розвитку у контексті підвищення стійкості систем детекції прихованих повідомлень у звукових даних.

Ключові слова: *стеганографія, конфіденційність, кібербезпека, глибоке навчання, AI.*

I. ВСТУП.

Аудіостеганографія стає все більш поширеною через великий обсяг даних у звукових файлах і складність ручного виявлення прихованих повідомлень. Традиційні методи детекції (аналіз бітових змін, спектрального шуму, статистичних відхилень) часто не справляються з сучасними адаптивними алгоритмами стеганографії. Тому застосування методів машинного навчання (ML) та глибинного навчання (DL) стає ключовим напрямком для побудови

ефективних систем виявлення.

Основні напрямки використання ML у детекції аудіостеганографії:

1) Класифікація на основі ознак (feature-based detection).

Система «витагує» ознаки зі звукового сигналу: MFCC, LPC, спектральну ентропію, нульові переходи, статистики шуму. На основі цих ознак модель ML (SVM, Random Forest, XGBoost) визначає, чи містить файл приховану інформацію.

Переваги: проста реалізація, контрольованість процесу.

Недоліки: низька стійкість проти сучасних адаптивних методів LSB та спектрального вбудовування.

2) Глибинні нейронні мережі.

Використовуються CNN, RNN, 1D-CNN, спектрограма як вхід. Моделі автоматично навчаються знаходити малопомітні структурні зміни у спектрі звуку.

Приклади архітектур: ResNet для спектрограм, WaveNet для сирих аудіосигналів.

Переваги: висока точність навіть при приховуванні малих обсягів даних.

Недоліки: потреба у великих наборах даних та висока обчислювальна складність.

3. GAN-базовані методи.

Представниками даної групи підходів та методів є:

1) Генеративно-змагальні мережі (GAN) можуть імітувати способи приховування, що дозволяє тренувати детектори в умовах «змагання» між приховувачем і детектором.

Підхід дозволяє створити стійкі моделі, здатні виявляти навіть нові, невідомі методи стеганографії.

2) Виявлення через аномалії (anomaly detection).

Якщо відсутні точні зразки стеганографії, система може навчатися на чистих аудіо та шукати відхилення від нормальної структури сигналу.

3) Використання автоенкодерів, моделей рекурсивної реконструкції, статистичних ансамблів.

II. ОГЛЯД СУЧАСНИХ ТЕНДЕНЦІЙ У СТЕГANOГРАФІЇ.

Аудіостеганографія стає все більш поширеною через великий обсяг даних у звукових файлах і складність ручного виявлення прихованих повідомлень. Традиційні методи детекції (аналіз бітових змін, спектрального шуму, статистичних відхилень) часто не справляються з сучасними адаптивними алгоритмами стеганографії. Тому застосування методів машинного навчання (ML) та глибинного навчання (DL) стає ключовим напрямком для побудови ефективних систем виявлення.

Основні перспективні напрямки використання ML у детекції аудіостеганографії:

1. Класифікація на основі ознак (feature-based detection)

- Система витягує ознаки зі звукового сигналу: MFCC, LPC, спектральну ентропію, нульові переходи, статистики шуму.

- На основі цих ознак модель ML (SVM, Random Forest, XGBoost) визначає,

чи містить файл приховану інформацію.

- Переваги: проста реалізація, контрольованість процесу.
- Недоліки: низька стійкість проти сучасних адаптивних методів LSB та спектрального вбудовування.

2. Глибинні нейронні мережі:

- Використовуються CNN, RNN, 1D-CNN, спектрограма як вхід.
- Моделі автоматично навчаються знаходити малопомітні структурні зміни у спектрі звуку.

- Приклади архітектур: ResNet для спектрограм, WaveNet для сирих аудіосигналів.

- Переваги: висока точність навіть при приховуванні малих обсягів даних.
- Недоліки: потреба у великих наборах даних та висока обчислювальна складність.

3. GAN-базовані методи:

- Генеративно-змагальні мережі (GAN) можуть імітувати способи приховування, що дозволяє тренувати детектори в умовах «змагання» між приховувачем і детектором.

- Підхід дозволяє створити стійкі моделі, здатні виявляти навіть нові, невідомі методи стеганографії.

4. Виявлення через аномалії (anomaly detection):

- Якщо відсутні точні зразки стеганографії, система може навчатися на чистих аудіо та шукати відхилення від нормальної структури сигналу.
- Використовуються автоенкодері, моделі рекурсивної реконструкції, статистичні ансамблі.

III. ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ МЕТОДІВ АУДІОСТЕГANOГРАФІЇ НА ОСНОВІ AI

Аудіостеганографія стрімко розвивається, і разом із цим зростає складність виявлення прихованих повідомлень у звукових файлах. Традиційні методи аналізу спектра, статистичних відхилень та бітових змін виявляються недостатньо ефективними проти сучасних адаптивних технік, тому сфера детекції дедалі активніше переходить до застосування машинного та глибинного навчання. Використання ознак сигналу, таких як MFCC, LPC чи спектральна ентропія, дозволяє будувати базові класифікатори, проте їхня стійкість обмежена, оскільки нові методи стеганографії мінімізують зміни у структурі звуку. Глибинні нейронні мережі суттєво покращують точність детекції, оскільки здатні автоматично розпізнавати приховані закономірності та малопомітні викривлення у спектральних представленнях аудіо. Архітектури на основі CNN, RNN та спектрограм демонструють високу ефективність, хоча потребують значних обчислювальних ресурсів і великих навчальних наборів даних. Ще більш перспективними виглядають моделі на базі GAN, які дозволяють детектору та генератору взаємно вдосконалюватися і тим самим виявляти навіть ті методи приховування, які не були включені у вихідний набір даних. Методи виявлення аномалій також відкривають нові можливості для детекції у ситуаціях, коли неможливо зібрати репрезентативні стеганографічні вибірки. Моделі

автоенкодерів та різні підходи до реконструкції сигналу дозволяють знаходити відхилення від нормальної структури аудіо навіть тоді, коли конкретний спосіб приховування раніше не був відомим. Це робить їх важливим елементом майбутніх систем. Перспективність подальших досліджень у цій сфері є надзвичайно високою. Розвиток глибинного навчання, створення нових відкритих датасетів, комбінування класичних методів аналізу сигналів із сучасними нейромережевими архітектурами та впровадження мультимодальних моделей формують фундамент для побудови універсальних, стійких і високоточних систем детекції аудіостеганографії. У майбутньому саме ці підходи визначатимуть рівень безпеки цифрових аудіоданих і здатність своєчасно виявляти приховані канали передавання інформації.

Список використаних джерел:

1. Бровко, О. М., Іваненко, Ю. П. Основи стеганографії: методи та засоби захисту інформації // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. 2021. № 1. С. 45–52.
2. Зайченко, Ю. П., Кравчук, І. О. Використання методів стеганографії в сучасних системах безпеки // Захист інформації. 2020. Т. 22, № 4. С. 58–65.
3. Ляшенко, М. Г. Стеганографія у цифрових системах: навчальний посібник. Київ: Техніка, 2018. 216 с.
4. Balakrishnan, V., & Sam, S. (2020). Deep learning based steganography: A review. *Journal of Information Security and Applications*, 54, 102558.
5. Hosseini, S. M., Razavi, S. M., Varasteh, A. H. Quantum steganography: A review // *Quantum Information Processing*. 2019. Т. 18, № 11. С. 1–32.
6. Khan, M. A., Safdar, Z., Baig, M. Z., Zafar, N. A. Steganography in IoT: A survey, taxonomy, and future research directions // *IEEE Access*. 2020. Т. 8. р. 23.
7. Organick, E. R., Ang, S. D., Chen, Y. J., Lopez, R., Ngo, T., Clelland, C. T., ... & Ceze, L. (2018). Random access editing of DNA data storage. *Nature biotechnology*, 36(3), 242-248.
8. Singh, A. K., Singh, P. K., Singh, G. A survey on wavelet transform based image steganography // *Multimedia Tools and Applications*. 2019. Т. 78, № 15. P. 141–148.
9. Topkara, M., Toprak, C., Cetin, A. E. Linguistic steganography: Survey, challenges, and future directions // *ACM Transactions on Information and System Security (TISSEC)*. 2018. Т. 21, № 3. С. 1–38.
10. Wendzel, S., Keller, R., & Dittmann, J. (2019). Network steganography: A survey. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 52(6), p. 1-36.
11. Yu, X., Zhao, Y., & Wang, R. (2021). 3D model based video steganography: A review. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 76, 103073.

The article considers modern approaches to detecting audio steganography using machine learning and deep learning methods, including feature detection, neural networks, GAN models, and anomaly detection. A special focus is placed on their effectiveness, limitations, and development prospects in the context of improving the

robustness of hidden message detection systems in audio data.

Keywords: *steganography, confidentiality, cyber security, deep learning, AI.*

УДК 004.5

Олена СМАЛЬКО, кандидат педагогічних наук, доцент

ЕВОЛЮЦІЯ ЦИФРОВИХ ІНТЕРФЕЙСІВ

У статті описано еволюцію цифрових інтерфейсів та ключові принципи проєктування користувацької взаємодії з ними. Розглядаються класичні підходи, зокрема гештальт-принципи та візуальна ієрархія, а також сучасні тенденції — адаптивний дизайн, динамічні мікровзаємодії, інтерактивні анімації та руховий дизайн. Особливу увагу приділено організації інформації, навігації та особливостям сприйняття, які забезпечують логічну структуру інтерфейсу та підвищують залученість користувача. Показано, як поєднання перевірених принципів і новітніх підходів формує сучасний користувацький досвід та напрями розвитку цифрових інтерфейсів.

Ключові слова: *цифровий інтерфейс, проєктування взаємодії користувача, гештальт-принципи, візуальна ієрархія, адаптивний дизайн, інтерактивна анімація, руховий дизайн, мікровзаємодії, користувацький досвід, організація інформації.*

У сучасному цифровому середовищі взаємодія користувача з інформацією визначається не лише функціональністю системи, а й тим, як організовані та представлені елементи інтерфейсу. Цифрові інтерфейси стали ключовим компонентом будь-якої платформи, забезпечуючи ефективну комунікацію між користувачем і системою, формуючи користувацький досвід та впливаючи на продуктивність виконання завдань. Зростання обсягів інформації, ускладнення цифрових сервісів та поява новітніх технологій зробили дизайн інтерфейсів не просто естетичною задачею, а комплексною дисципліною, що поєднує психологію сприйняття, когнітивні науки та принципи інженерії взаємодії. У зв'язку з цим виникає потреба в систематичному аналізі розвитку цифрових інтерфейсів, оцінці ефективних патернів та визначенні напрямів їх еволюції для сучасних і майбутніх платформ.

Останні дослідження у сфері UX/UI (User Experience/User Interface) та HCI (Human-Computer Interaction) підтверджують, що ефективність цифрових інтерфейсів значною мірою визначається здатністю дизайну організувати інформацію у зрозумілі структури, керувати увагою користувача та забезпечувати передбачувану навігацію [5]. Вчені та практики досліджують різні підходи до інтерактивності, типографіки, колористики та анімації, водночас адаптуючи класичні принципи сприйняття, такі як гештальт-принципи, до сучасних технологічних можливостей [2], [4]. Незважаючи на значний прогрес, багато аспектів залишаються недостатньо вивченими, зокрема питання поєднання ефективності UX з експериментальною інтерактивністю, адаптація

патернів під мобільні та мультиплатформні рішення, а також створення інтерфейсів, що відповідають сучасним і майбутнім очікуванням користувачів.

Метою статті є аналіз еволюції цифрових інтерфейсів, ключових принципів і патернів UX/UI, а також висвітлення сучасних тенденцій у проєктуванні користувацьких інтерфейсів. Це дозволяє окреслити історичний розвиток інтерфейсів, виділити основні фактори їх ефективності та визначити напрямки подальшого вдосконалення дизайну, орієнтованого на користувача, з урахуванням психологічних, когнітивних і технологічних аспектів.

Перші цифрові інтерфейси були зосереджені на базових принципах організації контенту та простоті навігації. Незважаючи на їхню відносну простоту, саме ці ранні рішення заклали основу для сучасного дизайну, оскільки вони орієнтувалися на природні механізми сприйняття контенту користувачем. Центральним підходом стало використання гештальт-принципів, що дозволяють організовувати візуальну інформацію таким чином, щоб користувач інтуїтивно розумів зв'язки між елементами. Принципи близькості, схожості, завершеності, безперервності, виділення фігури на фоні та використання спільних областей для групування елементів формують логічні блоки інформації, знижують когнітивне навантаження та сприяють швидкому сприйняттю контенту.

Важливим аспектом класичного UX є візуальна ієрархія, яка дозволяє виділяти найважливіші елементи та вести погляд користувача через інтерфейс у бажаному напрямку. Типові способи досягнення такої ієрархії включають варіювання розміру та кольору елементів, використання контрасту та простору, а також застосування перевірених UI-патернів, таких як меню навігації, кнопки дії та "хлібні крихти" (траєкторії навігації користувача по сайту). Ці елементи забезпечують передбачуваність і структурованість взаємодії, яка залишається ключовим чинником ефективності навіть у сучасних інтерактивних інтерфейсах.

