

Міністерство освіти і науки України  
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка  
Фізико-математичний факультет  
Кафедра математики

Кваліфікаційна робота  
на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

з теми:

**«ФОРМУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО ПОНЯТТЯ МІРИ У  
ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ»**

Виконала: здобувач вищої освіти  
освітньої програми Середня освіта  
(Математика, інформатика)  
Спеціальності 014 Середня освіта (за  
предметними спеціальностями)  
Предметної спеціальності 014.04 Середня  
освіта (Математика)  
**Савки Галини Октав'янівни**

Керівник: **Моцик Р.В.**  
кандидат педагогічних наук, доцент

Рецензент: **Сморжевський Ю.Л.**  
кандидат педагогічних наук,  
доцент кафедри математики

м. Кам'янець-Подільський – 2025 р.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1 НАУКОВО–МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ МІРИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ.....	7
1.1. Роль і місце величин, їх вимірювань в процесі навчання .....	7
1.2. Етапи вивчення вимірювань геометричних величин в шкільному курсі математики.....	11
1.3. Порівняльний аналіз учбових посібників по геометрії .....	18
Висновки до розділу 1.....	35
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ МІРИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ.....	38
2.1. Methodика вивчення довжин.....	38
2.2. Methodика вивчення величин кутів .....	45
2.3. Methodика вивчення площ фігур в шкільному курсі геометрії.....	51
2.4. Methodика вивчення об’ємів фігур .....	59
Висновки до розділу 2.....	64
ВИСНОВКИ .....	67
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	69
ДОДАТКИ .....	72
Додаток А .....	72
Додаток Б.....	76
Додаток В.....	80

## ВСТУП

*Актуальність дослідження.* Матеріал, присвячений геометричним величинам, таким як довжина, міра кута, площа та об'єм, є, без сумніву, найбільш стійкою і традиційною складовою шкільного курсу геометрії. Ці поняття сприяють засвоєнню учнями основ метрики — однієї з чотирьох ключових концепцій геометричної науки, поряд із аксіоматичним підходом, геометричними перетвореннями і векторними просторами. У контексті загальноосвітнього курсу математики метрика має особливе значення, адже вона тісно пов'язана з реальним життям і прикладними задачами. Вивчення геометричних величин є обов'язковим мінімумом, котрий має опанувати кожен учень середньої школи.

Теоретичний аналіз ідеї геометричних величин свідчить, що продумана методика викладання дає змогу ширше використовувати цей матеріал. Це сприяє не лише формуванню світоглядних основ і розвитку логічного мислення учнів, але й знайомству з аксіоматичними методами, дескриптивним визначенням понять, узагальненням і конкретизацією. Задля кращого розуміння світоглядного аспекту доцільно включати в навчання елементи теорії вимірювань. Такий підхід дозволяє розглядати процес вимірювання як самостійний об'єкт дослідження.

Методично важливо навчати учнів сприймати величини як властивості реальних об'єктів, а сам процес вимірювання — як один із ключових засобів пізнання довкілля. Такий підхід інтегрує теоретичні знання про геометричні величини із практичним розумінням їх ролі у повсякденному житті, що сприяє формуванню цілісного уявлення про їхню прикладну цінність.

Зростання зацікавленості у методологічному аналізі категорій на кшталт кількості, величини та виміру, а також активні дослідження щодо математизації наукових підходів підтверджують актуальність посилення світоглядних тенденцій у цьому напрямку. Один із ключових аспектів такого

підходу полягає в навчанні учнів класифікувати різновиди вимірів, що допомагає їм глибше зрозуміти важливість і роль вимірювань у науковому пізнанні світу.

Для ефективнішого викладання теми геометричних величин у школі доцільно вжити кілька заходів:

1. Ознайомити учнів з історичними та науковими аспектами вимірювань і метрології, пояснюючи еволюцію цих концепцій і їхній вплив на розвиток геометричної науки.

2. Розвивати адекватне розуміння процесу вимірювання як одного з основних методів наукового пізнання з метою поглиблення знань про природу величин і вимірювань.

3. Порівнювати різні типи величин і способи вимірювання, щоб виявити закономірності у науковому пізнанні, зокрема явища абстрагування, ідеалізації та поступового переходу від абстрактного до конкретного.

Проблематика дослідження полягає у потребі надання більш цілеспрямованого підходу до формування узагальнених уявлень про геометричні величини та їх вимірювання у шкільному курсі геометрії. Важливим є також посилення освітнього і розвивального потенціалу цього матеріалу, а також підвищення його світоглядного значення. Це створює можливість для формування ефективнішої освітньої платформи, яка сприятиме глибшому розумінню геометричних теорій учнями, а також допоможе їм досягнути методологію вимірювань і їх роль у науковому пізнанні.

**Актуальність** роботи визначається тим, що поняття міри величини широко застосовується для опису реальних властивостей предметів і явищ, що сприяє пізнанню навколишнього світу. Розуміння залежностей між величинами формує у дітей цілісне уявлення про оточуючу дійсність. Вивчення процесів вимірювання величин сприяє оволодінню практичними вміннями, необхідними у повсякденному житті.