Таким чином, класичні принципи UX/UI формують фундамент, на якому розвиваються сучасні цифрові інтерфейси. Вони забезпечують організацію інформації та створюють основу для інтеграції більш складних елементів взаємодії і новітніх трендів, таких як адаптивні макети, мікровзаємодії, динамічні переходи та анімаційні ефекти [1], [3], [6].

Сучасні цифрові інтерфейси зазнали глибоких трансформацій: від простих, статичних сторінок до динамічних, адаптивних середовищ, що реагують на дії користувача. З появою сучасних технологій дизайнери отримали можливість впроваджувати анімаційні переходи, мікровзаємодії та паралакс-скролінг, що не лише підвищують візуальну привабливість, а й забезпечують зворотний зв'язок, акцентують увагу на значущих діях і зменшують відчуття невизначеності. Класичні UX-принципи, зокрема гештальт-закони та візуальна ієрархія, не зникають — навпаки, вони органічно інтегруються в нові механіки, допомагаючи структурувати контент на динамічних сторінках і спрямовувати користувацьку увагу у дизайні мікровзаємодій.

З погляду авторського аналізу, серед сучасних прикладів якісного вебдизайну варто, зокрема, відзначити три ресурси, що ілюструють різні підходи до UX/UI та концептуальні стилістики — *TheSill.com* (Рис. 1), *ActiveTheory.net* (Рис. 2) та

Allbirds.com (Рис. 3). Сайт [The Sill](#) демонструє класичний користувацький досвід із фокусом на затишок і зрозумілу навігацію: світлі фонові площі, м'яка палітра, великий негативний простір, естетично оформлені світлини та інтуїтивна навігація створюють передбачувану та комфортну взаємодію. [Active Theory](#) представляє експериментальний напрям вебдизайну з інтерактивними 3D-елементами та анімаціями в реальному часі, формуючи динамічний цифровий простір і стимулюючи активну взаємодію користувача. Сайт [Allbirds](#) вирізняється мінімалістичним дизайном із просторими блоками контенту, чіткими шрифтами та великими зображеннями продукції, поєднуючи зручну навігацію з акцентом на природність і екологічну відповідальність бренду. Разом ці приклади демонструють широту сучасних підходів до UI/UX — від стриманої комерційної естетики до інтерактивного мистецтва.

Упродовж останніх років UX/UI активно рухається у бік персоналізованих та адаптивних рішень, які динамічно підлаштовуються під дії користувача та параметри пристрою. Зростає роль мікрOVAзаємодій та продуманої анімації, що роблять інтерфейси інтуїтивними та емоційно насиченими. У центрі уваги дедалі частіше опиняються доступність та інклюзивність, тоді як технології штучного інтелекту відкривають можливості для прогнозування намірів користувача та гнучкого налаштування структури інтерфейсу.

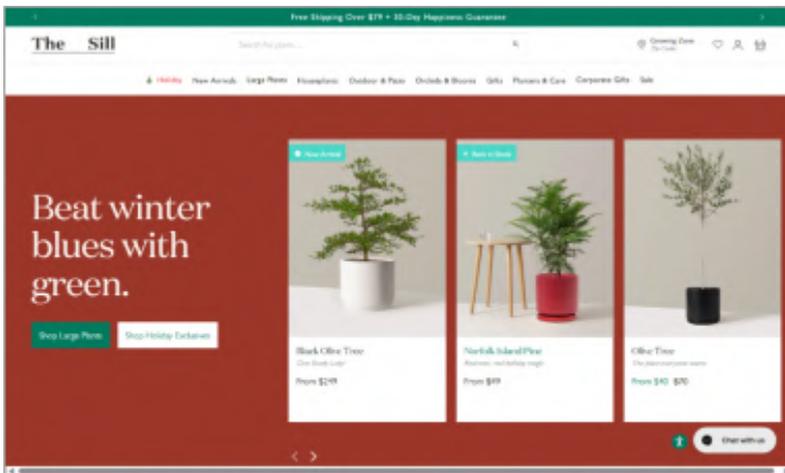


Рис. SEQ Рис. 1. ARABIC 1. Інтерфейс сайту The Sill — приклад класичного UX із акцентом на візуальне оформлення і створення відчуття затишку через світлі фонові площі та стильні фото продукції

Важливою тенденцією є формування цілісних дизайн-екосистем, у яких кожен елемент — від типографіки та кольору до мікродинаміки — підтримує впізнаваність бренду та забезпечує послідовний досвід на різних платформах.

Використання компонентних бібліотек, дизайн-систем та уніфікованих принципів взаємодії допомагає зберігати якість продукту під час масштабування, а також створює стабільну логіку взаємодії для користувачів у різних середовищах. Такий підхід стає основою сучасних цифрових продуктів і дозволяє ефективно поєднувати естетику, функціональність і технологічну сталість.

Нинішня еволюція цифрових інтерфейсів засвідчує поступове зближення функціональності та емоційного впливу: дизайнери прагнуть створювати зрозумілі структури, ефективну навігацію й водночас приємний користувацький досвід. Інтерфейси перестають бути лише способом подання інформації та перетворюються на середовище взаємодії, яке враховує поведінку, потреби та очікування користувачів. Такий підхід формує гармонійну взаємодію між естетикою, технологією та людиною, що є визначальним напрямом розвитку цифрового дизайну.



Рис. 2. Інтерактивний дизайн сайту *Active Theory* — експериментальні вебінтерактиви та динамічна 3D-анімація

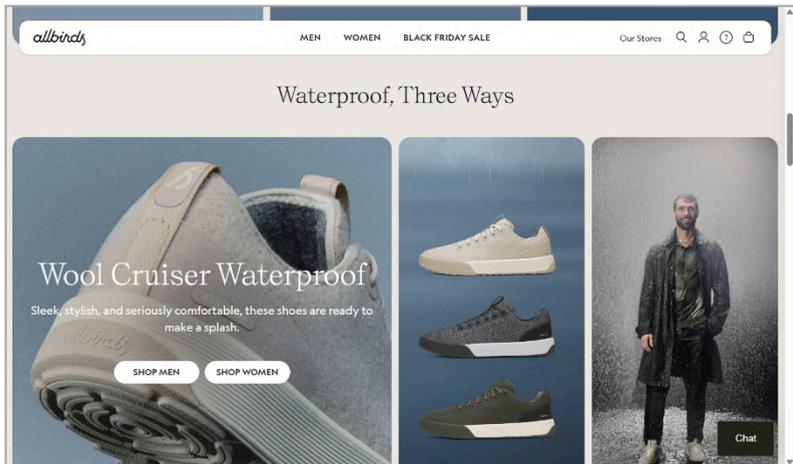


Рис. 3. Інтерфейс сайту Allbirds — мінімалістичний дизайн із комфортною навігацією та акцентом на цінності бренду

Перспективи подальшого розвитку UX/UI вказують на посилення ролі адаптивних, предиктивних та контекстно залежних інтерфейсів. У найближчі роки ключовим трендом стане інтеграція штучного інтелекту не лише у персоналізацію контенту, а й у побудову логіки взаємодії в режимі реального часу. Зростатиме значення мультимодальних рішень — поєднання жестів, голосового керування, тактильного зворотного зв'язку та просторових форматів XR (AR/VR). Така трансформація сприятиме переходу від статичних моделей взаємодії до гнучких, «живих» систем, що здатні передбачати потреби користувача та забезпечувати максимально природний і послідовний досвід у різних середовищах.

Список використаних джерел:

1. Benyon D. Designing user experience: A guide to HCI, UX and interaction design. 4th ed. Harlow: Pearson, 2019. 672 p.
2. Cooper A., Reimann R., Cronin D., Noessel C. About face: The essentials of interaction design. 4th ed. Hoboken: Wiley, 2014. 720 p.
3. Norman D. A. Design for a better world: Meaningful, sustainable, humanity centered. Cambridge, MA: The MIT Press, 2024. 376 p.
4. Norman D. A. The design of everyday things: Revised and expanded edition. New York: Basic Books, 2013. 368 p.
5. Shneiderman B., Plaisant C., Cohen M., Jacobs S., Elmqvist N., Diakopoulos N. Designing the user interface: Strategies for effective human-computer interaction. 6th ed. Boston: Pearson, 2017. 624 p.
6. Tidwell J. Brewer C., Valencia A. Designing interfaces: Patterns for effective interaction design. 3rd ed. Sebastopol: O'Reilly Media, 2019. 600 p.

This study examines the evolution of digital interfaces and the key principles of user interaction design. It reviews classical approaches, including Gestalt principles and visual hierarchy, as well as contemporary trends such as adaptive design, dynamic micro-interactions, interactive animations, and motion design. Particular attention is given to information organization, navigation, and content comprehension, all of which contribute to a coherent structure and increased user engagement. The article demonstrates how combining time-tested principles with emerging trends shapes the development of digital interfaces and defines the modern user experience.

Keywords: digital interface, user interaction design, Gestalt principles, visual hierarchy, adaptive design, interactive animation, motion design, micro-interactions, user experience, information organization.

УДК 373.5

Юрій СМОРЖЕВСЬКИЙ, кандидат педагогічних наук, доцент
Людмила НИКОНЧУК, вчитель математики та інформатики
Дунаєвецького ліцею №2 Дунаєвецької міської ради

ПОДОЛАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ТРИВОЖНОСТІ В УЧНІВ

У даній статті досліджується феномен математичної тривожності (МТ) як головного когнітивного бар'єру, що перешкоджає реалізації потенціалу учнів у сфері STEM. Обґрунтовується, що МТ є не ознакою нездатності, а емоційною реакцією, яка блокує ресурси робочої пам'яті під час виконання математичних завдань. Проаналізовано ключові фізіологічні та поведінкові симптоми МТ. Запропоновано та обґрунтовано комплексний методичний підхід для подолання цього бар'єра. Окремо висвітлено роль соціального оточення (вчителів та батьків) у формуванні та подоланні МТ. Стаття має на меті надати педагогам та учням практичні інструменти для перетворення страху перед числом на впевненість у власних логічних здібностях.

Ключові слова: Математична тривожність, подолання тривоги, гнучке мислення, когнітивний бар'єр.

Математична тривожність (МТ) – це не просто небажання вчитися, а когнітивний бар'єр, що проявляється як сильне відчуття напруги, страху та занепокоєння при необхідності виконання математичних завдань. Дослідження показують, що МТ є однією з головних причин, чому здібні учні не можуть реалізувати свій потенціал у навчанні і навіть у виборі майбутньої професії.

МТ критично впливає на робочу пам'ять – ту частину мозку, яка відповідає за утримання та маніпулювання інформацією під час розв'язання задачі. Страх "забирає" ці ресурси, залишаючи учня нездатним виконати навіть прості кроки, які він знає. Проблема полягає у тому, що МТ створює самопідтримуване порочне коло: тривога призводить до низької успішності, а низька успішність посилює тривогу. Це не лише обмежує кар'єрні шляхи учнів, але й негативно

впливає на їхнє фінансове планування та критичне мислення у дорослому житті. Для ефективної освіти необхідно розробити та впровадити цілеспрямовані, емпірично підтвержені стратегії для руйнування цього циклу.

Актуальність дослідження зростає, оскільки глобалізація вимагає від робочої сили високого рівня числової грамотності, а МТ залишається однією з головних перешкод на шляху до цієї мети.

Тривога перед математикою є поширеною світовою проблемою, яка зачіпає всі вікові групи. Приблизно 93% дорослих американців зазначають, що вони відчувають певний рівень тривоги перед математикою. За оцінками, приблизно 17% населення США страждає від високого рівня тривоги перед точною наукою. У вибірці підлітків-учнів у Великій Британії приблизно 30% учасників дослідження повідомили про високий рівень, а ще 18% казали про середній рівень математичної тривожності. Дослідження PISA попередніх років показало, що 59% учнів віком від 15 до 16 років часто турбуються, що уроки математики будуть для них складними. Ще 33% повідомили, що вони дуже напружуються, коли їм доводиться виконувати домашні завдання з математики, а ще 31% заявили, що дуже нервують, вирішуючи математичні задачі.

Дослідження МТ є міждисциплінарним, охоплюючи психологію, когнітивну нейронауку та педагогіку. Американська науковиця Сіан Білок (Sian Beilock) з колегами довели, що МТ буквально виснажує ресурси робочої пам'яті, які необхідні для виконання складних обчислень. Нейровізуалізаційні дослідження показують активацію областей мозку, пов'язаних із болем та загрозою, коли людина очікує математичного завдання.

Важливо розуміти, що МТ має цілком реальні фізіологічні прояви:

- Тілесні реакції: Прискорене серцебиття, спітнілі долоні, розлад шлунка або мігрень безпосередньо перед уроком чи тестом.
- Когнітивний "Блокаут": Учень несподівано забуває формули чи таблицю множення, які чудово знав вдома (цей ефект називається "задуха під тиском").
- Уникнення та Прокрастинація: Постійне відкладання домашніх завдань, використання відволікаючих чи захисних механізмів (сміх, агресія) замість роботи.

Учням слід пояснити, що фізичні ознаки тривоги – це не ознаки "провалу", а ознаки фізіологічної активації або готовності до виклику. Мета – замінити фразу "Я боюся" на "Я готовий до дії, моє тіло активується".

Подолання МТ вимагає цілеспрямованого втручання на трьох рівнях: когнітивному, емоційному та середовищному.