**Об'єкт дослідження** – процес вивчення геометричних величин у шкільному курсі геометрії.

**Предмет дослідження** – методика викладання міри геометричних величин у цьому курсі.

**Мета роботи** – виявити методичні особливості викладання міри геометричних величин у межах змістовної лінії «Геометричні величини та їх вимірювання».

**Завдання дослідження:**

1. Визначити сутність основних понять теми через аналіз наукових джерел.
2. Дослідити історію розвитку понять геометричних величин.
3. Окреслити роль та значення величин і їх вимірювання в освітньому процесі.
4. Проаналізувати етапи вивчення міри геометричних величин у шкільному курсі геометрії.
5. Здійснити порівняльний аналіз підручників з геометрії щодо теми дослідження.
6. Вивчити основні методичні аспекти викладання міри геометричних величин.

**Методи дослідження** включають різноманітні підходи для комплексного вивчення теми. На етапі теоретичного аналізу проводився огляд літератури з філософії, педагогіки, психології, математики та методики викладання математики. Для оцінки практики викладання питань про геометричні величини застосовувалися спостереження, бесіди з учнями і педагогами, тестування та анкетування. Це дало змогу здійснити глибокий аналіз ефективності навчання, виявити проблеми та обрати напрями вдосконалення викладання. Контрольні роботи дозволили об'єктивно оцінити рівень розуміння учнів і їх успішність із цієї теми.

Під час аналізу методики навчання використовувалися пошуковий експеримент, навчальний педагогічний експеримент і експертна оцінка дидактичного матеріалу. Ці підходи забезпечили систематичне дослідження ефективності різних методів викладання й їхнього впливу на засвоєння матеріалу учнями.

**Практичне значення** роботи полягає у визначенні ключових методичних аспектів викладання геометричних величин на уроках геометрії. Залучення узагальненої інформації щодо величин, їх вимірювань, а також елементів метрології й теорії вимірювань дозволяє підсилити світоглядний і прикладний характер курсу математики. Це сприяє не лише розвитку освітніх можливостей, а й підвищує виховний потенціал навчальної програми.

**Структура роботи.** Дипломна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до розділів та загальних висновків, списку використаних джерел.

## ВИСНОВКИ

У цій роботі зроблено висновок, що геометричні величини, наявні у шкільному курсі математики, мають важливе значення як у науковому, так і в дидактичному аспектах. Вивчаючи ці величини, учні не лише засвоюють теоретичні знання, а й розвивають конструктивні та практичні навички.

Дослідження розвитку поняття геометричних величин показало, що величина є одним із базових понять математики, яке виникло ще в античну добу й зазнало численних узагальнень у процесі розвитку. Це поняття охоплює різноманітні конкретні величини, такі як довжина, площа, об'єм, маса та інші, чії властивості були сформульовані у «Началах» Евкліда. Згодом було введено поняття позитивної скалярної величини для її розрізнення з більш загальними поняттями, такими як векторна величина. Однак точне визначення цього терміна у математичних термінах є складним завданням. Відповідно, питання вимірювання геометричних величин залишається однією з найскладніших проблем як у теоретичному, так і методичному контексті.

Процес вимірювання геометричних величин належить до найскладніших тем для інтеграції в шкільний курс геометрії. Ця тема визнається ключовою складовою курсу та має чітку прикладну спрямованість. У шкільній програмі термін «геометрична величина» зазвичай використовується без формального визначення. Водночас наприкінці дев'ятого класу доцільно провести узагальнення всіх знань учнів щодо геометричних величин.

У результаті аналізу та порівняння підручників з геометрії зроблено висновок, що всі вони відповідають високим науковим і методичним стандартам. Автори кожного підручника враховують вікові особливості учнів і дотримуються принципу доступності. Водночас кожен підручник має свій стиль викладу та оригінальний підхід до подання понять і визначень.

Зокрема, підручники під редакцією А.Г. Мерзляка, Г.П. Бевза та О.С. Істера детально розглядають проаналізовані теми. Проте у виданнях Мерзляка А.Г. і Бевза Г.П. іноді зустрічаються складно сформульовані пояснення, що може ускладнювати їхнє розуміння учнями. Натомість підручник під редакцією О.С. Істера відзначається більш зрозумілим викладом визначень і доказів теорем, що робить матеріал легшим для засвоєння.

Чітке уявлення про довжину сприяє використанню креслень і схем для спрощення розв'язання текстових задач, а вміння застосовувати графічні засоби допомагає глибше зрозуміти властивості довжини й сформувати навички вимірювання.

Курс математики для 7–11 класів має значний потенціал для розширення кругозору учнів, підвищення інтересу до навчання та розвитку математичних знань і умінь. Він є важливим компонентом сучасної шкільної освіти, орієнтованої на інтелектуальний розвиток і формування критичного мислення.