1. Когнітивні Стратегії: Робота з Робочою Пам'яттю

1.1 "Зовнішня Пам'ять" (Externalizing Memory):

- Метод: Заохочуйте учнів записувати всі проміжні кроки та дані, а не тримати їх в голові. Це звільняє робочу пам'ять.
- Практика: Використання "покрокових протоколів" або "чек-листів" для складних алгоритмів (наприклад, розв'язання квадратного рівняння).

1.2 Техніка "Вивантаження Думок" (Expressive Writing): За 5-10 хвилин до початку контрольної роботи попросіть учнів записати всі свої страхи та тривожні думки щодо тесту на окремому аркуші паперу.

1.3 Обґрунтування: Дослідження університету Чикаго показали, що "вивантаження" тривожних думок знижує їхній вплив на когнітивну функцію.

1.4 Розбиття Завдань (Chunking): Навчайте учнів одразу розділяти велику задачу на міні-завдання (наприклад, 4-5 кроків). Успішне завершення першого кроку вже дає відчуття контролю та знижує загальну тривогу.

2. Емоційні Стратегії: Зміна Настанови (Mindset)

2.1 Навчання "Гнучкому Мисленню" (Growth Mindset):

□ Принцип: Згідно з теорією Керол Двек, учні з "негнучким мисленням" вірять, що їхні здібності фіксовані ("Я просто не математик").

□ Практика: Використовуйте фразу "Я поки що не розумію" замість "Я не розумію". Хваліть за зусилля, стратегію та прогрес, а не за швидкий і безпомилковий результат. Оцінка має фокусуватися на правильності кроків та логіці, а не лише на кінцевій відповіді. Це знижує страх перед помилкою.

2.2 Повторне Вивчення Помилки:

Метод: Створіть "Галерею почесних помилок" або "Тиждень роботи над помилками". Помилки розглядаються як цінні дані про те, що ще потрібно вивчити. Це дестигматизує помилку.

2.3 Техніки Релаксації:

Практика: Перед початком тесту проведіть коротку хвилину "усвідомленого дихання" (глибокий вдих на 4 рахунки, видих на 6). Це допомагає фізично знизити фізіологічні симптоми тривоги.

Ці методи спрямовані на зниження навантаження на робочу пам'ять, дозволяючи їй працювати над задачею, а не над тривогою. Слід заохочувати метакогнітивне усвідомлення – роздуми про те, як розв'язана задача. Оцінка має фокусуватися на правильності кроків та логіці, а не лише на кінцевій відповіді. Це знижує страх перед помилкою.

Для прямої роботи з МТ учитель може використовувати наступні інструменти:

1. Різномірні Завдання з Правом Вибору: Замість одного обов'язкового завдання, запропонуйте учням вибрати 3 із 5 завдань різної складності. Це дає відчуття контролю, що є антагоністом тривоги.

2. Командні Квести та "Математичні Розслідування": Використовуйте ігрові формати, де успіх команди залежить від внеску кожного. Наприклад, "Математичний Escape Room", де алгебраїчні рівняння є ключами до розгадки. У команді тривога розсіюється, а підтримка зростає.

3. "Відкрите Оцінювання" (Open Testing): Дозвольте учням перед виконанням завдання самостійно оцінити, наскільки "складним" чи "тривожним" їм здається завдання за шкалою від 1 до 5. Це дозволяє вчителю побачити емоційний стан класу та відповідно скоригувати завдання.

4. Контекстуалізація та "Де-абстракція": Максимальне використання прикладів із реального життя та фізичних маніпуляцій. Наприклад, вивчення

дробів через приготування їжі або вивчення геометрії через архітектурні моделі. Це робить математику осяжною та практично значущою.

5. Диверсифікація Оцінювання: Зменшення залежності від жорстких тестів з обмеженням часу. Впровадження усних захистів проєктів, портфоліо робіт та командних завдань. Це дозволяє учням продемонструвати розуміння без тиску "миттєвої" правильної відповіді.

6. Нормалізація Помилки: Створення культури, де помилки розглядаються як навчальні інструменти. Заохочення учнів до аналізу "Що пішло не так?" замість простого виправлення. Це підриває перфекціонізм, який є значним джерелом тривоги.

Математична тривожність часто є набутим станом, який передається через соціальне оточення – так зване "емоційне ехо". Дослідження підтверджують, що тривога батьків або вчителів щодо власних математичних здібностей може не усвідомлено посилювати МТ у дітей.

Вчитель математики має критичне значення у створенні психологічно безпечного класу та може обирати навчальні стратегії, які підвищують інтерес та мотивацію учнів. Наприклад:

- Уникнення "Математичного Сленгу": Слід уникати фраз типу "Це елементарно", "Навіть це не можеш зрозуміти?". Це посилює відчуття інтелектуальної неповноцінності.

- Моделювання "Здорового Змагання": Замість змагання на швидкість, слід заохочувати змагання на креативність розв'язку або послідовність пояснення. Тиск часу є одним із найпотужніших тригерів МТ.

- Прозорість Очікувань: Завжди чітко пояснювати, що буде оцінюватися (логіка, зусилля, кінцевий результат). Невизначеність – це поле для зростання тривоги.

Батькам необхідно розвінчувати два основні міфи, які живлять МТ:

- Міф про "Геній": Пояснити, що математика — це не вроджений "геній", а навичка, яка розвивається завдяки зусиллям. Не говорити: "Я був поганий у математиці, ти пішов у мене", а краще сказати: "Математика буває складною, але я бачу, як ти стараєшся. Давай розберемося разом."

- Міф про "Швидкість": Захистити дитину від тиску суспільства, що "швидко = розумно". Довгий, але правильний логічний ланцюжок завжди цінніший за швидке, але випадкове рішення.

Навчання учнів інструментам самодопомоги дає їм відчуття контролю, що є найкращою протидією тривозі. Такими стратегіями можуть бути:

1. Техніка "STOP-DISARM-CONTINUE". Цей трикроковий метод можна вивчити та застосовувати безпосередньо перед тестом:

- STOP (Зупинись): Як тільки відчуваєш паніку, скажи собі: "Стоп. Це тривога, а не нездатність".

- DISARM (Знешкодь): Виконай техніку глибокого дихання (квадратне дихання: вдих на 4, затримка на 4, видих на 4, затримка на 4). Це фізично знижує частоту серцебиття.

● CONTINUE (Продовжуй): Почни з найлегшого завдання або запиши формули на чернетці, щоб активувати робочу пам'ять.

2. Створення "Компетентнісного Репертуару". Учням пропонується вести "Щоденник Успіху" з математики.

● Метод: Записувати не лише оцінки, але й маленькі перемоги: "Сьогодні я самостійно розібрався з логарифмом", "Я допоміг другові зрозуміти формулу".

● Мета: Коли настає момент тривоги, учень може переглянути свій "репертуар" і отримати докази своєї компетентності, протистоячи самокритиці.

Застосовуючи ці стратегії, ми перетворюємо математичний клас на безпечний простір, де ризик є частиною навчання, а страх поступається місцем логіці та впевненості.

Подолання математичної тривожності – це не додаткове навантаження, а фундаментальна частина ефективного викладання математики. Створюючи безпечне освітнє середовище, де помилки є джерелом інформації, а не вироком, і де учні вчаться керувати своєю пам'яттю, ми даємо їм контроль над власним навчанням. Зрештою, ми прагнемо навчити учнів не просто розв'язувати задачі, а вірити у свою здатність вчитися та розвиватися.

Список використаних джерел:

1. Математична тривожність: чому її так багато в школах і як допомогти учням. URL: <https://osvitoria.media/experience/matematychna-tryvozhnist-chomu-yiyi-tak-bagato-v-shkolah-i-yak-dopomogty-uchnyam/>
2. Що таке математична тривожність і як з нею боротись. URL: <https://tokar.ua/read/42625/shcho-take-matematychna-tryvozhnist-i-iyak-i/>
3. Лукомська С. О. Особливості математичної тривожності сучасних школярів. Особистість у кризових умовах та критичних ситуаціях життя: матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції. Вид-во СумДПУ імені А.С.Макаренка, 2019. С.291–293
4. Sorvo, R., Koponen, T., & Georgiou, G. K. Math anxiety, working memory, and inhibition: A cross-lagged study. *Contemporary Educational Psychology*. 2023

This article explores the phenomenon of math anxiety (MA) as a major cognitive barrier that hinders students from realizing their potential in STEM. It argues that MA is not a sign of incompetence, but an emotional reaction that blocks working memory resources when performing mathematical tasks. The key physiological and behavioral symptoms of MT are analyzed. A comprehensive methodological approach to overcoming this barrier is proposed and substantiated. The role of the social environment (teachers and parents) in the formation and overcoming of MT is separately highlighted. The article aims to provide teachers and students with practical tools for transforming fear of numbers into confidence in their own logical abilities.

Keywords: *Math anxiety, overcoming anxiety, flexible thinking, cognitive barrier.*

Олександр СТЕЦЮК, здобувач вищої освіти
Оксана КУХ, викладач

СТВОРЕННЯ 3D ПАНОРАМ ЗА ДОПОМОГОЮ GOOGLE КАМЕРИ

Розглянуто технологію створення віртуальних панорам 3D та віртуальних турів за допомогою Google Camera.

Ключові слова: 360° панорама, Google Camera, Photo Sphere, Street View Studio, HDR+ стичинг.

Створення 3D панорам (або 360-градусних панорам) є захоплюючим процесом, який дозволяє зафіксувати оточуюче середовище в форматі віртуальної реальності, де глядач може "обертатися" на 360 градусів, ніби перебуваючи всередині зображення. Це особливо корисно для віртуальних турів, картографії, нерухомості, туризму та освіти. Google камера (Google Camera, або Pixel Camera на пристроях Pixel) є одним з доступних інструментів для цього, оскільки вона інтегрується з екосистемою Google і дозволяє створювати Photo Sphere — спеціальний режим для 360° фото. Хоча Google Камера не є єдиним інструментом (Google рекомендує також Street View app для смартфонів), вона ідеально підходить для користувачів Android, особливо Pixel.

Створення 3D панорами за допомогою Google камери можна розділити на чотири основні етапи: підготовка, зйомка, первинний монтаж (стичинг) та фінальна обробка з публікацією. Кожен етап вимагає уваги до деталей, щоб уникнути артефактів, таких як викривлення чи нестиковки.

Перший етап — це налаштування інструментів. Google камера доступна безкоштовно в Google Play Store, але повна функціональність (включаючи Photo Sphere) є на пристроях Google Pixel. Для інших Android-пристроїв можна використовувати модифіковані версії GCam. Якщо Photo Sphere недоступний, альтернативою є Google Street View app, який інтегрується з Google камерою.

Встановлення apps: завантажте Google Камеру (версія 9.0+ у 2025 році підтримує оновлений Panorama з HDR+). Додатково встановіть Google Street View для публікації та Google Photos для зберігання. Для досвідчених користувачів — програми для стичингу, як PTGui або Autopano (безкоштовні альтернативи: Hugin).

Обладнання: смартфон з хорошою камерою (мінімум 12 МП, підтримка RAW). Рекомендовано штатив або монопод для стабільності, оскільки ручна зйомка може призвести до тремтіння. Для справжнього 3D-ефекту використовуйте VR-окуляри (наприклад, Google Cardboard) для тестування.

Налаштування: у Google камері активуйте режим «Panorama» або «Photo Sphere». Увімкніть HDR для кращого динамічного діапазону. Перевірте GPS для геотегування, що корисно для інтеграції з Google Maps.

Планування зйомки: оберіть локацію з рівним освітленням (наприклад, парк чи кімната). Уникайте місць з сильними вітрами чи рухомими об'єктами. Час зйомки — золоті години (ранок/вечір) для м'якого світла. Цей етап займає 10 –

30 хвилин і є ключовим, оскільки погана підготовка може зруйнувати весь процес.

2. Зйомка панорами. Зйомка — найважливіший етап, де фіксуються кадри для стичингу. У Google Камері режим Photo Sphere дозволяє захоплювати 360° горизонтально та вертикально, створюючи сферу, яку можна переглядати в 3D.

Запуск режиму: відкрийте Google Камеру, перейдіть у «Modes» → «Panorama» (або «Photo Sphere» на старіших версіях). У 2025 році на Pixel 9 режим оновлено: app заохочує користувача тримати телефон вертикально для кращого захоплення.

Процес зйомки: станьте в центрі локації, тримайте телефон на рівні очей (близько 1,5 – 1,7 м від землі); натисніть кнопку зйомки — app покаже білу точку в центрі екрана; повільно обертайтеся за годинниковою стрілкою (або проти), слідкуючи за жовтими точками на екрані для вирівнювання кадрів. App автоматично робить знімки (зазвичай 20 – 50 кадрів); захопіть верх і низ: нахиліть телефон вгору для неба/стелі та вниз для підлоги, щоб завершити сферу. Тривалість процесу 1 – 2 хвилини на панораму.

Особливості зйомки: автоматичне вирівнювання: Google камера використовує гіроскоп і акселерометр для точного стеження за рухом, зменшуючи помилки; HDR+ інтеграція: у 2025 оновленні Pixel 9, HDR+ покращує експозицію в складних умовах (наприклад, контрастне освітлення), роблячи панораму більш реалістичною; 3D-ефект: захоплені дані включають метадані для глибини (за допомогою AI-обробки), що дозволяє перегляд у VR як 3D; Обмеження: максимальна роздільна здатність — близько 16K (залежно від пристрою), але для 3D потрібна висока деталізація.

Поради для якісної зйомки: тримайте телефон стабільно - використовуйте штатив або тримайте двома руками, уникайте різких рухів; освітлення: уникайте прямих сонячних променів чи тіней — рівне світло запобігає переекспозиції; уникайте динаміки — не знімайте людей чи машини, що рухаються, щоб уникнути «привидів» у стичингу; кілька спроб — зробіть 2-3 панорами з одного місця для вибору найкращої; температура: в холодну погоду батарея сідає швидше, тож знімайте в теплі. Якщо зйомка проводиться в Street View app (альтернатива для не-Pixel пристроїв), процес подібний: натисніть «Camera» → «Take Photo Sphere», і app керує рухом.

Первинний монтаж (стичинг). Після зйомки Google Камера автоматично стикує кадри в єдине зображення. Це робиться на пристрої за допомогою AI-алгоритмів. Автоматичний стичинг: App обробляє дані за секунди, створюючи equirectangular проєкцію (плоске зображення сфери). У випадку помилок (наприклад, нестиківки) — повторіть зйомку. Ручний монтаж: якщо авто-стичинг незадовільний, експортуйте кадри в RAW і використовуйте зовнішні сервіси.

Сервіси для монтажу: Google Photos — зберігає панорами автоматично. Дозволяє базову редакцію: корекцію яскравості, контрасту, фільтри. Для 3D — перегляд у VR-режимі. Street View Studio — онлайн-сервіс Google (streetviewstudio.maps.google.com). Завантажте панораму, перевірте якість,

додайте геотеги. Підтримує масове завантаження, попередній перегляд і статистику. Ідеально для професійних 3D турів. PTGui або Autopano — платні/безкоштовні інструменти для стичингу. Імпортуйте кадри з Google Камери, вирівняйте точки контролю, екпортуйте в 360° формат. PTGui підтримує HDR-мерджинг для кращої глибини. Snapseed або VSC — безкоштовні apps від Google для мобільного редагування. Корекуйте викривлення, видаляйте артефакти, додавайте ефекти. CloudPano або Pano2VR — для створення віртуальних турів. Стичинг + додавання інтерактивних точок. CloudPano інтегрується з Google Maps для 3D-турів. Монтаж займає 5 – 30 хвилин, залежно від складності. Для 3D — перевірте сумісність з VR (формат .jpg з metadata).

Фінальна обробка та публікація. Останній етап — вдосконалення та поширення панорами. Обробка: у Street View Studio оптимізуйте для мобільних пристроїв (розмір файлу <50 МБ). Додайте опис, теги. Публікація: на Google Maps: Через Street View app або Studio — завантажте, оберіть локацію, опублікуйте. Після модерації (1-7 днів) панорама з'явиться в Street View. Соціальні мережі: Facebook/Instagram автоматично розпізнають 360° і дозволяють 3D-перегляд. Віртуальні тури: використовуйте TourBuilder або Metareal Stage для з'єднання кількох панорам. Сертифікація: якщо плануєте професійну діяльність, опублікуйте 50+ панорам для статусу «Trusted Photographer» у Google Maps (2025 рік: автоматичний запрошення після порогу).

Особливості зйомки в Google Камері роблять процес доступним, але вимагають практики. Інтеграція III: App використовує машинне навчання для корекції помилок, як тремтіння чи освітлення. 3D-сумісність: панорами підтримують стерео-рендеринг для VR, де глибина створюється алгоритмами (не справжнє 3D-сканування, а симуляція). Обмеження: на екваторі чи в рухомих локаціях — викривлення; низький заряд батареї впливає на процес. Безпека: дотримуйтесь політики Google — не знімайте приватні зони без дозволу.

Створення 3D панорам за допомогою Google Камери — це поєднання технологій і креативності, доступне кожному. Етапи від підготовки до публікації дозволяють перетворити просту зйомку на іммерсивний контент. Використовуючи сервіси як Street View Studio чи PTGui, ви досягнете професійного рівня.

Список використаних джерел:

1. Google Blog. 4 tips from a photographer on using Pixel's new panorama mode (2025). URL: <https://blog.google/products/pixel/tips-how-to-use-pixel-new-panorama-mode/> (дата звернення: 22.09.2025).
2. Google Maps Help. Create & publish Photo Spheres to Google Maps. URL: <https://support.google.com/maps/answer/7012050> (дата звернення: 05.10.2025).
3. Google Street View. Upload and manage your 360 imagery with Street View Studio. URL: <https://www.google.com/streetview/contribute/> (дата звернення: 04.11.2025).

4. PTGui. Photo stitching software for 360 degree panoramas. URL: <https://www.ptgui.com/> (дата звернення: 14.11.2025).

The technology for creating virtual 3D panoramas and tours using Google Camera is considered.

Keywords: 360° panorama, Google Camera, Photo Sphere, Street View Studio, HDR+ stitching.

УДК 517.912

Стефан ТОМІЧ, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Уляна ГУДИМА**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ ЧЕТВЕРТОГО СТЕПЕНЯ МЕТОДОМ ФЕРРАРІ

Після відкриття формули Кардано для розв'язування кубічних рівнянь, алгебра зробила значний крок вперед у напрямку побудови загальних методів для знаходження коренів алгебраїчних рівнянь. Формула Кардано, що дозволяє розв'язати будь-яке кубічне рівняння, стала проривом у математиці XVI століття й надихнула математиків на пошук аналогічних методів для рівнянь вищих степенів.

Наступним логічним кроком стало питання: чи можливо знайти загальний спосіб розв'язування рівнянь четвертого степеня? Відповідь на це питання дав учень Кардано — Лодовіко Феррарі. Саме він розробив метод, який дозволяє зводити рівняння четвертого степеня до квадратного, тим самим роблячи можливим аналітичне знаходження всіх коренів.

У цій статті ми розглянемо метод Феррарі як продовження розвитку ідей, започаткованих Кардано. Детально проаналізуємо алгоритм розв'язання, зосередимося на його математичній суті, а також покажемо приклади застосування цього методу до конкретних рівнянь.

Ключові слова: метод Феррарі, рівняння четвертого степеня, аналітичний розв'язок, алгебра.

Мета статті. Метою статті є дослідження методу Феррарі для розв'язування рівнянь четвертого степеня, узагальнення основних етапів його застосування та демонстрація практичних прикладів знаходження коренів таких рівнянь.

У 1545 році Джероламо Кардано опублікував свій відомий трактат *Ars Magna* («Велике мистецтво»), де вперше були наведені формули для розв'язування рівнянь третього та четвертого степенів. Саме в цьому творі було представлено метод, розроблений Лодовіко Феррарі — першим, кому вдалося знайти загальний аналітичний розв'язок рівняння четвертого степеня. На відміну від попередніх спроб, що ґрунтувалися на окремих випадках і здогадах, Феррарі

створив універсальний підхід, який дозволяв звести рівняння четвертого степеня до кубічного. Цей метод став першим системним алгебраїчним способом розв'язування настільки складних рівнянь і вважається вершиною розвитку алгебри XVI століття.

Після відкриття Феррарі прогрес у пошуку аналітичних формул для рівнянь вищих степенів значно сповільнився. Протягом понад двох століть математики намагалися знайти подібні формули для рівнянь п'ятого та вищих степенів, однак безуспішно. Лише у 1824 році норвезький математик Нільс Абель довів, що загальне алгебраїчне рівняння п'ятого степеня неможливо розв'язати в радикалах. Це означає, що не існує універсальної формули, подібної до тих, що застосовуються для рівнянь нижчих степенів. Це відкриття увійшло в історію математики як теорема Абеля.

Рівняння четвертого степеня — це рівняння вигляду:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0,$$

де a, b, c, d, e — це коефіцієнти, причому $a \neq 0$.

Перед початком розв'язування рівняння методом Феррарі розглянемо наступну лему.

Лема. Для того щоб квадратний тричлен

$$Ax^2 + Bx + C$$

був квадратом лінійного двочлена необхідно і достатньо, щоб:

$$D = B^2 - 4AC = 0,$$

де D — дискримінант квадратного тричлена.

Доведення. Необхідність. Нехай

$$Ax^2 + Bx + C = (kx + l)^2.$$

Тоді отримаємо, що

$$A = k^2, B = 2kl, C = l^2.$$

Тому

$$B^2 - 4AC = 4k^2l^2 - 4k^2l^2 = 0.$$

Достатність. Нехай $B^2 - 4AC = 0$.

Тоді

$$\begin{aligned} Ax^2 + Bx + C &= \left(\sqrt{A}x + \frac{B}{2\sqrt{A}} \right)^2 + C - \frac{B^2}{4A} = \\ &= \left(\sqrt{A}x + \frac{B}{2\sqrt{A}} \right)^2 - \frac{B^2 - 4AC}{4A} = \left(\sqrt{A}x + \frac{B}{2\sqrt{A}} \right)^2. \end{aligned}$$

Лему доведено.

Розглянемо зведене рівняння четвертого степеня (тобто таке, в якого старший коефіцієнт дорівнює одиниці):

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

До такого вигляду можна звести будь-яке рівняння четвертого степеня, шляхом ділення обох частин рівняння на старший коефіцієнт.

Ідея методу Феррарі полягає в тому, що необхідно ліву частину зведеного рівняння представити у вигляді різниці двох квадратів, щоб розкласти її на два множники другого степеня. Тоді розв'язування рівняння зведеться до розв'язування двох квадратних рівнянь. Для цього представимо ліву частину рівняння у вигляді:

$$\begin{aligned} & \left(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}x^2 - \frac{ay}{2}x - \frac{y^2}{4} - yx^2 + bx^2 + cx + d = \\ & \left(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{a^2}{4} + y - b\right)x^2 + \left(\frac{ay}{2} - c\right)x + \frac{y^2}{4} - d\right] \end{aligned}$$

В отриманому рівнянні y — це допоміжна змінна. Її потрібно підібрати так, щоб вираз в квадратних дужках був квадратом лінійного двочлена. В силу леми для цього необхідно і достатньо виконання умови

$$\left(\frac{ay}{2} - c\right)^2 - 4\left(\frac{a^2}{4} + y - b\right)\left(\frac{y^2}{4} - d\right) = 0$$

Отримали рівняння третього степеня відносно y . Після розкриття дужок воно перетвориться до вигляду

$$y^3 - by^2 + (ac - 4d)y - (c^2 + a^2d - 4bd) = 0$$

Нехай y_1 — один з коренів цього рівняння. Тоді при $y = y_1$ умову буде виконано, так що має місце рівність

$$\left(\frac{a^2}{4} + y_1 - b\right)x^2 + \left(\frac{ay_1}{2} - c\right)x + \frac{y_1^2}{4} - d = (kx + l)^2$$

При деяких k та l це рівняння матиме вигляд

$$\left(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_1}{2}\right)^2 - (kx + l)^2 = 0$$

Отримали різницю квадратів двох виразів. Розкладемо рівняння на два множники

$$\left(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_1}{2} - kx - l\right)\left(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_1}{2} + kx + l\right) = 0$$

Прирівнявши до нуля кожен із множників, знайдемо чотири корені початкового рівняння.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x - 8 = 0$.

Розв'язання:

$$x^4 - 2x^3 = -2x^2 - 4x + 8 ;$$

$$x^4 - 2x^3 + x^2 = -x^2 - 4x + 8 ;$$

$$(x^2 - x)^2 = -x^2 - 4x + 8 ;$$

$$\left(x^2 - x + \frac{y}{2}\right)^2 = -x^2 - 4x + 8 + \frac{y^2}{4} + x^2y - xy ;$$

$$\left(x^2 - x + \frac{y}{2}\right)^2 = (y-1)x^2 - (y+4)x + \frac{y^2}{4} + 8$$

Знайдемо дискримінант квадратного тричлена, який стоїть у правій частині

$$D = (y+4)^2 - 4(y-1)\left(\frac{y^2}{4} + 8\right) = 0$$

Перетворюючи отримане рівняння, отримаємо

$$y^3 - 2y^2 + 24y - 48 = 0$$

Нескладно помітити, що $y = 2$ є коренем отриманого рівняння.

$$(x^2 - x + 1)^2 = x^2 - 6x + 9 ;$$

$$(x^2 - x + 1)^2 = (x-3)^2 ;$$

$$(x^2 - x + 1)^2 - (x-3)^2 = 0 ;$$

$$(x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2) = 0$$

Розв'язуючи кожне з отриманих квадратних рівнянь, знаходимо корені початкового рівняння

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{2} ; x_{3,4} = 1 \pm i\sqrt{3}$$

Відповідь: $\pm\sqrt{2} ; 1 \pm i\sqrt{3}$.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 2 = 0$.