На сьогоднішньому етапі розвитку математичної освіти спостерігається зміщення акцентів із простого засвоєння знань на стимулювання інтелектуального розвитку учнів. Особливу увагу приділено формуванню критичного й творчого мислення, розвитку аналітичних здібностей, а також здатності самостійно вирішувати математичні задачі. Таким чином, головне завдання полягає у вихованні учнів як особистостей із високим рівнем математичного мислення й умінням застосовувати ці знання для вирішення реальних проблем.

Ця тенденція відображає вимоги сучасного суспільства, в якому високий рівень математичної компетентності відіграє ключову роль для успішної адаптації та участі в інтелектуальних і наукових процесах. Такий підхід до математичної освіти робить її більш відповідною як до потреб учнів, так і до викликів сучасного інформаційного середовища. Отже, всі завдання, поставлені в рамках роботи, були повністю виконані, а мета дослідження досягнута..

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аксютина І. В. Методологія формування просторового уявлення учнів на факультативних заняттях. Інженерно-будівельний вісник. 2017. №1(4). С. 49–64.
2. Погорєлов А. В. Методика викладання математики. Київ: Вища школа, 1989. 367 с.
3. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Вивчення елементів стереометрії в основній школі. Математика. 2012. № 13.
4. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владіміров В. М., Владімірова Н. Г. Підручник для учнів 10–11 класів із поглибленим вивченням математики в середніх загальноосвітніх закладах. Київ: Освіта, 2018. 239 с.
5. Бойко М. П. Особливості формування поняття фізичної величини у шкільному курсі фізики. Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки. 2015. Вип. 127. С. 9–11.
6. Бреус І. А. Розвиток просторового мислення учнів в умовах отримання додаткової математичної освіти. Інноваційна наука. 2016. №12. С. 47–50.
7. Бродський Я. Компетентнісний підхід у навчанні математики. Математика в школі. 2018. №10. С. 2–9.
8. Буйницька О. П. Інформаційні технології та технічні засоби навчання. Київ: Центр учбової літератури, 2018. 239 с.
9. Василенко А. В. Моделювання як засіб розвитку просторового мислення. Викладач ХХІ століття. 2015. №3. С. 141–144.
10. Василенко А. В. Психолого-педагогічні умови розвитку просторового мислення учнів. Наука і школа. 2013. №12. С. 69–72.
11. Василенко А. В. Рівні розвитку просторового мислення учнів на уроках геометрії. Наука і школа. 2018. №6. С. 62–65

12. Василенко А. В. Розвиток просторового мислення учнів в процесі навчання геометрії: психологічний аспект. Викладач XXI століття. 2020. №2. С. 170–174
13. Вітюк О. В. Розвиток образного мислення учнів при вивченні стереометрії з використанням комп'ютера: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. К., 2001. 20 с.
14. Геометрія 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень, профільний рівень / А. В. Погорєлов, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. К.: Генеза, 2011. 256 с.
15. Геометрія: 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень, профільний рівень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. К.: Генеза, 2011. 336 с.: іл.
16. Глобін О. Компетентнісний підхід у навчанні та стандарт шкільної математичної освіти. Математика в школі. 2021. №11–12. С. 2–6
17. Головань М. С. Компетенція та компетентність: порівняльний аналіз понять. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2018. №8. С. 224–233
18. Гольдберг Я. Є. З чого починається розв'язування стереометричної задачі: посібник для вчителя. К.: Радянська школа, 1990. 118 с.
19. Грамбовська Л. В. Комп'ютерні динамічні моделі як засіб дидактичного забезпечення процесу навчання геометрії в сучасній школі. Комп'ютер у школі та сім'ї. 2010. №7. С. 14–17
20. Зверєва Г. Ф. Компетентнісний підхід до навчання учнів на уроках математики. Математика в школах України. 2010. №9. С. 2–7 Істер О. С. Математика: підручник для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів. К.: Генеза, 2014. 296 с.
21. Саніна Є. І. Розвиток просторового мислення в процесі навчання стереометрії. Вісник РУДН, серія Психологія та педагогіка. 2019. №4. С. 4–21.

22. Свєрчевська І. А. Усні завдання з теми «Об'єми тіл обертання. Площа сфери». Математика в школі. 2017. № 3. С. 7-13.
23. Свєрчевська І. А. Усні завдання з теми «Тіла обертання. Площа поверхні». Математика в школі. 2019. № 9. С. 12-21.
24. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. К. : Зодіак-Еко, 2020. 512 с.
25. Трєтяк М.В. Основні методичні концепції вивчення теорії міри і інтеграла в університетах України. Вісник Черкаського університету: Педагогічні науки. 2019. Т. 21, № 354. с. 12–18.
26. Kuz'mich V. I. Geometric properties of metric spaces. *Ukrainian Mathematical Journal*. 2021. Vol. 77, No. 3. P. 436–458.
27. Lenart I. The Algebra of Projective Spheres on Plane, Sphere and Hemisphere. *Journal of Applied Mathematics and Physics*. 2022. Vol. 12, No. 10. P. 2296–2339.