Розв'язання:

$$x^4 + 2x^3 = 6x^2 + 5x - 2 ;$$

$$x^4 - 2x^3 + x^2 = 7x^2 + 5x - 2 ;$$

$$(x^2 + x)^2 = 7x^2 + 5x - 2 ;$$

$$\left(x^2 + x + \frac{y}{2}\right)^2 = 7x^2 + 5x - 2 + \frac{y^2}{4} + x^2y + xy ;$$

$$\left(x^2 + x + \frac{y}{2}\right)^2 = (y+7)x^2 + (y+5)x + \frac{y^2}{4} - 2$$

Знайдемо дискримінант квадратного тричлена, який стоїть у правій частині

$$D = (y+5)^2 - 4(y+7)\left(\frac{y^2}{4} - 2\right) = 0$$

$$y^3 + 6y^2 - 18y - 81 = 0$$

Методом підбору можна знайти, що $y = -3$ є коренем отриманого рівняння. Підставимо його в перетворений вираз початкового рівняння

$$\left(x^2 + x - \frac{3}{2}\right)^2 = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4} ;$$

$$\left(x^2 + x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2 ;$$

$$\left(x^2 + x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0 ;$$

$$(x^2 - x - 2)(x^2 + 3x - 1) = 0$$

$$x_1 = -1 ; x_2 = 2 ; x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Відповідь: $-1 ; 2 ; \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

Список використаних джерел:

1. Верпагова Н.Ю. Алгебра і теорія чисел. Основні факти та алгоритми (дидактичні матеріали для самостійної роботи студентів). Київ: УДУ імені Михайла Драгоманова, 2023. 130 с.

2. Підготовка та проведення математичних олімпіад [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра технічних спеціальностей / О.Г. Білий, Т.В. Іваненко, Н.В. Крошко, В.О. Білий; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 247 с.
3. Требенко Д.Я, Требенко О.О Алгебра і теорія чисел : навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів : у 2-х частинах. Київ: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2018. Ч.2. 500 с.

After the discovery of Cardano's formula for solving cubic equations, algebra took a significant step forward toward developing general methods for finding the roots of algebraic equations. Cardano's formula, which makes it possible to solve any cubic equation, was a major breakthrough in sixteenth-century mathematics and inspired mathematicians to search for similar methods for equations of higher degrees.

The next logical question was whether it was possible to find a general method for solving quartic equations. The answer to this question was provided by Cardano's student, Lodovico Ferrari. He developed a method that reduces a quartic equation to a quadratic one, thereby making it possible to determine all its roots analytically.

In this article, we will examine Ferrari's method as a continuation of the ideas introduced by Cardano. We will analyze the solution algorithm in detail, focus on its mathematical essence, and demonstrate examples of how this method can be applied to specific equations.

Key words: *Ferrari's method, quartic equation, analytical solution, algebra.*

УДК 53.7

Андрій ФЕДОРУК, здобувач вищої освіти

Оксана КУХ, викладач

ВІРТУАЛЬНІ ЕКСКУРСІЇ З ФІЗИКИ

Віртуальні екскурсії з фізики інтегрують 360°-тури лабораторій та симуляції для дистанційного вивчення явищ, підвищуючи мотивацію учнів.

Ключові слова: *віртуальні екскурсії, фізика, VR-тури, освітні симуляції, 360°-лабораторії.*

Віртуальні екскурсії з фізики — це інтерактивні онлайн-дослідження наукових лабораторій, обсерваторій та симуляцій фізичних явищ, доступні через 360-градусні панорами, VR-окуляри чи веб-інтерфейси. Вони дозволяють учням "відвідувати" віддалені об'єкти, як-от CERN чи NASA, спостерігати за експериментами (наприклад, прискорювачі частинок чи магнітні поля), проводити віртуальні вимірювання та аналізувати закони фізики без фізичної присутності. Такі екскурсії підвищують мотивацію, розвивають просторове мислення та інтегрують теорію з практикою, особливо корисні для шкільної освіти в умовах дистанційного навчання.

Для проведення віртуальної екскурсії з фізики (наприклад, в CERN) можна скористатися типовим сценарієм для вчителя 7 – 11 класів.

1. Підготовчий етап (1 – 2 дні до уроку)

А. Вибір об'єкта: визначити лабораторію чи явище (наприклад, CERN – LHC, National MagLab, PhET-симуляції). Оберіть тур українською або з субтитрами. |

Б. Постановка мети та завдань. Мета: сформувані уявлення про сучасні фізичні дослідження через віртуальне відвідування реальної лабораторії.

Навчальні завдання:

- ознайомитися з пристроєм прискорювача частинок;
- пояснити фізичні принципи роботи детекторів;
- порівняти масштаби енергій у лабораторії та в природі.

Розвивальні: розвивати навички роботи з інтерактивними ресурсами.

Виховні: показати роль науки у сучасному світі. |

В. Підготовка матеріалів

- робочий листок (Google Форми або Word);
- QR-коди або прямі посилання на тур;
- інтерактивна дошка або проєктор;
- тестові питання в Kahoot/Mentimeter. |

Г). Технічна перевірка. Перевірити швидкість інтернету, звук, можливість повноекранного режиму, сумісність з телефонами учнів (для домашнього виконання). |

Д. Розподіл ролей (за бажанням): «Гід» (учень або вчитель), «хронометрист», «фотограф» (робить скріншоти), «секретар» (заповнює таблицю). |

2. Організаційний момент (3 – 5 хв на початку уроку) Привітання, актуалізація: «Сьогодні ми вирушимо туди, куди фізично можуть потрапити лише кілька тисяч вчених у світі». Оголошення мети та завдань (записати на дошці або показати слайд). Роздача робочих листків.

3. Основна частина: проведення віртуальної екскурсії (25 – 35 хв)

Вступне слово (3 хв) Коротка розповідь (1 – 2 хв) про об'єкт + запуск 360°-туру. Орієнтовний маршрут (15 – 20 хв) Вчитель керує переміщенням, зупиняється на ключових точках: 1) вхід у тунель LHC, 2) детектор ATLAS, 3) центр керування. На кожній зупинці — пауза 1–2 хв + запитання до учнів (усно або в чат/листок). Інтерактивні елементи (7 – 10 хв) Учні самостійно клікають гарячі точки, дивляться відео всередині туру, відповідають на питання в Google Формі в реальному часі. Живий зв'язок (якщо є) (5 – 10 хв) Деякі лабораторії (CERN, MagLab) пропонують заплановані прямі трансляції з вченими — ідеальний варіант. |

4. Закріплення та рефлексія (8 – 10 хв). Обговорення побаченого «Що найбільше вразило?», «Яке фізичне явище ви зрозуміли краще?». Виконання тесту/Kahoot (5 – 7 запитань (наприклад, «Яка енергія зіткнень у LHC?», «Який детектор ви бачили?»)). Заповнення таблиці «Фізика в дії». Явище → Пристрій →

Фізичний закон (наприклад, прискорення частинок → радіочастотні порожнини → електромагнітні хвилі) |

5. Підсумок та домашнє завдання (3 – 5 хв). Вчитель формулює висновки: «Сьогодні ми побачили, що закони, які ми вивчаємо в класі, реально використовуються для дослідження Всесвіту». Оцінка активності. Домашнє завдання (на вибір):

1) створити 3 – 5 слайдів «Мій фоторепортаж з CERN»;

2) пройти ще один самостійний тур (наприклад, National MagLab) і заповнити листок;

3) написати есе «Як віртуальна екскурсія змінила моє уявлення про фізику».

Приклад робочого листа

Тема: Віртуальна екскурсія до CERN

Прізвище, ім'я _____

Яка довжина тунелю LHC? _____ км

Назви два детектори, які ти побачив _____

Яке фізичне явище використовується для прискорення протонів?

Запиши одне питання, яке ти поставив би вченим CERN

Переваги саме такої методики: чітка структура (не перетворюється на «просто подивилися відео»); поєднання керованої та самостійної діяльності; моментальна зворотний зв'язок через онлайн-форми; можливість використовувати матеріали повторно та для дистанційного навчання.

Така методика успішно апробована в сотнях українських шкіл під час карантину та працює навіть при середній швидкості інтернету.

Основні сервіси для створення віртуальних екскурсій, адаптовані для освітніх цілей (створення турів з фото/відео 360°, інтеграція симуляцій та VR):

1. ThingLink: безкоштовний інструмент для додавання інтерактивних елементів (текст, відео, тести) до 360°-зображень; ідеальний для шкільних турів з фізики, підтримує VR.

2. Kuula: платформа для 3D-турів з хмарним зберіганням; дозволяє додавати гарячі точки, анімації та QR-коди; безкоштовна версія для освіти.

3. YouVisit: професійний сервіс з AI-допомогою для персоналізованих турів; інтегрується з освітніми платформами, підтримує 360°-відео та аналітику.

4. CloudPano: хмарний конструктор для 360°-турів з живими чатами; простий інтерфейс для вчителів, з шаблонами для наукових лабораторій.

5. Concept3D: орієнтований на вищу освіту, але доступний для шкіл; створює інтерактивні карти та тури з інтеграцією подій і симуляцій.

Пропонуємо добірку актуальних онлайн-турів, присвячених фізиці (з фокусом на лабораторії та явища): ATLAS Experiment Virtual Visit (CERN): Інтерактивний тур прискорювачем частинок, демонстрація колізій протонів. (<https://atlas.cern/Discover/Visit/Virtual-Visit>); CERN Virtual Tours and Talks: Екскурсія по LHC, пояснення квантової фізики з живими лекціями (<https://visit.cern/virtual-visit>); Princeton Plasma Physics Laboratory Virtual Tour: Тур по лабораторії плазмової фізики, фокус на термоядерному синтезі. (<https://www.pppl.gov/engage-us/tours/virtual-tours>); Johns Hopkins Applied Physics

Lab Virtual Tour: 360°-огляд лабораторії, демонстрація астрофізики та оптики. (<https://www.jhuapl.edu/about/tour>); National MagLab Virtual Tour: екскурсія по магнітній лабораторії, вивчення електромагнетизму та надпровідності. (<https://nationalmaglab.org/about-the-maglab/around-the-lab/virtual-tour/>); Jefferson Lab Virtual Tour: самостійний тур по ядерній фізиці, з фокусом на акселератори електронів. (<https://www.jlab.org/visiting/tours>)

Список використаних джерел:

1. Canadian Association of Physicists: Outreach Resources. URL: <https://cap.ca/programs/resources-physics-educators/outreach/> (дата звернення: 25.11.2025).
2. ClassVR: Immersive Physics Resources. URL: <https://www.classvr.com/> . (дата звернення: 12.09.2025).
3. KET Virtual Physics Labs: Resource Guide. URL: https://www.labxchange.org/library?t=Language%3Aen&t=ItemType%3ASimulation&page=1&size=24&order=relevance&gad_source=1&gad_campaignid=11096512681&gbraid=0AAAAACZ8bHkH5PSdU_LLXPdxFOHRmflmH&gclid=Cj0KCOiA9OnJBhD-ARIsAPV51xP-cf4yq5h8ZyOOCXo6aA0JdD8bRpVZev2AQX25MuZy0R_7AxeOInMaAiICEALw_wcB (дата звернення: 22.10.2025).
4. NASA at Home: Virtual Tours and Apps. URL: <https://www.nasa.gov/nasa-at-home-virtual-tours-and-apps/> . (дата звернення: 22.10.2025).
5. Віртуальні наукові експерименти: навчайтеся практичним завданням – будь-коли та будь-де. URL: <https://immersivelabz.com/virtual-science-experiments-learn-practicals-anytime-anywhere/> (дата звернення: 12.09.2025).

Virtual physics tours integrate 360° laboratory tours and simulations for remote study of phenomena, increasing student motivation.

Keywords: *virtual tours, physics, VR tours, educational simulations, 360° laboratories.*

УДК 37:331.4

Оксана ЧОРНА, кандидат педагогічних наук

ОРГАНІЗАЦІЙНО-ПРАВОВІ ЗАСАДИ СТВОРЕННЯ БЕЗПЕЧНОГО ОСВІТНЬОГО СЕРЕДОВИЩА В ЗАКЛАДІ ОСВІТИ В ПЕРІОД ВОЄННОГО СТАНУ

У статті здійснено аналіз організаційно-правових засад формування безпечного освітнього середовища в закладах освіти в умовах воєнного стану. Розкрито нормативно-правові підходи до забезпечення безпеки учасників освітнього процесу та окреслено ключові положення законодавства України, що регламентують діяльність освітніх установ у період дії воєнного стану. Увагу зосереджено на механізмах управління ризиками, організації укриттів,

розробленні інструкцій та планів реагування на надзвичайні ситуації, а також на ролі керівника закладу освіти в реалізації системи безпеки.

Ключові слова: *заклад освіти, освітній процес, учасник освітнього процесу, безпека, укриття, надзвичайна ситуація, воєнний стан.*

Воєнний стан – це особливий правовий режим, що діє в Україні у разі збройної агресії чи загрози нападу, небезпеки державній незалежності, територіальній цілісності та передбачає надання відповідним органам державної влади, військовому командуванню, військовим адміністраціям і органам місцевого самоврядування повноважень, необхідних для відвернення загрози, відсічі збройної агресії та забезпечення національної безпеки, а також тимчасове обмеження конституційних прав і свобод людини та громадянина, прав і законних інтересів юридичних осіб із зазначенням строку дії цих обмежень [2].

На початку повномасштабного вторгнення росії в Україну, в період організації дистанційного режиму освітньої діяльності керівники закладів освіти забезпечили: надання освітніх послуг у встановлених обсягах, відповідно до визначених освітніх програм і планів, а також здатність швидкого відновлення освітнього процесу; виконання заходів планів цивільного захисту на особливий період; готовність до здійснення оповіщення органів управління і сил цивільного захисту, учасників освітнього процесу та працівників про виникнення надзвичайної ситуації; інформування про межі поширення, наслідки, способи та методи захисту, а також дії у зоні можливої надзвичайної ситуації; уточнення та здійснення заходів щодо захисту учасників освітнього процесу і прилеглих територій у разі виникнення надзвичайних ситуацій; готовність наявних сил і засобів цивільного захисту, можливість залучення додаткових сил і засобів у разі виникнення надзвичайних ситуацій; створення та використання об'єктових матеріальних резервів для запобігання виникненню надзвичайних ситуацій і ліквідації наслідків; негайне інформування про загрозу виникнення надзвичайних ситуацій, порушення функціонування суб'єктів освітньої діяльності або загрозу припинення надання освітніх послуг органів управління освітою та цивільного захисту обласних державних адміністрацій, територіальних органів Служби безпеки, Державної служби з надзвичайних ситуацій і Міністерства освіти і науки України; у разі безпосередньої загрози життю та здоров'ю учасників освітнього процесу на об'єктах освіти вводити в дію Плани евакуації закладів освіти.

У період воєнного стану заклади вищої освіти у своїй діяльності керуються такими нормативними документами:

– Закон України «Про організацію трудових відносин в умовах воєнного стану»;

– Лист МОН № 1/3370-22 від 06.03.2022 «Про оплату праці працівників закладів освіти під час призупинення навчання»;

– Лист МОН №1/3593-22 від 22.03.2022 «Про здійснення публічних закупівель та обслуговування в органах Казначейства в умовах воєнного стану»;

– Лист МОН №1/3556-22 від 19.03.2022 «Закладам освіти, установам, які

вимушені змінити місце розташування у зв'язку з проведенням в місцях їх розташування бойових дій або тимчасовою окупацією території України, необхідно перейти на обслуговування до органів казначейства за новою адресою розташування»;

Лист МОН № 1/3737-22 від 29.03. 2022 «Про забезпечення психологічного супроводу учасників освітнього процесу в умовах воєнного стану в Україні»;

Лист МОН від 29.05.2025 р. № 1/11233-25 від 29.05.25 року «Про підготовку закладів освіти до нового навчального року та опалювального сезону в умовах воєнного стану»;

– Інструктивно-методичні матеріали щодо підготовки закладів освіти до 2022/23 навчального року;

– Роз'яснення Міністерства освіти і науки України: особливості застосування норм трудового законодавства, дистанційної форми роботи під час дії правового режиму воєнного стану, тощо [2-5].

Керівник закладу освіти в період воєнного стану переводить у готовність об'єктові формування цивільного захисту до дій за призначенням у взаємодії з територіальними формуваннями цивільного захисту щодо проведення великих обсягів робіт із ліквідації наслідків надзвичайних ситуацій, у тому числі тих, що виникли внаслідок воєнних (бойових) дій чи терористичних актів, а також проведення відновлювальних робіт на власних об'єктах. Державна служба з надзвичайних ситуацій розробила щодо організації укриттів в об'єктах фонду захисних споруд цивільного захисту персоналу та здобувачів вищої освіти. Укриття мають відповідати таким вимогам [5]:

– розміщуватися в підвальному (підземному) приміщенні, на цокольному чи на першому поверсі (за умови забезпечення огорожувальними будівельними конструкціями);

– розташовуватися у складі основної будівлі закладу освіти або безпосередній близькості (до 100 м);

– не розміщуватися поруч із великими резервуарами, що містять небезпечні хімічні, легкозаймисті, горючі та вибухонебезпечні речовини, водопровідними та каналізаційними магістралями;

– не мають зазнавати негативного впливу ґрунтових, поверхневих, технологічних або стічних вод;

– забезпечені електроживленням, штучним освітленням, системами водопроводу та каналізації. За відсутності в об'єктах будівництва водопостачання та каналізації, містять окремі приміщення для встановлення виносних баків;

– не мають великих отворів у зовнішніх огорожувальних конструкціях, наявні отвори (крім дверних) забезпечують можливість закладки (мішками з піском або ґрунтом, бетонними блоками, цегляною кладкою тощо);

– забезпечені не менше ніж двома евакуаційними виходами, один з яких може бути аварійним (у разі планування укриття у споруді подвійного призначення або найпростішому укритті місткістю менше 50 осіб, допускається наявність одного евакуаційного виходу);

– через укриття не повинні проходити водопровідні та каналізаційні магістралі, інші магістральні інженерні комунікації (за винятком внутрішньобудинкових інженерних мереж). Приміщення мають рівну підлогу, придатну для встановлення місць для сидіння та лежання;

– у приміщеннях не зберігається легкозаймисті, хімічні та радіаційно небезпечні речовини, небезпечне обладнання, що не підлягає демонтажу або не може бути демонтоване у термін до 24 год.;

– висота приміщень об'єктів, зокрема дверних отворів, становить не менше 2 м (допускається не менше 1,8 м, якщо це передбачено проектною документацією), а до виступаючих частин окремих будівельних конструкцій і інженерних комунікацій (за винятком дверних отворів) – не менше 1,4 м. Ширина дверних отворів становить не менше ніж 0,9 м (допускається не менше 0,8 м, якщо це передбачено проектною документацією). Перетинання дверних отворів будівельними конструкціями або інженерними комунікаціями не допускається;

– отвори при входах (виходах) закриваються посиленими дверима з негорючих матеріалів (металевими або дерев'яними, оббитими залізом) чи захисними екранами (кам'яними, цегляними, залізобетонними) на висоту не менше 1,7 м;

– основні приміщення, призначені для укриття населення, мають примусову або природну вентиляцію;

– має бути забезпечено вільний доступ маломобільних груп населення (для закладів освіти з наявністю зазначеної категорії осіб);

– об'єкт має перебувати в задовільному санітарному та протипожежному стані (відповідно до норм протипожежних і санітарних правил);

– має бути забезпечено необхідні захисні властивості для захисту від звичайних засобів ураження та зовнішнього іонізуючого випромінювання, встановлених для протирадіаційних укриттів (споруд подвійного призначення із відповідними захисними властивостями).

Обладнання укриттів розраховується на безперервне перебування впродовж не менше 48 год., тож необхідно забезпечити: місця для сидіння (лежання). Можна використовувати наявні в закладах стільці, лавки чи ліжка, спортивні мати, каремати; ємності з питною водою (одна особа/2 л на добу); контейнери для продуктів харчування; вносні баки для нечистот, що щільно закриваються (для неканалізованих будівель і споруд); резервне штучне освітлення (електричні ліхтарі, свічки, газові лампи тощо) та електроживлення; первинні засоби пожежогасіння (відповідно до встановлених норм); засоби надання медичної допомоги; засоби зв'язку та оповіщення (телефон, радіоприймач, інтернет, рекомендовано встановлення Wi-Fi пристроїв); шанцеві інструменти (лопати штикові та совкові, ломи, сокири, пилки, ножівки тощо).

За можливості найпростіші укриття забезпечуються додатковим обладнанням, інструментами та інвентарем відповідно до норм, установлених для захисних споруд.

Біля входних дверей необхідно розмістити табличку розміром 50x60 см із

написом «Місце для УКРИТТЯ», а також адресою місця розташування споруди, її балансоутримувача та місця зберігання ключів.

Отже, для створення безпечних умов освітнього процесу керівництво закладу освіти:

- організовує роботу комісію з обстеження закладу на предмет готовності до організації освітнього процесу та забезпечення безпеки учасників освітнього процесу. До складу комісії рекомендовано включити представників регіональних підрозділів Державної служби з надзвичайних ситуацій і Національної поліції.

- визначає форму організації освітнього процесу. Організація освітнього процесу залежить від безпекової ситуації в кожному населеному пункті. Структура та тривалість навчального тижня, дня, занять і відпочинку, а також форми організації освітнього процесу визначає вчена рада закладу освіти в межах часу, передбаченого освітньою програмою (відповідно до обсягу навчального навантаження, особливостей регіону тощо).

- освітній процес в очному режимі запроваджує в приміщеннях або будівлях закладу освіти тільки в межах розрахункової місткості споруд цивільного захисту, що можуть бути використані для укриття учасників освітнього процесу в разі включення сигналу «Повітряна тривога» або інших відповідних сигналів оповіщення. Якщо потужності споруд цивільного захисту є недостатніми для укриття всіх учасників освітнього процесу, то освітній процес може бути організований шляхом розподілу навчального часу в межах годин (змін) упродовж дня, тижня, місяця або семестру. Учасники освітнього процесу повинні організовано прослідувати до споруд цивільного захисту та перебувати в них до завершення тривоги. Освітній процес може завершуватися в укритті, а після відбою тривоги учасники можуть повернутися до приміщення закладу освіти та продовжити процес навчання з урахуванням необхідного корегування, тощо.

Відповідно до Положення про організацію роботи з охорони праці та безпеки життєдіяльності учасників освітнього процесу в установах і закладах освіти, затвердженого наказом Міністерства освіти і науки України від 26.12.2017 року № 1669 керівник закладу освіти є відповідальним за створення безпечних умов освітнього процесу та не дозволяє проведення освітнього процесу за наявності шкідливих та небезпечних умов [6]. Обов'язково, відповідно до Типового положення про службу охорони праці в закладі освіти має функціонувати служба охорони праці, безпеки життєдіяльності, яка безпосередньо підпорядковується керівнику, який призначає відповідальних за організацію роботи з охорони праці, безпеки життєдіяльності в закладі освіти та визначає їх функціональні обов'язки, забезпечує функціонування системи управління охороною праці [1, 4]. Обов'язком керівника є організація і контроль виконання керівниками структурних підрозділів заходів щодо створення безпечних і нешкідливих умов освітнього процесу, забезпечення впровадження відповідних вимог нормативно-правових актів з питань охорони праці, безпеки життєдіяльності в освітній процес; організація проведення навчань з охорони праці, безпеки життєдіяльності та цивільного захисту. Саме тому та на виконання

Постанови Кабінету Міністрів України «Про початок навчального року під час дії правового режиму воєнного стану в Україні», з метою посилення контролю за збереженням життя й здоров'я учасників освітнього процесу в умовах воєнного стану, здійснення заходів з охорони праці, безпеки життєдіяльності, цивільного захисту, попередження надзвичайних ситуацій у Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка періодично організують навчання та інструктаж із питань цивільного захисту, пожежної та техногенної безпеки в умовах воєнного стану для науково-педагогічних працівників, керівників структурних підрозділів, їх заступників та інших працівників університету. Під час заходів особливу увагу звертають на правила поведінки під час сигналу «Повітряна тривога», перелік джерел достовірної інформації, порядок пересування учасників освітнього процесу до укриттів, дотримання правил поведінки в укриттях, правила поведінки під час обстрілу. Інструктори розповідають, як діяти в умовах воєнної загрози, правила поведінки в разі знаходження вибухонебезпечних предметів, про дії під час хімічної та радіоактивної загрозах, а також військові психологи надають поради щодо того, як впоратися зі стресовою ситуацією. Для проведення заходів запрошуються представники: кафедри військової підготовки, військової частини Командування Сил підтримки, м. Кам'янець-Подільський, відділу запобігання надзвичайним ситуаціям Кам'янець-Подільського районного управління ДСНС України у Хмельницькій області.

Список використаних джерел:

1. Закон України «Про охорону праці».
2. Закон України «Про правовий режим воєнного стану».
3. Кодекс законів про працю України.
4. НПАОП 0.00-4.21-04 «Типове положення про службу охорони праці». Наказ Держнаглядохоронпраці від 15.11.2004 р. № 255.
5. Лист МОН від 10.01.2025 р. № 1/586-25 від 29.05.25 року «Про облаштування укриттів у 2025 році».
6. Лист МОН від 29.05.2025 р. № 1/11233-25 від 29.05.25 року «Про підготовку закладів освіти до нового навчального року та опалювального сезону в умовах воєнного стану».
7. Положення про організацію роботи з охорони праці та безпеки життєдіяльності учасників освітнього процесу в установах і закладах освіти, затверджене наказом Міністерства освіти і науки України від 26.12.2017 р. № 1669, зареєстрованого в Міністерстві юстиції України 23.01.2018 року за № 100/31552.

The article analyzes the organizational and legal principles of creating a safe educational environment in educational institutions under martial law. It reveals regulatory and legal approaches to ensuring the safety of participants in the educational process and outlines key provisions of the legislation of Ukraine that regulate the activities of educational institutions during martial law. Attention is focused on risk management mechanisms, organization of shelters, development of

instructions and emergency response plans, as well as the role of the head of the educational institution in implementing the security system.

Keywords: *educational institution, educational process, participant in the educational process, security, shelter, emergency, martial law.*

УДК 53.7

Сергій ЧОРНИЙ, здобувач вищої освіти,

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

РЕАЛІЗАЦІЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ З'ЯЗКІВ ФІЗИКИ І БІОЛОГІЇ В ІНТЕГРОВАНОМУ ЕКСПЕРИМЕНТІ

В статті проаналізовано міжпредметні зв'язки фізики і біології. Подано зміст інтегрованих експериментів фізики і біології

Ключові слова: *фізика, біологія, міжпредметні зв'язки, інтегрований експеримент*

Міжпредметні зв'язки між фізикою та біологією є фундаментальними, оскільки біологія часто пояснює живі системи через фізичні принципи. Фізика надає інструменти для розуміння біологічних процесів на молекулярному, клітинному та організованому рівнях. Це призвело до появи біофізики як окремої дисципліни. Ось ключові аспекти цих зв'язків:

«Механіка та біомеханіка»: фізичні закони руху (наприклад, закони Ньютона) застосовуються до біологічних систем, таких як рух м'язів, політ птахів чи плавання риб. Наприклад, біомеханіка вивчає, як сили впливають на кістки та суглоби.

«Термодинаміка та метаболізм»: закони термодинаміки пояснюють енергетичні процеси в клітинах, такі як фотосинтез (перетворення світлової енергії на хімічну) чи дихання (виділення енергії з їжі). Ентропія та енергетичний баланс є ключовими для розуміння, чому живі організми потребують постійного надходження енергії.

«Оптика та зір»: фізичні принципи оптики (рефракція, дифракція) пояснюють, як працює око: лінза кришталіка фокусує світло на сітківці, а фоторецептори перетворюють світло на електричні сигнали.

«Електрика та нервова система»: біоелектрика базується на фізичних законах електрики. Нервові імпульси — це електричні сигнали, що поширюються по нейронах, подібно до струму в проводах. Мембранний потенціал клітин описується рівняннями, подібними до тих, що в електродинаміці.

«Гідродинаміка та кровообіг»: закони гідродинаміки (наприклад, рівняння Бернуллі) застосовуються до потоку крові в судинах, пояснюючи тиск і швидкість руху рідин в організмі.

«Квантова механіка та молекулярна біологія»: на мікроскопічному рівні квантова фізика пояснює фотосинтез (квантовий ефект у хлорофілі) чи ДНК-структуру.

Ці зв'язки роблять навчання інтегрованим: фізика допомагає кількісно аналізувати біологічні явища, а біологія надає реальні приклади фізичних законів.

Продемонструємо експерименти для школи, що демонструють зв'язок фізики та біології. Ось кілька простих експериментів, які можна провести в шкільній лабораторії з мінімальним обладнанням. Вони підходять для учнів середньої школи та ілюструють, як фізичні принципи працюють у біологічних системах. Кожен експеримент включає мету, матеріали, процедуру та пояснення.

Експеримент з осмосом (фізика дифузії в біологічних мембранах). Мета: показати, як осмос (фізичний процес дифузії через напівпроникну мембрану) відбувається в клітинах рослин.

Матеріали: картопля, сіль, вода, ніжик, склянки.

Хід виконання: наріжте картоплю на однакові шматочки. Помістіть один у чисту воду, інший — у солону воду (розчин солі 10%). Зачекайте 30 – 60 хвилин і порівняйте розміри та жорсткість шматочків.

Пояснення: у солоній воді вода з картоплі виходить через осмос (концентраційний градієнт), роблячи її м'якою — це ілюструє, як клітини рослин реагують на гіпотонічні/гіпертонічні розчини. Фізичний закон: дифузія прагне до рівноваги концентрацій.

Експеримент з капілярною дією в рослинах (гідродинаміка в транспорті води). Мета: продемонструвати, як капілярні сили (фізичний ефект поверхневого натягу) допомагають рослинам транспортувати воду від коренів до листя.

Матеріали: стебло селери або біла квітка (наприклад, гвоздика), харчовий барвник, склянка з водою, ніжик.

Хід виконання: розчиніть барвник у воді. Розріжте стебло селери навскіс і поставте в кольорову воду. Спостерігайте за зміною кольору листя через 1 – 2 години.

Пояснення: вода піднімається по вузьких судинах (ксилемі) завдяки капілярній дії та когезії/адгезії молекул води — фізичні сили, що протидіють гравітації. Це пояснює транспірацію в рослинах.

Експеримент з Броунівським рухом (фізика частинок у біологічних зразках). Мета: показати випадковий рух частинок (фізичний ефект, відкритий у фізиці), що спостерігається в біологічних середовищах, як у клітинах.

Матеріали: мікроскоп, скельце, пилко або молоко, вода.

Хід виконання: розведіть пилко або краплю молока у воді на скельці. Спостерігайте під мікроскопом (збільшення 400x) за хаотичним рухом частинок.

Пояснення: броунівський рух — це зіткнення молекул води з частинками, що ілюструє кінетичну теорію газів/рідин у фізиці. У біології це пояснює дифузію молекул у клітинах, наприклад, транспорт поживних речовин.

Експеримент з моделлю серцебиття (електрика в біологічних сигналах). Мета: проілюструвати, як електричні імпульси (фізика) керують серцевими скороченнями.

Матеріали: стетоскоп або саморобний датчик (наприклад, з Arduino, якщо доступно; інакше — просто ручний підрахунок), секундомір.

Хід виконання: виміряйте пульс учня в спокої та після фізичного навантаження (наприклад, 20 присідань). Обчисліть частоту (удари/хвилину). Обговоріть, як це пов'язано з електричними сигналами.

Пояснення: серцебиття — результат електричних імпульсів від синоатріального вузла, подібних до струму в ланцюгах. Фізика: частота = кількість подій/час, аналогічно до коливань у фізиці.

Модель легень і закон Бойля-Маріотта (газові закони ↔ дихання). Мета: продемонструвати, як зміна об'єму грудної клітки створює різницю тиску і змушує повітря входити/виходити з легень.

Матеріали: велика пластикова пляшка (1,5 – 2 л), повітряна кулька (2 шт.), трубочка або соломинка, скотч, ножиці.

Хід виконання: відріжте дно пляшки. Одну кульку (це «легені») натягніть на горлечко пляшки і закріпіть. З другої кульки зробіть «діафрагму»: натягніть її на відкритий нижній зріз пляшки і щільно закріпіть. Тягніть «діафрагму» вниз — кулька-легеня надувається; піднімайте вгору — здувається.

Пояснення: при опусканні діафрагми об'єм грудної порожнини збільшується тиск падає (закон Бойля-Маріотта $P \cdot V = const$) атмосферний тиск «втискає» повітря в легені.

Спектроскоп з CD-диска: як рослини «бачать» світло (оптика ↔ фотосинтез). Мета: продемонструвати, які довжини хвиль (кольори) найкраще поглинаються хлорофілом і чому листя зелене.

Матеріали: старий CD- або DVD-диск, коробка від-під взуття (або картонна трубка), аркуш білого паперу, лампа або сонячне світло, зелений листок (шпинат, кропива).

Хід виконання: зробіть щілину в коробці, вставте диск під кутом 45° як дифракційну ґратку. Спрямуйте через щілину світло лампи або сонця — на стінці коробки з'явиться райдужний спектр. Покладіть зелений листок перед щілиною — у спектрі з'являться темні смуги в червоній та синьо-фіолетовій зонах, а зелена частина спектра яскраво відбивається.

Пояснення: хлорофіл сильно поглинає червоне і синє світло (для фотосинтезу), а зелене відбиває → ми бачимо листя зеленим. Це прямий зв'язок оптичних властивостей пігментів і енергії фотосинтезу.

Усі досліді можна провести за 10 – 30 хвилин із підручними матеріалами.

досліді дуже наочні, викликають «вау-ефект» у дітей і чітко показують, що біологічні адаптації неможливо зрозуміти без законів фізики. Експерименти безпечні, недорогі та допомагають учням побачити, як абстрактні фізичні концепції застосовуються до живих організмів.

Список використаних джерел:

1. Бар'яхтар В. Г., Дюпов Н. С. Біофізика: підручник для 10–11 класів (профільний рівень). Харків. Сичія. 2012.
2. Засекіна Т. М., Герус С. В. Міжпредметні зв'язки природничих дисциплін у профільній школі. Харків. Основа. 2015.
3. Кирик Л. А. Фізика і біологія: досліди і проекти для школи. Київ. Алекса. 2018.
4. Локшину О. В., Ляшенко О. І. Фізика і біологія: інтегрований курс (елективний). Київ. Генеза. 2010.

In the article, the interdisciplinary connections between physics and biology are analyzed. The content of integrated experiments in physics and biology is presented.

Keywords: *physics, biology, interdisciplinary connections, integrated experiment*

УДК 519.8

Роман ШУЛЕПКО, здобувач вищої освіти

Віктор ЩИРБА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛОГІСТИЧНИХ ЗАДАЧ

Ця стаття присвячена дослідженню та формалізації логістичних задач як ключового елемента для підвищення економічної ефективності підприємств і покращення якості обслуговування (економічне і соціальне значення). У роботі систематизовано чотири основні типи математичних моделей логістичних задач (математичного програмування, теорії графів та мереж, управління запасами, імітаційні моделі). Підкреслюється, що адекватне застосування цих моделей та відповідних алгоритмів є основою для пошуку оптимальних рішень у складному та динамічному логістичному середовищі.

Ключові слова: *комп'ютерні моделі, логістичні задачі, оптимізаційні алгоритми.*

Вступ. Логістичні задачі передбачають встановлення оптимальних рішень управління всім процесом переміщення товарів від виробника до споживача. Дослідження логістичних задач є особливо важливим, оскільки вони мають як економічне, так і соціальне значення

Основна мотивація полягає у підвищенні ефективності та зниженні витрат у процесах переміщення, зберігання та управління матеріальними, інформаційними та фінансовими потоками.

Важливо здійснити формалізацію задач логістики, встановити їхній комплексний та міжфункціональний характер на всіх етапах від стратегічного планування до оперативного управління.

Якщо систематизувати задачі за міжфункціональними областями і рівнями процесу управління, то можна встановити (підібрати) для застосування свою адекватну специфічну математичну модель. Це дозволить перетворювати якісні логістичні завдання на розв'язання багатокритеріальних оптимізаційних задач з

метою досягнення оптимального балансу між взаємно протилежними критеріями: мінімізацією витрат і максимізацією рівня обслуговування.

Виклад основного матеріалу. Загальну характеристику теорії логістичних задач завжди розпочинають з констатації можливості досягнення перспективної економічної ефективності процесу та підвищення конкурентоспроможності підприємства.

На перше місце ставлять зниження витрат. Оптимізація логістичних процесів таких як транспортування, складування чи управління запасами безпосередньо призводить до зменшення операційних витрат. Це може включати вибір найкоротших маршрутів, мінімізацію часу простою транспорту чи зниження витрат на зберігання.

Не менш важливою стороною виступає підвищення продуктивності. Ефективна логістика забезпечує своєчасну доставку сировини та комплектуючих, що зменшує затримки у виробництві та збільшує загальну продуктивність.

Не можна не звернути увагу і на конкурентну перевагу. Організації з добре налагодженою логістикою можуть пропонувати кращі умови за швидкістю доставки, нижчими цінами, вищою якістю обслуговування, що є ключовою конкурентною перевагою на ринку.

Іншою стороною мотивації оптимізації логістичних процесів виступає соціальна сфера, пов'язана з якістю обслуговування та задоволеність клієнтів. Логістичні дослідження моделі, яка забезпечує своєчасну доставку, допомагають гарантувати, що товари будуть доставлені вчасно та в належному стані, що є фундаментальною вимогою для задоволеності клієнтів.

Також необхідно постійно моніторити управління ланцюгом поставок. Дослідження допомагає створити стійкі та гнучкі ланцюги поставок, здатні швидко реагувати на зміни попиту або непередбачувані події, наприклад, затори на маршрутах чи вихід з ладу транспортного засобу тощо. Ефективне планування перевезень може сприяти зменшенню транспортного навантаження на дорогах, особливо у міських умовах. Впровадження автоматизованих систем та оптимізованих процедур зменшує кількість помилок при комплектуванні, відвантаженні та обліку.

Мотивація дослідження логістичних задач полягає у прагненні до глобальної оптимізації: досягнення максимальної вигоди (швидкість, надійність, якість) при мінімальних витратах (фінансових, часових, екологічних) у складному, динамічному середовищі.

Спектр логістичних задач дуже широкий, тому доцільно їх класифікувати за різними ознаками, що допомагає більш системно підходити до управління матеріальними, інформаційними та фінансовими потоками. Звичайно, для комп'ютерного дослідження цікавими постають лише оперативні короткотермінові задачі (диспетчеризація транспорту; формування щоденних замовлень на відвантаження; контроль якості та термінів). Навіть середньострокові (1-5 років) тактичні задачі, наприклад, визначення оптимального рівня запасів сировини; вибір конкретних перевізників;

планування виробничих потужностей тощо потребують великої кількості даних і їх математичних залежностей спеціальний параметрів, що робить задачу гіперскладною.

В більшості випадків класифікацію логістичних задач проводять за фазовою (функціональною) ознакою. Виділяють логістику постачання (закупівельну), задачі, пов'язані з управлінням потоками всередині підприємства (виробничу логістику), логістику розподілу (збуту), інформаційну та складську логістику. В оперативних короткотермінових задачах найчастіше досліджують транспортну логістику. Ці класифікації часто перетинаються, але допомагають логістам структурувати свою роботу та застосовувати відповідні методи й інструменти для вирішення конкретних задач.

Транспортна логістика є однією з найважливіших і найскладніших функціональних сфер логістики, оскільки вона забезпечує фізичне переміщення товарів і є найбільшою статтею витрат для багатьох компаній. Головна мета транспортної логістики полягає в оптимізації процесу доставки вантажів з мінімальними витратами, вчасно та з необхідною якістю. Задача дослідження транспортної логістика потребує вирішення цілого ряду специфічних стратегічних і оперативних задач. Для вирішення завдань транспортної логістики найчастіше використовують такі технології: лінійне та випукле програмування, теорія графів, імітаційне моделювання.

Моделювання задач транспортної логістики передбачає створення спрощеного, але адекватного, математичного або програмного опису реальних логістичних процесів. Його головна мета полягає в оптимізації перевезень, маршрутизації та управління транспортними потоками для досягнення максимальної ефективності при мінімальних витратах часу, фінансів та ресурсів.

Транспортна логістика охоплює низку ключових задач, які активно моделюються. Транспортна задача є класичною задачею лінійного програмування. Мета — мінімізувати загальні витрати на перевезення вантажу від кількох пунктів відправлення (постачальників) до кількох пунктів призначення (споживачів) з урахуванням обсягів пропозиції та попиту. Теорією графів традиційно моделюються задачі типу задачі комівояжера. В імітаційних методах створюється комп'ютерна модель, яка імітує реальні процеси перевезень у часі (наприклад, рух транспорту, завантаження, розвантаження, затримки).

Задачі складської логістики передбачають дослідження операцій, що пов'язані з процесами всередині складських приміщень. Її головна мета змоделювати ефективне та економічне зберігання, обробку та підготовку продукції до відвантаження і забезпечувати при цьому досить високий рівень обслуговування.

Основними оптимізаційними моделями є математичні моделі, які визначають оптимальний об'єм замовлення та час його підготовки. Класичною моделлю є модель розміру замовлення, що мінімізує суму затрат на зберігання і розміщення замовлення. Визначається розв'язок, де сумарні витрати є мінімальними.

Врахувати всі нюанси задачі складської логістики якоюсь лише однією універсальною моделлю взагалі кажучи не можливо та й не доцільно.

Ще один вид логістичних задач – задачах моделювання запасів (або управління запасами) досліджується процес формування планування, регулювання рівня, контролю за зберіганням запасів сировини, матеріалів, та готової продукції. Мета таких задач полягає у встановленні оптимального об'єму запасів товару для забезпечення безперервності функціонування при мінімальних загальних витратах.

Головна задача логістики запасів вимагає пошуку балансу між двома взаємно протилежними видами затрат: затрати на зберігання та затрати, що пов'язані з відсутністю запасів.

Головним завданням виробничої логістики постає планування та управління виробничим процесом, що включає формування оптимального графіку виконання виробничих операцій, послідовності випуску продукції і оптимальне завантаження обладнання та оперативне управління та контроль за виконанням графіків роботи, усунення збоїв і "вузьких місць".

Математичні моделі задач виробничої логістики та принципи роботи підприємства ґрунтуються на моделі календарного методу планування, де застосовують методи лінійного чи цілочисельного програмування для формування оптимальної послідовності обробки замовлень, мінімізуючи час простою обладнання або час виконання замовлення

Отже, загалом можна виділити чотири типи математичних моделей логістичних задач:

1. Моделі математичного програмування.
2. Моделі теорії графів та мереж.
3. Моделі управління запасами.
4. Імітаційні моделі.

Систематизація задач надає можливість адекватно застосувати специфічні математичні моделі з притаманними для них алгоритмами пошуку оптимальних розв'язків, становить основу для продуманого вивчення та підбору алгоритмів дослідження логістичних задач.

Список використаних джерел:

1. Безугла Л.С., Юрченко Н.І., Ільченко Т.В., Пальчик І.М., Воловик Д.В. Логістика: навчальний посібник. Дніпро: Пороги, 2021. 252 с.
2. Козаченко Д.М., Вернигора Р.В., Малашкін В.В. Основи дослідження операцій у транспортних системах: приклади та задачі: навчальний посібник для ВНЗ. Дніпропетровськ, 2015. 277 с.
3. Крамаренко І.С., Надточій І.І., Маркова Є.Ю. ТранСПортна логістика: навчальний посібник. Миколаїв : Іліон, 2024. 240 с.

This article is devoted to the study and formalization of logistics tasks as a key element for increasing the economic efficiency of enterprises and improving the quality of service (economic and social significance). The paper systematizes four

main types of mathematical models of logistics problems (mathematical programming, graph and network theory, inventory management, simulation models). It is emphasized that the adequate application of these models and corresponding algorithms is the basis for finding optimal solutions in a complex and dynamic logistics environment.

Keywords: *computer models, logistics problems, optimization algorithms.*

УДК 53.7

Вадим ЯЩИШЕН, здобувач вищої освіти

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

ІНТЕГРОВАНІЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ З ФІЗИКИ ТА ХІМІЇ

В статті досліджуються міжпредметні зв'язки фізики та хімії. Особлива увага приділена методам досліджень з фізики та хімії і постановці інтегрованого навчального експерименту

Ключові слова: *міжпредметні зв'язки, інтегрований експеримент, хімія, фізика, дослідження*

Міжпредметні зв'язки фізики і хімії є глибокими та взаємодоповнюючими, оскільки хімія вивчає речовини та їх перетворення, а фізика надає інструменти для кількісного опису цих процесів через закони руху, енергії, електромагнетизму тощо. Це призвело до появи фізичної хімії як окремої дисципліни. Основні міжпредметні зв'язки: «Термодинаміка та хімічна рівновага»: закони термодинаміки (енергія, ентропія) пояснюють спонтанність реакцій, теплові ефекти та рівноваги в системах (наприклад, закон Гесса поєднує фізику тепла з хімічними перетвореннями). «Кінетика реакцій та механіка»: фізичні моделі дифузії, зіткнень частинок (теорія газів) описують швидкість хімічних реакцій. Енергія активації — це фізичний бар'єр для хімічних змін. «Оптика та спектроскопія»: фізичні принципи хвиль (інтерференція, дифракція) застосовуються в хімічному аналізі, наприклад, в УФ-спектроскопії для вивчення молекулярних структур. «Електромагнетизм та електрохімія»: електричні поля, струм і потенціали керують хімічними реакціями в розчинах. Електрохімічні явища, такі як електроліз чи окисно-відновні процеси, базуються на законах Фарадея (фізика електролізу) та Нерста (потенціали електродів). Методи дослідження включають кондуктометрію (вимірювання електропровідності для визначення концентрацій), потенціометрію (вимірювання електродних потенціалів для рН чи редокс-систем) та вольтаметрію (аналіз струму залежно від напруги для вивчення реакцій). «Квантова механіка та структура речовин»: квантова фізика пояснює хімічні зв'язки, орбіталі та спектри атомів, що є основою для розуміння реактивності. «Гідродинаміка та розчини»: фізичні закони потоку рідин (віскозність, осмос) впливають на хімічні процеси в розчинах, наприклад, дифузію іонів.

Особливу увагу приділимо електрохімічним явищам у розчинах: це процеси, де хімічні реакції супроводжуються переносом електронів через електричне поле. У розчинах електролітів (кислоти, солі) іони рухаються під дією напруги, що призводить до окиснення/відновлення. Методи дослідження:

- кондуктометрія: вимірювання опору розчину для визначення ступеня дисоціації електролітів (за законом Кольрауша).
- потенціометрія: використання електродів для вимірювання ЕРС, що дозволяє визначати концентрації іонів (наприклад, рН-метр).
- вольтаметрія: аналіз кривих струм-напруга для вивчення кінетики реакцій.
- електроліз: практичний метод для отримання речовин, де кількість продуктів пропорційна заряду (закони Фарадея).

Ці зв'язки роблять навчання інтегрованим: фізика надає математичні моделі, а хімія — реальні застосування. Наведемо декілька простих шкільних експериментів (для 9 – 11 класів), що демонструють зв'язок, з акцентом на електрохімію в розчинах. Вони безпечні, використовують доступні матеріали та включають методи дослідження.

1. Електроліз води (електрохімія + закони Фарадея). Мета: показати розкладання води струмом і виміряти об'єм газів. Матеріали: батарейка 9V, два електроди (графітові олівці), розчин Na_2SO_4 , пробірки, дріт.

Хід виконання: занурте електроди в розчин, підключіть до батарейки. Спостерігайте бульбашки H_2 (катод) і O_2 (анод). Виміряйте об'єми газів. Пояснення: електроліз — хімічна реакція під дією струму; кількість газів ~ заряду (фізика). Метод: вольтаметрія для контролю напруги.

2. Лимонна батарея (гальванічний елемент + потенціометрія). Мета: Створити елемент і виміряти напругу. Матеріали: лимон, цинкова пластина, мідна монета, вольтметр, дріт.

Хід виконання: вставте електроди в лимон, з'єднайте і виміряйте ЕРС. З'єднайте кілька лимонів послідовно. Пояснення: кислий розчин — електроліт; Zn окиснюється, Cu відновлюється (хімія). Фізика: Потенціал за рівнянням Нернста. Метод: Потенціометрія для ЕРС.

3. Вимірювання провідності розчинів (кондуктометрія + електропровідність). Мета: порівняти провідність електролітів. Матеріали: мультиметр (режим опору), електроди, розчини NaCl (різні концентрації), дистильована вода.

Хід виконання: занурте електроди в розчини, виміряйте опір. Обчисліть провідність (1/опір). Пояснення: іони переносять заряд (хімія дисоціації); провідність ~ концентрація (фізика Ом). Метод: кондуктометрія для титрування.

4. Корозія заліза (електрохімія + редокс-реакції). Мета: дослідити електрохімічну корозію. Матеріали: залізний цвях, розчин NaCl, індикатор фенолфталеїн, батарейка.

Хід виконання: занурте цвях в розчин з індикатором; підключіть до батарейки для прискорення. Спостерігайте іржу. Пояснення: анодне окиснення Fe, катодне відновлення O_2 (хімія). Фізика: Потенціал електродів. Метод: потенціометрія для моніторингу.

5. Електрофорез барвників (електрохімія + дифузія). Мета: розділити речовини в електричному полі. Матеріали: агар-агаровий гель, барвники (наприклад, метиленовий синій), батарейка 9V, буферний розчин.

Хід виконання: нанесіть барвники на гель, підключіть електроди. Спостерігайте міграцію. Пояснення: Заряджені молекули рухаються до полюсів (хімія іонів). Фізика: сила в електричному полі. Метод: кондуктометрія для контролю.

6. Визначення рН розчинів (потенціометрія + кислотно-основна рівновага). Мета: виміряти кислотність. Матеріали: рН-метр (або саморобний з електродами), розчини оцту, соди, води.

Хід виконання: калібруйте прилад, виміряйте рН в розчинах. Пояснення: $pH = -\log[H^+]$ (хімія рівноваги); електрод генерує потенціал (фізика Нернста). Метод: потенціометрія для титрування.

Ось ще 3 – 4 інтегрованих шкільних експериментів (було обрано 4 для повноти), що демонструють зв'язок фізики та хімії, з акцентом на електрохімічні явища в розчинах. Вони продовжують попередній список, є простими, безпечними та орієнтованими на методи дослідження, такі як кондуктометрія, потенціометрія чи вольтметрія. Експерименти підходять для 9 – 11 класів і використовують доступні матеріали.

7. Гальванічний елемент з фруктів (електрохімія + закони Нернста). Мета: дослідити створення напруги в розчинах електролітів з різних металів. Матеріали: картопля або яблуко, цинкова і мідна пластини, вольтметр, дріт, розчин солі (NaCl).

Хід виконання: вставте електроди в фрукт (електроліт — сік з кислотами), з'єднайте дротом і виміряйте напругу. Додайте розчин солі для посилення. Пояснення: редокс-реакція (хімія: Zn окиснюється, H^+ відновлюється) генерує ЕРС (фізика: рівняння Нернста $E = E_0 - (RT/nF)\ln Q$). Метод: потенціометрія для вимірювання потенціалу.

8. Електроліз розчину солі з індикатором (електрохімія + газові закони). Мета: показати продукти електролізу і виміряти об'єм газів. Матеріали: розчин NaCl, універсальний індикатор, електроди, батарейка 9В, пробірки.

Хід виконання: електролізуйте розчин, додайте індикатор для спостереження змін рН біля електродів. Зберіть і виміряйте газу (Cl_2 , H_2). Пояснення: анод: окиснення Cl^- , катод: відновлення H_2O (хімія); об'єм газів ~ заряду (фізика: закони Фарадея та ідеального газу). Метод: кондуктометрія для моніторингу змін провідності.

Ці експерименти поглиблюють розуміння електрохімічних процесів, поєднуючи фізичні вимірювання з хімічними перетвореннями.

Список використаних джерел:

1. Грабовий А. П. Теоретико-методичні засади навчального хімічного експерименту в загальноосвітніх навчальних закладах. Київ: Педагогічна думка, 2010.
2. Інтегрований урок з фізики та хімії: «Закон електролізу. Лабораторна робота «Дослідження явища електролізу»». На Урок, 2018.

3. Програма з природознавства (фізика-хімія) для 10 – 11 класів. Vseosvita, 2020.
4. Ярошенко О. Г. Хімія: підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти (рівень стандарту). Київ: Грамота, 2019.

The article explores interdisciplinary connections between physics and chemistry. Particular attention is paid to research methods in physics and chemistry and the design of an integrated educational experiment.

Keywords: *interdisciplinary connections, integrated experiment, chemistry, physics, research*

Здано в набір 25.11.2025. Підписано до друку 28.11.2025.
Формат 60x84/16. Гарнітура Times. Умов. друк. арк. 15,8.
Обл. вид. арк. 13,9. Папір офсетний. Тираж 100 прим.

32302, Хмельницька обл., м. Кам'янець-Подільський,
вул. Симона Петлюри, 1а
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
Серія КВ № 14707-3678 ПР від 12.12.2008 р.